**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra ekonomiky**

# Semestrální projekt z předmětu Ekonometrie

## Těžba modřínu v ČR mezi lety 2000-2024

**Jiří Čapek**

**Ing. Pavlína Hálová, Ph.D.**

**Cvičení: čtvrtek 17:30**

# Obsah

# 1. Jednorovnicový model

Lesní hospodářství představuje významnou součást českého národního hospodářství. Kromě produkce dřeva plní lesy řadu společenských a environmentálních funkcí, jako je ochrana krajiny, rekreační využití nebo udržování ekologické stability. Pro účely ekonometrické analýzy byl vytvořen jednorovnicový model zaměřený na vysvětlení objemu těžby modřínu v České republice. Modřín je dlouhodobě ceněnou dřevinou díky své mechanické odolnosti, vysoké trvanlivosti a stabilní poptávce v oblasti stavebnictví i dřevozpracujícího průmyslu.

Model se snaží pomocí vybraných ekonomických a jiných faktorů identifikovat, které proměnné významně ovlivňují objem těžby modřínu a zda lze pomocí kvantitativního přístupu vysvětlit jeho meziroční změny. Vytvořený model je jednorovnicový, tedy s jednou endogenní proměnnou a několika exogenními vysvětlujícími proměnnými, které mohou působit na vývoj těžby modřínu.

## 1.1. Ekonomický model a ekonometrický model

Cílem modelování je kvantifikovat vztahy mezi objemem těžby modřínu a vybranými faktory, u nichž lze teoreticky očekávat ekonomicky zdůvodnitelný vliv. Teoretická východiska vycházejí z předpokladu, že vývoj těžby modřínu je ovlivňován především charakteristikou lesních porostů, objemem těžby dalších dřevin a dostupnou pracovní kapacitou. Do modelu byly zařazeny čtyři exogenní proměnné:

| Označení | Název | Jednotky | Popis proměnné |
|---|---|---|---|
| y | Roční těžba modřínu | $m^3$ / rok | Endogenní |
| $x_0$ | jednotkový vektor | - | Exogenní |
| $x_1$ | Roční těžba buku | $m^3$ / rok | Exogenní |
| $x_2$ | Plocha jehličnatého porostu | ha | Exogenní |
| $x_3$ | Počet zaměstnaných osob v lesnictví | Tisíce osob | Exogenní |
| $x_4$ | Roční zalesnění | ha / rok | Exogenní |
| $u_t$ | náhodná složka | - | Stochastická |

*Tabulka 1- Deklarace proměnných - (vlastní zpracovaní)*

- **Těžba buku ($x_1$)** – těžba buku v $m^3$/rok. U této proměnné existují dva možné přístupy: teoreticky lze předpokládat substituční vztah, kdy růst těžby buku snižuje potřebu těžby modřínu. Zároveň však v praxi bývají buk i modřín často pěstovány ve stejných porostech, takže v případě těžeb v bukových nebo modřínových lesích dochází k těžbě obou dřevin současně. Proto lze očekávat, že pokud roste těžba buku, může ve skutečnosti růst i těžba modřínu.

- **Celková plocha jehličnanů ($x_2$)** – plocha jehličnatých lesů v ha. Teoreticky platí, že čím větší je celková rozloha jehličnatých porostů, tím větší je potenciálně i dostupný objem dřevní hmoty k těžbě, a tedy i objem těžby modřínu.
- **Počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství ($x_3$)** – počet pracovníků v tisících osobách. Vyšší pracovní kapacita obvykle umožňuje vyšší rozsah těžeb, a proto se předpokládá pozitivní vztah mezi počtem zaměstnanců a objemem těžby modřínu.
- **Roční zalesněná plocha ($x_4$)** – plocha nově zalesněných lesních pozemků v ha/rok. Vysoké hodnoty zalesňování mohou indikovat, že v daném období také proběhly nadprůměrné těžby, protože zalesňování často přichází po těžbě v obnovných cyklech. Rovněž zde tedy lze očekávat pozitivní efekt na objem těžby.

Cílem modelu je zjistit, jak tyto proměnné společně působí na objem těžby modřínu a zda mezi nimi existují statisticky významné vztahy. Funkční zápis ekonomického modelu by vypadal takto:

$$y_1 = f\ (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4),$$

kde $y_1$ představuje endogenní proměnnou (těžba modřínu), která je vysvětlována exogenními proměnnými $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4$. Proměnná $x_0$ představuje konstantu.

Ekonometrický model je rozšířen o stochastickou náhodnou složku $u_t$, zachycující vliv nepozorovaných faktorů, měřicích chyb a náhodných odchylek. Výsledný ekonometrický zápis má tvar:

$$y_{1t} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + \gamma_3 x_{3t} + \gamma_4 x_{4t} + u_t$$

kde $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ jsou neznámé parametry odhadované statistickými metodami. Model byl následně odhadnut metodou běžných nejmenších čtverců (BMNČ) v softwaru Gretl.

## 1.2. Popis dat

### 1.2.1. Základní popisné statistiky

Pro odhad modelu byla použita časová řada ročních dat, která zachycuje vývoj těžby modřínu a vybraných vysvětlujících proměnných v českém lesním hospodářství. Data byla získána z veřejně přístupných statistických zdrojů a to z Českého statistického úřadu.

Před samotným odhadem byly pro každou proměnnou vypočteny základní deskriptivní statistiky, jako je aritmetický průměr, směrodatná odchylka, minimum, maximum a variační rozpětí.

| | aritmetický průměr | směrodatná odchylka | min | max | variační rozpětí |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** – těžba modřínu v $m^3$ za rok | 501 648 | 102176,81 | 271 290 | 789 715 | 518 425 |
| **$x_1$** – těžba buku v $m^3$ za rok | 746 001 | 122194,87 | 558 413 | 1 009 603 | 451 190 |
| **$x_2$** – celková plocha jehličnanů v ha | 1 893 565 | 63215,85 | 1 747 462 | 1 975 065 | 227 603 |
| **$x_3$** – počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství v tisících osobách | 162,048 | 28,38 | 130,9 | 230,9 | 100 |
| **$x_4$** – roční zalesněná plocha v ha | 23 318 | 6838,11 | 17 164 | 40 679 | 23 515 |

*Tabulka 2- Základní popisné statistiky (vlastní zpracovaní)*

- **y – Těžba modřínu:**
  - Proměnná vykazuje značnou variabilitu, neboť variační rozpětí převyšuje průměrnou hodnotu, což značí silné meziroční výkyvy těžby.
- **$x_1$ – Těžba buku:**
  - I přes vyšší objemy těžby je relativní stabilita dat srovnatelná s modřínem, přičemž se variační koeficent rovná přibližně 16 % , tedy že směrodatná odchylka tvoří přibližně 16 % průměru.
- **$x_2$ – Celková plocha jehličnanů:**
  - Jde o nejstabilnější proměnnou modelu. Minimální směrodatná odchylka vzhledem k vysokému průměru potvrzuje jen velmi pozvolné změny výměry.
- **$x_3$ – Počet zaměstnanců:**
  - Vysoké variační rozpětí (přes 60 % průměru) značí výrazné strukturální změny a značnou fluktuaci pracovní síly v sektoru.
- **$x_4$ – Roční zalesněná plocha:**
  - Tato proměnná vykazuje nejvyšší volatilitu ze všech proměnných. Variační rozpětí převyšující průměr svědčí o extrémních výkyvech v obnově lesa, pravděpodobně v reakci na kalamity.

### 1.2.2. Korelační analýza

Korelační matice poskytuje přehled o vzájemných vztazích mezi proměnnými v modelu. Za vysokou mulikolinearitu považujeme hodnotu mezi exogenními proměnnými s absolutní hodnotou větší než 0,8.

