

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

**Optimalizace tras hospodářského pracovníka při
preventivní kontrole ochrany lesa proti kůrovci**

Čapek Jiří

© 2025 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jiří Čapek

Systémové inženýrství

Název práce

Optimalizace tras hospodářského pracovníka při preventivní kontrole ochrany lesa proti kůrovci

Název anglicky

Optimizing the forest manager's routes during the preventive control of forest protection against bark beetles

Cíle práce

Cílem bakalářské práce je naplánování trasy lesníka pomocí matematického programování mezi lapači na odchyt lýkožrouta smrkového na školním polesí Hůrka pro kontrolu jeho rojení.

Metodika

Práce je rozdělena na dvě části.

V teoretické části práce jsou definovány klíčové pojmy a představeny metody operačního výzkumu, které jsou aplikovány v praktické části. Tato část se zabývá vysvětlením výpočtu problému obchodního cestujícího a definicí termínu z dané oblasti. Dále je představen problém ochrany lesa proti kůrovci.

Praktická část se věnuje řešení daného problému. Je aplikována vhodná metoda operačního výzkumu k nalezení optimální trasy pro poskytnuté rozložení lapačů a následně je vybráno nejlepší řešení.

Doporučený rozsah práce

rozsah práce se řídí rozdělením $f(x)=(10-|x-40|)/100$, $30 \leq x \leq 50$

Klíčová slova

lineární programování, lýkožrout, optimalizace trasy, Solver, problém obchodního cestujícího

Doporučené zdroje informací

FIALA, Petr. *Operační výzkum : nové trendy*. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum*. V Praze: Vysoká škola ekonomická, 1996. ISBN 80-7079-031-8.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.

Předběžný termín obhajoby

2023/24 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 05. 09. 2024

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 04. 11. 2024

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 02. 03. 2025

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace tras hospodářského pracovníka při preventivní kontrole ochrany lesa proti kůrovci" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 6.3.2025

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval panu Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D., vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho trpělivost, cenné rady a odborné vedení, které mi poskytoval po celou dobu její tvorby. Dále děkuji Lesnické škole za poskytnutá data a ochotnou spolupráci. V neposlední řadě patří mé velké poděkování rodině a přátelům za jejich podporu během studia i při samotném zpracování této práce.

Optimalizace tras hospodářského pracovníka při preventivní kontrole ochrany lesa proti kůrovci

Abstrakt

Bakalářská práce se zaměřuje na optimalizaci tras hospodářského pracovníka provádějícího preventivní kontroly feromonových lapačů v lese. Hlavním cílem je navrhnouti takové trasy, která minimalizuje časovou náročnost kontrol. Optimalizace je prováděna na třech různých rozmístěních odchytových míst pomocí úlohy obchodního cestujícího s časovými okny.

Teoretická část práce nejprve představuje operační výzkum a jeho metody používané v optimalizačních úlohách. Dále se v práci vysvětlují okružní dopravní problémy a jejich matematická formulace. Součástí kapitoly je také přehled optimalizačních přístupů v lesnictví a popis ochrany lesa proti lýkožroutu smrkovému, včetně dostupných preventivních opatření.

V praktické části je nejprve představena Lesnická škola v Písku a školní poleší Hůrky, kde byla práce realizována. Následně je popsán řešený problém optimalizace tras a sestaven matematický model. Optimalizace je provedena pro tři různá rozmístění lapačů s cílem zhodnotit, které z nich umožňuje časově nejefektivnější kontrolu. Výpočty pomocí doplňku OpenSolver nakonec ukázaly, že nejlepší rozmístění umožňuje o 12 minut rychlejší kontrolu než nejméně vhodná varianta. Na závěr jsou výsledky předány škole k dalšímu využití v rámci ochrany lesa a prevenci proti kůrovcovým kalamitám.

Klíčová slova: lineární programování, lýkožrout, optimalizace trasy, Solver, problém obchodního cestujícího

Optimizing the forest manager's routes during the preventive control of forest protection against bark beetles

Abstract

The bachelor's thesis focuses on optimizing the routes of a forest manager conducting preventive inspections of pheromone traps in the forest. The main objective is to design a route that minimizes the time required for inspections. The optimization is carried out for three different layouts of pheromone trap locations using the traveling salesman problem with time windows.

The theoretical part of the thesis first introduces operational research and its methods used in optimization tasks. Furthermore, it explains circular transportation problems and their mathematical formulation. This chapter also provides an overview of optimization approaches in forestry and describes forest protection against the spruce bark beetle, including available preventive measures.

In the practical part, the Forestry School in Písek and the Hůrky school forest district, where the study was conducted, are introduced. Subsequently, the problem of route optimization is described, and a mathematical model is constructed. The optimization is performed for three different trap layouts to evaluate which arrangement allows for the most time-efficient inspection. The calculations using the OpenSolver add-in ultimately showed that the best arrangement allows for inspections to be completed 12 minutes faster than the least suitable variant. Finally, the results were provided to the school for further use in forest protection and bark beetle infestation prevention.

Keywords: Linear programming, bark beetle, route optimization, Solver, traveling salesman problem

Obsah

1 Úvod.....	8
2 Cíl práce a metodika	9
2.1 Cíl práce	9
2.2 Metodika.....	9
3 Teoretická část.....	10
3.1 Operační výzkum a jeho metody	10
3.1.1 Historie Operačního výzkumu	10
3.1.2 Definice operačního výzkumu	10
3.1.3 Matematické modely	10
3.1.4 Metody operačního výzkumu.....	13
3.2 Okružní dopravní problém	17
3.2.1 Problém obchodního cestujícího	17
3.2.2 Problém obchodního cestujícího s časovými okny	20
3.3 Optimalizace v lesnictví	23
3.3.1 Optimalizace dodavatelského řetězce pro výrobu energie z biomasy	23
3.3.2 Optimalizace logistických procesů v lesnictví.....	23
3.3.3 Řízení rizik při plánování těžby s ohledem na nejistoty v cenách dřeva ..	24
3.4 Ochrana lesa proti lýkožroutu smrkovému	25
3.4.1 Lýkožrout smrkový	25
3.4.2 Ochrana lesa	26
3.5 Představení doplňku OpenSolver	29
4 Vlastní práce	29
4.1 Školní polesí Hůrky a Lesnická škola v Písku	30
4.2 Specifikum problému	30
4.3 Vstupní data.....	30
4.4 Matematický model.....	33
4.5 Výpočet modelu	38
4.5.1 Výpočet prvního rozložení.....	39
4.5.2 Výpočet druhého rozložení	42

4.5.3	Výpočet třetího rozložení.....	45
5	Výsledky a diskuse	48
6	Závěr.....	52
7	Seznam použitých zdrojů	53
8	Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk.....	57
8.1	Seznam obrázků	57
8.2	Seznam tabulek	58

1 Úvod

Kůrovcová kalamita je jedním z nejvýznamnějších problémů českých lesů, kterým čelíme. Suchá a teplá období, v kombinaci s rozsáhlou výsadbou smrkových monokultur, vytvořila ideální podmínky pro přemnožení lýkožrouta smrkového. To má devastující dopad na lesní porosty a vede k rozsáhlým škodám na lesních ekosystémech. Jedním z nejdůležitějších preventivních opatření je včasná detekce a sledování jeho výskytu.

Pravidelná kontrola feromonových lapačů, umožňuje sledovat populační vývoj škůdce, včasné identifikovat napadené stromy a správně plánovat těžbu postižených míst. V této bakalářské práci se zaměřuji na optimalizaci trasy lesního hospodáře při těchto kontrolách odchytových míst s cílem minimalizovat časovou náročnost a zvýšit efektivitu monitorování.

V rámci optimalizace je využit matematický model obchodního cestujícího s časovými okny, který patří mezi klasické problémy operačního výzkumu. Tento model umožňuje zohlednit nejen minimální časovou náročnost, ale také nutná časová omezení. Výpočty jsou aplikovány na školním polesí Hůrky, kde probíhá praktická výuka studentů Lesnické školy v Písku. Praktická část práce se soustředí na analýzu různých variant rozmístění lapačů a hodnocení efektivit navržených tras. K výpočtům byl využit doplněk OpenSolver pro MS Excel, který umožňuje řešení optimalizačních úloh lineárního programování.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem bakalářské práce je optimalizovat trasy lesního hospodáře při kontrole feromonových lapačů na lýkožrouta smrkového na školním polesí Hůrky. Na základě výpočtů budou porovnány tři varianty rozmístění lapačů, navržené lesním hospodářem, s cílem určit nejefektivnější rozložení odchytových míst a optimální trasu jejich kontroly. Výsledkem práce bude doporučení nejvhodnějšího rozmístění lapačů a trasy jejich obchůzky s ohledem na časová omezení, jako je povinná obědová pauza a doba potřebná ke kontrole jednotlivých stanovišť.

2.2 Metodika

Teoretická část práce je zpracována na základě poznatků z odborné literatury týkající se matematického modelování a operačního výzkumu. Jsou vysvětleny klíčové termíny a pojmy z operačního výzkumu a popsány relevantní metody. Dále se práce zaměřuje na detailní vysvětlení okružních dopravních problémů, včetně úlohy obchodního cestujícího s časovými okny. Současně je představena aplikace optimalizačních metod v praxi se zaměřením na lesnictví. Zároveň je vysvětlena problematika ochrany lesa před lýkožroutem smrkovým a metody boje proti škůdci. Nakonec je popsán doplněk OpenSolver pro MS Excel, který je využit pro výpočty matematického modelu.

V praktické části práce je nejprve představena Lesnická škola v Písku a školní polesí Hůrky. Pro realizaci analýzy byla využita vstupní data poskytnutá školou, obsahující geodetické souřadnice tří variant rozmístění feromonových lapačů na lýkožrouta smrkového. Souřadnice byly následně převedeny do vzdálenostních matic a matic časové náročnosti. Na základě těchto údajů byl sestaven matematický model optimalizace tras, využívající úlohu obchodního cestujícího s časovými okny. Model byl následně aplikován na všechny tři varianty rozmístění lapačů s cílem určit, která z nich umožňuje nejefektivnější kontrolu.

Výsledky výpočtů byly porovnány a analyzovány s ohledem na časovou náročnost jednotlivých tras. Na základě této analýzy byla identifikována varianta rozmístění lapačů umožňující nejrychlejší provedení kontrol, čímž je optimalizován časový i organizační průběh práce lesního hospodáře.

3 Teoretická část

3.1 Operační výzkum a jeho metody

3.1.1 Historie Operačního výzkumu

Operační výzkum jako vědecká disciplína vznikl během 40. let minulého století pro řešení komplexních problémů v rámci vojenských operací během druhé světové války. Pomocí matematických metod se optimalizovala efektivita vojenských operací jako bombardování či námořní doprava (Zimola, 2000).

To vedlo k vytvoření skupin zabývajících se operačním výzkumem v USA a ve Spojeném Království. Spojili se tak vědci z různých oblastí, aby řešili válečné problémy. Po skončení války byly tyto skupiny nadále podporovány, nyní s cílením na logistiku, modelování a plánování (Johnes, 2015).

Operační výzkum zažil v padesátých letech 20. století prudký rozvoj díky ekonomickému růstu v poválečné USA a v Evropě (Kubišová, 2015).

3.1.2 Definice operačního výzkumu

Operační výzkum lze charakterizovat jako soubor všech vědních disciplín, které se zaměřují na využití kvantitativních matematických metod a modelů při analyzování rozhodovacích problémů za účelem optimálního fungování systému (Kubišová, 2015).

Jablonský (2007) píše, že je snazší přiblížit podstatu operačního výzkumu, pokud tento termín vyjádříme jako výzkum operací. Tento upravený název napovídá, že operační výzkum má aplikace všude, kde se v rámci nějakého systému jedná o koordinaci a analýzu provádění operací.

3.1.3 Matematické modely

Matematické modelování je jedním ze základních nástrojů operačního výzkumu. Pokud je pomocí operačního výzkumu analyzován nějaký systém, tak tato analýza se opírá a využívá model tohoto systému (Jablonský, 2007).

Použití matematických modelů je pro operační výzkum typické. Každý takový model je zjednodušením popisovaného systému. Nejčastější forma matematického modelu je soustava rovnic či nerovnic (Zimola, 2000).

Pojem model či model systému lze definovat jako zjednodušený pohled na realitu. Při vytváření tohoto zjednodušeného obrazu reálného systému je důležité najít správnou úroveň komplexity pohledu. Pokud bude model příliš jednoduchý, bude realitu zobrazovat velmi zjednodušeně. To povede k nereálným výsledkům. Příliš komplikovaný model s mnoha parametry je těžko řešitelný, složitý na použití a interpretaci výsledků. Existuje i hierarchie modelů, které jsou postupněji více a více komplexní (Blaheta, 2012).

Blaheta (2012) také říká, že je důležité ověřovat vztah mezi modelem a skutečností. Takovému procesu se říká validace modelu. Ta má ukázat, jak přesný model je a jaká je vypovídající schopnost modelu i přes přijatá zjednodušení. Až po provedení validace je model připravený k použití a k predikování nových stavů.

Hřebíček et al. (2010) upozorňují, že je důležité nejdříve identifikovat nejdůležitější části zkoumaného systému před tím, než budeme model vůbec modelovat. Tyto nejdůležitější části by měly vytvářeny model co nejlépe popisovat. Ostatní prvky, které nejsou tak důležité, můžeme zjednodušit či zcela vyloučit pro zachování potřebné složitosti modelu.

Podobně na matematický model nahlíží Zimola (2000), který píše, že model je určitou aproximací zkoumaného systému. Smyslem zobrazení pomocí modelu je s dostatečnou přesností zachytit zjednodušenou podobu reality. Důležitým faktorem pro stupeň zjednodušení je účel, který při vytváření modelu sledujeme. Na tomto účelu závisí, co během modelování považujeme za důležité, a co do modelu naopak nezahrneme.

Matematický model je tedy zobrazování části světa pomocí matematických vztahů, které pak řešíme využitím matematických metod. Během analýzy modelovaného systému doporučují Hřebíček et al. (2010) zařadit do jaké kategorie analyzovaný matematický model spadá. To umožní snadněji rozpoznat základní charakteristiky modelu.

- **Klasifikace matematických modelů**

Matematické modely lze klasifikovat podle několika rozdělení.

- **Deterministické a stochastické**

První rozdělení je na deterministické a stochastické modely. Deterministické modely jsou takové, kde veškeré informace o zkoumaném systému známe s jistotou. Takovéto modely se používají v případech, že lze vyloučit náhodné faktory. Naopak stochastické modely se využívají, pokud náhodné faktory mají podstatný vliv na zkoumaný jev, či pokud některé procesy mají náhodný charakter (Zimola, 2000). Za příklad stochastického

pravděpodobnostního procesu lze vzít přepravu nákladu po veřejné komunikaci, kde je stav dopravy nejistý, naopak deterministický proces je například výroba na výrobní lince.

- Statické a dynamické

Další rozdělení matematických modelů je dle vztahu k průběhu času a to na modely statické a dynamické. U tohoto rozdělení záleží, jestli se v modelech zahrnuje či nezahrnuje faktor času. Zimola (2000) říká, že u většiny modelů nás zajímá jejich chování v závislosti na čase. Takové modely jsou tedy dynamické. Statické modely se využívají, pokud by přidání dynamické složky bylo příliš výpočetně složité, či pokud nás chování v závislosti na čase nezajímá.

- Lineární a nelineární

Hřebíček et al. (2010) dále hovoří o rozdělení modelů na modely lineární a nelineární. Zde záleží na vztahu mezi proměnnými v modelu. Pokud postačí v matematickém modelu k vyjádření všech operátorů, tedy algebraických operací a funkcí, lineární rovnice a nerovnice, hovoříme o lineárních modelech. V opačném případě jde o modely nelineární. Tyto úlohy poté mají mnoho lokálních extrémů a často je problém tyto extrémy nalézt (Kubišová, 2015).

