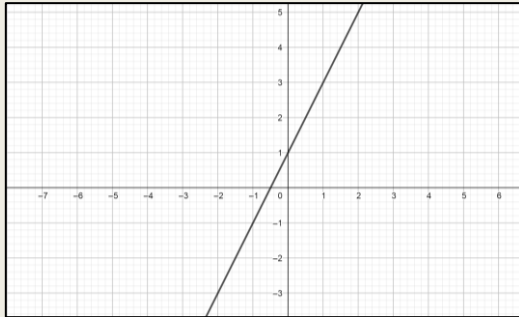


FUNÇÃO DO 2º GRAU

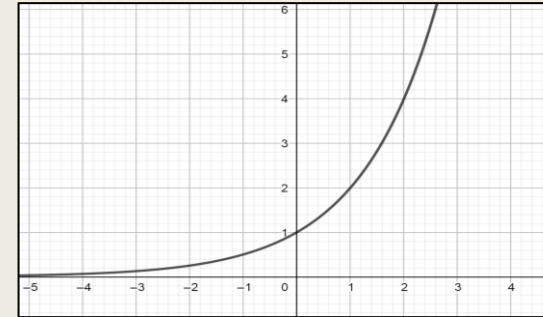
Profa. Dra. Viviane Rezi

Estudo de funções na disciplina...

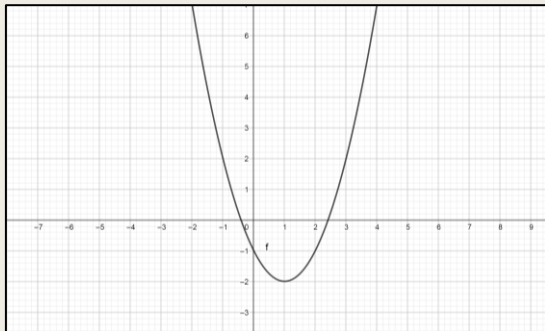
■ Função do 1º grau (linear)