Nejvýraznější vazba existuje mezi proměnnou $x_4$ (roční zalesnění) a proměnnou $x_2$, (celková plocha jehličnanů). Hodnota korelace zde dosahuje -0,794. Tato hodnota se sice velmi těsně blíží kritické hranici 0,8, ale technicky ji nepřekračuje. Ostatní proměnné (zejména $x_1$) vykazují velmi nízkou míru korelace s ostatními regresory.

| | **y** | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | 1 | 0,37 | -0,76 | -0,45 | 0,69 |
| $x_1$ | | 1 | -0,10 | -0,15 | -0,08 |
| $x_2$ | | | 1 | 0,77 | **-0,79** |
| $x_3$ | | | | 1 | -0,53 |
| $x_4$ | | | | | 1 |

*Tabulka 3- Korelační matice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)*

```
Faktory zvyšující rozptyl (VIF)
Minimální možná hodnota = 1.0
Hodnoty > 10.0 mohou indikovat problém kolinearity

       X1buk    1,084
X2plochajehl    5,220
   X3zamestn    2,605
     X4zales    3,023
```

*Obrázek 1- Výstup testu kolinearity (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Pro potvrzení závažnosti této vazby byl proveden doplňkový test (VIF). Výsledky testu ukázaly, že žádná z proměnných nepřesáhla kritickou hodnotu 10. Na základě toho nepovažujeme zjištěnou multikolinearitu za závažnou překážku. Není tedy nutné přistupovat k transformaci dat či vyřazení proměnných. Model ponecháváme v původním tvaru, přičemž bereme v úvahu existenci silnější statistické vazby mezi proměnnými $x_2$ a $x_4$.

## 1.3. Odhad modelu BMNČ

K odhadu ekonometrického modelu byla použita metoda běžných nejmenších čtverců (BMNČ), realizovaná v softwaru Gretl. Tato metoda minimalizuje součet čtverců reziduí a poskytuje konzistentní a nestranné odhady parametrů. Na základě provedené regrese byl odhadnut následující model:

$$y_{1t} = 2240670 + 0{,}309\, x_{1t} - 1{,}201\, x_{2t} + 1221\, x_{3t} + 4{,}61\, x_{4t} + u_{1t}$$

```
Model 1: OLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: Ymodrin

                  koeficient     směr. chyba    t-podíl  p-hodnota
  --------------------------------------------------------------
  const           2,24067e+06  760537           2,946    0,0080   ***
  X1buk           0,309159          0,0941775   3,283    0,0037   ***
  X2plochajehl   -1,20150           0,399485   -3,008    0,0070   ***
  X3zamestn    1221,03            628,706       1,942    0,0663   *
  X4zales         4,61427           2,81017     1,642    0,1162

  Střední hodnota závisle proměnné      501647,6
  Sm. odchylka závisle proměnné         104283,8
  Součet čtverců reziduí                6,11e+10
  Sm. chyba regrese                     55263,93
  Koeficient determinace                0,765971
  Adjustovaný koeficient determinace    0,719166
  F(4, 20)                              16,36491
  P-hodnota(F)                          4,27e-06
  Logaritmus věrohodnosti              -305,6811
  Akaikovo kritérium                    621,3621
  Schwarzovo kritérium                  627,4565
  Hannan-Quinnovo kritétium             623,0524
  rho (koeficient autokorelace)        -0,121045
  Durbin-Watsonova statistika           2,131320
zde je poznámka o zkratkách statistik modelu

Pomine-li se konstanta, p-hodnota byla nejvyšší pro proměnnou 5 (X4zales)
```

*Obrázek 2- Odhad parametrů metodou BMNČ (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## 1.4. Ekonomická verifikace modelu

Při růstu těžby buku o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,309 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci v případě komplementarity – substituční hypotéza se nepotvrdila.

Při růstu celkové plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke snížení těžby modřínu o 1,202 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad neodpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu počtu zaměstnanců o 1 tisíc osob dojde ke zvýšení těžby modřínu o 1 221 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci

Při růstu roční zalesněné plochy o 1 ha/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 4,61 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci

## 1.5. Statistická verifikace modelu

Statistická verifikace se zaměřuje na testování významnosti jednotlivých odhadnutých parametrů a na celkovou kvalitu modelu. Hodnocení probíhá na základě p-hodnot, které byly získány při odhadu metodou nejmenších čtverců. Kritériem pro posouzení významnosti je zvolená hladina významnosti $\alpha = 0{,}05$.

| | koeficient | směr. chyba | t-podíl | p-hodnota | |
|---|---|---|---|---|---|
| const | 2,24067e+06 | 760537 | 2,946 | 0,0080 | *** |
| X1buk | 0,309159 | 0,0941775 | 3,283 | 0,0037 | *** |
| X2plochajehl | -1,20150 | 0,399485 | -3,008 | 0,0070 | *** |
| X3zamestn | 1221,03 | 628,706 | 1,942 | 0,0663 | * |
| X4zales | 4,61427 | 2,81017 | 1,642 | 0,1162 | |

*Obrázek 3- Významnost odhadnutých parametrů (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Z tabulky lze shrnout, že na hladině významnosti 5 % jsou statisticky významné pouze parametry $x_1$ (těžba buku) a $x_2$ (plocha jehličnanů). Parametr $x_3$ (zaměstnanci) a parametr $x_4$ (zalesnění) jsou nevýznamné. To znamená, že hlavní vysvětlovací sílu modelu nesou proměnné $x_1$ a $x_2$, které mají jasně prokázaný vliv na objem těžby modřínu.

Pomocí F-testu se můžeme podívat na statistickou významnost modelu jako celku. Zde nám vyšla hodnota testovací statistiky F = 16,365 s p-hodnotou = 4,27e−06. Jelikož se p-hodnota blíží nule, zamítáme nulovou hypotézu o nevýznamnosti modelu. Model jako celek je tedy statisticky významný.

Koeficient determinace $R^2$ vyjadřuje, kolik procent variability vysvětlované proměnné je vysvětleno pomocí zvolených exogenních proměnných. U našeho modelu vychází $R^2$ = 76,6%.

| | |
|---|---|
| Koeficient determinace | 0,765971 |
| Adjustovaný koeficient determinace | 0,719166 |
| F(4, 20) | 16,36491 |
| P-hodnota(F) | 4,27e-06 |

*Obrázek 4- Koeficient determinace (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## 1.6. Ekonometrická verifikace

Ekonometrická verifikace slouží k posouzení platnosti předpokladů vytvořeného ekonometrického modelu. Tyto předpoklady o náhodné složce jsou klíčové pro ověření spolehlivosti a přesnosti modelu, tedy zda jsou jeho odhady nestranné, konzistentní a nejlepší.

### 1.6.1. Homoskedasticita reziduí:

Za pomoci softwaru Gretl byla testována přítomnost heteroskedasticity. Cílem bylo ověřit, zda je rozptyl reziduí konstantní (homoskedasticita), nebo zda se mění v závislosti na hodnotách vysvětlujících proměnných.

```
Whiteův test heteroskedasticity -
  Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
  Testovací statistika: LM = 9,30843
  s p-hodnotou = P(Chí-kvadrát(14) > 9,30843) = 0,8108
```

*Obrázek 5- Whitův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

```
Breusch-Paganův test heteroskedasticity -
  Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
  Testovací statistika: LM = 1,04694
  s p-hodnotou = P(Chí-kvadrát(4) > 1,04694) = 0,902596
```

*Obrázek 6- Breusch-Paganův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Stanovené hypotézy:

- H0: Rezidua jsou homoskedastická (rozptyl je konstantní).
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická (rozptyl není konstantní).

