

# Determinação da velocidade de um projétil de uma espingarda de pressão

Guilherme M. Tommasini e Tiago F. da Silva

Instituto de Física da USP

Neste trabalho utilizamos o pêndulo balístico para avaliar em  $(128 \pm 9)$  m/s a velocidade de um projétil de uma espingarda de chumbinho. Como a incerteza obtida pela propagação dos erros foi menor que 10%, achamos que este método foi suficientemente satisfatório.

## I. Introdução

O pêndulo balístico foi o método utilizado neste trabalho para avaliar a velocidade de um projétil disparado por uma arma. Embora este método não seja o mais utilizado pela indústria bélica, dando preferência à métodos diferentes, o desenvolvimento teórico do pêndulo balístico envolve conceitos de conservação, na mecânica clássica, das grandezas momento linear e energia, permitindo assim a utilização uma abordagem didática do tema.

## II. Desenvolvimento teórico

O pêndulo balístico é um método bem conhecido, porém limitado, para se avaliar a velocidade de projéteis. É utilizado como exemplo e como exercício no ensino dos princípios de conservação de energia e de momento linear [1 a 4]. Um esquema do pêndulo balístico é apresentado na Figura 1. A experiência consiste em disparar um projétil contra o pêndulo numa colisão inelástica. Devido ao recuo e a inestensibilidade da corda que sustenta o pêndulo, este se elevará uma altura que permite se avaliar a velocidade do projétil no momento da colisão.

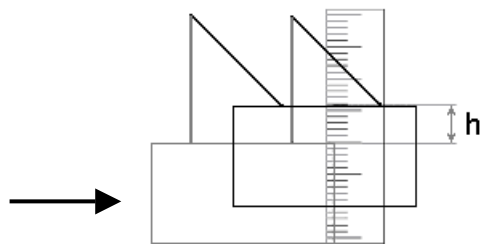


Figura 1 - Representação do movimento do pêndulo balístico (a seta indica a direção do disparo).

Sendo  $m$  a massa do projétil,  $v_0$  a velocidade do mesmo antes da colisão,  $M$  a massa do pêndulo e  $V$  a velocidade do conjunto pêndulo/projétil imediatamente após o impacto, temos que, por conservação do momento linear numa colisão inelástica:

$$mv_0 = (M + m)V \quad \text{Eq. 1}$$

A energia cinética do conjunto após a colisão é dada por:

$$K = \frac{1}{2}(M + m)V^2 \quad \text{Eq. 2}$$

que quando o pêndulo atinge sua altura máxima, se transforma em energia potencial gravitacional:

$$U = (M + m)gh \quad \text{Eq. 3}$$

Sendo,  $h$  a altura máxima que o pêndulo atingiu verticalmente devido ao recuo causado pelo impacto da colisão.

É importante lembrar que na colisão podemos apenas considerar a conservação do momento linear, já que:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 \neq \frac{1}{2}(M + m)V^2 \quad \text{Eq. 4}$$

Pela Eq. 1 sabemos que a velocidade do pêndulo logo após a colisão é:

$$V = \frac{m}{(M + m)}v_0 \quad \text{Eq. 5}$$

Sabendo-se que as energias em Eq. 2 e Eq. 3 se conservam, surge que:

$$\underbrace{\frac{1}{2}(M + m)\left(\frac{m}{(M + m)}v_0\right)^2}_K = \underbrace{(M + m)gh}_U \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(M + m)^2 gh}{m^2}} \Rightarrow$$

$$v_0 = \frac{(M + m)}{m} \sqrt{2gh} \quad \text{Eq. 6}$$

### III. Dissipação de energia

Sendo a energia total do sistema após a colisão conservada, ela se mantém constante, com seu valor dado pela energia potencial máxima adquirida pelo conjunto pêndulo/projétil, calculada através da medida da altura máxima adquirida devido ao recuo causado pelo impacto da colisão. Sabemos também que a energia cinética inicial do projétil é dada por:

$$K_i = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{Eq. 7}$$

Sendo Q a proporção da energia do projétil que foi transferida ao pêndulo. Temos que:

$$Q = \frac{(M+m)gh}{\frac{1}{2}mv_0^2} \quad \text{Eq. 8}$$

Usando-se a Eq. 6 pode-se demonstrar que:

$$Q = \frac{m}{M+m} \quad \text{Eq. 9}$$

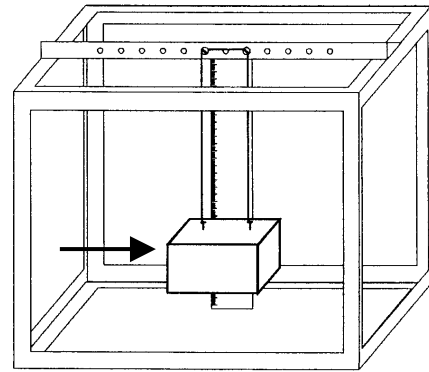
O restante da energia é dissipada sob a forma de calor, som, etc.

