FACULDADE DE TECNOLOGIA DE JUNDIAÍ - FATECJD
PROFA. DRA. VIVIANE REZI

Função do 1º grau (ou Função Linear)

1) Em cada item, determine a equação da reta que passa pelos pares de pontos dados e esboce o gráfico.
   Para cada item, faça no software Geogebra por dois métodos diferentes: marcando os pontos no plano cartesiano e inserindo as coordenadas dos pontos na área algébrica.
   a) (-2,0) e (0,2)
   b) (3,1) e (1,2)
   c) (-1,1) e (-3,2)
   d) (-1, -3) e (2,5)
   e) (-5/2, 1) e (2/3, -7/2)
   f) (-4, -7/2) e (3/5, 3)

2) Construa os gráficos das retas de equações dadas:
   a) $y = 2x - 1$
   b) $f(x) = -x + 3$
   c) $y = \frac{3}{2}x - 2$
   d) $f(x) = -\frac{7x}{5} - 4$
   e) $y = \frac{3x}{5} + 1$

3) Em cada item: (I) Obtenha o gráfico da reta dada; (II) manualmente, reduza cada equação à forma y = ax+b:
   a) $5x - 4y = 0$
   b) $3x - 4y + 6 = 0$
   c) $5x + 6y + 12 = 0$
   d) $6x + 4y - 8 = 0$

4) Invente uma função de 1º grau e represente-a no Geogebra. Toda função de primeiro grau pode ser escrita na forma y = ax +b. Movimentando a função, que conclusão você obtém sobre o valor do parâmetro “a”? E que conclusão você obtém sobre o valor do parâmetro “b”?

5) Esboce o gráfico da função:
   a) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & se\ x < 0 \\ 1 - x, & se\ x \geq 0 \end{cases}$
   b) $y = \begin{cases} 3 - \frac{1}{2}x, se\ x \leq 2 \\ 2x - 5, se\ x > 2 \end{cases}$
   c) $f(x) = \begin{cases} x + 9, se\ x < -3 \\ -2x, se - 3 \leq x \leq 3 \\ -6, se\ x > 3 \end{cases}$

6) Um operário recebe de salário \$ 600,00, mais \$ 10,00 por hora extra trabalhada.
a) Determine uma expressão que relacione o salário em função da quantidade de horas extras trabalhadas no mês.
b) Sabendo que 50 é o número máximo permitido de horas extras em um mês, esboce o gráfico da função obtida no item anterior.

7) Um vendedor de uma confecção recebe de salário $ 350,00, mais 3% do valor das vendas realizadas.
a) Determine uma expressão que relacione o salário em função do valor das vendas realizadas no mês.
b) Em um mês em que o salário foi de $ 800,00, qual o valor das vendas?
c) Esboce o gráfico da função obtida no item (a).

8) O valor inicial de um carro é $ 20.000,00, e a cada ano esse valor é depreciado em $ 1.250,00.
a) Determine uma expressão que relacione o valor do carro em função do número de anos passados após a compra.
b) Após quanto tempo o carro vale a metade do valor inicial?
c) Esboce o gráfico da função obtida no item (a).

9) Uma dona de casa deseja comprar legumes e frutas e dispõe de $ 24,00. Sabe-se que o preço médio por quilo de legumes é de $ 3,00 e por quilo de frutas é de $ 4,00.
a) Obtenha a expressão da restrição orçamentaria.
b) Represente graficamente a expressão obtida no item anterior.
c) Obtenha a expressão que determina a quantidade de frutas em função da quantidade de legumes comprada.
d) Obtenha a expressão que determina a quantidade de legumes em função da quantidade de frutas comprada.