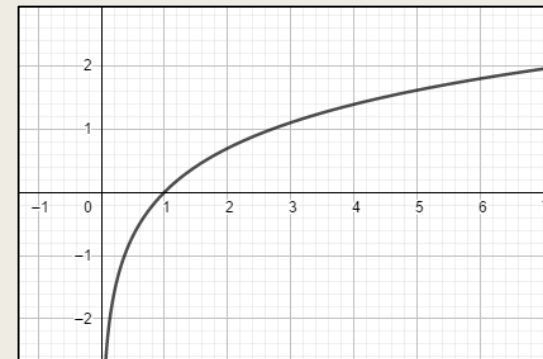
■ Função exponencial



■ Função do 2º grau



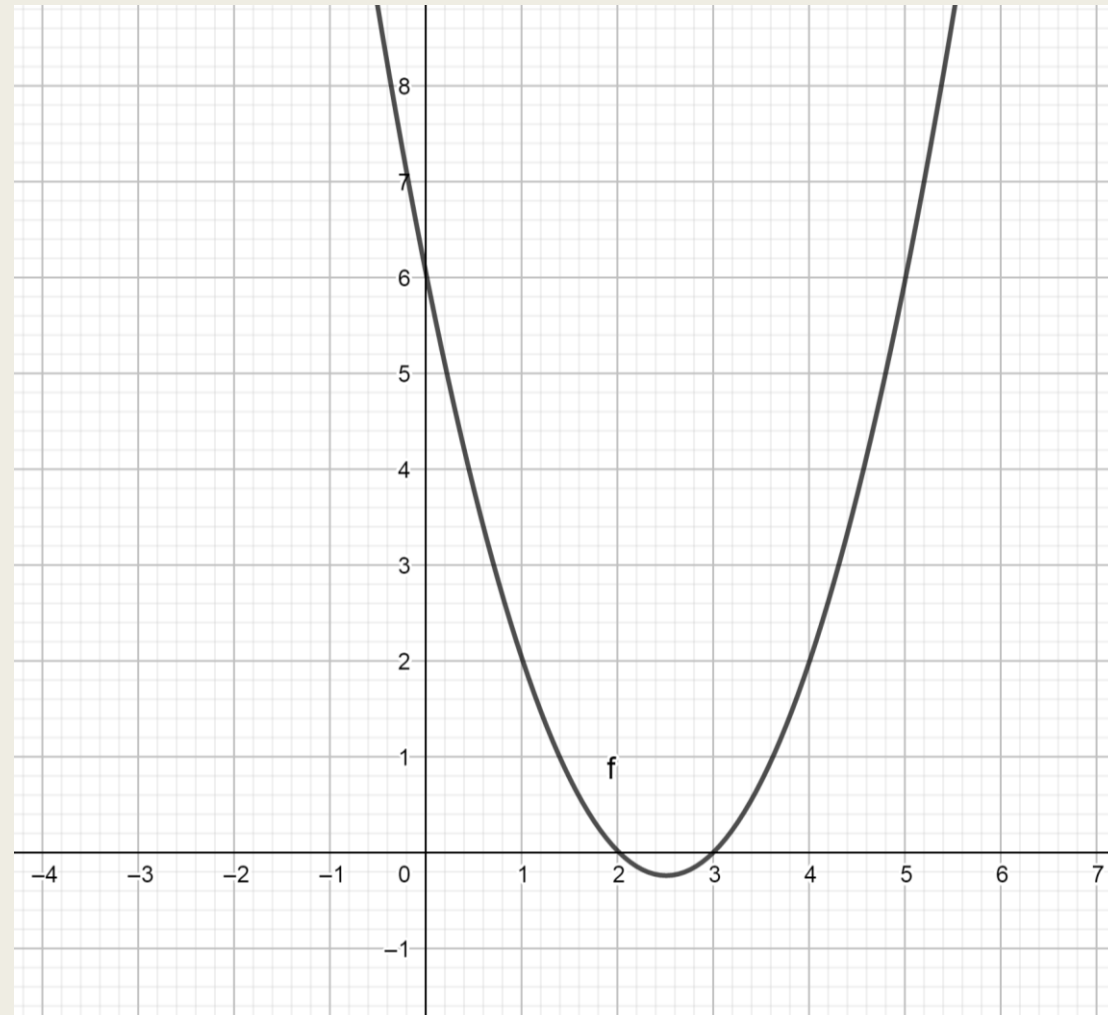
■ Função Logarítmica