- Vyhodnocovací a optimalizační

Další klasifikování matematických modelů zmiňují Ba et al. (2016) a to na modely vyhodnocovací a modely optimalizační. Vyhodnocovací modely si poradí se složitými systémy, a například i s neurčitými údaji, které ale nejsou určeny pro optimalizaci. Optimalizační modely jsou naopak vyjádřeny účelovou funkcí a omezujícími podmínkami, kde je cílem maximalizovat či minimalizovat účelovou funkci a najít tak globální extrém funkce. Takový extrém je poté optimální řešení, tedy nejlepší možné řešení v modelovaném systému.

3.1.4 Metody operačního výzkumu

Matematické programování

Matematické programování je jedna z nejrozšířenějších optimalizačních metod operačního výzkumu (Zimola, 2000). Jde o typ optimalizační úlohy. Jejím cílem je najít maximum účelové funkce matematického modelu při splnění omezujících podmínek.

Úlohy matematického programování se dělí na lineární a nelineární podle typu účelové funkce a jednotlivých omezení. Speciální úlohy lineárního programování jsou potom úlohy celočíselné a úlohy bivalentní. Aplikace v praxi lineárního programování jsou velmi četné. Naopak nelineární programování se tolik nevyužívá z důvodu obtížnosti hledání řešení (Jablonský, 2007).

Jablonský (2007) zobrazuje matematický model lineárního programování takto:

minimalizovat (maximalizovat)

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Za podmínek:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

⋮

⋮

⋮

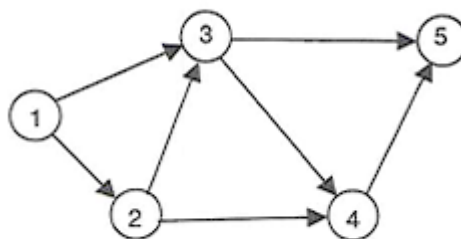
$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(1)

Teorie grafů

Teorie grafů je další z metod operačního výzkumu. Některé problémy mohou být popsány pomocí grafu, který má množinu uzlů či vrcholů V a množinu hran. Hrana spojuje dva vrcholy a je orientovaná, nebo neorientovaná. Orientovaná hrana se označuje A zatímco neorientovaná hrana má označení E . Pro takový graf se používá označení $G = (V, E)$, či $G = (V, A)$, kde G je graf. Počet hran, které procházejí daným uzlem, určují jeho stupeň (Šubrt et al., 2011).

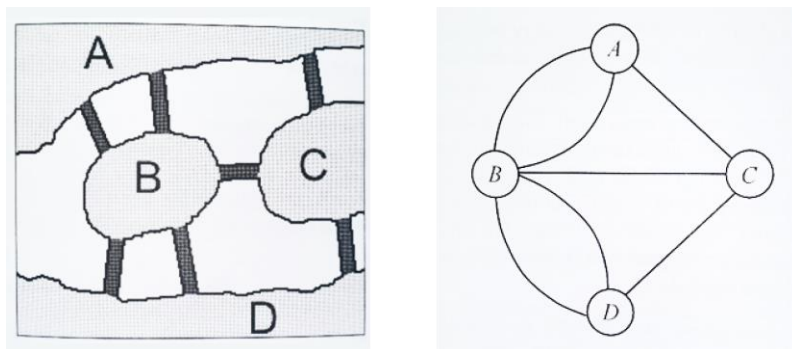


Obrázek 1- Ukázka jednoduchého grafu (Jablonský, 2007, s. 15)

Takovýto graf může být například modelem reálné distribuční sítě, kde vrcholy představují města a hrany silnice mezi nimi. Hrany potom bývají ohodnoceny hodnotou, která představuje například vzdálenost, čas, náklad či maximální propustnost.

Další využití teorie grafů je z oblasti řízení projektů, kde hrany grafu představují reálné činnosti tvořící daný projekt a jejich posloupnost určuje návaznosti v provádění těchto činností. Ohodnocení hrany poté představuje například doba trvání činnosti či náklady na provedení (Jablonský, 2007). Cílem takové úlohy teorie grafu je poté nalezení optimální posloupnosti provedení činností při minimalizaci potřebného času či nákladů (Šubrt et al., 2011).

Známa je také aplikace zvaná úloha čínského listonoše. Tu formuloval v roce 1962 čínský matematik M. K. Kwan. Princip této úlohy je roznést zásilky ve všech ulicích města a vrátit se zpět na poštu s cílem ujít co nejkratší vzdálenost. Pokud lze projít všechny ulice jen a právě jednou, jde o takzvaný Eulerův cyklus a optimální řešení je triviální. V opačném případě je nutno v grafu zdvojit některé hrany (Fábry, 2007). Euler totiž v roce 1736 prokázal neřešitelnost úlohy o sedmi mostech města Královce. Městem protéká řeka Pregolji, která dělí město na dva břehy. Zároveň se mezi břehy nachází dva ostrovy. Euler prokázal, že nelze projít všemi mosty právě jednou a vrátit se na původní polohu. V schématickém zobrazení lze tuto úlohu znázornit pomocí 4 vrcholů spojených hranami. Eulerův cyklus lze vytvořit pouze tehdy, pokud každý vrchol je spojen s ostatními sudým počtem hran. Úloha o mostech v Královci tuto vlastnost nemá (Fábry, 2007).



Obrázek 2- Sedm mostů města Královce a schématické zobrazení (Fábry, 2007)

Existuje mnoho algoritmů, které tyto úlohy řeší. Jedním z nejvyužívanějších je Dijkstrův algoritmus či Borůvkův-Choquetův-Kruskalův algoritmus, který se řadí mezi takzvané hladové algoritmy (Šubrt et al., 2011).

Teorie her

Hrou je v tomto případě nazývána konfliktní situace, při které se minimálně dva účastníci rozhodují. Tito takzvaní hráči při rozhodovací situaci spolupracují či stojí proti sobě. Hráči představují souhrn cílů a zájmů daného subjektu. Cílem teorie her je nalézt takové chování každého hráče, při němž bude výsledek situace pro každého z nich optimální. Jde tedy o výběr nejlepšího z dosažitelných řešení, která jsou pro hráče přijatelná. Teorie her tedy narozdíl od ostatních metod operačního výzkumu nehledá optimální řešení, ale spíše řešení rovnovážné (Šubrt et al., 2011).

Modely řízení zásob

Optimalizace zásob vznikla a existuje z různých příčin. Ty jsou podle Zimoly (2000) například potřeba nepřetržitého výrobního procesu a jeho plynulé fungování. Další příčina existence optimalizace zásob je periodičnost výrobního cyklu, kdy podnik z technologických důvodů nemůže vyrábět dva různé výrobky najednou, a proto musí dopředu plánovat, kdy a v jakém množství bude jednotlivé produkty vyrábět. Dalším z důvodů je snížení rizika neuspokojení poptávky, kdy dojde k výpadku produkce kvůli působení náhodných vlivů či ekonomické důvody, kdy dochází k množstevní slevě při nákupu materiálu.

Jablonský (1996) zmiňuje základní otázky teorie zásob. A to v jakém okamžiku objednat nové zásoby a kolik toho objednat. Přitom se rozlišuje několik druhů nákladů spojených s řízením zásob, které se snaží teorie zásob minimalizovat. Tyto náklady jsou náklady na doplnění zásoby, skladovací náklady, náklady ze zpoždění dodávky a pozdní

uspokojení poptávky při nedostatku zboží na skladě, či kompletní ztrátě zájmu ze strany odběratele.

Existuje mnoho druhů zásobovacích modelů, kdy hlavní rozdělení je na deterministické modely, kde je velikost poptávky předem známá a stochastické modely, kde je tato veličina náhodná, či není známá. Pravděpodobná hodnota poptávky se poté vyjadřuje pravděpodobnostní funkcí (Baštinec et al., 2014).

Vícekritériální hodnocení

V případě, že má rozhodovací model několik kritérií, které je nutné brát v úvahu během výběru varianty, hovoříme o metodě vícekritériálního rozhodování. Tato vícekritériálnost je charakteristická pro téměř všechny rozhodovací situace (Šubrt et al., 2011).

Můžeme rozlišit dvě skupiny modelů, dle charakteru množiny variant či možných řešení. První skupinou jsou modely vícekritériálního hodnocení variant, které jsou zadány pomocí konečného výčtu variant a jejich ohodnocení na základě kritérií. Druhá skupina má množinu variant s nekonečně mnoha prvky, které jsou vyjádřeny pomocí omezujících podmínek.

Cílem vícekritériálního hodnocení je vybrat a doporučit jednu nebo více variant, při zachování maximální možné objektivnosti. Jablonský (2007) zmiňuje, že často se jedná o kritéria, která působí proti sobě. Například vyšší zisk s sebou nese i vyšší náklady. Vybrané řešení či variantu nenazývá tedy optimální ale kompromisní. Mezi cíle poté Jablonský (2007) zařazuje výběr jedné varianty, takzvané kompromisní varianty, uspořádání variant od nejlepší po nejhorší a klasifikace variant, kde varianty rozdělí mezi více tříd.

Dopravní úlohy

Dopravní úlohy jsou speciální podskupina lineárního programování. Patří sem problémy jedno a dvoustupňové, přiřazovací, okružní a mnoho dalších. Tyto úlohy se dají vyjádřit pomocí lineárních matematických modelů (Šubrt et al., 2011).

Typický příklad dopravní úlohy se snaží minimalizovat celkové náklady související s rozvozem zboží nebo materiálu odběratelům z dodavatelských míst (Jablonský, 1996). Tato úloha může být buď vyvážená, kde součet nabídky dodavatelů je roven součtu poptávky odběratelů, či nevyvážená, kde tato rovnost neplatí (Šubrt et al., 2011).

Přiřazovací úloha se zabývá alokováním určitých prvků k jiným prvkům, aby byl výsledek optimální. Jde například o přiřazení pracovníků k pracovišti (Šubrt et al., 2011).

Důležitou dopravní úlohou je okružní dopravní problém. Jde o případ, kdy je potřeba rozvést určité zboží od dodavatele k odběratelům. Jednoduchá forma tohoto problému je jednookruhový dopravní problém, kdy obslužení odběratelů má být provedeno jedním okruhem. Tento problém bývá často nazýván problémem obchodního cestujícího (Šubrt et al., 2011).

3.2 Okružní dopravní problém

3.2.1 Problém obchodního cestujícího

Jeden z nejznámějších problémů dopravních úloh je okružní dopravní problém, známý také jako problém obchodního cestujícího, často označovaný anglicky jako Travelling Salesman Problem (TSP) (Fábry, 2006). Obchodní cestující musí navštívit n měst či míst, přičemž každé místo má být navštíveno jen jednou a obchodní cestující se musí vrátit do místa, kde také začal (Čičková et al., 2008).

Okružní dopravní problém patří z matematického hlediska mezi problémy NP-úplné. Richard M. Karp dokázal v roce 1972, že TSP je jeden z prvních NP-úplných problémů (Ball et al., 1995). Neexistuje tedy algoritmus, který by efektivně našel jeho řešení v podobě matematického optima. Omezující podmínky totiž rostou exponenciálně rychle s rostoucím počtem míst, které musí dopravní cestující obsloužit. Šubrt et al. (2011) pro lepší představení exponenciálního růstu zmiňují, že při výpočtu větších úloh by byla doba výpočtu delší než například lidský život či délka vesmíru. Proto pro výpočet větších úloh využíváme takzvaných aproximačních metod, jako například metoda nejbližšího souseda, Vogelova aproximační metoda či Mayerova metoda pro více okruhové okružní problémy. Výsledek těchto aproximačních metod považujeme za ekonomické optimum.

Čičková, Brezina a Pekár (2008) zmiňují několik možností, jak klasifikovat algoritmy podle principu implementace, které řeší TSP.

- Explicitní enumerace

Tato metoda zjišťuje všechna možná řešení problému. Z tohoto důvodu je použitelná jen pro velmi malé problémy.

- Deterministické metody

Do této skupiny se řadí například algoritmy Branch and Bound, či metoda řezných rovin. Jde o algoritmy, které se zakládají na jasně daných postupech, založené na matematických pravidlech.

- Stochastické metody

Tyto algoritmy fungují na základě pravděpodobnostních metod. Vyžadují poměrně dost času a jejich výsledky jsou většinou použitelné jen jako hádání.

- Kombinované metody

Tyto metody jsou složeny z kombinací deterministických a stochastických metod. Patří sem takzvané metaheuristické algoritmy, jako například optimalizace pomocí mravenčí kolonie. Významnou součástí metaheuristických metod jsou evoluční algoritmy.

Existuje mnoho typů okružního dopravního problému. Šubrt et al. (2011) pojednávají o několika klasifikacích. První rozdělení je na jednookružní a víceokruhové problémy také známé jako trasovací problémy. Tato klasifikace rozděluje problémy podle počtu realizovaných okruhů. Víceokruhový okružní problém volíme nejčastěji kvůli kapacitnímu rozdělení, kdy jeden dodavatel nemá dostatečnou kapacitu vozidla, aby obsloužil všechny odběratele.

Další rozdělení charakterizuje problémy na základě spojení mezi obsluhovanými místy. Pokud existuje kompletní síť cest mezi všemi místy, mluvíme o problému s úplnou sítí cest, naopak pokud neexistuje přímé spojení mezi některými dvojicemi míst, hovoříme o problémech s neúplnou sítí cest.

Johnson a McGeoch (1995) definují TSP, kde je daný počet měst $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ a pro každou dvojici měst $\{c_i, c_j\}$ známe vzdálenost $d(c_i, c_j)$, kdy cíl je najít pořadí měst π které minimalizuje $\sum_{i=1}^{N-1} d(c_{\pi(i)}, c_{\pi(i+1)}) + d(c_{\pi(N)}, c_{\pi(1)})$. Pokud se vzdálenosti $d(c_i, c_j)$ a $d(c_j, c_i)$ pro $1 \leq i, j \leq N$ rovnají, mluvíme o takzvaném symetrickém problému obchodního cestujícího, pokud ne, jde o nesymetrický problém.

Fábry (2006) ve své disertační práci formuluje matematický model TSP podle Miler-Tucker-Zemlina následovně. Cíl je minimalizovat účelovou funkci

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

za omezujících podmínek

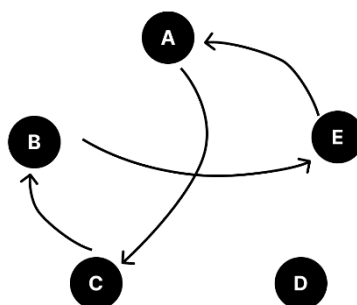
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

kde n je počet míst či měst, které musí obchodní cestující navštívit, c_{ij} jsou vzdálenosti mezi místy i a j . Proměnná x_{ij} je proměnná bivalentní, která nabývá hodnot 1 a 0. Pokud vozidlo jede z místa i do místa j je hodnota $x_{ij} = 1$, pokud ne tak nabývá proměnná hodnoty 0. Omezující podmínky 2.1 a 2.2 zamezují cestujícímu navštívit místo vícekrát než jednou a soustava podmínek 2.3 zajišťují že nevzniknou takzvané parciální cykly, tedy předčasné uzavření cyklu bez projetí všech míst.



Obrázek 3- Zobrazení parciálního cyklu, vlastní zpracování podle (Fabry, 2006)

Ball et al. (1995) v sedmé kapitole knihy *Network Models* zmiňují několik případových studií na využití TSP v praxi.

- **Vrtání PCB desek**

Jako první z využití TSP v praxi zmiňují vrtání desek plošných spojů, takzvaných PCB desek z případové studie od Grötschela, Jüngera a Reinelta z roku 1991. Při výrobě PCB desek je potřeba vyvrtat mnoho otvorů o různých průměrech. Výměna vrtáků je časově náročná. Tento problém lze pomocí problému obchodního

cestujícího modelovat jako sekvence TSP úloh. Každá úloha je pro jeden průměr vyvrtané díry, kde „města“ jsou počáteční poloha a poloha všech otvorů, které jsou potřeba vyvrtat. Cíl je minimalizovat dobu, kterou hlava vrtačky stráví při přesunu mezi nimi, tak aby se minimalizoval čas pohybu hlavy stroje.

- **Rentgenová krystalografie**

Další z případových studií, kterou Ball (1995) zmiňuje je od Blanda a Shallcrosse z roku 1989. Pomocí rentgenového difraktometru se získávají informace o struktuře krystalů. I přes fakt, že měření jako takové může být prováděno poměrně rychle, je potřeba u některých měření nastavit krystaly do až stovek tisíc poloh. To zvyšuje výsledný čas měření. Celkový problém tak spočívá v nalezení posloupnosti, která minimalizuje celkový čas potřebný k nastavení krystalů do potřebných poloh.