10) Um pintor de casas pretende comprar tinta e verniz e dispõe de $ 1.200,00. Sabe-se que o preço do litro de tinta é $ 4,00 e do litro de verniz é $ 6,00.
a) Obtenha a expressão da restrição orçamentária.
b) Represente graficamente a expressão obtida no item anterior.
c) Supondo que o valor disponível para compra mude para $ 900,00 e para $ 1.500,00, obtenha as novas expressões para a restrição orçamentária e represente em um mesmo sistema de eixos as novas restrições e a restrição do item (a).
d) Supondo que o preço da tinta aumente para $ 5,00, obtenha a nova expressão para a restrição orçamentária e represente em um mesmo sistema de eixos a nova restrição, juntamente com a do item (a).
e) Supondo que o preço do verniz diminua para $ 5,00, obtenha a nova expressão para a restrição orçamentária e represente em um mesmo sistema de eixos a nova restrição, juntamente com a do item (a).

11) Um produto, quando comercializado, apresenta as funções Custo e Receita dadas, respectivamente, por $C = 3q + 90$ e $R = 5q$, onde q é a quantidade comercializada que se supõe ser a mesma para custo e receita.
a) Em um mesmo sistema de eixos, esboce os gráficos de custo e receita. Determine também e indique no gráfico o *break-even point.*
b) Obtenha a função Lucro, L, esboce o seu gráfico e determine as quantidades necessárias para que o lucro seja negativo, nulo e positivo.

12) O valor da conta de um celular é dado por uma tarifa fixa, mais uma parte que varia de acordo com o número de ligações. A tabela a seguir fornece os valores da conta nos últimos meses.

Ligações	45	52	61	65
Valor	77,50	81,00	85,50	87,50

a) Determine a expressão que relaciona valor em função das ligações.
b) Qual a tarifa fixa e o preço por ligação?
c) Esboce o gráfico da função do item (a).

13) Podemos enunciar a lei da demanda de um produto em relação ao preço da seguinte forma: "A demanda por um produto pelos consumidores no mercado geralmente aumenta quando o preço cai e diminui quando o preço aumenta". Em uma safra, a demanda e o preço de uma fruta estão relacionados de acordo com a tabela

Demanda (q)	10	25	40	55
Preço (p)	5,10	4,95	4,80	4,65

a) Determine a expressão que relaciona preço e demanda.
b) Esboce o gráfico da função do item anterior. A função é crescente ou decrescente?

14) Podemos enunciar a lei da oferta de um produto em relação ao preço da seguinte forma: "A predisposição para a oferta de um produto pelos fornecedores no mercado geralmente aumenta quando o preço aumenta e diminui quando o preço diminui". Em uma safra, a oferta e o preço de uma fruta estão relacionados de acordo com a tabela

Oferta (q)	10	25	40	55
Preço (p)	4,50	4,80	5,10	5,40

a) Determine a expressão que relaciona preço e oferta.
b) Esboce o gráfico da função do item anterior. A função é crescente ou decrescente?

15) Podemos dizer que "o *preço de equilíbrio* de um produto corresponde ao valor em que a procura por parte dos consumidores se iguala ao que é oferecido por parte dos fornecedores, ou seja, quando a demanda é igual à oferta". Considerando as funções demanda e oferta dos dois problemas anteriores, determine:
a) O preço de equilíbrio e a quantidade demandada/oferecida para esse preço.
b) Um esboço dos gráficos sobrepostos da demanda e oferta dos problemas anteriores, indicando o preço de equilíbrio encontrado no item anterior.

16) Uma locadora de automóveis aluga um "carro popular" ao preço de $ 30,00 a diária, mais $ 4,00 por quilômetro rodado. Outra locadora aluga o mesmo modelo de carro ao preço de $ 80,00 a diária, mais $ 2,00 por quilómetro rodado.
a) Escreva as funções que descrevem, para cada locadora, o valor a ser pago por dia de aluguel em função do quilômetro rodado por dia.
b) Represente graficamente, em um mesmo sistema de eixos, as funções determinadas no item anterior.
c) Qual das duas locadoras apresenta a melhor opção para uma pessoa alugar um carro popular? Justifique sua resposta.