Výsledky testů:

- p-hodnota (Whiteův test) = 0,8108
- p-hodnota (Breusch-Paganův test) = 0,902596

Vzhledem k tomu, že p-hodnoty jsou vyšší než hladina významnosti 5%, nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme tedy konstatovat, že rozptyl reziduí je konstantní a podmínka homoskedasticity, jakožto jeden z předpokladů klasického lineárního regresního modelu, je splněna.

### 1.6.2. Normalita reziduí:

Dalším ověřovaným předpokladem lineárního regresního modelu bylo normální rozdělení reziduí. Tento předpoklad je klíčový pro validitu statistických testů (např. t-testů).

```
Test normality reziduí -
  Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
  Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 0,699046
  s p-hodnotou = 0,705024
```

*Obrázek 7 - Test normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

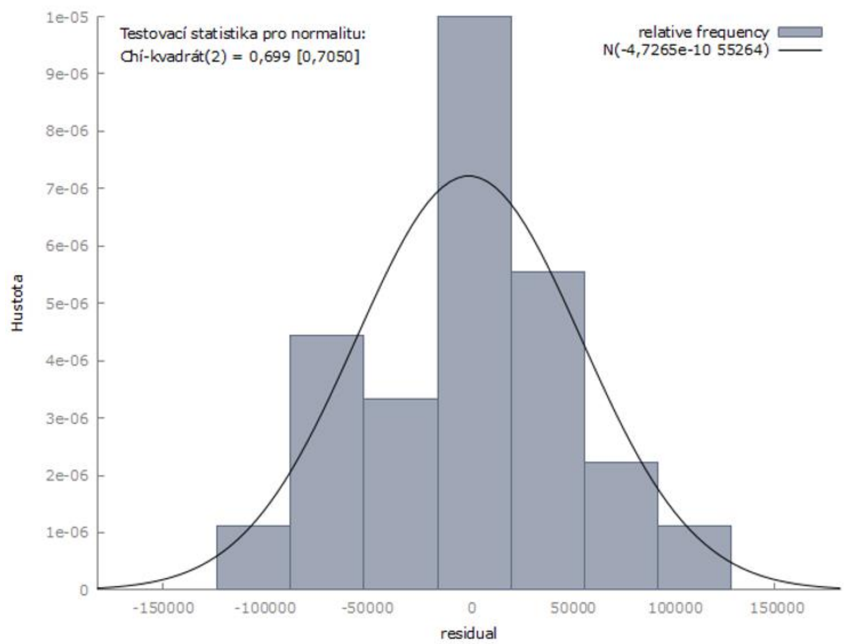
Stanovené hypotézy:

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

Výsledek testu:

- p-hodnota = 0,699046

Protože je p-hodnota vyšší než hladina významnosti 5 %, nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme tedy konstatovat, že rezidua mají normální rozdělení. Tuto skutečnost vizuálně ilustruje i následující graf frekvenčního rozdělení reziduí.




*Obrázek 8 - Graf normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

### 1.6.3. Autokorelace:

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. Tento předpoklad byl nejprve posouzen pomocí Durbin-Watsonovy statistiky a následně ověřen Breusch-Godfreyho testem.

- Durbin-Watsonova statistika:

  Hodnota Durbin-Watsonovy statistiky dosáhla úrovně 2,131. Vzhledem k tomu, že se tato hodnota blíží číslu 2, indikuje tento výsledek nepřítomnost autokorelace prvního řádu.

```
Durbin-Watsonova statistika          2,131320
```

*Obrázek 9- D-W statistika (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

- Breusch-Godfreyho test:

  Pro potvrzení výsledku byl proveden Breusch-Godfreyho test (LM test), který dokáže odhalit i autokorelaci vyšších řádů.

  Stanovené hypotézy:

  - H0: Rezidua nejsou autokorelovaná.
  - H1: Rezidua jsou autokorelovaná.

  Výsledek testu:

  - Testovací statistika: p-hodnota = 0,545

```
Breusch-Godfreyův test pro autokorelaci prvního řádu
OLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: uhat

                  koeficient      směr. chyba    t-podíl   p-hodnota
  ------------------------------------------------------------------
  const         -284532          900239          -0,3161    0,7554
  X1buk               0,0278744       0,105841    0,2634    0,7951
  X2plochajehl        0,136836        0,462682    0,2957    0,7706
  X3zamestn        -102,108         659,868      -0,1547    0,8787
  X4zales             0,885690        3,19665     0,2771    0,7847
  uhat_1             -0,177492        0,288224   -0,6158    0,5453

  Neadjustovaný koeficient determinace = 0,019569

Testovací statistika: LMF = 0,379224,
s p-hodnotou = P(F(1,19) > 0,379224) = 0,545
```

*Obrázek 10- Breusch-Godfreyův test pro autokorelaci (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Vypočtená p-hodnota (0,545) je výrazně vyšší než hladina významnosti. Z tohoto důvodu nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme konstatovat, že v modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí a tento specifikační předpoklad je splněn.

## 1.7. Aplikace modelu

Cílem aplikace modelu je předpovědět co nejpřesněji budoucí hodnoty sledovaných proměnných, kterých budou proměnné nabývat.

Pružnost vyjadřuje, jak příslušná exogenní proměnná působí na endogenní proměnnou relativně, tedy v procentech. Pomocí tohoto relativního vyjádření můžeme srovnávat, jak intenzivně působí jednotlivé exogenní proměnné na proměnnou endogenní, a to i při odlišných měrných jednotkách.

$$eij = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}\frac{x_j}{\hat{y}_t}$$

Následující hodnoty vyjadřují procentuální změnu těžby modřínu při změně dané vysvětlující proměnné o 1 %, za předpokladu ceteris paribus. Výpočet byl proveden s hodnotami z roku 2024.

- **Elasticita těžby buku ($x_1$): 0,36330 %**

  Jde o neelastický vztah. Pokud vzroste těžba buku o 1 %, těžba modřínu vzroste o cca 0,36 %. Kladná hodnota elasticity potvrzuje závěr z ekonomické verifikace, že mezi dřevinami převažuje vztah komplementarity.

- **Elasticita plochy jehličnanů ($x_2$): -2,93177 %**

  Jde o silně elastický vztah. Tato proměnná má na model největší vliv. Zvýšení celkové plochy jehličnanů o 1 % by vedlo k poklesu těžby modřínu o téměř 3 %.

- **Elasticita počtu zaměstnanců ($x_3$): 0,24937 %**

  Vztah je málo elastický. Změna počtu pracovníků má na objem těžby jen malý vliv (nárůst zaměstnanosti o 1 % zvýší těžbu jen o 0,25 %). Výsledek je v souladu s ekonomickou verifikací tedy že vztah je kladný.

- **Elasticita zalesňování ($x_4$): 0,18994 %**

  Velmi nízká elasticita. Aktuální roční zalesňování má na současnou těžbu modřínu minimální dopad (cca 0,19 %).

### Simulace scénářů

Cílem simulace je modelovat efekty a výsledky různých ekonomických scénářů na objem těžby modřínu, a to na základě vypočtených pružností.

1. <u>Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu, když těžba buku $x_1$ klesne o 10 %?</u>

   K výsledku lze dojít vynásobením koeficientu pružnosti pro těžbu buku a počtu procent, o který se změní těžba buku.

   $$0{,}36330 * (-10) = -3{,}6330$$

   Při poklesu těžby buku o 10 % dojde k poklesu těžby modřínu o 3,63 %, za podmínek ceteris paribus.

2. <u>Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu, když se celková plocha jehličnanů $x_2$ zvýší o 2 %?</u>

   K výsledku lze dojít vynásobením koeficientu pružnosti pro plochu jehličnanů a počtu procent, o který se změní plocha.

   $$-2{,}931769 * 2 = -5{,}863538$$

   Při nárůstu celkové plochy jehličnanů o 2 % dojde k poklesu těžby modřínu o 5,86 %, za podmínek ceteris paribus.