- **Sběr zboží ve skladech**

Tuto případovou studii publikovali Ratliff a Rosenthal v roce 1983. Když přijde objednávka na určité položky, musí skladník toto zboží na skladě vyzvednout. Tento problém je přímo spojen s problémem obchodního cestujícího, kde každá poloha zboží, představuje „město“ či vrchol grafu, a čas potřebný k přesunu mezi těmito vrcholy ohodnocuje hranu grafu. Cílem je minimalizovat potřebný čas k vyzvednutí všech položek na objednávce.

- **Oprava plynových turbín**

Mitai et al. (2010) v první kapitole knihy *Traveling Salesman Problem: An Overview of Applications, Formulations, and Solution Approaches*, zmiňují případ využití TSP při opravách plynových turbín v leteckých motorech. V motoru se nachází vodicí lopatky, které usměrňují tok plynu. Každá z lopatek má individuální vlastnosti a správné uspořádání těchto lopatek může výrazně zlepšit funkčnost motoru. Problém optimální rozmístění lopatek řešili Plante, Lowe a Chandrasekaran v roce 1987 pomocí TSP kde cílem není optimalizovat vzdálenost mezi body, ale například snížit vibrace turbíny.

3.2.2 **Problém obchodního cestujícího s časovými okny**

Složitější forma úlohy TSP je problém obchodního cestujícího s časovými okny (TSPTW). Pro každé místo, které má obchodní cestující navštívit, jsou předem definované časové intervaly, ve kterých má proběhnout návštěva. Cílem je opět nalézt optimální řešení.

Je tedy nutné určit pořadí, ve kterém budou místa navštívena tak, aby byly splněny omezující podmínky a náklady, ať už časové či finanční, byly minimální (Fábry, 2006).

Fábry (2006) dělí podmínky časových oken na dva druhy. První skupinou jsou takzvané „soft“, tedy slabá omezení. Každé i -té místo obsluhy má nejdřívejší možný čas navštívení e_i a nejpozdější přípustný čas návštěvy l_i . Moment, ve který obchodní cestující navštíví i -té místo je označen t_i . Časové okno tedy definujeme jako $e_i \leq t_i \leq l_i$. Pokud obchodní cestující navštíví i -té místo dříve, než je e_i , tedy $t_i \leq e_i$, může na daném místě počkat. Pokud naopak nestihne na místo přijet v daném limitu l_i , vzniká tak penále, tedy náklady z nedodržení zákaznickova požadavku. Tato omezení tedy nazýváme slabými. Pokud ale není přípustná obsluha daného místa mimo definované časové okno a musí vždy platit omezující podmínka $e_i \leq t_i \leq l_i$, mluvíme o „hard“, tedy o silném omezení.

Matematický model TSPTW je formulován následovně. Cíl úlohy je minimalizovat účelovou funkci

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

při dodržení těchto omezujících podmínek.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ e_i &\leq \tau_i \leq l_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \\ \tau_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) &= \tau_j, \\ i &= 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j \\ \tau_1 &= 0, \\ \tau_i &\geq 0, \quad i = 2, 3, \dots, n, \\ x_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{3}$$

Značení je stejné jako v modelu TSP, kde n je počet míst, které musí obchodní cestující obsloužit, vzdálenosti mezi místy i a j je označeno jako c_{ij} , a doba přejezdu mezi těmito místy je t_{ij} . Podmínka omezující časová okna je definována $e_i \leq t_i \leq l_i$. M

v modelu představuje vysokou konstantu a proměnná x_{ij} je bivalentní hodnota, která stejně jako v modelu TSP nabývá hodnot 1 pokud obchodní cestující jede z místa i do místa j a 0 pokud ne.

Pokud do modelu chceme přiřadit slabá časová omezení, musíme přidat další podmínky. Existují dvě možnosti čekání obchodního cestujícího u zákazníků (Fiala, 2010). Buď po obslužení místa i jede ihned na místo j , kde poté čeká, či počká na místě i a do místa j přijede přesně ve chvíli otevření jeho časového okna $t_i \geq e_i$. Vyjede tedy v okamžiku $e_j - t_{ij}$. V případě čekání na místě před jeho obsluhou, tedy v případě druhém, do modelu zavedeme proměnnou $W_j \geq 0$, ($j = 2, 3, \dots, n$), která představuje dobu po kterou obchodní cestující čeká před obsluhou místa j . Cíl poté bude minimalizovat účelovou funkci definovanou jako

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{j=2}^n W_j$$

Matematický model TSPTW se slabými omezeními pak bude upraven na tento tvar.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ e_i &\leq \tau_i \leq l_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \\ \tau_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) + W_j + v_{ij} &= \tau_j, \\ i &= 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j \\ 0 &\leq v_{ij} \leq 2M(1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j \end{aligned} \tag{4}$$

Proměnná v_{ij} poté funguje jako pomocná proměnná, která nabývá opačných hodnot než bivalentní x_{ij} . Tedy pokud vozidlo jede z místa i do místa j a $x_{ij} = 1$, pak se pomocná proměnná musí rovnat $v_{ij} = 0$.

Pokud předpokládáme, že obsluha místa zabere nějaký čas, je nutno pro úplnost přidat do modelu proměnnou S_i , tedy dobu strávenou na místě i . Platí, že $S_i \geq 0$, ($i =$

2,3 ..., n). Účelová funkce se poté změní o přidání součtu všech hodnot S_i , tedy na tvar minimalizovat:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{j=2}^n W_j + \sum_{i=2}^n S_i$$

Omezující podmínka představující časový rozvrh se poté změní na tvar

$$\tau_i + S_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) + W_j + v_{ij} = \tau_j, \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j$$

kde $S_1 = 0$ (Fábry, 2006).

3.3 Optimalizace v lesnictví

3.3.1 Optimalizace dodavatelského řetězce pro výrobu energie z biomasy

Využití optimalizačních nástrojů popisují například Shabani et al. (2013) v jejich studii, která se zaměřuje na komplexní dodavatelský řetězec lesní biomasy pro produkci energie. Tento složitý řetězec často způsobuje, že náklady na výrobu energie z biomasy jsou vyšší než náklady na zisk energie z konvenčních zdrojů, jako jsou například fosilní paliva. Zároveň nejistota a proměnlivost jednotlivých článků v řetězci, hlavně kvůli vlastnostem biomasy, ovlivňují množství vyrobené energie a její cenu. Z tohoto důvodu se studie zabývá využitím optimalizačních metod pro efektivnější výrobu energie z biomasy a řízení celého řetězce.

Článek popisuje několik deterministických a stochastických matematických modelů, které byly využity k optimalizaci dodavatelského řetězce. Optimalizační modely použili Shabani et al. například ve výběru technologie. Další využití našli ve výběru velikosti a umístění závodu a skladu a v optimalizaci logistiky a zásobování. Stochastické modely byly použity k řešení nejistot v nabídce a poptávce, v cenách a ve výnosech.

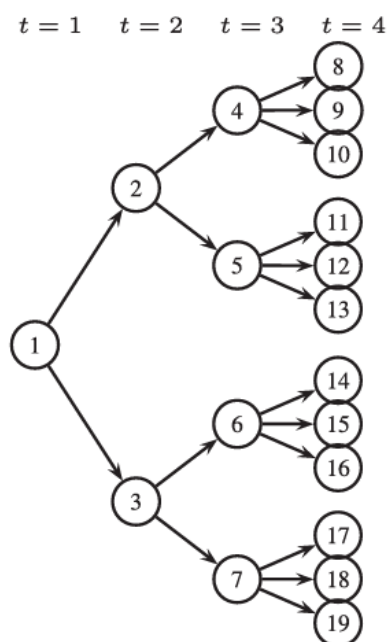
3.3.2 Optimalizace logistických procesů v lesnictví

Logistický problém řízení a dodávání dříví z lesa do pil je složitý proces, který se skládá z několika částí. Jde o řízení zásob, k uložení správného množství správných typů na sklad, plánování tras kamionům mezi lesy a pilami a plánování nakládání a vykládání materiálu na správném místě se správnou technikou. Těmito problémy se zabývají Soheil a Sepasi (2022) ve své práci. V té využili simulačně-optimalizačních metod, které se skládají z několika kroků. Nejprve se navrhne optimalizační model, který poskytne výchozí bod.

Tento model je jednoduchý a dá se vyřešit pomocí existujících metod. Výstup z tohoto kroku se využije jako vstup pro simulační modely. Simulační modely jsou využity pro řešení nejistot jako je čas nakládání a vykládání u řešení plánování tras, poruchovosti strojů a dopravní zácpa u pil, z důvodu příjezdu kamionů od jiných dodavatelů. Simulace poskytuje citlivostní analýzu pro další zlepšení výsledků. Přidáním dalších omezení se opakují oba kroky pro dosažení více realistických výsledků.

3.3.3 Řízení rizik při plánování těžby s ohledem na nejistoty v cenách dřeva

Lesnické společnosti musí plánovat udržitelnou těžbu dřeva z jejich lesů na určitý čas dopředu. Zpracované dřevo se poté prodává na daných místních a mezinárodních trzích. Společnosti musí splnit poptávku pil, přičemž jejich hlavní cíl je maximalizovat zisk při dodržení ekologických předpisů. Prodejní ceny dřeva jsou klíčovým prvkem při plánování, přičemž kolísání cen má přímý dopad na zisky z prodeje. Cena je také jeden z hlavních faktorů při plánování těžby na jednotky let dopředu. Další z nejistot, kterým čelí společnosti, jsou nejistoty v růstu stromů, poptávka po dřevě a ztráty způsobené požáry. Alonso-Ayuso et al. (2018) tyto problémy řeší ve své práci. Autoři se zaměřují na řízení rizik za nejistých podmínek spojených s plánováním těžby lesa. To zahrnuje plánování kdy, kde a co vykácet a jaké nové přístupové cesty postavit v daném období, s cílem maximalizace zisku s kolísáním cen a poptávky po dřevě. Jsou zde využity stochastické matematické modely zohledňující nejistoty v budoucích cenách dřeva a v poptávce pomocí scénářových stromů. Zároveň se zde využívají rozšířené míry Conditional Value-at-Risk (CVaR). To jsou míry rizika, které hodnotí průměrné ztráty, které mohou nastat v určitém procentu nejhorších scénářů.

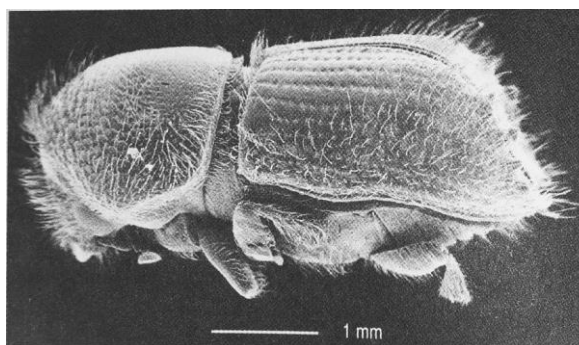


Obrázek 4- Schéma scénářového stromu (Alonso-Ayuso et al., 2018)

3.4 Ochrana lesa proti lýkožroutu smrkovému

3.4.1 Lýkožrout smrkový

Lýkožrout smrkový, latinsky *Ips typographus* (L.), je brouk z čeledi kůrovcovitých (scolytidae Coleoptera). Je to malý černý lesklý brouk o velikosti kolem 5 mm, který byl popsán v roce 1758 Linnéem. Velikost dospělého brouka je závislá na množství potravy, kterou přijmula larva. Larva brouka je bílá, nemá nohy a má hnědou hlavovou schránku. Vajíčko lýkožrouta smrkového je poté malé a bílé o velikosti přibližně 0,9 mm. Lýkožrout smrkový je jeden ze šesti zástupců tohoto rodu. Je velmi podobný lýkožroutu severskému, lýkožroutu modřínovému a lýkožroutu menšímu (Skuhřavý a Zahradník, 2002).



Obrázek 5- Lýkožrout smrkový (Skuhřavý a Zahradník, 2002, s. 10)

Lýkožrout smrkový patří mezi nejvýznamnější lesní škůdce ve střední Evropě. V České republice je dokonce charakterizován jako kalamitní škůdce. Lýkožrout se

vyskytuje hlavně ve starších smrkových porostech, kde prvně napadá čerstvě vytěžené dříví a polomy a po přemnožení následně napadá i zdravé smrky. Brzké jaro a nadprůměrné teplé počasí urychluje vývoj lýkožrouta a může se tak zvýšit počet generací. K tomu dopomáhá i srážkový deficit, který snižuje obranyschopnost stromů (Zahradník, 2004).

Vývojový cyklus lýkožrouta smrkového probíhá s dokonalou proměnou od vajíčka po larvu, kuklu a dospělého brouka (Modlinger et al. 2015). Během roku se při pro brouka příznivých podmínkách mohou vyvinout dvě až tři generace lýkožrouta. Lýkožrout smrkový je polygamní, jeden samec tak oplodní i více samic. Je obvyklé, že samec oplodní dvě až tři samice. Samec brouka nalítne na strom a provrtá se do lýka, kde vytvoří takzvanou snubní komůrku, do níž láka samičky. Každá samička po oplodnění hloubí matečnou chodbičku, do které klade až 50 vajíček, a jejíž tvorba trvá přibližně sedm až deset dnů. Vylíhnuté larvičky poté hloubí kolmé postranní chodbičky (Skuhrový a Zahradník, 2002). Larvy se líhnou po jednom až dvou týdnech a následně se až čtyři týdny vyvíjí (Holuša, 2013). Po vyvinutí larvy tvoří kukelné komůrky. Po kuklení, které trvá přibližně 8 dnů, vylétá dospělý brouk lýkožrouta. Na jaře se tedy ve stromě vyvíjí první generace lýkožrouta. Samice brouka může po vykladení první snůšky vajíček založit sesterskou generaci, a to buď na stejném stromě či na jiném. Populační hustota lýkožrouta výrazně stoupá při příznivých teplotních podmínkách (Skuhrový a Zahradník, 2002).



Obrázek 6 - Napadený kmen stromu (Kindlmann et al., 2012)

3.4.2 Ochrana lesa

Proti lýkožroutovi smrkovému se dá les chránit několika způsoby. Mezi nejrozšířenější metody boje proti škůdci patří likvidace napadených stromů, které jsou stále obsazené broukem, feromonové lapače a otrávené lapáky. Méně rozšířené metody je

například postřik insekticidy, či užití přirozených nepřátel lýkožrouta (Kindlmann et al., 2012).

- **Těžba napadených stromů**

Těžba napadených stromů je základní metodou tlumení výskytu lýkožrouta. Je nutné jako první vyhledávat a včasně odstraňovat všechny napadené stojící stromy. Cílem je zabránit vylétnutí nové generace brouka, která se ve stromech vyvíjí. Napadené stromy se dají poznat pomocí symptomů, jako je barevná změna jehličí, smolení či drtinky na kořenových náběžcích (Modlinger et al., 2015,).

- **Otrávené lapáky**

Otrávené lapáky jsou pokácené a odvětvené smrky nebo jejich části, které se celoplošně ošetří vhodným insekticidem. Zároveň se tento lapák opatří feromonovou návnadou. Otrávené lapáky se využívají v těžko dostupných lokalitách, kde není možné dodržet pravidelné intervaly kontrol lapačů. Pravidla pro umístění lapáků jsou minimálně 10 metrů od nejbližšího živého a zdravého stojícího smrku. Pokud se umístí lapák blíže, zvyšuje se riziko napadení stromů v porostu. (Modlinger et al., 2015). Lapáky se také mohou skládat do takzvaných trojnožek, které jsou tvořeny třemi smrkovými výřezy o délce do dvou metrů (Holuša et al., 2016).