17) Um botijão de cozinha contém 13 kg de gás. Na casa A, em média, é consumido, por dia, 0,5 kg de gás. Na casa B, em média, é consumido, por dia, 0,3 kg de gás. Supondo que na casa A o botijão está cheio e que na casa B já foram gastos 5 kg de gás:

a) Expresse, para cada uma das casas, a massa *m* de gás no botijão, em função de *t* (dias de consumo). Depois de quanto tempo os botijões estarão vazios?

b) Esboce o gráfico, em um mesmo sistema de eixos, das funções determinadas no item anterior. Nessa situação, as funções são crescentes ou decrescentes? A que tipo de taxa?

c) Depois de quanto tempo as quantidades de gás nos dois botijões serão iguais?

Função do 2º grau (ou Função Quadrática)

1) Em cada item, construa o gráfico da função dada:

a) $y = x^2 - 3x + 2$

b) $y = x^2 + 3x + 3$

c) $y = -x^2 + 4x - 1$

d) $y = -\frac{2x^2}{3} + 4x - 6$

e) $y = (x - 2)^2$

f) $y = (x + 3)^2$

2) O consumo de energia elétrica para uma residência no decorrer dos meses é dado por $E = t^2 - 8t + 210$, onde o consumo E é dado em kwh e ao tempo associa-se t = 0 a janeiro, t = 1 a fevereiro, e assim sucessivamente.

a) Determine o(s) mês(es) em que o consumo é de 195 kwh.

b) Esboce o gráfico de *E.*

3) O número *N,* de apólices vendidas por um vendedor de seguros, pode ser obtido pela expressão $N = -t^2 + 14t + 32$, onde *t* representa o mês da venda.

a) Esboce o gráfico dessa função para os dez primeiros meses de vendas.

b) De acordo com os dados obtidos anteriormente, em que mês foi vendido o máximo de apólices e qual o número máximo vendido?

4) O valor, em reais (R$), de uma ação negociada na bolsa de valores no decorrer dos dias de pregão é dado pela expressão $v = 0{,}5t^2 - 8t + 45$. Considere $t = 0$ o momento inicial de análise; $t = 1$ após 1 dia; $t = 2$ após 2 dias etc.

a) Esboce o gráfico indicando os principais pontos e o eixo de simetria.

b) Após quanto tempo o valor da ação é mínimo? Qual o valor mínimo?

c) Para quais dias o valor da ação é decrescente? E crescente?

d) Determine a variação percentual do valor da ação após 20 dias de pregão.

5) O preço do trigo varia no decorrer dos meses de acordo com a função $p = 0{,}25t^2 - 2{,}5t + 60$ para um período de um ano em que $t = 0$ representa o momento inicial de análise, t = 1 após 1 mês; t = 2 após 2 meses etc.

a) Esboce o gráfico ressaltando os principais pontos.

b) Em que momento o preço é mínimo? Qual o preço mínimo?

c) Qual a variação percentual entre o momento inicial e final do terceiro mês? E a variação percentual entre os finais do terceiro e sétimo mês?

6) Uma pessoa investiu em papéis de duas empresas no mercado de ações durante 12 meses. O valor das ações da primeira empresa variou de acordo com a função $A = t + 10$, e o valor para a segunda empresa obedeceu à função $B = t^2 - 4t + 10$. Considere t = 0 o momento da compra das ações; t = 1 após 1 mês; $t = 2$ após 2 meses etc.

a) Em que momentos as ações têm o mesmo valor? Quais são esses valores?

b) Em um mesmo sistema de eixos, esboce os gráficos para o período de um ano.

c) Comente a evolução do valor de cada uma das ações. Qual foi a melhor aplicação após os três primeiros meses? E após um ano?