3. <u>O kolik procent se musí změnit počet zaměstnanců v lesnictví $x_3$, aby těžba modřínu vzrostla o 5 %?</u>

   K výsledku lze dojít vydělením počtu procent, o který se má změnit těžba modřínu, koeficientem pružnosti pro zaměstnance.

   $$5 \div 0{,}24937 = 20{,}05052$$

   Aby vzrostla těžba modřínu o 5 %, musel by se počet zaměstnanců v lesnictví zvýšit o 20,05 %, za podmínek ceteris paribus.

# 2. Simultánní model

Simultánní model, na rozdíl od jednorovnicového přístupu, umožňuje zachytit vzájemné vazby mezi endogenními proměnnými. V lesním hospodářství se těžba jednotlivých dřevin často nevyvíjí izolovaně, ale podléhá společným tržním a technologickým trendům. Z tohoto důvodu byl model rozšířen o druhou endogenní proměnnou – těžbu borovice.

Cílem tohoto dvourovnicového modelu je analyzovat vzájemný vztah mezi objemem těžby modřínu a těžby borovice a kvantifikovat vliv vybraných exogenních faktorů na obě veličiny.

| Označení | Název | Jednotky | Popis proměnné |
|---|---|---|---|
| $y_1$ | Roční těžba modřínu | m3 / rok | Endogenní |
| $y_2$ | Roční těžba borovice | m3 / rok | Endogenní |
| $x_0$ | jednotkový vektor | - | Exogenní |
| $x_1$ | Roční těžba buku | m3 / rok | Exogenní |
| $x_2$ | Plocha jehličnatého porostu | ha | Exogenní |
| $x_3$ | Počet zaměstnaných osob v lesnictví | Tisíce osob | Exogenní |
| $x_4$ | Roční zalesnění | ha / rok | Exogenní |
| $u_t$ | náhodná složka | - | Stochastická |

*Tabulka 4 - Deklarace proměnných simultánního modelu (vlastní zpracovaní)*

## 2.1. Ekonomický model a ekonometrický model

### 2.1.1. Ekonomický model

Model vychází z předpokladu, že modřín a borovice, jakožto zástupci jehličnatých dřevin, jsou v těžbě vzájemně provázané. Vzhledem k technologickým postupům a logistice těžby lze očekávat, že se jedná o komplementy – zvýšená aktivita v těžbě jednoho druhu jehličnanu je často doprovázena zvýšenou těžbou druhého. Tento model lze zapsat do soustavy rovnic v podobě:

$$y_1 = f\ (x_0, x_1, x_2, x_3, y_2),$$

$$y_2 = f\ (x_0, x_1, x_2, x_4, y_1),$$

První rovnice (Těžba modřínu) je vysvětlována těžbou borovice, těžbou buku, celkovou plochou jehličnanů a počtem zaměstnanců. Proměnná zalesňování ($x_4$) byla z této rovnice vyloučena za účelem identifikace modelu.

Druhá rovnice (Těžba borovice) je vysvětlována těžbou modřínu, těžbou buku, celkovou plochou jehličnanů a ročním zalesňováním. Proměnná počet zaměstnanců ($x_3$) byla z této rovnice vyloučena za účelem identifikace modelu.

### 2.1.2. Ekonometrický model

Ekonometrický model je rozšířen o stochastické náhodné složku $u_{1t}$ a $u_{2t}$ zachycující vliv nepozorovaných faktorů, měřicích chyb a náhodných odchylek. Výsledný ekonometrický zápis má tvar:

$$y_{1t} = \gamma_{10}+\gamma_{11}x_{1t}+\gamma_{12}x_{2t}+\gamma_{13}x_{3t}+\beta_{12}y_{2t}+u_{1t}$$

$$y_{2t} = \gamma_{20}+\gamma_{21}x_{1t}+\gamma_{22}x_{2t}+\gamma_{24}x_{4t}+\beta_{21}y_{1t}+u_{2t}$$

Kde:

- $y_{1t}$ a $y_{2t}$ jsou endogenní proměnné.
- $x_{1t}$, $x_{2t}$, $x_{3t}$, $x_{4t}$ jsou exogenní proměnné.
- $\beta$ a $\gamma$ jsou strukturální parametry modelu.
- $u_{1t}$ a $u_{2t}$ jsou náhodné složky.

### 2.1.3. Předpokládané vztahy:

Vycházíme již ze stanovených předpokladů u jednorovnicového modelu.

- S růstem těžby borovice teoreticky očekáváme růst těžby modřínu.
- S růstem těžby buku teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu. Podobně jako u jednorovnicového modelu se u tohoto vztahu dá předpokládat jak vztah komplementární, tak ale i substituční.
- S růstem plochy jehličnanů teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu
- S růstem počtu zaměstnanců teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu
- S růstem zalesňování teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu.

## 2.2. Popis dat

### 2.2.1. Deskriptivní statistika

Stejně jako u modelu jednorovnicového byly k popisu chování jednotlivých proměnných vybrány statistické veličiny: aritmetický průměr, maximum, minimum, medián, směrodatná odchylka a variační rozpětí.

Oproti první části práce byla do analýzy přidána druhá endogenní proměnná – Těžba borovice, jejíž statistiky jsou uvedeny v posledním sloupci tabulky.

| | Aritmetický průměr | Směrodatná odchylka | Maximum | Minimum | Variační rozpětí |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_1$ – těžba modřínu v m³ za rok | 501 648,0 | 104 284,0 | 789 715,0 | 271 290,0 | 518 425,0 |
| $x_1$ – těžba buku v m³ za rok | 746 001,0 | 122 195,0 | 1 009 603,0 | 558 413,0 | 451 190,0 |
| $x_2$ – celková plocha jehličnanů v ha | 1 893 565,0 | 63 216,0 | 1 975 065,0 | 1 747 462,0 | 227 603,0 |
| $x_3$ – počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství v tisících osobách | 162,1 | 28,4 | 230,9 | 130,9 | 100,0 |
| $x_4$ – roční zalesněná plocha v ha | 23 318,0 | 6 838,0 | 40 679,0 | 17 164,0 | 23 515,0 |
| $y_2$ – těžba borovice v m³ za rok | 1 722 637,0 | 393 140,0 | 2 570 535,0 | 1 126 549,0 | 1 443 986,0 |

*Tabulka 5 - základní popisné statistiky simultánního modelu (vlastní zpracovaní)*

### 2.2.2. Korelační analýza

Korelační matice, založená na pozorováních v letech 2000 až 2024, poskytuje přehled o vzájemných vztazích mezi všemi proměnnými v simultánním modelu

| | $y_1$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $y_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_1$ | 1 | 0,3703 | -0,7639 | -0,4508 | 0,6931 | 0,6362 |
| $x_1$ | | 1 | -0,0995 | -0,1476 | -0,0754 | 0,4889 |
| $x_2$ | | | 1 | 0,771 | **-0,7942** | -0,304 |
| $x_3$ | | | | 1 | -0,5253 | -0,087 |
| $x_4$ | | | | | 1 | 0,3791 |
| $y_2$ | | | | | | 1 |

*Tabulka 6 - Korelační matice simultánního modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Analýza korelační matice v simultánním modelu potvrdila zjištění z jednorovnicové části. Nejvyšší míra korelace mezi exogenními proměnnými byla odhalena mezi proměnnou $x_2$ a $x_4$ kde koeficient dosahuje hodnoty -0,7942

## 2.3. Identifikace modelu

Pro ověření řešitelnosti modelu byla provedena identifikace jednotlivých rovnic pomocí podmínky řádu. Rovnice je identifikovaná, pokud platí podmínka $K^{**} \geq G^{*} - 1$.