### IV. Materiais

Montamos um aparato com armações de ferro, uma régua de alumínio com graduação em milímetros e um bloco de madeira, da forma como e apresentada na figura 2.

**Quadro 1 - Dados relevantes ao experimento.**

Massa do pêndulo	$(200 \pm 5) \text{ g};$
Massa dos projéteis	$(0,4853 \pm 0,0042) \text{ g}$



**Figura 2 - Representação do aparato experimental (a seta indica a direção do disparo).**

No pêndulo, na face preparada para o impacto do projétil, fixamos um anteparo de isopor, para garantir uma colisão inelástica.

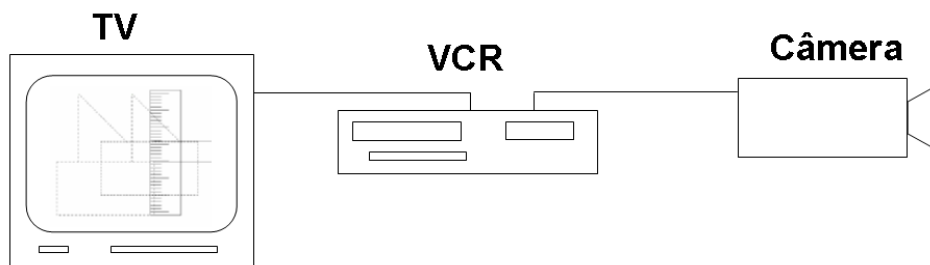
A medida na escala de alumínio foi feita através de um sistema de câmera de vídeo (representado na figura 3), que fixado e alinhado de acordo com a posição do pêndulo em relação a escala, filmava o movimento do pêndulo, registrando assim os valores iniciais e finais da leitura na escala.

Chamamos a atenção para o fato de que a utilização dos dados do quadro 1 na Eq. 9 implica que apenas 0,24% da energia cinética inicial da bala é transferida para o pêndulo.

### V. Dados e resultados

Construído o aparato experimental, feitas as medidas e descartadas as medidas falhas, obtivemos os resultados da tabela 1, com os quais, concluímos que a altura média que o pêndulo alcança é:  $(0,49 \pm 0,06) \text{ cm}$

Utilizando a Eq. 6 obtivemos então o valor médio da velocidade do projétil de chumbo ao sair da espingarda:  $(128 \pm 9) \text{ m/s}$  ou  $(461 \pm 31) \text{ km/h}$ .



**Figura 3 - Representação do sistema de aquisição de imagens.**

Quadro 2 – Alturas medidas.

Medida	h
1	0,50
2	0,60
3	0,40
4	0,80
5	0,40
6	0,36
7	0,40
Média	0,49
Desvio padrão	0,16
Desvio padrão da média	0,06

## VI. Discussão

Tomamos um extremo cuidado com o alinhamento da arma com o pêndulo para que este não estivesse sujeito a torques no momento do choque, e com isso evitou-se que este balançasse indevidamente.

Para se diminuir as perdas de energia com a resistência do ar, posicionamos a arma bem próxima do anteparo. Sabendo que a espingarda ao realizar os disparos ejeta o projétil com um sopro de ar, realizamos disparos com a espingarda descarregada em direção ao pêndulo e, observamos que não houve deslocamento do pêndulo devido a sua grande inércia. Logo, o sopro não interferiu nas medidas.

O número de vezes que a espingarda falhou (4 vezes no nosso caso), indicou a variação da força da espingarda, que não se mostrou a mesma para cada tiro. Isso explica o grande desvio padrão do conjunto das medidas das alturas.

É muito importante ressaltar que a colisão deve ser necessariamente inelástica. Isso significa que o projétil deve se alojar no pêndulo. No entanto o material deve

ser tal que ocorra a menor deformação possível. Nossa experiência teve problemas nesse sentido, pois o anteparo que utilizamos inicialmente, feito com massa de modelar. Para resolver este problema o anteparo foi substituído por outro de isopor, que teve um comportamento superior ao da massa de modelar.

## VII. Conclusão

Com este método, obtivemos uma incerteza relativa de 7%, que é um valor relativamente baixo, concluímos que este método experimental é satisfatório para nossos fins.

Concluimos também que, com a Eq. 8 que 99,76% da energia inicial foi dissipada de alguma forma, como por exemplo em energia térmica, sonora, atrito, etc.

Conseguimos atingir os objetivos do trabalho, devido principalmente à hipótese da conservação do momento linear nesta experiência.

## Agradecimentos

Os autores agradecem as preciosas contribuições do professor Manfredo H. Tabacnicks e de Celso M. da Silva.

## Referências

- [1] Jay Orear, *Física*, Livros técnicos e científicos, 1978.
- [2] Halliday e Resnick, *Física*, Livros técnicos e científicos – 1979.
- [3] Paul A. Tipler, *Física*, Livros técnicos e científicos, 2000.
- [4] Moysés Nussenxveig, *Curso de física básica*, Edgard Blücher, 2000.