FACULDADE DE TECNOLOGIA DE JUNDIAÍ - FATECJD
PROFA. DRA. VIVIANE REZI

Sistemas Lineares 2X2

Em cada um dos sistemas lineares a seguir, resolva-os: (I) por adição; (II) por substituição; e (III) por comparação.

1) $\begin{cases} 5x + 3y = 13 \\ -4x + 9y = 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 10x + y = 11 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} -x + 6y = 14 \\ 5x + 3y = 29 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - 9y = -47 \\ -x + 20y = 101 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 10x + 3y = \frac{13}{2} \\ x + 5y = 3 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \frac{1}{4}p + q = 6 \\ p + \frac{2}{5}q = 6 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = 4y + 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} -0{,}4x - y = 5{,}8 \\ x + 0{,}3y = -3{,}5 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2p - 3q - 1 = 0 \\ 3p + 2q - 34 = 0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 3y = 4 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + 4y = -2 \end{cases}$

Sistemas Lineares nXn

Uma matriz é dita MATRIZ ESCALONADA se satisfaz as seguintes condições:
1) Todas as linhas zero, se houver, estão na base da matriz;
2) Cada elemento principal não-nulo está à direita do elemento principal não-nulo da linha precedente.

Uma matriz escalonada é obtida por meio de uma *eliminação gaussiana.*
Observações:

1) Se a última linha apresentar todos os elementos iguais a zero, então SPI.
2) Se a última linha apresentar todos os elementos que representam coeficientes iguais a zero e o termo independente não-nulo, então SI.

Em outras palavras, uma matriz escalonada, ou diz-se que está na forma escalonada, se o número de zeros precedendo o primeiro elemento não-nulo de uma linha aumenta linha por linha até sobrarem somente linhas nulas, isto é, se existirem elementos não-nulos.

São permitidas as seguintes operações entre as linhas de uma matriz a fim de se obter uma matriz na forma escalonada:
1) Permuta de linhas: $L_i \leftrightarrow L_j$
2) Multiplicação de uma linha por um escalar não nulo: $L_i \rightarrow k.\ L_i$
3) Substituição de uma linha pela soma desta linha com a proporcional de outra linha: $L_i \rightarrow L_i + k.\ L_j$.

- Uma matriz é dita MATRIZ CANÔNICA se satisfaz as seguintes condições:

1) Cada elemento principal não-nulo é 1;
2) Cada elemento principal não-nulo é o único elemento não-nulo em sua coluna.

Uma matriz canônica é obtida por meio de uma *eliminação de Gauss-Jordan.*

- Uma equação linear é uma expressão na forma

$$a_1x_1+a_2x_2+ ...+a_nx_n = b$$

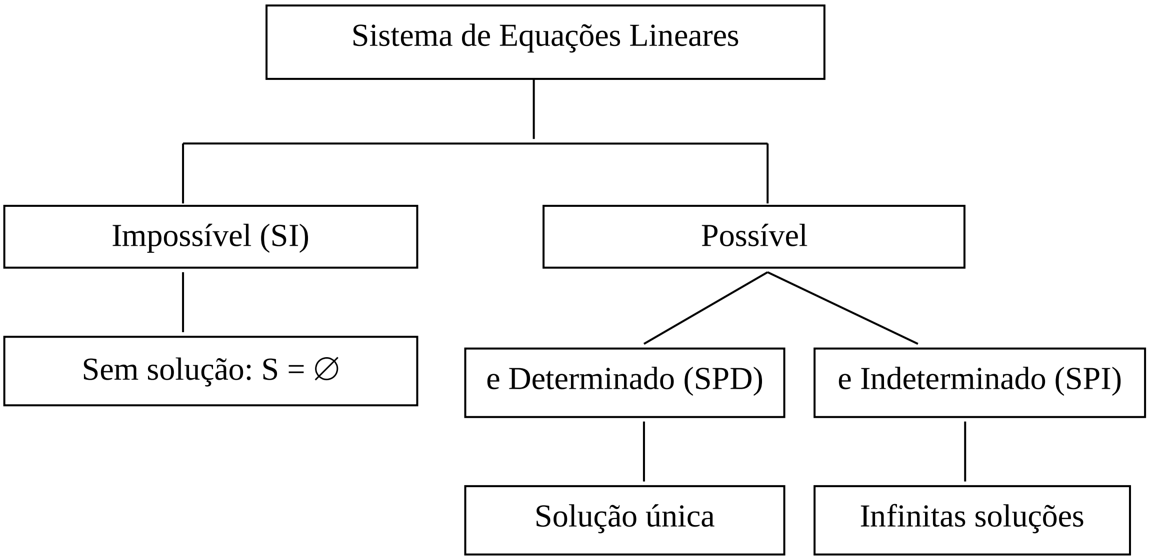
onde a_i e $b \in$ IR e os x_i são indeterminadas (ou incógnitas). Os escalares a_i são chamados coeficientes de x_i respectivamente, e b é chamado termo independente.