7) A produção de um funcionário, quando relacionada ao número de horas trabalhadas, leva à função $P = -2t^2 + 24t + 128$.

a) Esboce o gráfico ressaltando os principais pontos.

b) Em que momento a produção é máxima? Qual a produção máxima?

c) Em que momento a produção é igual à produção inicial?
d) Em que momento o funcionário não consegue mais produzir?
e) Quais os intervalos de crescimento e decrescimento para produção?

Função Exponencial

1) Expresse o fator multiplicativo que aplicado a uma quantia represente:

a) Aumento de 25%
b) Aumento de 13%
c) Aumento de 3%
d) Aumento de 1%
e) Aumento de 100%
f) Aumento de 4,32%
g) Diminuição de 35%
h) Diminuição de 18%
i) Diminuição de 4%
j) Diminuição de 2%
k) Diminuição de 6,17%
l) Diminuição de 0,5%

2) O montante de uma aplicação financeira no decorrer dos anos é dado por $M(x) = 50.000 \,.\, 1{,}08^x$, onde x representa o ano após a aplicação e $x = 0$ o momento em que foi realizada a aplicação.

a) Calcule o montante após 1 ano, 5 anos e 10 anos da aplicação inicial.
b) Qual o valor aplicado inicialmente? Qual o percentual de aumento do montante em um ano?
c) Esboce o gráfico de *M(x).*
d) Após quanto tempo o montante será de $ 80.000,00?

3) Um trator tem seu valor dado pela função $V(x) = 125.000 \,.\, 0{,}91^x$, onde x representa o ano após a compra do trator e $x = 0$ o ano em que foi comprado o trator.

a) Calcule o valor do trator após 1 ano, 5 anos e 10 anos da compra.
b) Qual o valor do trator na data da compra? Qual o percentual de depreciação do valor em um ano?
c) Esboce o gráfico de *V(x).*
d) Após quanto tempo o valor do trator será $ 90.000,00?

4) Um automóvel após a compra tem seu valor depreciado a uma taxa de 10% ao ano. Sabendo que o valor pode ser expresso por uma função exponencial e que o valor na compra é de $ 45.000,00:

a) Obtenha o valor V como função dos anos x após a compra do automóvel, isto é, $V = f(x)$.
b) Obtenha o valor do automóvel após 1 ano, 5 anos e 10 anos da compra.
c) Esboce o gráfico de *V(x).*
d) Utilizando apenas a base da função, determine a depreciação percentual em 3 anos.
e) Após quanto tempo o valor do automóvel será $ 25.000,00?

5) Uma máquina copiadora após a compra tem seu valor depreciado a uma taxa de 11,5% ao ano. Sabendo que o valor pode ser expresso por uma função exponencial e que o valor na compra é de $ 68.500,00:

a) Obtenha o valor V como função dos anos x após a compra da máquina copiadora, isto *é*, $V = f(x)$.
b) Obtenha o valor da máquina copiadora após 1 ano, 5 anos e 10 anos da compra.
c) Esboce o gráfico de *V(x).*
d) Após quanto tempo o valor da máquina será a metade do valor inicial?

6) Uma pessoa faz um empréstimo de $ 35.000, que será corrigido a uma taxa de 3,5% ao mês a juros compostos.
a) Obtenha o montante da dívida M como função dos meses *x* após a data do empréstimo, isto é, *M = f(x).*
b) Obtenha o montante da dívida após 1, 12, 24 e 36 meses do empréstimo.
c) Esboce o gráfico de *M(x).*
d) Utilizando apenas a base da função, determine o aumento percentual em um ano.
e) Após quanto tempo o valor do montante será $ 50.000,00?

7) O preço médio dos componentes de um eletrodoméstico aumenta conforme uma função exponencial. O preço médio inicial dos componentes é de $ 28,50, e a taxa percentual de aumento é de 4% ao mês.
a) Obtenha o preço médio P como função dos meses í após o momento em que foi calculado o preço médio inicial, isto é, *P = f(t).*
b) Calcule o preço médio dos componentes após 1 , 5 e 10 meses do momento em que foi calculado o preço médio inicial.
c) Esboce o gráfico de P(t).
d) Utilizando apenas a base da função, determine o aumento percentual em um ano.
e) Após quanto tempo o preço médio dos componentes duplicará?
Após quanto tempo o preço médio quadruplicará? Compare os resultados.