Obrázek 7 - Lapáková trojnožka (Holuša et al., 2016)

- **Feromonové lapače**

Feromonové lapače lákají rojící se brouky pomocí feromonových odparníků, které obsahují agregační feromony. Tyto lapače se umísťují podle stejných pravidel jako otrávené lapáky, a to tedy minimálně 10 metrů a maximálně 25 metrů od nejbližšího zdravého smrku. Podle množství odchycených brouků za celé období rojení se určuje stupeň odchytu. Slabý stupeň je do méně než 1000 lapených brouků, do 4000 jde o střední stupeň a silný stupeň je dosažen při odchytu více než 4000 brouků do lapáku (Modlinger et al., 2015). Feromonové lapače se pravidelně kontrolují, a to v intervalu 7-10 dní. Délku intervalu se doporučuje zkrátit během vysokých odchytů ve vrcholu rojení brouka. Při kontrolách se odebraní brouci hubí uzavřením do nádob a následném spaření horkou vodou (Zahradník, 2004).

Zahradník a Zahradníková (2016) popisují i ekonomické aspekty feromonových lapačů. Popisují náklady na jednoho odchyceného brouka, které se skládají ze dvou základních položek. Materiálová položka zahrnuje cenu feromonového lapače a feromonového odparníku. Nepřímá položka zahrnuje náklady na instalaci lapačů a jejich pravidelné kontroly. Tato položka se hůře vyčísluje, protože záleží na mnoha okolnostech jako je počet lapačů, rozestup mezi jednotlivými lapači a také v jakém terénu jsou lapače nainstalovány.

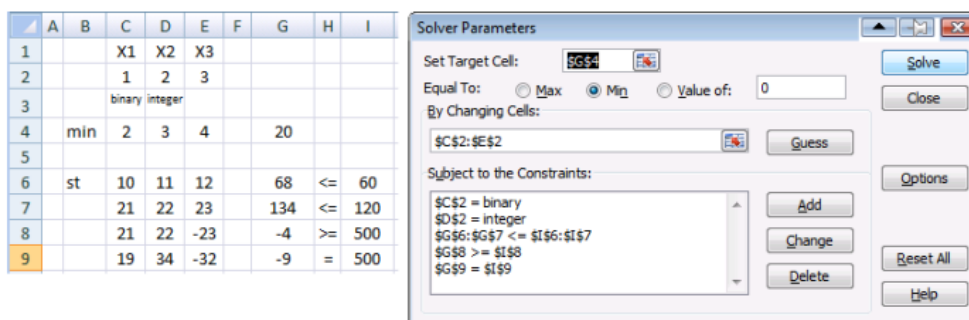


Obrázek 8 - Feromonový lapač (Zahradník, 2004, s. 12)

3.5 Představení doplňku OpenSolver

Pro výpočet optimalizační úlohy byl využit bezplatný doplněk OpenSolver pro Microsoft Excel, který umožňuje řešit úlohy pomocí matematického programování. Doplněk OpenSolver je vyvíjen Andrew Masonem a studenty z univerzity v Aucklandu. Tento doplněk dokáže řešit složitější a náročnější modely než Řešitel. Řešitel je doplněk, který je standartně nainstalován v aplikaci Microsoft Excel. Zároveň tyto optimalizační úlohy dokáže OpenSolver vypočítat za kratší dobu než Řešitel (Mason, 2012).

OpenSolver využívá open-source lineárního řešitele CBC (COIN-OR Branch and cut) od iniciativy COIN-OR. COIN-OR je nezisková edukační iniciativa která poskytuje open-source softwarové nástroje pro operační výzkum (*COIN-OR 2011 Annual Report*, 2011).



Obrázek 9- Typický model optimalizace v MS Excel pomocí OpenSolver (Mason, 2012)

4 Vlastní práce

V této části bakalářské práce bude využita představená úloha obchodního cestujícího s časovými okny. Tato aplikace bude zaměřena na optimalizaci kontrolní trasy lesního hospodáře na školním polesí Hůrky při obcházení feromonových lapačů na lýkožrouta. Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole 3.4.2. Ochrana lesa, feromonové lapače je potřeba kontrolovat pravidelně v intervalu 7 až 10 dnů. Na školním polesí Hůrky, které je účelovým zařízením pro praktickou výuku studentů Vyšší odborné školy lesnické a Střední lesnické školy Bedřicha Schwarzenberga v Písku, tyto lapače pravidelně kontroluje lesní hospodář. Na začátku této kapitoly bude představena Lesnická škola v Písku a charakteristika školního polesí. Dále budou představena vstupní data, popis řešeného problému a sestavení matematického modelu. V poslední řadě bude výpočet úlohy pomocí doplňku OpenSolver.

4.1 Školní polesí Hůrky a Lesnická škola v Písku

Školní polesí Hůrky se nachází přibližně 5 kilometrů jihovýchodně od města Písku a má rozlohu přibližně 696 ha. Školní výuka zde probíhá již od roku 1928, 43 let po založení Lesnické školy v Písku. V současnosti nabízí škola několik oborů, a to maturitní obor lesnictví, učební obor lesní mechanizátor a obor s absolutoriem nazývaný také lesnictví. Studenti všech oborů využívají školní polesí na absolvování učebních praxí, odborného výcviku či při přípravě na maturitu. Na polesí se postupem času zvyšovalo zastoupení smrku a v současnosti smrk tvoří přibližně 30 % celé skladby lesa.

4.2 Specifikum problému

Školní polesí, tak jako jiné lesy v Česku, zasáhla kůrovcová kalamita a je tak potřeba se preventivně bránit a chránit les. V lese se tak na jaře a v létě instalují feromonové lapače na kůrovce. Počet lapačů instalovaných v létě závisí na stupni odchytu na jaře. Čím více se nachytá brouka, tím více je potřeba instalovaných feromonových lapačů. Škola po jarním odchytu rozhodla, že bude v létě instalováno 23 lapačů. Tyto lapače se poté na mapě rozmístily podle daných metodik a pravidel. Existuje ale více variant rozložení, jak tyto lapače po lese rozmístit. Škola navrhla na jaře 3 možné rozložení lapačů. Lapače každý týden kontroluje lesní hospodář, který na školní polesí přijíždí se studenty lesnické školy. S nimi v poledne obědvá a odpoledne autobusem odjíždí zpět do školy. Lesnická škola v Písku chtěla zjistit, které z těchto rozmístění, jež ve spolupráci s lesním hospodářem navrhla, je optimální a zabere nejméně času. Lesní hospodář by měl zvládnout kontrolu lapačů během jednoho dne, přičemž by si měl najít čas na oběd a zároveň během obědové pauzy zkontrolovat studenty u praktické výuky.

Cílem praktické části je tedy optimalizace trasy mezi jednotlivými lapači, místem příjezdu a odjezdu a místem určeným na oběd, za dodržení určených časových oken. Následně se porovnají jednotlivé varianty rozložení lapačů a zvolí se optimální rozložení.

4.3 Vstupní data

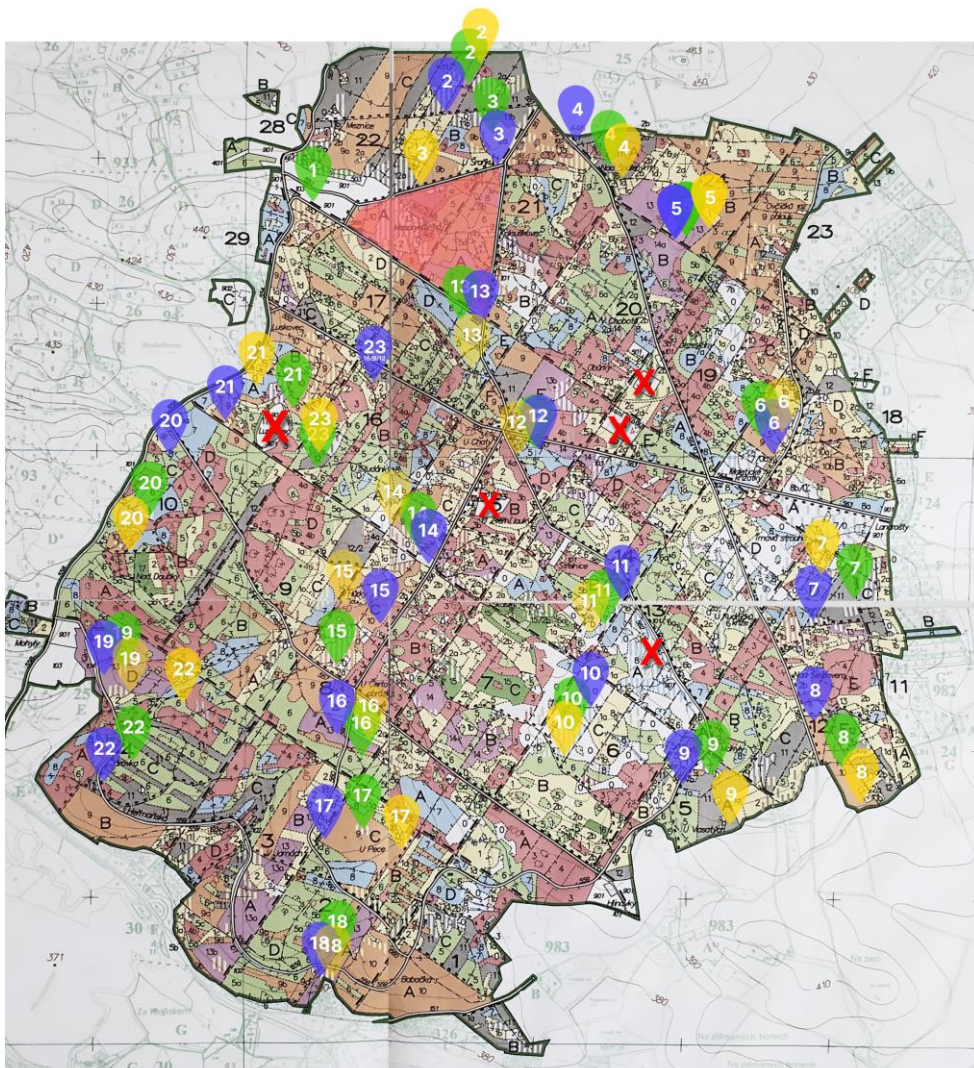
Škola rozmístila celkem 23 lapačů, které je nutno během dne obejít a provést tak kontrolu. Zároveň je dané místo příjezdu a odjezdu a místo určené k obědu. Na tyto

stanoviště se musí školní hospodář dostavit v daném časovém okně. V této práci se bude počítat optimální trasa pro všechna tři rozložení dodána školou. Zároveň se bere v potaz průměrná doba zdržení u jednotlivých lapačů a to 0,15 hodin tedy 9 minut. U místa určeného na oběd je počítáno se zdržením 45 minut. Body lze tedy kategorizovat pomocí této tabulky.

Číslo zastávky	Název	Časové okno	Doba obsluhy (h)
1	Příjezd	7:00	0
2	Místo oběda	11:00 - 11:30	0,75
3	Lapače (23x)	7:00 - 15:00	0,15

Tabulka 1 - Kategorizace míst (vlastní zpracování, 2025)

Na mapě níže jsou vidět zanesené jednotlivé lapače pro všechna tři rozložení. Lapače a místa příjezdu, odjezdu a obědu jsou očíslována. Každé rozložení je znázorněno jednou barvou. Zároveň jsou v mapě označeny červeně neprůchozí místa, které musí lesní hospodář obejít. Jde například o oplocenky, rybníky či jiné přírodní i umělé zátarasy. Bod číslo 1 je počáteční bod, ze kterého lesní hospodář vychází. Zároveň se do tohoto bodu vrací na obědovou pauzu. Ostatní body, tedy číslo 2 až 23, jsou lapače na lýkožrouta.



Obrázek 10- Mapa s polohou feromonových lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Vzdálenostní matice byla získána pomocí jednoduchého kódu v programovacím jazyce Python za využití knihovny GeoPy a Pandas. Knihovna GeoPy umožňuje přesný výpočet geodetických vzdáleností mezi geografickými body. Pandas umožňuje manipulaci s tabulkovými daty. Souřadnice jednotlivých bodů, které dodala škola, byly načteny do funkce, kde byla vypočtena vzdálenost mezi každým párem bodů, přičemž vypočtená vzdálenost představuje úsečku mezi body. Jde tedy o vzdálenost vzdušnou čarou.

```

for i in range(num_points):

    for j in range(num_points):

        if i != j:

            coord1 = (df['y'][i], df['x'][i])

            coord2 = (df['y'][j], df['x'][j])

            distance_matrix_meters.iloc[i, j] = calculate_distance(coord1, coord2)

        elif i == j:

            distance_matrix_meters.iloc[i, j] = 0

distance_matrix_meters

```

Obrázek 11- Příklad kódu (vlastní zpracování, 2025)

Předpokládá se, že lesní hospodář je schopen lesem procházet po přibližně přímkové trase. Pokud se na přímce mezi body nachází některý z neprůchozích bodů, byla vzdálenost získána alternativně pomocí nástroje „Měření vzdálenosti a plochy“ dostupného na webu Mapy.cz. Vzdálenostní matice byly následně převedeny z kilometrů na čas, a to pomocí průměrné rychlosti chůze lesního hospodáře, která byla stanovena na $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Vzdálenostní matice tedy obsahují časovou náročnost mezi jednotlivými body.

4.4 Matematický model

K výpočtu optimální trasy všech tří rozložení je sestaven model úlohy obchodního cestujícího s časovými okny. Tato úloha je statická, protože jsou známy všechny parametry úlohy dopředu.

K výpočtu využijeme matice časové náročnosti mezi jednotlivými body. Matice nabývají těchto podob:

Matice 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 - příjezd	0,00	0,17	0,16	0,26	0,32	0,43	0,57	0,66	0,59	0,50	0,44	0,29	0,16	0,31	0,39	0,47	0,54	0,64	0,43	0,30	0,18	0,50	0,23	0,00
2	0,17	0,00	0,05	0,14	0,23	0,39	0,55	0,66	0,62	0,56	0,47	0,32	0,20	0,40	0,51	0,58	0,64	0,75	0,58	0,46	0,32	0,64	0,35	0,17
3	0,16	0,05	0,00	0,10	0,19	0,35	0,50	0,62	0,58	0,51	0,43	0,27	0,16	0,36	0,47	0,54	0,60	0,71	0,55	0,44	0,29	0,61	0,32	0,16
4	0,26	0,14	0,10	0,00	0,09	0,27	0,43	0,55	0,53	0,48	0,39	0,25	0,18	0,37	0,48	0,55	0,60	0,71	0,60	0,50	0,34	0,65	0,36	0,26
5	0,32	0,23	0,19	0,09	0,00	0,18	0,34	0,47	0,46	0,43	0,34	0,22	0,21	0,35	0,47	0,52	0,57	0,68	0,60	0,52	0,37	0,65	0,37	0,32
6	0,43	0,39	0,35	0,27	0,18	0,00	0,16	0,29	0,29	0,29	0,21	0,19	0,27	0,31	0,41	0,43	0,47	0,57	0,58	0,53	0,40	0,60	0,38	0,43
7	0,57	0,55	0,50	0,43	0,34	0,16	0,00	0,14	0,19	0,26	0,22	0,30	0,41	0,38	0,44	0,44	0,46	0,53	0,63	0,61	0,51	0,63	0,47	0,57
8	0,66	0,66	0,62	0,55	0,47	0,29	0,14	0,00	0,11	0,23	0,24	0,37	0,50	0,41	0,44	0,41	0,41	0,46	0,62	0,63	0,56	0,61	0,51	0,66
9	0,59	0,62	0,58	0,53	0,46	0,29	0,19	0,11	0,00	0,12	0,15	0,31	0,44	0,31	0,33	0,30	0,30	0,35	0,51	0,53	0,47	0,49	0,42	0,59
10	0,50	0,56	0,51	0,48	0,43	0,29	0,26	0,23	0,12	0,00	0,09	0,24	0,36	0,20	0,21	0,18	0,20	0,28	0,39	0,41	0,36	0,38	0,31	0,50
11	0,44	0,47	0,43	0,39	0,34	0,21	0,22	0,24	0,15	0,09	0,00	0,16	0,29	0,17	0,23	0,24	0,27	0,36	0,41	0,40	0,32	0,42	0,28	0,44
12	0,29	0,32	0,27	0,25	0,22	0,19	0,30	0,37	0,31	0,24	0,16	0,00	0,13	0,13	0,25	0,30	0,35	0,46	0,40	0,34	0,21	0,43	0,19	0,29
13	0,16	0,20	0,16	0,18	0,21	0,27	0,41	0,50	0,44	0,36	0,29	0,13	0,00	0,20	0,31	0,38	0,44	0,55	0,41	0,31	0,16	0,47	0,17	0,16
14	0,31	0,40	0,36	0,37	0,35	0,31	0,38	0,41	0,31	0,20	0,17	0,13	0,20	0,00	0,12	0,18	0,24	0,35	0,27	0,23	0,16	0,30	0,11	0,31
15	0,39	0,51	0,47	0,48	0,47	0,41	0,44	0,44	0,33	0,21	0,23	0,25	0,31	0,12	0,00	0,08	0,14	0,25	0,18	0,20	0,22	0,19	0,17	0,39
16	0,47	0,58	0,54	0,55	0,52	0,43	0,44	0,41	0,30	0,18	0,24	0,30	0,38	0,18	0,08	0,00	0,06	0,17	0,22	0,27	0,30	0,20	0,25	0,47
17	0,54	0,64	0,60	0,60	0,57	0,47	0,46	0,41	0,30	0,20	0,27	0,35	0,44	0,24	0,14	0,06	0,00	0,11	0,25	0,32	0,36	0,21	0,31	0,54
18	0,64	0,75	0,71	0,71	0,68	0,57	0,53	0,46	0,35	0,28	0,36	0,46	0,55	0,35	0,25	0,17	0,11	0,00	0,31	0,40	0,46	0,24	0,41	0,64
19	0,43	0,58	0,55	0,60	0,60	0,58	0,63	0,62	0,51	0,39	0,41	0,40	0,41	0,27	0,18	0,22	0,25	0,31	0,00	0,13	0,26	0,08	0,24	0,43
20	0,30	0,46	0,44	0,50	0,52	0,53	0,61	0,63	0,53	0,41	0,40	0,34	0,31	0,23	0,20	0,27	0,32	0,40	0,13	0,00	0,15	0,20	0,15	0,30
21	0,18	0,32	0,29	0,34	0,37	0,40	0,51	0,56	0,47	0,36	0,32	0,21	0,16	0,16	0,22	0,30	0,36	0,46	0,26	0,15	0,00	0,33	0,05	0,18
22	0,50	0,64	0,61	0,65	0,65	0,60	0,63	0,61	0,49	0,38	0,42	0,43	0,47	0,30	0,19	0,20	0,21	0,24	0,08	0,20	0,33	0,00	0,29	0,50
23	0,23	0,35	0,32	0,36	0,37	0,38	0,47	0,51	0,42	0,31	0,28	0,19	0,17	0,11	0,17	0,25	0,31	0,41	0,24	0,15	0,05	0,29	0,00	0,23
24 - oběd	0,00	0,17	0,16	0,26	0,32	0,43	0,57	0,66	0,59	0,50	0,44	0,29	0,16	0,31	0,39	0,47	0,54	0,64	0,43	0,30	0,18	0,50	0,23	0,00

Tabulka 2 – Matice časové náročnosti c_{ij} v hodinách pro první rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Matice 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 - příjezd	0,00	0,15	0,15	0,23	0,30	0,45	0,56	0,61	0,59	0,50	0,43	0,29	0,18	0,33	0,37	0,46	0,55	0,66	0,44	0,25	0,21	0,53	0,17	0,00
2	0,15	0,00	0,06	0,10	0,22	0,41	0,54	0,61	0,61	0,54	0,45	0,31	0,19	0,40	0,46	0,56	0,65	0,76	0,58	0,39	0,35	0,66	0,25	0,15
3	0,15	0,06	0,00	0,07	0,17	0,35	0,48	0,55	0,55	0,48	0,39	0,25	0,14	0,35	0,41	0,51	0,60	0,71	0,54	0,37	0,32	0,63	0,21	0,15
4	0,23	0,10	0,07	0,00	0,12	0,32	0,46	0,54	0,55	0,49	0,39	0,27	0,17	0,38	0,45	0,56	0,64	0,75	0,60	0,44	0,39	0,68	0,26	0,23
5	0,30	0,22	0,17	0,12	0,00	0,20	0,34	0,42	0,45	0,40	0,30	0,20	0,17	0,34	0,40	0,51	0,58	0,69	0,60	0,46	0,41	0,66	0,26	0,30
6	0,45	0,41	0,35	0,32	0,20	0,00	0,15	0,23	0,29	0,27	0,17	0,20	0,27	0,31	0,36	0,45	0,51	0,59	0,60	0,52	0,47	0,64	0,34	0,45
7	0,56	0,54	0,48	0,46	0,34	0,15	0,00	0,09	0,18	0,21	0,16	0,28	0,38	0,33	0,37	0,43	0,46	0,53	0,61	0,57	0,54	0,63	0,42	0,56
8	0,61	0,61	0,55	0,54	0,42	0,23	0,09	0,00	0,12	0,18	0,19	0,33	0,44	0,35	0,37	0,41	0,43	0,47	0,61	0,59	0,56	0,60	0,46	0,61
9	0,59	0,61	0,55	0,55	0,45	0,29	0,18	0,12	0,00	0,10	0,16	0,30	0,43	0,28	0,29	0,30	0,31	0,36	0,51	0,52	0,50	0,49	0,42	0,59
10	0,50	0,54	0,48	0,49	0,40	0,27	0,21	0,18	0,10	0,00	0,11	0,23	0,35	0,19	0,19	0,23	0,26	0,33	0,42	0,43	0,40	0,42	0,33	0,50
11	0,43	0,45	0,39	0,39	0,30	0,17	0,16	0,19	0,16	0,11	0,00	0,15	0,27	0,17	0,21	0,29	0,34	0,42	0,46	0,42	0,38	0,48	0,28	0,43
12	0,29	0,31	0,25	0,27	0,20	0,20	0,28	0,33	0,30	0,23	0,15	0,00	0,12	0,14	0,20	0,31	0,38	0,49	0,42	0,32	0,28	0,47	0,15	0,29
13	0,18	0,19	0,14	0,17	0,17	0,27	0,38	0,44	0,43	0,35	0,27	0,12	0,00	0,21	0,27	0,38	0,47	0,58	0,44	0,29	0,24	0,51	0,10	0,18
14	0,33	0,40	0,35	0,38	0,34	0,31	0,33	0,35	0,28	0,19	0,17	0,14	0,21	0,00	0,06	0,17	0,25	0,36	0,30	0,25	0,22	0,34	0,16	0,33
15	0,37	0,46	0,41	0,45	0,40	0,36	0,37	0,37	0,29	0,19	0,21	0,20	0,27	0,06	0,00	0,11	0,19	0,30	0,25	0,24	0,22	0,28	0,21	0,37
16	0,46	0,56	0,51	0,56	0,51	0,45	0,43	0,41	0,30	0,23	0,29	0,31	0,38	0,17	0,11	0,00	0,09	0,20	0,20	0,28	0,29	0,19	0,31	0,46
17	0,55	0,65	0,60	0,64	0,58	0,51	0,46	0,43	0,31	0,26	0,34	0,38	0,47	0,25	0,19	0,09	0,00	0,11	0,24	0,36	0,37	0,19	0,40	0,55
18	0,66	0,76	0,71	0,75	0,69	0,59	0,53	0,47	0,36	0,33	0,42	0,49	0,58	0,36	0,30	0,20	0,11	0,00	0,32	0,46	0,48	0,24	0,51	0,66
19	0,44	0,58	0,54	0,60	0,60	0,60	0,61	0,61	0,51	0,42	0,46	0,42	0,44	0,30	0,25	0,20	0,24	0,32	0,00	0,19	0,23	0,10	0,35	0,44
20	0,25	0,39	0,37	0,44	0,46	0,52	0,57	0,59	0,52	0,43	0,42	0,32	0,29	0,25	0,24	0,28	0,36	0,46	0,19	0,00	0,05	0,29	0,20	0,25
21	0,21	0,35	0,32	0,39	0,41	0,47	0,54	0,56	0,50	0,40	0,38	0,28	0,24	0,22	0,22	0,29	0,37	0,48	0,23	0,05	0,00	0,32	0,15	0,21
22	0,53	0,66	0,63	0,68	0,66	0,64	0,63	0,60	0,49	0,42	0,48	0,47	0,51	0,34	0,28	0,19	0,19	0,24	0,10	0,29	0,32	0,00	0,42	0,53
23	0,17	0,25	0,21	0,26	0,26	0,34	0,42	0,46	0,42	0,33	0,28	0,15	0,10	0,16	0,21	0,31	0,40	0,51	0,35	0,20	0,15	0,42	0,00	0,17
24 - oběd	0,00	0,15	0,15	0,23	0,30	0,45	0,56	0,61	0,59	0,50	0,43	0,29	0,18	0,33	0,37	0,46	0,55	0,66	0,44	0,25	0,21	0,53	0,17	0,00

Tabulka 3 - Matice časové náročnosti c_{ij} v hodinách pro druhé rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Matice 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 - příjezd	0,00	0,19	0,09	0,26	0,34	0,44	0,54	0,69	0,64	0,53	0,44	0,28	0,19	0,29	0,36	0,46	0,56	0,66	0,44	0,34	0,17	0,45	0,21	0,00
2	0,19	0,00	0,11	0,15	0,24	0,41	0,53	0,71	0,68	0,60	0,51	0,34	0,26	0,41	0,49	0,59	0,68	0,79	0,61	0,52	0,35	0,61	0,36	0,19
3	0,09	0,11	0,00	0,16	0,25	0,37	0,48	0,65	0,61	0,51	0,49	0,25	0,24	0,30	0,38	0,48	0,57	0,68	0,50	0,41	0,23	0,50	0,25	0,09
4	0,26	0,15	0,16	0,00	0,09	0,26	0,38	0,57	0,56	0,50	0,40	0,24	0,20	0,35	0,44	0,52	0,60	0,72	0,60	0,53	0,36	0,59	0,34	0,26
5	0,34	0,24	0,25	0,09	0,00	0,19	0,31	0,51	0,51	0,47	0,37	0,25	0,23	0,37	0,46	0,53	0,59	0,71	0,63	0,57	0,42	0,61	0,38	0,34
6	0,44	0,41	0,37	0,26	0,19	0,00	0,13	0,32	0,34	0,34	0,25	0,22	0,27	0,34	0,41	0,44	0,48	0,60	0,60	0,58	0,46	0,57	0,39	0,44
7	0,54	0,53	0,48	0,38	0,31	0,13	0,00	0,20	0,23	0,28	0,22	0,28	0,35	0,37	0,42	0,42	0,44	0,54	0,61	0,61	0,52	0,57	0,44	0,54
8	0,69	0,71	0,65	0,57	0,51	0,32	0,20	0,00	0,12	0,25	0,27	0,42	0,50	0,46	0,48	0,42	0,40	0,47	0,64	0,67	0,63	0,59	0,55	0,69
9	0,64	0,68	0,61	0,56	0,51	0,34	0,23	0,12	0,00	0,15	0,20	0,36	0,45	0,38	0,38	0,31	0,28	0,36	0,53	0,57	0,55	0,48	0,47	0,64
10	0,53	0,60	0,51	0,50	0,47	0,34	0,28	0,25	0,15	0,00	0,10	0,27	0,35	0,25	0,23	0,17	0,16	0,27	0,38	0,43	0,42	0,34	0,34	0,53
11	0,44	0,51	0,49	0,40	0,37	0,25	0,22	0,27	0,20	0,10	0,00	0,17	0,26	0,19	0,21	0,20	0,24	0,35	0,39	0,41	0,36	0,35	0,27	0,44
12	0,28	0,34	0,25	0,24	0,25	0,22	0,28	0,42	0,36	0,27	0,17	0,00	0,09	0,13	0,21	0,28	0,36	0,48	0,39	0,36	0,24	0,37	0,17	0,28
13	0,19	0,26	0,24	0,20	0,23	0,27	0,35	0,50	0,45	0,35	0,26	0,09	0,00	0,16	0,24	0,33	0,42	0,53	0,40	0,34	0,19	0,39	0,14	0,19
14	0,29	0,41	0,30	0,35	0,37	0,34	0,37	0,46	0,38	0,25	0,19	0,13	0,16	0,00	0,09	0,18	0,27	0,38	0,26	0,24	0,17	0,24	0,09	0,29
15	0,36	0,49	0,38	0,44	0,46	0,41	0,42	0,48	0,38	0,23	0,21	0,21	0,24	0,09	0,00	0,11	0,20	0,31	0,19	0,20	0,21	0,16	0,14	0,36
16	0,46	0,59	0,48	0,52	0,53	0,44	0,42	0,42	0,31	0,17	0,20	0,28	0,33	0,18	0,11	0,00	0,09	0,20	0,21	0,27	0,32	0,17	0,25	0,46
17	0,56	0,68	0,57	0,60	0,59	0,48	0,44	0,40	0,28	0,16	0,24	0,36	0,42	0,27	0,20	0,09	0,00	0,12	0,27	0,35	0,41	0,22	0,34	0,56
18	0,66	0,79	0,68	0,72	0,71	0,60	0,54	0,47	0,36	0,27	0,35	0,48	0,53	0,38	0,31	0,20	0,12	0,00	0,31	0,41	0,51	0,27	0,45	0,66
19	0,44	0,61	0,50	0,60	0,63	0,60	0,61	0,64	0,53	0,38	0,39	0,39	0,40	0,26	0,19	0,21	0,27	0,31	0,00	0,12	0,27	0,05	0,26	0,44
20	0,34	0,52	0,41	0,53	0,57	0,58	0,61	0,67	0,57	0,43	0,41	0,36	0,34	0,24	0,20	0,27	0,35	0,41	0,12	0,00	0,17	0,15	0,20	0,34
21	0,17	0,35	0,23	0,36	0,42	0,46	0,52	0,63	0,55	0,42	0,36	0,24	0,19	0,17	0,21	0,32	0,41	0,51	0,27	0,17	0,00	0,28	0,08	0,17
22	0,45	0,61	0,50	0,59	0,61	0,57	0,57	0,59	0,48	0,34	0,35	0,37	0,39	0,24	0,16	0,17	0,22	0,27	0,05	0,15	0,28	0,00	0,25	0,45
23	0,21	0,36	0,25	0,34	0,38	0,39	0,44	0,55	0,47	0,34	0,27	0,17	0,14	0,09	0,14	0,25	0,34	0,45	0,26	0,20	0,08	0,25	0,00	0,21
24 - oběd	0,00	0,19	0,09	0,26	0,34	0,44	0,54	0,69	0,64	0,53	0,44	0,28	0,19	0,29	0,36	0,46	0,56	0,66	0,44	0,34	0,17	0,45	0,21	0,00

Tabulka 4 - Matice časové náročnosti c_{ij} v hodinách pro třetí rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Další podstatnou náležitostí modelu jsou časová okna. Ta byla představena v kapitole 4.3. v tabulce 1. Hlavní časové omezení je přestávka na oběd, při níž lesní hospodář i kontroluje studenty na praxích. Zde se má hospodář zastavit mezi 11.00 – 11.30, tedy nejpozději čtyři a půl hodiny po příjezdu na polesí. Do modelu toto časové omezení vstoupí jako proměnné e_i a l_i , které označují počátek a konec časového intervalu. Zároveň je potřeba znát hodnoty proměnné S_i , tedy nutné doby k obsluze místa. Ať už jako pauza na oběd či doba nutná k provedení kontroly lapače.

V následující tabulce 5 jsou všechna tato data zanesena. Hodnoty proměnných e_i a l_i jsou převedeny na hodiny od příjezdu a začátku kontroly. Proměnné e_i a l_i u místa určeného na oběd nabývají tedy hodnot $e_i = 4h$ a $l_i = 4,5h$.

Číslo zastávky	Název	Časové okno			Doba obsluhy
		Čas	e_i (h)	l_i (h)	S_i (h)
1	Příjezd – počáteční bod	7:00	-	-	-
2	Místo oběda	11:00 - 11:30	4,00	4,50	0,75
3	Lapače	7:00 – 15:00	0,00	8,00	0,09

Tabulka 5 – Tabulka s časovými okny a dobou obsluhy

Poté byla sestavena účelová funkce matematického modelu, která již byla představena v předchozí kapitole o obchodním cestujícím s časovými okny. Účelová funkce udává cílovou hodnotu problému, přičemž je v této úloze minimalizována.