- Um sistema de equações lineares é um conjunto de m equações lineares nas n incógnitas x_i:

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+ ...+a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+ ...+a_{2n}x_n = b_2$$
$$...$$
$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+ ...+a_{mn}x_n = b_m$$

Um sistema linear será representado matricialmente por meio de uma matriz aumentada que contém seus coeficientes e seus termos independentes, em ordem. Sua matriz escalonada (ou também a canônica) possui o mesmo conjunto solução, por isso, a matriz representante do sistema e a matriz escalonada (e também a canônica) são ditas equivalentes.

- Um sistema de equações lineares pode apresentar uma única solução, infinitas soluções ou nenhuma solução, como descrito no diagrama a seguir:



EXERCÍCIOS

1) Resolva o sistema através do método da substituição:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z - 2t = 9 \\ 5y - z + 3t = 1 \\ 7z - t = 3 \\ 2t = 8 \end{cases}$$

2) Resolva cada um dos sistemas abaixo por escalonamento:

a) $\begin{cases} x - 2y + z = 7 \\ 2x - y + 4z = 17 \\ 3x - 2y + 2z = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3y - 4z + 7x = 5 \\ -4z + 8x - 9y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$

3) Resolva os sistemas a seguir, usando o método de escalonamento:

a) $\begin{cases} x - 2y + 4z = 2 \\ 2x - 3y + 5z = 3 \\ 3x - 4y + 6z = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x + 3y + z = 5 \\ 3x + 8y + 4z = 17 \end{cases}$

4) Resolva os seguintes sistemas pelo método de escalonamento:

a) $x_1 + x_2 - x_3 = 3$
$-x_1 + x_2 + x_3 = 2$
$x_1 + 3x_2 - x_3 = 8$

b) $x_1 + x_2 - x_3 = 3$
$-x_1 + x_2 + x_3 = 2$
$x_1 + 3x_2 - x_3 = 6$

c) $x_1 - x_2 = 3$
$2x_1 + x_2 = 4$

d) $x_1 + \frac{1}{2} x_2 + 1/3\, x_3 = 11/6$
$\frac{1}{2} x_1 + 1/3\, x_2 + \frac{1}{4} x_3 = 13/12$
$1/3\, x_1 + \frac{1}{4} x_2 + 1/5\, x_3 = 47/60$

5) Resolva o sistema linear abaixo utilizando o método de escalonamento:

$$\begin{cases} 2x + 2y + z + t = 7 \\ x - y + 2z - t = 1 \\ 3x + 2y - 3z - 2t = 4 \\ 4x + 3y + 2z + t = 12 \end{cases}$$

6) Resolva os sistemas pelo método de escalonamento:

a) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 6 \\ 2x - y + 4z = 2 \\ 4x + 3y - 2z = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ -x + y + z = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \\ 5x + 3y + 4z = -10 \end{cases}$