1. Identifikace první rovnice:

- V rovnici chybí proměnná $x_4$, tedy $K^{**} = 1$.
- Podmínka $1 \geq 1$ je splněna, a tedy rovnice je přesně identifikovaná.

2. Identifikace druhé rovnice:

- V rovnici chybí proměnná $x_3$, tedy $K^{**} = 1$.
- Podmínka $1 \geq 1$ je splněna, a tedy rovnice je přesně identifikovaná.

## 2.4. Odhad modelu v SW Gretl

Odhad parametrů modelu byl proveden v softwaru Gretl. Jelikož se jedná o simultánní model, bylo nutné využít dvoustupňovou metodu nejmenších čtverců. Níže jsou uvedeny vypočtené koeficienty jednotlivých proměnných v každé rovnici.

```
Model 3: TSLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: Ymodrin
Instrumentální proměnné: const X1buk X2plochajehl X3zamestn
  X4zales Y2borovice

                  koeficient    směr. chyba    t-podíl  p-hodnota
  -------------------------------------------------------------
  const           2,69267e+06  476922           5,646   1,59e-05   ***
  Y2borovice      0,0846386         0,0341101   2,481   0,0221     **
  X1buk           0,140199          0,100495    1,395   0,1783
  X2plochajehl   -1,36761           0,284728   -4,803   0,0001     ***
  X3zamestn     914,817           609,986       1,500   0,1493
```

*Obrázek 11- Odhad simultánního modelu - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Podoba ekonometrického modelu pro těžbu modřínu ($y_1$) po dosazení parametrů vypadá následovně:

$$y_{1t} = 2\,692\,670 + 0{,}0846 y_{2t} + 0{,}1402 x_{1t} - 1{,}3676 x_{2t} + 914{,}82 x_{3t} + u_{1t}$$

```
Model 4: TSLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: Y2borovice
Instrumentální proměnné: const Ymodrin X1buk X2plochajehl X3zamestn
  X4zales

                 koeficient    směr. chyba    t-podíl   p-hodnota
  ------------------------------------------------------------------
  const         -6,73434e+06   3,65383e+06    -1,843     0,0802    *
  Ymodrin        2,53940       1,06274         2,389     0,0268    **
  X1buk          1,00002       0,581391        1,720     0,1009
  X2plochajehl   3,15821       1,70818         1,849     0,0793    *
  X4zales       19,5898       15,4999          1,264     0,2208
```

*Obrázek 12- Odhad simultánního modelu - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Ekonometrický model pro těžbu borovice má po dosazení parametrů tuto podobu:

$$y_{2t} = -6\,734\,340 + 2{,}5394 y_{1t} + 1{,}00 x_{1t} + 3{,}1582 x_{2t} + 19{,}5898 x_{4t} + u_{2t}$$

## 2.5. Ekonomická verifikace modelu

Tato kapitola porovnává znaménka odhadnutých parametrů ve strukturálním tvaru modelu s teoretickými předpoklady stanovenými v kapitole 2.1. Ověřujeme, zda jsou výsledky modelu v souladu s ekonomickou teorií a logikou lesního hospodářství.

### 2.5.1. Ekonomická verifikace první rovnice (Těžba modřínu)

Rovnice: $y_{1t} = 2\,692\,670 + 0{,}0846 y_{2t} + 0{,}1402 x_{1t} - 1{,}3676 x_{2t} + 914{,}82 x_{3t} + u_{1t}$

Při růstu těžby borovice o 1 $m^3$/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,085 $m^3$/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad pozitivního vztahu se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu těžby buku o 1 $m^3$/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,140 $m^3$/rok za podmínek ceteris paribus. Předpoklad růstu těžby jehličnanů spolu s těžbou buku se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke snížení těžby modřínu o 1,368 $m^3$/rok, za podmínek ceteris paribus. Tento výsledek je v rozporu s teoretickým předpokladem a neodpovídá ekonomické verifikaci. Stejně jako v jednorovnicovém modelu to lze zdůvodnit věkovou strukturou nebo ochranou lesa.

Při růstu počtu zaměstnanců o 1 tisíc osob dojde ke zvýšení těžby modřínu o 914 817 m³/rok (resp. o 915 m³/rok na 1 osobu), za podmínek ceteris paribus. Předpoklad, že vyšší počet pracovníků vede k vyšší produkci, se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

### 2.5.2. Ekonomická verifikace druhé rovnice (Těžba borovice)

Rovnice: $\mathrm{y_{2t}} = -6\,734\,340 + 2{,}5394\mathrm{y_{1t}} + 1{,}00\mathrm{x_{1t}} + 3{,}1582\mathrm{x_{2t}} + 19{,}5898\mathrm{x_{4t}} + \mathrm{u_{2t}}$

Při růstu těžby modřínu o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby borovice o 2,54 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Silná pozitivní vazba potvrzuje, že těžba obou dřevin probíhá v souladu. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu těžby buku o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby borovice o 1,00 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad pozitivního vlivu se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke zvýšení těžby borovice o 3,16 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. U borovice se teoretický předpoklad potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu zalesňování plochy o 1 ha/rok dojde ke zvýšení těžby borovice o 19,59 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad se potvrdil – vyšší těžba vyžaduje následnou vyšší obnovu lesa (zalesňování) a odpovídá ekonomické verifikaci.

## 2.6. Statistická verifikace modelu

Statistická významnost jednotlivých parametrů a celková kvalita modelu byly posouzeny na základě výstupů metody dvoustupňových nejmenších čtverců. Jako kritérium byla zvolena hladina významnosti.

### 2.6.1. První rovnice (Těžba modřínu)

Na základě p-hodnot jsou na hladině významnosti 5 % statisticky významné parametry $y_2$ (těžba borovice) s p-hodnotou = 0,0221 a $x_2$ (plocha jehličnanů) s p-hodnotou = 0,0001. Ostatní parametry ($x_1$ a $x_3$) se ukázaly jako statisticky nevýznamné s p-hodnotou vyšší než 0,05.

| | koeficient | směr. chyba | t-podíl | p-hodnota | |
|---|---|---|---|---|---|
| const | 2,69267e+06 | 476922 | 5,646 | 1,59e-05 | *** |
| Y2borovice | 0,0846386 | 0,0341101 | 2,481 | 0,0221 | ** |
| X1buk | 0,140199 | 0,100495 | 1,395 | 0,1783 | |
| X2plochajehl | -1,36761 | 0,284728 | -4,803 | 0,0001 | *** |
| X3zamestn | 914,817 | 609,986 | 1,500 | 0,1493 | |

*Obrázek 13- Významnost odhadnutých parametrů první rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Koeficient determinace dosahuje hodnoty 0,7969. Z toho lze konstatovat, že změny vysvětlované proměnné ($y_1$) jsou z 79,7 % vysvětleny změnami zvolených vysvětlujících proměnných.

| | |
|---|---|
| Koeficient determinace | 0,796936 |
| Adjustovaný koeficient determinace | 0,756323 |

*Obrázek 14- Koeficient determinace první rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

### 2.6.2. Druhá rovnice (Těžba borovice)

V případě druhé rovnice je na hladině statisticky významná pouze endogenní proměnná $y_1$ (těžba modřínu) s p-hodnotou 0,0268. Proměnné $x_1$, $x_2$ a $x_3$ jsou statisticky nevýznamné s p-hodnotou vyšší než hladina významnosti 0,05.