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{j=2}^n W_j + \sum_{i=2}^n S_i \quad (6)$$

Dále byla sestavena tato soustava rovnic:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ e_i &\leq \tau_i \leq l_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tau_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) + W_j + v_{ij} &= \tau_j, \\ i &= 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j \end{aligned}$$

$$0 \leq v_{ij} \leq 2M(1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j$$

Kde je využita vysoká konstanta $M = 2000$, počet míst $n = 24$,

x_{ij} – je bivalentní proměnná,

τ_{ij} – je okamžik, ve kterém lesní hospodář přichází na dané stanoviště,

S_i – je doba nutná k obsluze,

t_{ij} – je časová náročnost mezi body i a j ,

W_j – je doba čekání hospodáře před začátkem obsluhy dalšího místa,

v_{ij} – je pomocná proměnná zajišťující přípustnost řešení.,

4.5 Výpočet modelu

Po sestavení matematického modelu následuje výpočet modelu. V této kapitole se zaměříme na výpočet všech tří rozmístění, které byly školou dodány. Kvůli náročnosti problému je k výpočtu potřeba využít software. Pro výpočet je tedy použit software OpenSolver, který byl představen v předchozí kapitole.

Do softwaru byl postupně vložen celý matematický model se všemi omezujícími podmínkami a účelovou funkcí. Omezující podmínky zabírají v MS Excel přes 650 řádků.

Výpočet byl prováděn na zařízení s těmito specifikacemi:

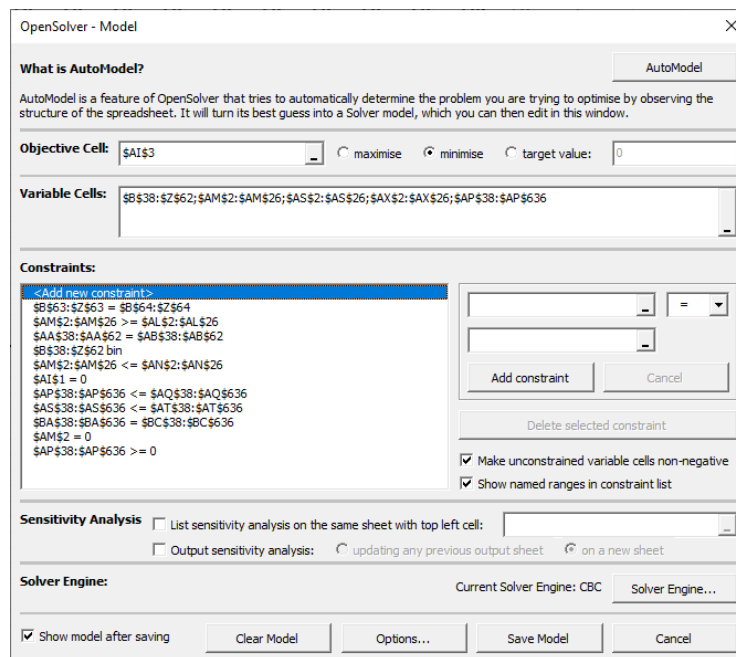
Operační systém: Microsoft Windows 10 Home

Procesor: AMD Ryzen 3 3100

Operační paměť: 16 GB, DDR4, 3200MHz

Pevný disk: Kingston A400 960 GB SSD, 500 MB/s

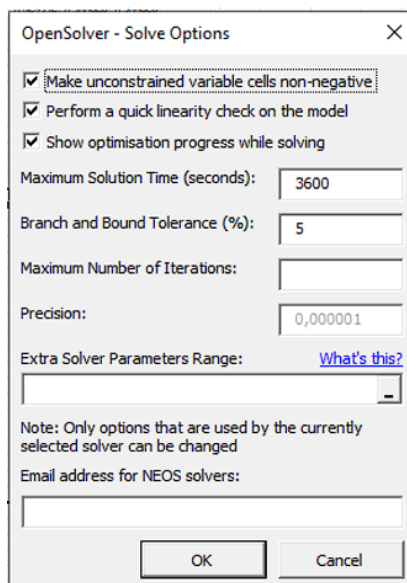
I přes fakt, že zařízení má novější hardware, který disponuje vysokou výpočetní rychlostí, výpočty trvaly několik minut.



Obrázek 12- Podoba okna OpenSolver při zadávání matematického modelu lapačů (vlastní zpracování, 2025)

4.5.1 Výpočet prvního rozložení

Matematický model prvního rozložení trval vypočítat 932 sekund, tedy přibližně 15 a půl minuty, při nastavené toleranci Branch and Bound 5 %. V následujících obrázcích je vidět nastavení modelu před výpočtem a modální okno, které se zobrazilo po výpočtu. Na něm je vidět, že výpočet obsahoval přes 8 milionu iterací a bylo nalezeno optimální řešení.



Obrázek 13- Nastavení modelu před výpočtem lapačů (vlastní zpracování, 2025)

```

possible 3.2381424 (931.79 seconds)
Cbc0011I Exiting as integer gap of 0.17020291 less than 1e-10 or 5%
Cbc0001I Search completed - best objective 3.408345327398305, took 8043562
iterations and 110001 nodes (931.97 seconds)
Cbc0032I Strong branching done 35782 times (1248392 iterations), fathomed 1156
nodes and fixed 5075 variables
Cbc0035I Maximum depth 146, 1880886 variables fixed on reduced cost
Cuts at root node changed objective from 2.36556 to 2.80688
Probing was tried 110375 times and created 593623 cuts of which 18562 were
active after adding rounds of cuts (46.412 seconds)
Gomory was tried 107179 times and created 53719 cuts of which 290 were active
after adding rounds of cuts (36.040 seconds)
Knapsack was tried 10 times and created 3 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.030 seconds)
Clique was tried 10 times and created 0 cuts of which 0 were active after adding
rounds of cuts (0.002 seconds)
MixedIntegerRounding2 was tried 107180 times and created 301255 cuts of which
1803 were active after adding rounds of cuts (105.158 seconds)
FlowCover was tried 10 times and created 18 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.036 seconds)
TwoMirCuts was tried 107179 times and created 81528 cuts of which 0 were active
after adding rounds of cuts (78.118 seconds)
ImplicationCuts was tried 1000 times and created 80 cuts of which 0 were active
after adding rounds of cuts (0.065 seconds)

Result - Optimal solution found (within gap tolerance)

Objective value:           3.40834533
Lower bound:               3.238
Gap:                       0.05
Enumerated nodes:         110001
Total iterations:         8043562
Time (CPU seconds):       932.02
Time (Wallclock seconds): 932.02

Total time (CPU seconds):  932.03 (wallclock seconds):  932.04

Process completed successfully.

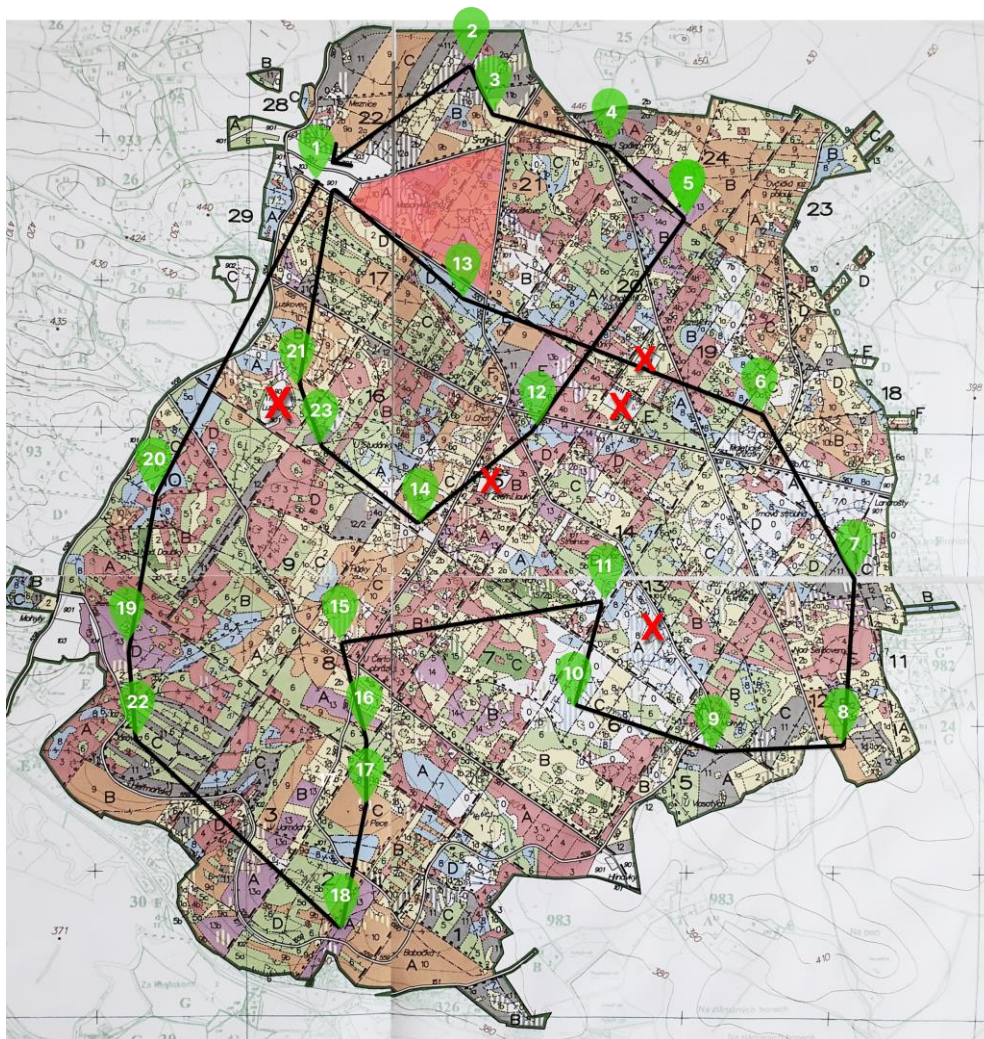
```

Obrázek 14 – Modální okno po výpočtu modelu lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Proměnné x_{ij} jsou proměnné bivalentní, nabývají tedy hodnot jen 1 nebo 0. Matice s těmito bivalentními hodnotami, nám prozradí sekvenci návštěv jednotlivých míst. Pokud vyjde proměnná x_{ij} s hodnotou 1, znamená to, že lesní pracovník jde z místa i na místo j . Pokud hodnota proměnné je 0, pracovník tuto trasu nevyužije. Z této matice jsme schopni pro přehlednost vytvořit tabulku, ve které je zaneseno pořadí zastávek a jejich časy. Zároveň je pořadí zaneseno do mapy.

Pořadí	Zastávka	Čas
1	Příjezd	7:00
2	Lapače 20-19-22-18-17-16-15-11-10-9-8-7-6-13	7:18-11:05
3	Oběd	11:24-12:09
4	Lapače 21-23-14-12-5-4-3-2	12:20-14:08
5	Odjezd	14:28

Tabulka 6 – Pořadí zastávek prvního rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)



Obrázek 15- Sekvence zastávek zanesená do mapy pro první rozložení

Z mapy je patrné, že lesní hospodář při tomto rozmístění lapačů začne na jihovýchodním obvodu lesa, poté se přemístí na oběd a poté obejde zbylé lapače. Se všemi zastávkami mu bude kontrola lapačů trvat 7 hodin a 27,6 minuty, přičemž čas, který stráví obsluhou lapačů a obědváním jsou 4 hodiny a 3 minuty, zbylé 3 hodiny a 24,6 minuty je tedy doba přemístění.

Jelikož hlavní časové omezení je obědová pauza, vyšly proměnné W_{ij} , které označují dobu čekání před začátkem obsluhy některého z míst, následovně:

W_1	=	0	W_7	=	0	W_{13}	=	0	W_{19}	=	0
W_2	=	0	W_8	=	0	W_{14}	=	0	W_{20}	=	0
W_3	=	0	W_9	=	0	W_{15}	=	0	W_{21}	=	0
W_4	=	0	W_{10}	=	0	W_{16}	=	0	W_{22}	=	0
W_5	=	0	W_{11}	=	0	W_{17}	=	0	W_{23}	=	0
W_6	=	0	W_{12}	=	0	W_{18}	=	0	W_{24}	=	0

Všechny uvedené hodnoty jsou rovny 0. Lesní hospodář tedy nikde nemusel čekat na otevření časového okna.

Proměnná τ_{ij} zachycuje časovou hodnotu příchodu na dané stanoviště. Tato proměnná nabývá tedy těchto hodnot:

$\tau_1 = 0,00$		$\tau_1 = 0,00$
$\tau_2 = 7,14$		$\tau_{20} = 0,30$
$\tau_3 = 6,95$		$\tau_{19} = 0,58$
$\tau_4 = 6,69$		$\tau_{22} = 0,81$
$\tau_5 = 6,45$		$\tau_{18} = 1,20$
$\tau_6 = 3,67$		$\tau_{17} = 1,46$
$\tau_7 = 3,36$		$\tau_{16} = 1,67$
$\tau_8 = 3,06$		$\tau_{15} = 1,91$
$\tau_9 = 2,80$	Seřazeno vzestupně →	$\tau_{11} = 2,29$
$\tau_{10} = 2,53$		$\tau_{10} = 2,53$
$\tau_{11} = 2,29$		$\tau_9 = 2,8$
$\tau_{12} = 6,08$		$\tau_8 = 3,06$
$\tau_{13} = 4,09$		$\tau_7 = 3,36$
$\tau_{14} = 5,80$		$\tau_6 = 3,67$
$\tau_{15} = 1,91$		$\tau_{13} = 4,09$
$\tau_{16} = 1,67$		$\tau_{24} = 4,40$
$\tau_{17} = 1,46$		$\tau_{21} = 5,33$
$\tau_{18} = 1,20$		$\tau_{23} = 5,53$
$\tau_{19} = 0,58$		$\tau_{14} = 5,80$
$\tau_{20} = 0,30$		$\tau_{12} = 6,08$
$\tau_{21} = 5,33$		$\tau_5 = 6,45$
$\tau_{22} = 0,81$		$\tau_4 = 6,69$
$\tau_{23} = 5,53$		$\tau_3 = 6,95$
$\tau_{24} = 4,40$		$\tau_2 = 7,14$

