

Função Exponencial

PROFA. DRA. VIVIANE REZI

Problema inicial:

Suponha que você aplicará R\$ 30 000 a uma taxa de 4% a.m.

- a) Qual será o montante após um mês?
- b) Qual será o montante após dois meses?
- c) Qual será o montante após 24 meses?
- d) Qual será o montante após n meses?

Modelo Matemático

$$y = b \cdot a^x$$

b: valor
inicial
($b > 0$)

a: fator
multiplicativo
($a > 0$ e $a \neq 1$)

Exemplos de
função
exponencial:

1) $y = 5 \cdot 2^x$

2) $f(x) = 1,4^x$

3) $M = 1000 \cdot 1,005^x$

4) $N = 100\,000 \cdot 2^{t/5}$

Fator multiplicativo

Conhecendo a taxa percentual de crescimento, podemos calcular o valor de a , o fator multiplicativo.

Exemplo: No caso da função $M = 1000 \cdot 1,005^x$, temos:

$$a = 1,005 = 100,5\% = 100\% + 0,5\%$$

Ou seja, a taxa de crescimento é de 0,5% ao mês.

$$a = 100\% + i$$

Exercício 1)

Determine o fator multiplicativo em cada item:

a) Aumento de 25%:

$$a = 100\% + i$$

$$a = 100\% + 25\%$$

$$a = 125\%$$

$$a = 1,25$$

(representação decimal)

h) Diminuição de 18%

$$a = 100\% + i$$

$$a = 100\% - 18\%$$

$$a = 82\%$$

$$a = 0,82$$

Se $a > 1$, a função será crescente.

Se $0 < a < 1$, a função será decrescente.

Problema 1

Considere um empréstimo de R\$ 10 000,00, corrigido a uma taxa de 4% a. m. no sistema de juros compostos.

- a) Qual a relação que fornece o montante em função do número de meses n ?
- b) Qual o montante da dívida após 24 meses?
- c) Em quanto tempo esse montante triplicará?
- d) Esboce o gráfico da função do item (a).

Valor inicial:

$b =$

R\$10 000

Taxa:

$i = 4\%$ a.m.

a) Qual a relação que fornece o montante em função do número de meses n ?

$$a = 100\% + i$$

$$y = b \cdot a^x$$

$$a = 100\% + 4\%$$

$$a = 104\%$$

$$a = 1,04$$

$$M = 10\,000 \cdot 1,04^n$$

Valor inicial:
 $b = \text{R\$}10\ 000$

Taxa:
 $i = 4\% \text{ a.m.}$

$$M = 10\ 000 \cdot 1,04^n$$

b) Qual o montante da dívida após 24 meses?

$$M = 10\ 000 \cdot 1,04^n$$

$$M = 10\ 000 \cdot 1,04^{24}$$

$$\mathbf{M = \text{R\$ } 25\ 633,04}$$

c) Em quanto tempo esse montante triplicará?

$$M = 10.000 \cdot 1,04^n$$

$$30.000 = 10.000 \cdot 1,04^n$$

$$\frac{30.000}{10.000} = 1,04^n$$

$$3 = 1,04^n$$

$$\ln 3 = \ln 1,04^n \quad (\text{aplicando Ln aos dois lados})$$

$$\ln 3 = n \cdot \ln 1,04 \quad (\text{propriedade do Ln})$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 1,04} = n$$

$$n = 28,01102 \dots$$

$$n = 28 \text{ meses}$$

Valor inicial:

$$b = \text{R\$}10.000$$

Taxa:

$$i = 4\% \text{ a. m.}$$

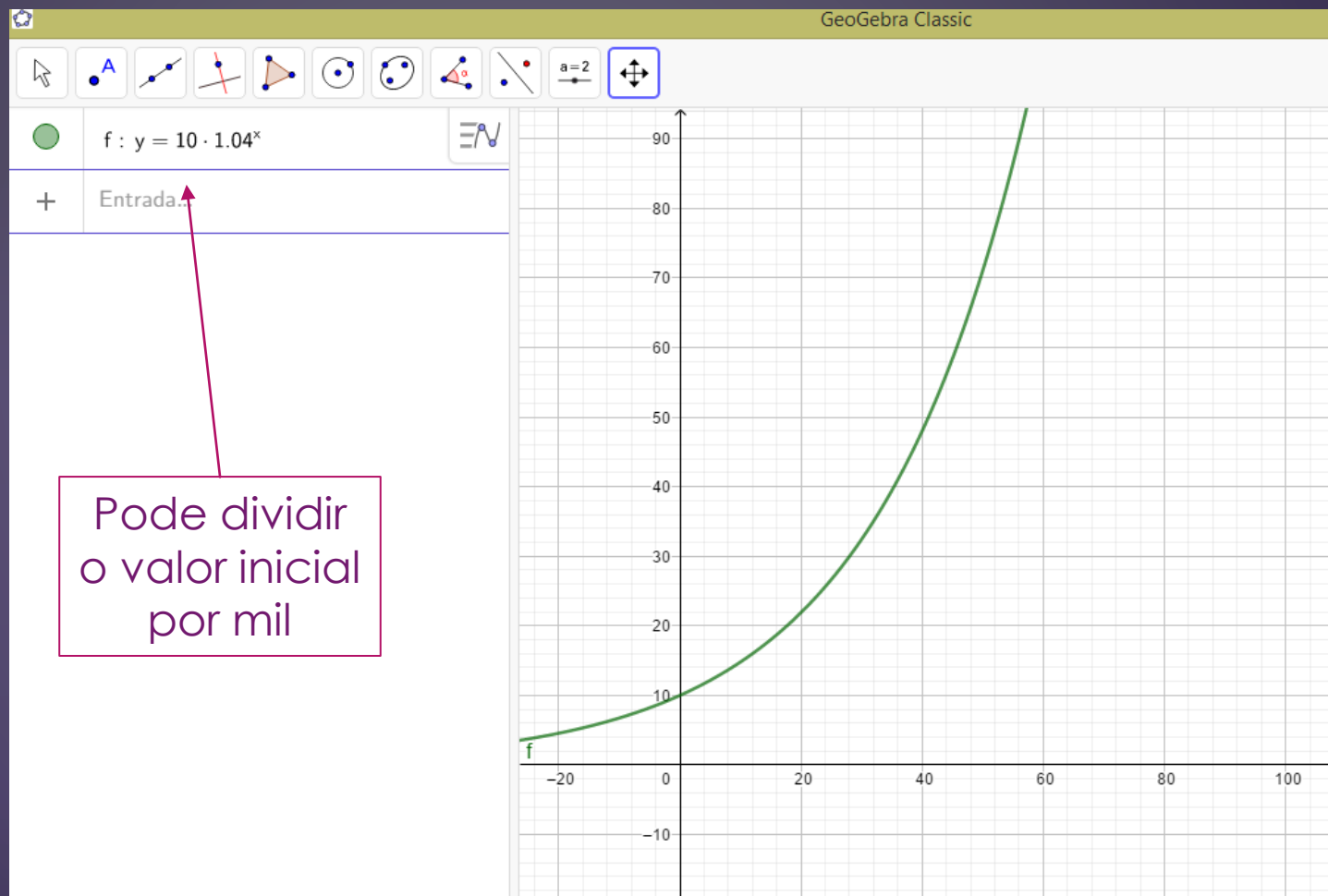
$$M =$$

$$10.000 \cdot 1,04^n$$

Ln:
Logaritmo Natural
(ou neperiano)

$$M = 10\,000 \cdot 1,04^n$$

d) Esboce o gráfico da função do item (a)



Problema 2

Considere uma máquina no valor de R\$ 200 000,00, depreciando a uma taxa de 12% a. a..

- a) Qual a relação que dá o valor da máquina em função do número de x anos.
- b) Em quanto tempo a máquina atingirá o valor de R\$ 20 000,00?
- c) Esboce o gráfico da função.

Valor inicial:

$b =$

R\$200 000

Taxa:

$i = -12\%$ a.a.

a) Qual a relação que dá o valor da máquina em função do número de anos.

$$a = 100\% + i$$

$$y = b \cdot a^x$$

$$a = 100\% - 12\%$$

$$a = 88\%$$

$$a = 0,88$$

$$V = 200\,000 \cdot 0,88^x$$

Valor inicial:

$b =$

R\$200 000

Taxa:

$i = -12\% \text{ a.a.}$

b) Em quanto tempo a máquina atingirá o valor de R\$ 20 000,00?

$$V = 200\,000 \cdot 0,88^x$$

$$20\,000 = 200\,000 \cdot 0,88^x$$

$$\frac{20\,000}{200\,000} = 0,88^x$$

$$0,1 = 0,88^x$$

$$\frac{\ln 0,1}{\ln 0,88} = x$$

$$x = 18,01239 \dots$$

$$x = 18 \text{ anos}$$

c) Esboce o gráfico