8) Uma cidade no ano 2000 tem 1.350.000 habitantes e, a partir de então, sua população cresce de forma exponencial a uma taxa de 1,26% ao ano.
a) Obtenha a população P como função dos anos t, isto é, P = *f(t).*
(Considere t = 0 representando o ano 2000, t = 1 representando o ano 2001, e assim sucessivamente).
b) Estime a população da cidade para os anos de 2000, 2001, 2005 e 2010.
c) Esboce o gráfico de P(t).
d) Qual o aumento percentual na primeira década? E na segunda década?
e) Em que ano a população será de 15.000.000 habitantes?
f) Após quanto tempo a população duplicará?

9) Em uma jazida de minério, os técnicos com aparelhos fazem estimativas da quantidade de estanho restante que pode ser extraída após a descoberta da jazida. Tais quantidades foram computadas, e duas dessas estimativas estão na tabela a seguir:

Tempo após a descoberta da jazida (anos)	1	3
Quantidade estimada de estanho na jazida (toneladas)	917.504	702.464

Sabe-se ainda que, com a extração mineral, a quantidade estimada de estanho restante vem diminuindo de forma exponencial.
a) Obtenha a quantidade de estanho restante *y* como função dos anos *x* após a descoberta da jazida, isto é, *y = f(x).*
b) Qual a diminuição percentual anual do estanho?
c) Qual era a quantidade de estanho presente na jazida quando ela foi descoberta?
d) Após quanto tempo a jazida terá a metade da quantidade inicial de estanho?

10) Após estudos, verificou-se que é exponencial o crescimento do consumo de energia elétrica em uma zona industrial de uma certa cidade. Foram computados os valores do consumo em relação ao número de anos transcorridos após o início do estudo, e dois desses valores são dados na tabela a seguir:

Tempo após o início do estudo (anos)	3	7
Consumo de energia (GWh)	192.000	468.750

a) Obtenha o consumo de energia *y* como função dos anos *x* após o início do estudo, isto é, *y = f(x).*
b) Qual o aumento percentual anual no consumo de energia?
c) Qual era a quantidade de energia consumida no ano do início do estudo?
d) Sabe-se que o limite para fornecimento de energia, antes de haver colapso do sistema, é de 1.000.000 GWh para tal região industrial. Se o crescimento do consumo continuar com as mesmas características, após quanto tempo haverá colapso do sistema de distribuição de energia?

11) Uma certa região tem uma população de 10 000 000 de habitantes e um crescimento anual de 2%.
a) Em quantos anos essa população duplicará?
b) Se em uma segunda região a população é de 300 000 habitantes, em quantos anos essa população duplicará crescendo a mesma taxa de 2%? Que conclusão você obteve?

12) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado por $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38 400 bactérias?

13) Sob condições ideais sabe-se que uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que inicialmente existam 100 bactérias:
a) Qual o tamanho da população após 15 horas?
b) Qual o tamanho da população após *t* horas?
c) Estime o tempo para a população atingir 50 000 bactérias.

14) Suponha que você receba uma oferta para trabalhar por apenas um mês. Qual das seguintes formas de pagamento você prefere?
I. Um milhão de dólares no fim do mês.
II. Um centavo de dólar no primeiro dia do mês, dois centavos no segundo dia, quatro centavos no terceiro dia, e, em geral, 2^{n-1} centavos de dólar no *n*-ésimo dia.

Função Logarítmica

1) Esboce o gráfico:
a) y = log x
b) f(x) = ln x
c) y = ln 2x
d) f(x) = - ln x