| | koeficient | směr. chyba | t-podíl | p-hodnota | |
|---|---|---|---|---|---|
| const | -6,73434e+06 | 3,65383e+06 | -1,843 | 0,0802 | * |
| Ymodrin | 2,53940 | 1,06274 | 2,389 | 0,0268 | ** |
| X1buk | 1,00002 | 0,581391 | 1,720 | 0,1009 | |
| X2plochajehl | 3,15821 | 1,70818 | 1,849 | 0,0793 | * |
| X4zales | 19,5898 | 15,4999 | 1,264 | 0,2208 | |

*Obrázek 15- Významnost odhadnutých parametrů druhé rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Koeficient determinace je roven 0,5579, což znamená, že model vysvětluje přibližně 55,8 % variability těžby borovice variabilitou vysvětlujících proměnných. Zbývající část rozptylu je způsobena náhodnými vlivy nebo faktory, které model nezahrnuje.

| | |
|---|---|
| Koeficient determinace | 0,557899 |
| Adjustovaný koeficient determinace | 0,469478 |

*Obrázek 16- Koeficient determinace druhé rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## 2.7. Ekonometrická verifikace modelu

Ekonometrická verifikace slouží k posouzení platnosti předpokladů vytvořeného simultánního modelu. Tyto předpoklady o náhodné složce jsou klíčové pro ověření spolehlivosti a přesnosti modelu. U simultánních rovnic testujeme každou rovnici zvlášť.

### 2.7.1. Testování pro rovnici 1 (Těžba modřínu)

#### Autokorelace reziduí

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. H0 testu tvrdí, že rezidua nejsou autokorelována. Tato hypotéza nebyla zamítnuta na základě výpočtu p-hodnoty = 0,269. Můžeme konstatovat, že v první rovnici modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí.

```
Testovací statistika: Pseudo-LMF = 1,297971,
s p-hodnotou = P(F(1,20) > 1,29797) = 0,269
```

*Obrázek 17- Autokorelace reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

#### Normalita reziduí

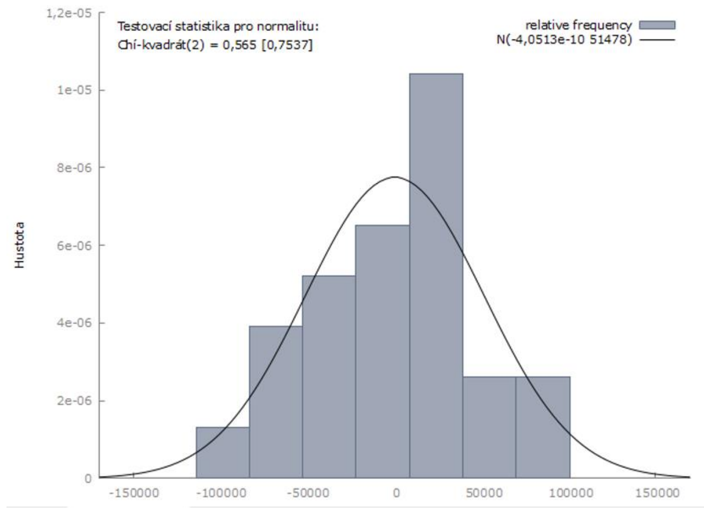
Dále byl testován předpoklad normálního rozdělení reziduí, který je důležitý pro validitu statistických testů.

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

Protože je p-hodnota = 0,7537 je vyšší než hladina významnosti 0,05, nulovou hypotézu nezamítáme. Rezidua první rovnice mají normální rozdělení. To samé je patrné i z histogramu.

```
Test normality reziduí -
  Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
  Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 0,565419
  s p-hodnotou = 0,753739
```

*Obrázek 18 - Test normality reziudí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*




*Obrázek 19- Graf normality reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## Heteroskedasticita reziduí

Testovali jsme, zda je rozptyl reziduí konstantní, pomocí Pesaran-Taylorova testu.

- H0: Rezidua jsou homoskedastická.
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická.

Vzhledem k vysoké p-hodnotě = 0,9516 nezamítáme nulovou hypotézu. Podmínka homoskedasticity je u první rovnice splněna.

```
Pesaran-Taylorův test heteroskedasticity -
  Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
  Asymptotická testovací statistika: z = 0,0606125
  s p-hodnotou = 0,951668
```

*Obrázek 20 - Test heteroskedasticity reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

### 2.7.2. Testování pro rovnici 2 (Těžba borovice)

## Autokorelace reziduí

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. H0 testu tvrdí, že rezidua nejsou autokorelována. Tato hypotéza nebyla zamítnuta na základě výpočtu p-hodnoty = 0,2515. Můžeme konstatovat, že v první rovnici modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí.

```
Testovací statistika: LMF = 1,39885
s p-hodnotou = P(F(1, 20) > 1,39885) = 0,251505
```

*Obrázek 21- Autokorelace reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## Normalita reziduí

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

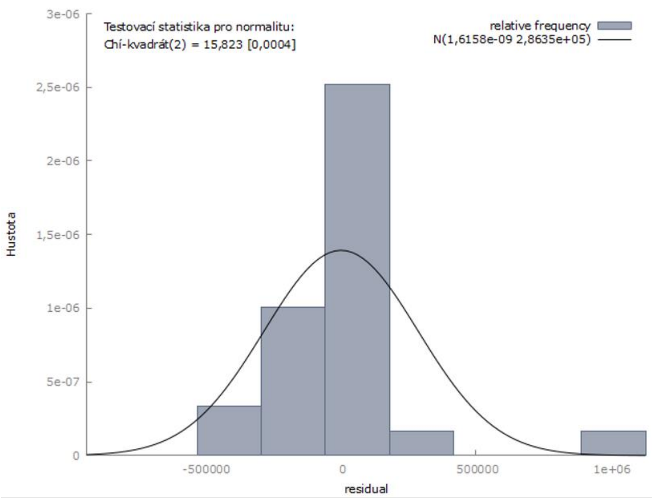
Výsledek testu normality je p-hodnota = 0,00037.

V tomto případě je p-hodnota výrazně nižší než 0,05 Nulovou hypotézu musíme zamítnout. Rezidua druhé rovnice nemají normální rozdělení. Tato skutečnost může být způsobena např. odlehlými hodnotami nebo specifickým chováním časové řady.

```
Test normality reziduí -
  Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
  Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 15,8234
  s p-hodnotou = 0,000366422
```

*Obrázek 22 - Test normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

Ne normalita reziduí je patrná i z grafu, kde rezidua jsou významně špičatější než normální rozdělení.




*Obrázek 23- Graf normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## Heteroskedasticita reziduí

- H0: Rezidua jsou homoskedastická.
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická.

Výsledek Pesaran-Taylorův testu je p-hodnota = 0,4888.

P-hodnota přesahuje hladinu významnosti, proto nulovou hypotézu nezamítáme. I ve druhé rovnici je splněn předpoklad homoskedasticity.

```
Pesaran-Taylorův test heteroskedasticity -
  Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
  Asymptotická testovací statistika: z = 0,692272
  s p-hodnotou = 0,488767
```

*Obrázek 24 - Test heteroskedasticity reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracovaní)*

## 2.8. Matice Beta, Gama a matice Multiplikátorů; Redukovaný tvar modelu a jeho interpretace

Pro převod modelu ze strukturálního tvaru (který ukazuje přímé vazby) do redukovaného tvaru (který ukazuje celkové dopady exogenních proměnných na endogenní) využíváme maticový zápis.

**Matice $\beta$**

Obsahuje koeficienty endogenních proměnných. Na hlavní diagonále jsou jedničky, mimo diagonálu jsou koeficienty vzájemného působení s opačným znaménkem.