4.5.2 Výpočet druhého rozložení

Matematický model tohoto rozložení trval vypočítat 2204 sekundy a bylo provedeno necelých 15 milionu iterací. Bylo nalezeno optimální řešení. Na následujícím obrázku je opět vidět modální okno s detaily výpočtu

```

possible 3.2541959 (2203.85 seconds)
Cbc0011I Exiting as integer gap of 0.13548933 less than 1e-10 or 4%
Cbc0001I Search completed - best objective 3.389685185579649, took 14830598
iterations and 301401 nodes (2204.29 seconds)
Cbc0032I Strong branching done 113394 times (3482628 iterations), fathomed 7008
nodes and fixed 25435 variables
Cbc0035I Maximum depth 97, 3839837 variables fixed on reduced cost
Cuts at root node changed objective from 2.29227 to 2.81347
Probing was tried 14 times and created 20 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.144 seconds)
Gomory was tried 277639 times and created 188617 cuts of which 3391 were active
after adding rounds of cuts (85.901 seconds)
Knapsack was tried 14 times and created 5 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.045 seconds)
Clique was tried 14 times and created 0 cuts of which 0 were active after adding
rounds of cuts (0.000 seconds)
MixedIntegerRounding2 was tried 277661 times and created 653004 cuts of which
12963 were active after adding rounds of cuts (240.713 seconds)
FlowCover was tried 14 times and created 23 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.054 seconds)
TwoMirCuts was tried 277639 times and created 107998 cuts of which 5 were active
after adding rounds of cuts (191.270 seconds)
ImplicationCuts was tried 839 times and created 37 cuts of which 0 were active
after adding rounds of cuts (0.036 seconds)

Result - Optimal solution found (within gap tolerance)

Objective value:           3.38968519
Lower bound:               3.254
Gap:                       0.04
Enumerated nodes:         301401
Total iterations:         14830598
Time (CPU seconds):       2204.35
Time (Wallclock seconds): 2204.35

Total time (CPU seconds):  2204.36   (Wallclock seconds):  2204.36

Process completed successfully.

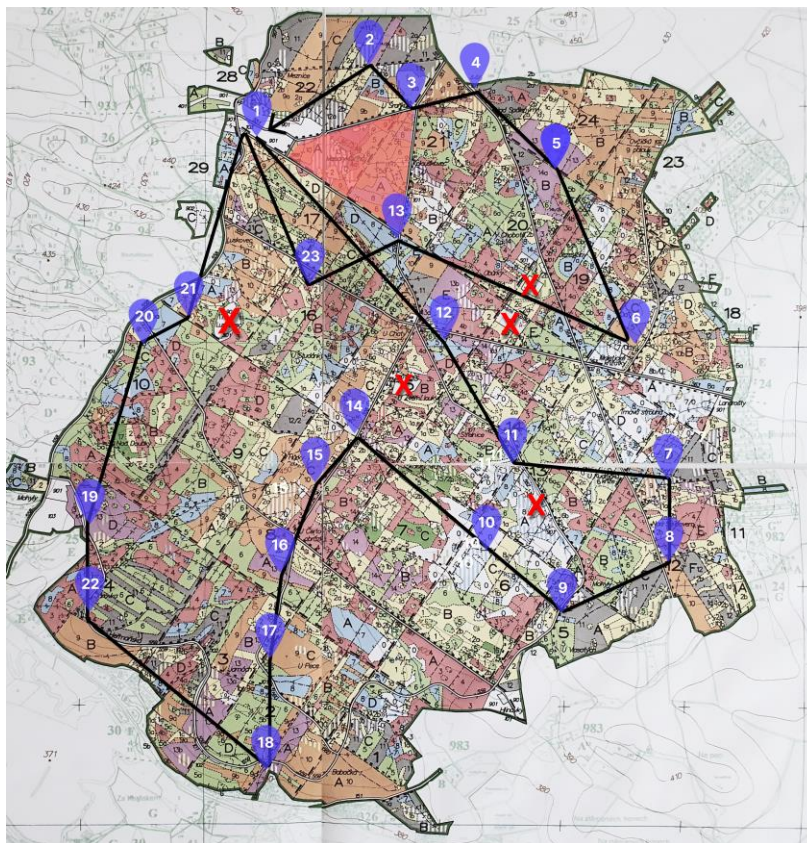
```

Obrázek 16 - Modální okno po výpočtu druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Pořadí zastávek je opět zaneseno do přehledné tabulky i s časy návštěv.

Pořadí	Zastávka	Čas
1	Příjezd	7:00
2	Lapače 12-11-7-8-9-10-14-15-16-17-18-22-19-20-21	7:17-11:08
3	Oběd	11:30-12:15
4	Lapače 23-14-12-5-4-3-2	12:25-14:08
5	Odjezd	14:26

Tabulka 7- Pořadí zastávek druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)



Obrázek 17- Mapa se zachycenou sekvencí návštěv druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Optimální trasa tohoto rozložení trvá 7 hodin a 26,4 minuty. Přináší tedy přibližně dvou minutové zlepšení oproti rozmístění prvnímu. Lesní hospodář opět začne na jihovýchodním obvodu lesa, jen pro změnu půjde proti hodinovým ručičkám. Po obědové pauze opět projde zbylá stanoviště na severní straně lesa. Doba, kterou stráví obsluhou lapačů a na obědové pauze je opět 4 hodiny a 3 minuty. Zbylý čas, tedy 3 hodiny a 23,4 minuty stráví chůzí. Hlavní rozdíl oproti prvnímu rozložení je čas, kdy začne obědová pauza. V tomto rozložení začne až v 11:30, což pořád splňuje časové okno, ale je to nejpozději co lze přestávku provést.

Lesní hospodář opět nemusel nikde čekat na otevření časového okna, a tak se všechny proměnné W_{ij} rovnají nule

W_1	=	0	W_7	=	0	W_{13}	=	0	W_{19}	=	0
W_2	=	0	W_8	=	0	W_{14}	=	0	W_{20}	=	0
W_3	=	0	W_9	=	0	W_{15}	=	0	W_{21}	=	0
W_4	=	0	W_{10}	=	0	W_{16}	=	0	W_{22}	=	0
W_5	=	0	W_{11}	=	0	W_{17}	=	0	W_{23}	=	0
W_6	=	0	W_{12}	=	0	W_{18}	=	0	W_{24}	=	0

Proměnné τ_{ij} zachycující časovou hodnotu příchodu na dané stanoviště nabývají těchto hodnot.

$\tau_1 = 0,00$		$\tau_1 = 0,00$
$\tau_2 = 7,14$		$\tau_{12} = 0,29$
$\tau_3 = 6,93$		$\tau_{11} = 0,58$
$\tau_4 = 6,70$		$\tau_7 = 0,89$
$\tau_5 = 6,43$		$\tau_8 = 1,13$
$\tau_6 = 6,08$		$\tau_9 = 1,40$
$\tau_7 = 0,89$		$\tau_{10} = 1,64$
$\tau_8 = 1,13$		$\tau_{14} = 1,98$
$\tau_9 = 1,40$	Seřazeno vzestupně →	$\tau_{15} = 2,19$
$\tau_{10} = 1,64$		$\tau_{16} = 2,45$
$\tau_{11} = 0,58$		$\tau_{17} = 2,69$
$\tau_{12} = 0,29$		$\tau_{18} = 2,95$
$\tau_{13} = 5,66$		$\tau_{22} = 3,34$
$\tau_{14} = 1,98$		$\tau_{19} = 3,59$
$\tau_{15} = 2,19$		$\tau_{20} = 3,94$
$\tau_{16} = 2,45$		$\tau_{21} = 4,14$
$\tau_{17} = 2,69$		$\tau_{24} = 4,50$
$\tau_{18} = 2,95$		$\tau_{23} = 5,41$
$\tau_{19} = 3,59$		$\tau_{13} = 5,66$
$\tau_{20} = 3,94$		$\tau_6 = 6,08$
$\tau_{21} = 4,14$		$\tau_5 = 6,43$
$\tau_{22} = 3,34$		$\tau_4 = 6,70$
$\tau_{23} = 5,41$		$\tau_3 = 6,93$
$\tau_{24} = 4,50$		$\tau_2 = 7,14$

4.5.3 Výpočet třetího rozložení

Výpočet optimální trasy třetího rozložení lapačů zabral 1394 sekundy, tedy něco přes 23 minut a bylo provedeno 12,9 milionu iterací. Bylo opět nalezeno optimální řešení. Na následujícím obrázku jsou v modálním okně vidět detaily výpočtu.

```

possible 3.4089181 (1393.97 seconds)
Cbc0011I Exiting as integer gap of 0.17928246 less than 1e-10 or 5%
Cbc0001I Search completed - best objective 3.588200575136852, took 12911906
iterations and 193701 nodes (1394.46 seconds)
Cbc0032I Strong branching done 63542 times (2315369 iterations), fathomed 3520
nodes and fixed 10794 variables
Cbc0035I Maximum depth 110, 2955726 variables fixed on reduced cost
Cuts at root node changed objective from 2.38618 to 3.01732
Probing was tried 19 times and created 31 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.204 seconds)
Gomory was tried 180288 times and created 71405 cuts of which 1002 were active
after adding rounds of cuts (60.689 seconds)
Knapsack was tried 19 times and created 3 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.055 seconds)
Clique was tried 19 times and created 0 cuts of which 0 were active after adding
rounds of cuts (0.002 seconds)
MixedIntegerRounding2 was tried 180294 times and created 576394 cuts of which
8691 were active after adding rounds of cuts (176.660 seconds)
FlowCover was tried 19 times and created 24 cuts of which 0 were active after
adding rounds of cuts (0.082 seconds)
TwoMirCuts was tried 180288 times and created 147304 cuts of which 4 were active
after adding rounds of cuts (130.057 seconds)
ImplicationCuts was tried 995 times and created 54 cuts of which 0 were active
after adding rounds of cuts (0.047 seconds)

Result - Optimal solution found (within gap tolerance)

Objective value:           3.58820058
Lower bound:               3.409
Gap:                       0.05
Enumerated nodes:         193701
Total iterations:          12911906
Time (CPU seconds):        1394.52
Time (Wallclock seconds):  1394.52

Total time (CPU seconds):   1394.54   (Wallclock seconds):   1394.54

Process completed successfully.

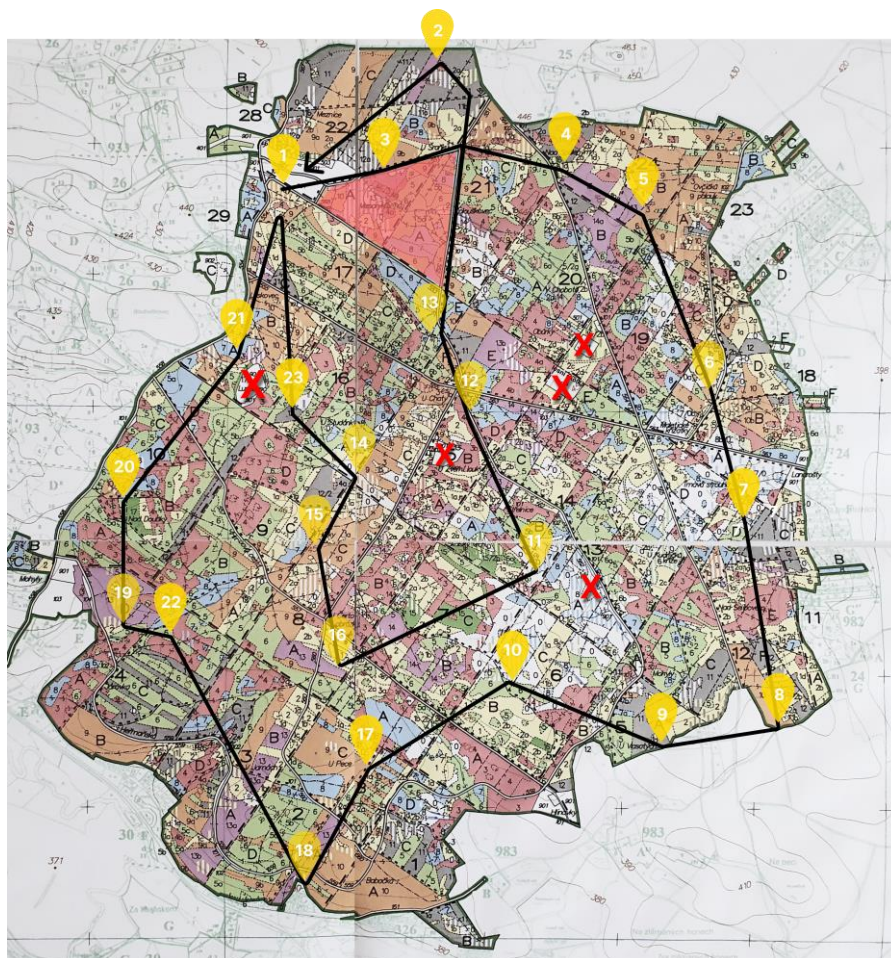
```

Obrázek 18 - Modální okno po výpočtu třetího rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Časy a pořadí zastávek jsou opět zaneseny do následující tabulky.

Pořadí	Zastávka	Čas
1	Příjezd	7:00
2	Lapače 3-4-5-6-7-8-9-10-17-18-22-19-20-21	7:05-10:58
3	Oběd	11:17-12:02
4	Lapače 23-14-15-16-11-12-13-2	12:15-14:18
5	Odjezd	14:38

Tabulka 8 - Pořadí zastávek třetího rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)



Obrázek 19 - Mapa se zachycenou sekvencí návštěv druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)

Z mapy a tabulky je patrné, že optimální trasa se poměrně liší od optimálních tras prvních dvou rozložení. Lesní hospodář nejprve obejde celý obvod lesa proti hodinovým ručičkám a po obědové pauze zkontroluje zbytek lapačů. Toto rozložení, ale také trvá v porovnání s ostatními nejdéle a to o 10 a 12 minut. Toto rozmístění lapačů přináší zcela jinou posloupnost kontrol a zároveň i jiný čas provedení obědové pauzy, a to již v 11:17, tedy skoro uprostřed časového okna.

Lesní pracovník nemusel opět nikde čekat na otevření časového okna, a tak se všechny proměnné W_{ij} rovnají nule.

W_1	=	0	W_7	=	0	W_{13}	=	0	W_{19}	=	0
W_2	=	0	W_8	=	0	W_{14}	=	0	W_{20}	=	0
W_3	=	0	W_9	=	0	W_{15}	=	0	W_{21}	=	0
W_4	=	0	W_{10}	=	0	W_{16}	=	0	W_{22}	=	0
W_5	=	0	W_{11}	=	0	W_{17}	=	0	W_{23}	=	0
W_6	=	0	W_{12}	=	0	W_{18}	=	0	W_{24}	=	0

Proměnné τ_{ij} , které obsahují časový údaj o návštěvě zastávky, nabývají těchto hodnot

$\tau_1 = 0,00$		$\tau_1 = 0,00$
$\tau_2 = 7,30$		$\tau_3 = 0,09$
$\tau_3 = 0,09$		$\tau_4 = 0,41$
$\tau_4 = 0,41$		$\tau_5 = 0,65$
$\tau_5 = 0,65$		$\tau_6 = 0,98$
$\tau_6 = 0,98$		$\tau_7 = 1,26$
$\tau_7 = 1,26$		$\tau_8 = 1,61$
$\tau_8 = 1,61$		$\tau_9 = 1,87$
$\tau_9 = 1,87$	Seřazeno vzestupně →	$\tau_{10} = 2,17$
$\tau_{10} = 2,17$		$\tau_{17} = 2,48$
$\tau_{11} = 6,33$		$\tau_{18} = 2,75$
$\tau_{12} = 6,66$		$\tau_{22} = 3,17$
$\tau_{13} = 6,89$		$\tau_{19} = 3,37$
$\tau_{14} = 5,48$		$\tau_{20} = 3,64$
$\tau_{15} = 5,72$		$\tau_{21} = 3,96$
$\tau_{16} = 5,98$		$\tau_{24} = 4,28$
$\tau_{17} = 2,48$		$\tau_{23} = 5,25$
$\tau_{18} = 2,75$		$\tau_{14} = 5,48$
$\tau_{19} = 3,37$		$\tau_{15} = 5,72$
$\tau_{20} = 3,64$		$\tau_{16} = 5,98$
$\tau_{21} = 3,96$		$\tau_{11} = 6,33$
$\tau_{22} = 3,17$		$\tau_{12} = 6,66$
$\tau_{23} = 5,25$		$\tau_{13} = 6,89$
$\tau_{24} = 4,28$		$\tau_2 = 7,30$

5 Výsledky a diskuse

Cílem práce byl výpočet optimální trasy pro tři různá rozmístění lapačů na lýkožrouta, které dodala škola a výběr takového rozmístění, které zabere nejméně času při kontrole. Byly tedy provedeny tři výpočty úlohy obchodního cestujícího s časovými okny. Jako nejvhodnější rozmístění odchytových míst bylo zvoleno druhé rozmístění, které celkově zabere 7 hodin a 26,4 minuty. O něco déle trvá kontrola prvního rozmístění a to 7 hodin a 27,6 minuty. Nejdéle stráví lesní hospodář na optimální trase třetího rozložení lapačů a to 7 hodin a 38,4 minuty. Tento závěr byl také předán lesnické škole, která na jeho základě implementovala rozmístění na školním polesí. Podrobné informace o pořadí návštěv jednotlivých stanovišť a odpovídajících časových hodnotách jsou uvedeny v následující tabulce číslo 9. Na obrázku 20 jsou poté zaznamenány jednotlivé trasy v mapě vedle sebe.

Je potřeba zmínit, že časové údaje v optimálních trasách, například přestávka na oběd od 11:29 do 12:14, jsou modelové a mohou záviset na aktuálních podmínkách. Lesní hospodář nemusí vždy dodržet plán na minutu přesně, což je při přenosu modelu do praxe třeba zohlednit. Model tak slouží jako praktický a orientační plán, který je možný upravit dle konkrétních a aktuálních potřeb v daný den.