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}0846 \\ -2{,}5394 & 1 \end{pmatrix}$$

**Matice $\gamma$**

Obsahuje koeficienty exogenních proměnných převedené na levou stranu rovnice

(Pořadí sloupců: konstanta, $x_1, x_2, x_3, x_4$)

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -2\,692\,670 & -0{,}1402 & 1{,}3676 & -914{,}82 & 0 \\ 6\,734\,340 & -1{,}0000 & -3{,}1582 & 0 & -19{,}5898 \end{pmatrix}$$

**Matice M**

Matice multiplikátorů představuje parametry redukovaného modelu. Získáme ji vynásobením inverzní matice $\beta$ a $\gamma$. Prvky této matice vyjadřují celkovou změnu (přímou i nepřímou) endogenní proměnné při změně exogenní proměnné o jednotku.

$$M = \begin{pmatrix} 2\,703\,782 & 0{,}2863 & -1{,}4015 & 1\,165{,}11 & 2{,}1107 \\ 131\,778 & 1{,}7270 & -0{,}4008 & 2\,958{,}70 & 24{,}9500 \end{pmatrix}$$

Na základě vypočtené matice multiplikátorů můžeme zapsat rovnice redukovaného modelu. V tomto tvaru jsou endogenní proměnné vysvětlovány pouze exogenními proměnnými.

**Rovnice v redukovaném tvaru pro těžbu modřínu ($y_1$):**

$$y_{1t} = 2\,703\,782 + 0{,}2863 \cdot x_{1t} - 1{,}4015 \cdot x_{2t} + 1\,165{,}11 \cdot x_{3t} + 2{,}11 \cdot x_{4t} + v_{1t}$$

**Rovnice v redukovaném pro těžbu borovice ($y_2$):**

$$y_{2t} = 131\,778 + 1{,}7270 \cdot x_{1t} - 0{,}4008 \cdot x_{2t} + 2\,958{,}70 \cdot x_{3t} + 24{,}95 \cdot x_{4t} + v_{2t}$$

Zatímco strukturální tvar modelu sloužil k ověření ekonomické teorie a přímých vztahů, redukovaný tvar je klíčový pro tvorbu prognóz. Pro předpověď budoucího vývoje totiž není podstatný jen izolovaný přímý vliv jedné proměnné, ale celkový dopad, který zahrnuje i zpětné vazby mezi oběma rovnicemi. Díky tomu redukovaný model odhaluje vlivy, které strukturální analýza nezachytila – například že zalesňování ($x_4$) má v konečném důsledku pozitivní vliv i na těžbu modřínu (+2,11), přestože v jeho přímé rovnici nefigurovalo.

Zásadní význam redukovaného tvaru pro přesnost prognóz dokládá proměnná plochy jehličnanů ($x_2$) u borovice. Strukturální model indikoval přímý pozitivní vztah (+3,16), což by svádělo k předpovědi růstu těžby. Redukovaný tvar však odhaluje, že celkový efekt je záporný (-0,40). Je to způsobeno tím, že nárůst plochy silně tlumí těžbu modřínu, a vzhledem k silné provázanosti obou dřevin tento propad „stáhne dolů" i výslednou bilanci pro borovici. Pro reálnou predikci je tedy směrodatný tento záporný koeficient.

## 2.9. Aplikace modelu

V této kapitole aplikujeme odhadnutý model na reálná data z roku 2024. Cílem je zjistit citlivost těžby (elasticitu) na změny jednotlivých faktorů a provést simulaci ekonomických scénářů.

### 2.9.1. První rovnice (Těžba modřínu – $y_1$)

Nejprve byla vypočtena teoretická (vyrovnaná) hodnota těžby modřínu pro rok 2024 dosazením skutečných hodnot nezávislých proměnných do odhadnuté rovnice.

$$\boldsymbol{y_{1,2024} = 763\,479\ m^3}$$

**<u>Elasticita těžby borovice ($y_2$):</u>**

- **E = 0,2736**
- Když se zvýší těžba borovice o 1 %, tak se těžba modřínu zvýší o 0,27 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o neelastický, ale pozitivní vztah (komplementarita).

**Elasticita těžby buku ($x_1$):**

- **E = 0,1546**
- Když se zvýší těžba buku o 1 %, tak se těžba modřínu zvýší o 0,15 %, za podmínek ceteris paribus.

**Elasticita plochy jehličnanů ($x_2$):**

- **E = -3,1302**
- Když se zvýší celková plocha jehličnanů o 1 %, tak těžba modřínu klesne o 3,13 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o silně elastický vztah.

**Elasticita počtu zaměstnanců ($x_3$):**

- **E = 0,1752**
- Když se zvýší počet zaměstnanců o 1 %, tak těžba modřínu vzroste o 0,18 %, za podmínek ceteris paribus.

## Simulace:

**Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu ($y_1$), když se plocha jehličnanů ($x_2$)zvýší o 2%?**

- Výpočet: $2 * (-3{,}1302) = -6{,}2604\,\%$
- Těžba modřínu se sníží o 6,26 %.
- Tento vývoj sice neodpovídá teoretickému předpokladu (očekáván růst), ale je konzistentní s výsledky našeho modelu.

**O kolik procent se musí zvýšit počet zaměstnanců ($x_3$), aby těžba modřínu vzrostla o 5%?**

- Výpočet: $5 \div 0{,}1752 = 28{,}54\,\%$
- Počet zaměstnanců by se musel zvýšit o 28,54 %.

- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům (kladný vztah), avšak ukazuje na nízkou citlivost těžby na pracovní sílu.

### 2.9.2. Druhá rovnice (Těžba borovice – $y_2$)

Teoretická hodnota těžby borovice pro rok 2024:

$$\boldsymbol{y_{2,2024} = 2\,209\,372\ m^3}$$

**<u>Elasticita těžby modřínu ($y_1$):</u>**

- **E = 0,9077**
- Když se zvýší těžba modřínu o 1 %, tak se těžba borovice zvýší o 0,91 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o velmi silnou vazbu blížící se jednotkové elasticitě.

**Elasticita těžby buku ($x_1$):**

- **E = 0,3810**
- Když se zvýší těžba buku o 1 %, tak se těžba borovice zvýší o 0,38 %, za podmínek ceteris paribus.

**<u>Elasticita plochy jehličnanů ($x_2$):</u>**

- **E = 2,4979**
- Když se zvýší celková plocha jehličnanů o 1 %, tak těžba borovice vzroste o 2,50 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o elastický vztah.

**<u>Elasticita zalesňování ($x_4$):</u>**

- **E = 0,2615**
- Když se zvýší roční zalesněná plocha o 1 %, tak těžba borovice vzroste o **0,26 %**, za podmínek ceteris paribus.

## Simulace:

**<u>Jakým způsobem se vyvine těžba borovice ($y_2$), když těžba modřínu ($y_1$)klesne o 10 %?</u>**

- Výpočet: $-10 \div 0{,}9077 = -9{,}077$ %
- Těžba borovice se sníží o 9,08 %.

- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům o komplementaritě těžby obou dřevin.

**O kolik procent se musí zvýšit celková plocha jehličnanů ($x_2$), aby těžba borovice vzrostla o 5 %?**

- Výpočet: $5 \div 2{,}4979 = 2{,}001\ \%$
- Celková plocha jehličnanů by se musela zvýšit o 2,00 %.
- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům (více lesa = více těžby).

# 3. Závěr

Semestrální projekt se zabýval analýzou vývoje těžby modřínu v České republice v letech 2000–2024. Hlavním cílem bylo kvantifikovat vliv vybraných ekonomických a výrobních faktorů, konkrétně těžby buku, celkové plochy jehličnanů, počtu zaměstnanců v lesnictví a ročního zalesňování, na objem těžby. Celá analýza byla provedena ve dvou krocích s využitím softwaru Gretl a MS Excel, přičemž nejprve byl sestaven jednorovnicový model a následně komplexnější dvourovnicový simultánní model, který zohlednil i vzájemnou vazbu na těžbu borovice.

V první části práce byl pro odhad parametrů jednorovnicového modelu využit přístup běžných nejmenších čtverců (BMNČ), jelikož analýza dat neprokázala kritickou míru multikolinearity. Výsledný model dokázal vysvětlit 76,6 % variability těžby modřínu. V rámci ekonomické verifikace se potvrdil komplementární vztah s těžbou buku, avšak u plochy jehličnanů se projevil neočekávaný záporný vliv. Statisticky významnými proměnnými se ukázaly být právě těžba buku a plocha jehličnanů, přičemž následná ekonometrická verifikace potvrdila, že model splňuje všechny klíčové předpoklady, tedy normalitu reziduí, homoskedasticitu i absenci autokorelace.

Druhá část práce rozšířila analýzu o endogenní proměnnou těžby borovice, čímž vznikl simultánní systém rovnic odhadovaný metodou dvoustupňových nejmenších čtverců. Výsledky tohoto modelu prokázaly existenci silné oboustranné pozitivní vazby mezi těžbou modřínu a borovice. V rovnici pro modřín, která vysvětlila téměř 80 % variability, byl potvrzen statisticky významný vliv těžby borovice a plochy porostů, přičemž model vyhověl všem ekonometrickým testům. U rovnice pro borovici se jako klíčový faktor ukázala těžba modřínu. Ačkoliv byla v tomto případě zamítnuta hypotéza o normalitě reziduí, ostatní statistické předpoklady včetně validity použitých instrumentů byly splněny, což potvrzuje robustnost odhadů.

# 4. Datová tabulka

| Rok | Roční těžba modřínu | Roční těžba buku | Plocha jehličnatého porostu | Počet zaměstnaných osob v lesnictví | Roční zalesnění |
|---|---|---|---|---|---|
| | y1 - m3 / rok | x1 - m3 / rok | x2 - m3 / rok | x3 - tisíce osob | x4 - ha / rok |
| 2000 | 454950 | 663411 | 1975065 | 230,9 | 21867 |
| 2001 | 465787 | 768131 | 1973099 | 216 | 19109 |
| 2002 | 477910 | 694210 | 1968588 | 218,4 | 18120 |
| 2003 | 446359 | 667376 | 1961958 | 204,2 | 17164 |
| 2004 | 411473 | 865733 | 1957278 | 193,9 | 19042 |
| 2005 | 430402 | 800638 | 1951036 | 181,7 | 18318 |
| 2006 | 422890 | 708690 | 1946831 | 174,2 | 18445 |
| 2007 | 271290 | 568282 | 1941582 | 169 | 18804 |
| 2008 | 422337 | 573979 | 1933341 | 158,8 | 19888 |
| 2009 | 407176 | 636752 | 1922625 | 153,8 | 20900 |
| 2010 | 585372 | 812475 | 1916529 | 151,2 | 21859 |
| 2011 | 539540 | 1009603 | 1909468 | 145,6 | 21755 |
| 2012 | 536732 | 887332 | 1902088 | 149,2 | 19903 |
| 2013 | 531568 | 949101 | 1894593 | 149,6 | 19920 |
| 2014 | 523278 | 896823 | 1886124 | 136,7 | 20203 |
| 2015 | 461622 | 763390 | 1880344 | 147,5 | 18797 |
| 2016 | 424038 | 746856 | 1874961 | 149,1 | 19929 |
| 2017 | 456929 | 720888 | 1870015 | 146,3 | 19973 |
| 2018 | 521756 | 653840 | 1862445 | 148,3 | 21245 |
| 2019 | 504704 | 567343 | 1852922 | 141,3 | 28670 |
| 2020 | 528738 | 558413 | 1836427 | 136,6 | 33671 |
| 2021 | 679288 | 669301 | 1817472 | 132,9 | 40679 |
| 2022 | 630625 | 871615 | 1788089 | 130,9 | 39970 |
| 2023 | 616710 | 754180 | 1768789 | 138,9 | 35222 |
| 2024 | 789715 | 841659 | 1747462 | 146,2 | 29494 |

*Tabulka 7- Tabulka zdrojových dat k jednorovnicovému modelu (zdroj: ČSÚ – vlastní zpracovaní)*

| Rok | Roční těžba modřínu | Roční těžba borovice | Roční těžba buku | Plocha jehličnatého porostu | Počet zaměstnaných osob v lesnictví | Roční zalesnění |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | y1 - m3 / rok | y2 - m3 / rok | x1 - m3 / rok | x2 - m3 / rok | x3 - tisíce osob | x4 - ha / rok |
| 2000 | 454950 | 1870596 | 663411 | 1975065 | 230,9 | 21867 |
| 2001 | 465787 | 1769136 | 768131 | 1973099 | 216 | 19109 |
| 2002 | 477910 | 1815181 | 694210 | 1968588 | 218,4 | 18120 |
| 2003 | 446359 | 1269119 | 667376 | 1961958 | 204,2 | 17164 |
| 2004 | 411473 | 1506643 | 865733 | 1957278 | 193,9 | 19042 |
| 2005 | 430402 | 1658136 | 800638 | 1951036 | 181,7 | 18318 |
| 2006 | 422890 | 2570535 | 708690 | 1946831 | 174,2 | 18445 |
| 2007 | 271290 | 1165873 | 568282 | 1941582 | 169 | 18804 |
| 2008 | 422337 | 1411113 | 573979 | 1933341 | 158,8 | 19888 |
| 2009 | 407176 | 1383439 | 636752 | 1922625 | 153,8 | 20900 |
| 2010 | 585372 | 2082837 | 812475 | 1916529 | 151,2 | 21859 |
| 2011 | 539540 | 1900250 | 1009603 | 1909468 | 145,6 | 21755 |
| 2012 | 536732 | 1899022 | 887332 | 1902088 | 149,2 | 19903 |
| 2013 | 531568 | 1879446 | 949101 | 1894593 | 149,6 | 19920 |
| 2014 | 523278 | 1804859 | 896823 | 1886124 | 136,7 | 20203 |
| 2015 | 461622 | 1557566 | 763390 | 1880344 | 147,5 | 18797 |
| 2016 | 424038 | 1367811 | 746856 | 1874961 | 149,1 | 19929 |
| 2017 | 456929 | 1363378 | 720888 | 1870015 | 146,3 | 19973 |
| 2018 | 521756 | 1126548 | 653840 | 1862445 | 148,3 | 21245 |
| 2019 | 504704 | 1287868 | 567343 | 1852922 | 141,3 | 28670 |
| 2020 | 528738 | 1507728 | 558413 | 1836427 | 136,6 | 33671 |
| 2021 | 679288 | 2121005 | 669301 | 1817472 | 132,9 | 40679 |
| 2022 | 630625 | 2240063 | 871615 | 1788089 | 130,9 | 39970 |
| 2023 | 616710 | 2039511 | 754180 | 1768789 | 138,9 | 35222 |
| 2024 | 789715 | 2468255 | 841659 | 1747462 | 146,2 | 29494 |

*Tabulka 8 - Tabulka zdrojových dat k simultánnímu modelu (zdroj: ČSÚ- vlastní zpracovaní)*

# 5. Seznam obrázků a tabulek

# 6. Zdroje

ČECHURA, Lukáš, Pavlína HÁLOVÁ, Zdeňka KROUPOVÁ, Michal MALÝ, Jarmila PETERKOVÁ a Lenka RUMÁNKOVÁ. Cvičení z Ekonometrie. Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta. Praha, 2016. ISBN 978-80-213-2405-3

Český statistický úřad - 2025, Veřejná databáze Českého statistického úřadu – Lesnictví. [Online] Available at: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=statistiky#katalog=30841 [Přístup získán 30 10 2025].