Pořadí	Rozmístění 1		Rozmístění 2		Rozmístění 3	
	Zastávka	Čas	Zastávka	Čas	Zastávka	Čas
1	Příjezd	7:00	Příjezd	7:00	Příjezd	7:00
2	Lapače 20-19-22-18-17-16-15-11-10-9-8-7-6-13	7:18-11:05	Lapače 12-11-7-8-9-10-14-15-16-17-18-22-19-20-21	7:17-11:08	Lapače 3-4-5-6-7-8-9-10-17-18-22-19-20-21	7:05-10:58
3	Oběd	11:24-12:09	Oběd	11:30-12:15	Oběd	11:17-12:02
4	Lapače 21-23-14-12-5-4-3-2	12:20-14:08	Lapače 23-14-12-5-4-3-2	12:25-14:08	Lapače 23-14-15-16-11-12-13-2	12:15-14:18
5	Odjezd	14:28	Odjezd	14:26	Odjezd	14:38

Tabulka 9 - Shrnující tabulka s podrobnostmi lapačů (vlastní zpracování, 2025)



Obrázek 20 - Porovnání jednotlivých tras

Jedním z hlavních poznatků této práce je fakt, že rozdíly mezi časovou náročností mezi nejlepším a nejhorším rozmístěním byly relativně malé, v rámci minut, přičemž rozdíl mezi nejrychlejší a nejpomalejší trasou činí pouze 12 minut. Tento výsledek má pár důležitých implikací.

Za prvé, malé rozdíly lze vysvětlit relativně malým a omezeným rozsahem školního polesí. Zároveň jsou pravidla pro rozmístění feromonových lapačů velmi omezující v tom,

jak a kam by se měly odchyťová místa umisťovat. Pravidla vyžadují umístění lapačů do částí lesa s podobnou skladbou dřevin a věkovou strukturou.

Za druhé, výsledky naznačují, že při plánování rozmístění feromonových lapačů není nutné věnovat nadměrné množství času hledání optimálního rozložení. Získané rozdíly v časech jsou sice statisticky měřitelné, ale pohybují se v řádech minut. Omezením věnovaného času plánování rozložení lapačů, umožňuje zaměřit více pozornosti na další aspekty ochrany lesa a hospodaření na něm.

Za třetí, samotný výpočet a návrh optimální trasy je velmi cenný, protože lesní hospodář by pravděpodobně nezvolil optimální. Optimalizace mu nejen poskytuje přesně naplánovanou cestu s přehledem, kde přibližně a v kolik hodin bude, ale také mu šetří čas, který by jinak strávil obcházením lapačů po neefektivních trasách. Tento přístup zvyšuje efektivitu práce tím, že šetří čas při kontrole lapačů a zároveň umožňuje lépe naplánovat případné ostatní úkoly.

Výpočetní náročnost optimalizace byla ovlivněna nastavením Branch and Bound tolerance, které bylo nastaveno na 5 % od optima. To umožnilo nalézt řešení, které je blízko optimu, avšak s výrazně nižšími výpočetními nároky. Problém obchodního cestujícího s časovými okny je výpočetně náročná úloha, která spadá do třídy NP-složitých problémů. Proto zavedená tolerance představuje vhodný kompromis mezi přesností a rychlostí výpočtu. Doba výpočtu jednotlivých rozložení se pohybovala od přibližně 15 do 23 minut a počet provedených iterací dosahoval necelých 13 milionů. Výsledky tak dokazují, že i s nastavenou tolerancí lze dosáhnout prakticky využitelných řešení, která jsou dostatečně přesná pro potřeby lesního hospodáře.

Širší pohled na šíření lýkožrouta poskytuje studie Johnson et. al (2024) s názvem Explaining Excitable Population Dynamics in Bark Beetles, která modeluje populační dynamiku lýkožrouta pomocí nelineárních stochastických matematických modelů. Autoři v práci ukazují, že náhlé populační výkyvy a šíření škůdce lze vysvětlit na základě hustoty zalesnění, blízkosti a velikosti potenciálních hostitelských stromů a podmínkách prostředí. Autoři studie dokázali, že samotná preventivní ochrana lesa za využití lapačů či jiných odchyťových zařízení nestačí k zastavení šíření lýkožrouta.

Další zajímavé poznatky přináší práce Zalubas a Byers (1995) Recapture of Dispersing Bark Beetle *Ips typographus* L. in Pheromone-Baited traps: Regression model, která pomocí regresních modelů zkoumá účinnost feromonových lapačů na lýkožrouta. Výsledky této práce ukazují, že míra zachycení lýkožrouta v lapačích klesá exponenciálně

s rostoucí vzdáleností od pasti. Ve studii byl proveden experiment, kde byli brouci označeni a vypuštěni na určitém místě v lese a následně chytáni do lapačů. Největší účinnost byla zaznamenána u pastí umístěných 10 metrů od vypuštění. Naopak ve vzdálenosti 120 metrů již byla zachycena jen minimální část populace. V práci autoři dochází k závěru, že efektivní preventivní ochrana lesa proti lýkožroutovi by neměla být založena jen na snížení doby kontroly, ale i na strategickém rozmístění, které umožní maximalizaci zachycení škůdce.

Tato bakalářská práce se zaměřila na praktickou optimalizaci tras kontroly lapačů, což vedlo k úspoře času nutného pro provedení kontroly a zároveň k naplánování optimálního pořadí jednotlivých lapačů. Studie Johnson et al. (2024) ukazuje, že populace lýkožrouta je ovlivněna více ekologickými faktory, a že rozmístění lapačů a jejich kontrola nemusí být dostatečná k zastavení jeho šíření. Práce od Zolubas a Byers (1995) zdůrazňuje, že efektivita lapačů je závislá nejen na snížení doby kontroly, ale také na strategickém rozmístění odchyťových míst, protože účinnost feromonových lapačů je závislá na jejich vzdálenosti od zdroje šíření lýkožrouta. Kombinací přístupů, optimalizace tras, vhodná volba rozmístění lapačů a pochopení populační dynamiky lýkožrouta, lze přispět k efektivnějšímu lesnímu hospodaření a k účinnější ochraně lesa před lýkožroutem smrkovým.

6 Závěr

Cílem této bakalářské práce byla optimalizace tras lesního hospodáře při pravidelné kontrole feromonových lapačů na školním polesí Hůrky. Byly analyzovány tři různé varianty rozmístění lapačů. Pro každou z nich byla určena optimální trasa s cílem minimalizace časové náročnosti při splnění všech časových omezení.

Práce se nejdříve zaměřila na teoretická východiska. Nejprve byl představen operační výzkum a jeho historie. Detailně byly vysvětleny matematické metody a jejich klasifikace. Následně bylo představeno několik metod operačního výzkumu a byl detailně rozebrán problém obchodního cestujícího s časovými okny (TSPTW), který byl využit k nalezení optimálního řešení. V teoretické části bylo představeno praktické využití těchto metod na příkladech z praxe. Teoretická část práce se také zaměřila na použití optimalizačních metod v lesnictví. Nakonec byl představen škůdce lýkožrout smrkový a metody ochrany lesa před ním.

V praktické části byla provedena optimalizace tras pro tři různé varianty rozmístění lapačů na školním polesí Hůrky. Vzdálenostní matice byla sestavena na základě dodaných geografických dat pomocí knihovny GeoPy v programovacím jazyce Python, která umožnila přesný výpočet geodetických vzdáleností mezi jednotlivými body. Pro řešení optimalizace matematického modelu byl použit doplněk OpenSolver pro MS Excel. Ten v řádech minut úspěšně našel optimální řešení pro všechna tři rozmístění. Na konec byly výsledky pro jednotlivé varianty rozmístění porovnány. Druhé rozmístění lapačů bylo vybráno jako optimální, s časovou náročností 7 hodin a 26,4 minuty. Závěr této práce byl předán Lesnické škole v Písku, která implementovala doporučené rozmístění na školním polesí.

7 Seznam použitých zdrojů

Alonso-Ayuso, A., Escudero, L. F., Guignard, M., & Weintraub, A. (2018). Risk management for forestry planning under uncertainty in demand and prices. *European Journal of Operational Research*, 267(3), 1051–1074. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.12.022>

Ba, B. H., Prins, C., & Prodhon, C. (2016). Models for optimization and performance evaluation of biomass supply chains: An Operations Research perspective. *Renewable Energy*, 87, 977–989. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.07.045>

Ball, M. O., Magnanti, T. L., Monma, C. L., & Nemhauser, G. L. (Ed.). (1995). *Network models*. Elsevier.

Baštinec, J., Fajmon, B., & Koláček, J. (2014). *Pravděpodobnost, statistika a operační výzkum*.

Blaheta, R. (2012). Matematické modelování a metoda konečných prvků. *Vysoká škola báňská, Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni*.

COIN-OR 2011 Annual Report. (2011, 11).

Čičková, Z., Brezina, I., & Pekár, J. (2008). Alternative Method for Solving Traveling Salesman Problem by Evolutionary Algorithm. *Management Information Systems*.

Fábry, J. (2006). *Dynamické okružní a rozvozní úlohy*.

Fábry, J. (2007). *Matematické modelování* (Vyd. 1). Oeconomica.

Fiala, P. (2010). *Operační výzkum: Nové trendy*. Praha: Professional Publishing.

Holuša, J. (2013). *Lýkožrout severský (Ips duplicatus Sahl.): Jeho vliv na chřadnutí*

smrkových porostů: sborník referátů: [25.-26. dubna 2013, Libavá]. Česká lesnická společnost.

Holuša, J., Lubojacký, J., & Lukášová, K. (2016). *Využití otrávených lapáků ve formě trojnožek proti lýkožroutu smrkovému (Ips typographus L.) a lýkožroutu severskému (Ips duplicatus Sahlberg) (Coleoptera: Curculionidae): certifikovaná metodika*. Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, v.v.i.

Hřebíček, J., Pospíšil, Z., & Urbánek, J. (2010). *Úvod do matematického modelování s využitím Maple* (Vyd. 1). Akademické nakladatelství CERM.

Jablonský, J. (1996). *Operační výzkum*. Vysoká škola ekonomická.

Jablonský, J. (2007). *Operační výzkum: Kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování* (3. vyd). Professional Publishing.

Johnes, J. (2015). Operational Research in education. *European Journal of Operational Research*, 243(3), 683–696. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.043>

Johnson, D. S., & McGeoch, L. A. (1995). *The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization*.

Johnson, E. C., Musso, A., Negron, J. F., & Lewis, M. A. (2024). *Explaining excitable population dynamics in bark beetles: From life history to large, episodic outbreaks* (No. arXiv:2312.12590). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.12590>

Jünger, M., Reinelt, G., & Rinaldi, G. (1995). The Traveling Salesman Problem. In *Network Models* (Roč. 1995, s. 786). Elsevier.

Kindlmann, P., Matějka, K., & Doležal, P. (2012). *Lesy Šumavy, lýkožrout a ochrana přírody* (1. vyd). Univ. Karlova v Praze, Nakl. Karolinum.

Kubišová, A. (2015). *Podpora výuky předmětu Operační výzkum pro bakalářské studium*

s ekonomickým zaměřením. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, Ústav matematiky a statistiky.

Mason, A. J. (2012). OpenSolver—An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel. In D. Klatte, H.-J. Lüthi, & K. Schmedders (Ed.), *Operations Research Proceedings 2011* (s. 401–406). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-29210-1_64

Matai, R., Singh, S. P., & Mittal, M. L. (2010). *Traveling Salesman Problem: An Overview of Applications, Formulations, and Solution Approaches*. IntechOpen.

Modlinger, R., Liška, J., Knížek, Miloš., Adam, D., Janík, D., & Hort, L. (2015). *Ochrana lesa před lýkožroutem smrkovým v ochranném pásmu lesních rezervací ponechaných samovolnému vývoji: Certifikovaná metodika*. Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, v.v.i.; Výzkumný ústav Silva Taroucy pro krajinu a okrasné zahradnictví, v.v.i.

Shabani, N., Akhtari, S., & Sowlati, T. (2013). Value chain optimization of forest biomass for bioenergy production: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 23, 299–311. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.03.005>

Sibdari, S. Y., & Sepasi, A. H. (2022). A simulation-optimization approach for solving the forestry logistics problem. *IFAC-PapersOnLine*, 55(10), 3178–3183. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.218>

Skuhřavý, V., & Zahradník, P. (Ed.). (2002). *Lýkožrout smrkový (Ips typographus L.) a jeho kalamity: Der Buchdrucker und seine Kalamitäten*. Agrospoj.

Šubrt, Tomáš., Bartoška, J., Brožová, H., Dömeová, L., Houška, M., & Kučera, P. (2011). *Ekonomicko-matematické metody*. Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk.

Zahradník, P. (2004). *Ochrana smrčín proti kůrovcům*. Lesnická práce.

Zahradník, P., & Zahradníková, M. (2016). *Použití feromonových lapačů v ochraně lesa proti lýkožroutu smrkovému: Certifikovaná metodika*. Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, v.v.i.

Zimola, B. (2000). *Operační výzkum* (Vyd. 2., nezměněn). Vysoké učení technické, Fakulta managementu a ekonomiky ve Zlíně.

Zolubas, P., & Byers, J. A. (1995). Recapture of dispersing bark beetle *Ips typographus* L. (Col., Scolytidae) in pheromone-baited traps: Regression models. *Journal of Applied Entomology*, 119(1–5), 285–289. <https://doi.org/10.1111/j.1439-0418.1995.tb01287.x>

8 Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk

8.1 Seznam obrázků

Obrázek 1- Ukázka jednoduchého grafu (Jablonský, 2007, s. 15)	14
Obrázek 2- Sedm mostů města Královce a schématické zobrazení (Fábry, 2007).....	15
Obrázek 3- Zobrazení parciálního cyklu, vlastní zpracování podle (Fabry, 2006)	19
Obrázek 4- Schéma scénářového stromu (Alonso-Ayuso et al., 2018)	25
Obrázek 5- Lýkožrout smrkový (Skuhrový a Zahradník, 2002, s. 10)	25
Obrázek 6 - Napadený kmen stromu (Kindlmann et al., 2012)	26
Obrázek 7 - Lapáková trojnožka (Holuša et al., 2016)	27
Obrázek 8 - Feromonový lapač (Zahradník, 2004, s. 12)	28
Obrázek 9- Typický model optimalizace v MS Excel pomoci OpenSolver (Mason 2012)	29
Obrázek 10- Mapa s polohou feromonových lapačů (vlastní zpracování, 2025)	32
Obrázek 11- Příklad kódu (vlastní zpracování, 2025)	33
Obrázek 12- Podoba okna OpenSolver při zadávání matematického modelu lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	39
Obrázek 13- Nastavení modelu před výpočtem lapačů (vlastní zpracování, 2025)	39
Obrázek 14 – Modální okno po výpočtu modelu lapačů (vlastní zpracování, 2025)	40
Obrázek 15- Sekvence zastávek zanesená do mapy pro první rozložení	41
Obrázek 16 - Modální okno po výpočtu druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)	43
Obrázek 17- Mapa se zachycenou sekvencí návštěv druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	44
Obrázek 18 - Modální okno po výpočtu třetího rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)	46
Obrázek 20 - Mapa se zachycenou sekvencí návštěv druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	47
Obrázek 21 - Porovnání jednotlivých tras	49

8.2 Seznam tabulek

Tabulka 1 - Kategorizace míst (vlastní zpracování, 2025)	31
Tabulka 2 – Matice časové náročnosti cij v hodinách pro první rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	34
Tabulka 3 - Matice časové náročnosti cij v hodinách pro druhé rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	35
Tabulka 4 - Matice časové náročnosti cij v hodinách pro třetí rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	36
Tabulka 5 – Tabulka s časovými okny a dobou obsluhy	37
Tabulka 6 – Pořadí zastávek prvního rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	40
Tabulka 7- Pořadí zastávek druhého rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	43
Tabulka 8 - Pořadí zastávek třetího rozložení lapačů (vlastní zpracování, 2025)	46
Tabulka 9 - Shrnující tabulka s podrobnostmi lapačů (vlastní zpracování, 2025).....	49