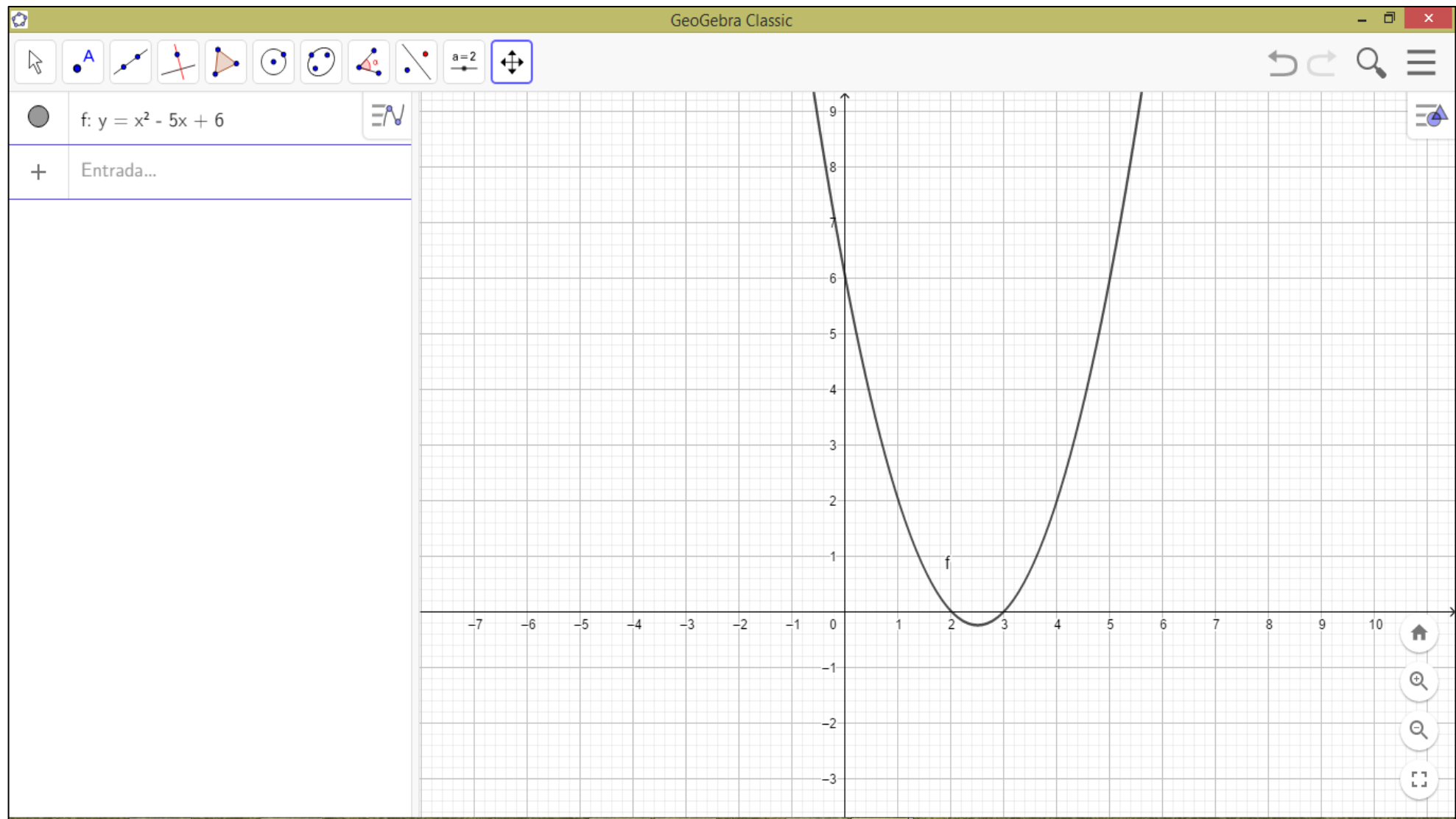


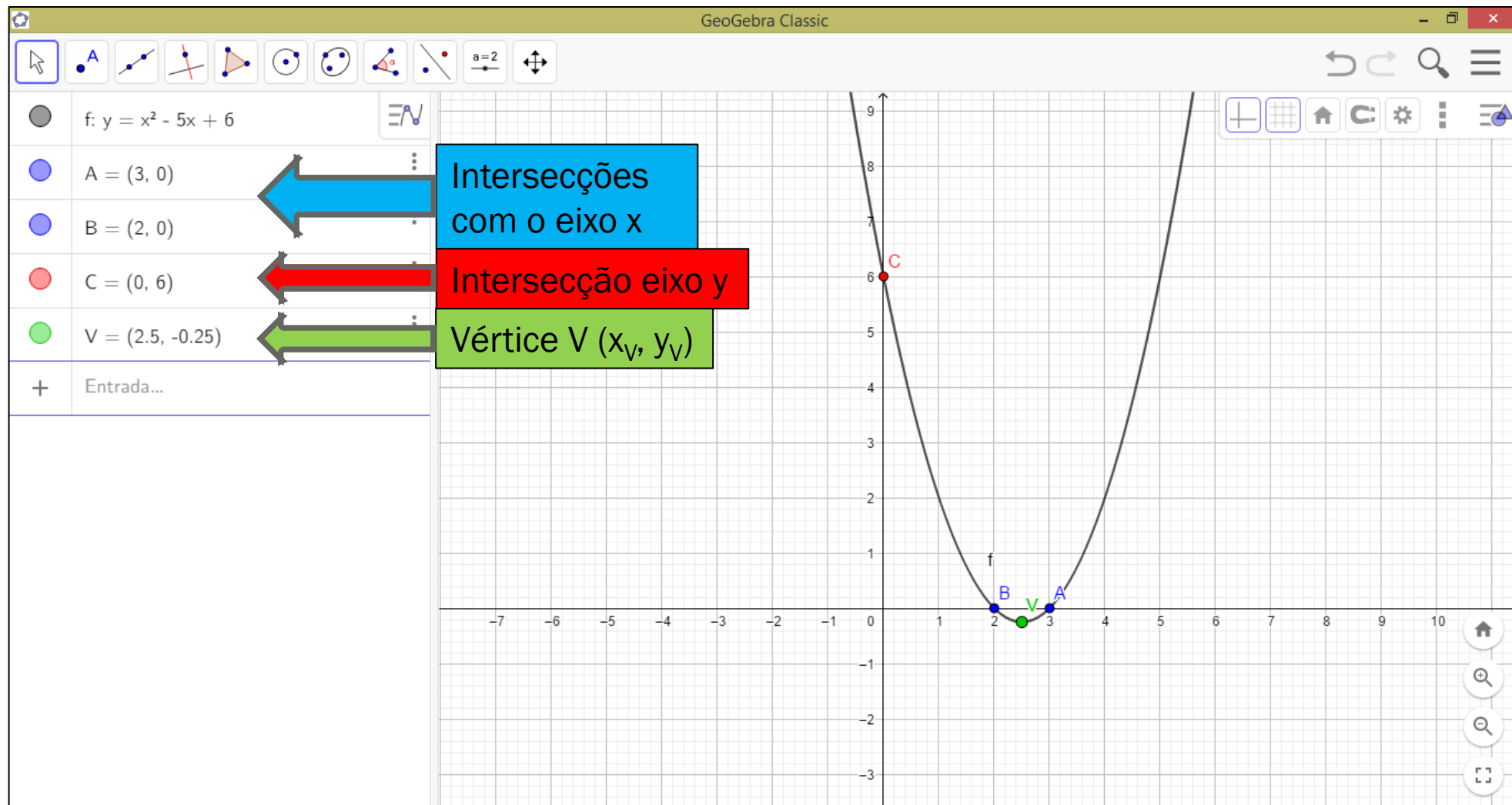
Função de 2º grau (ou função quadrática)

Exemplo:

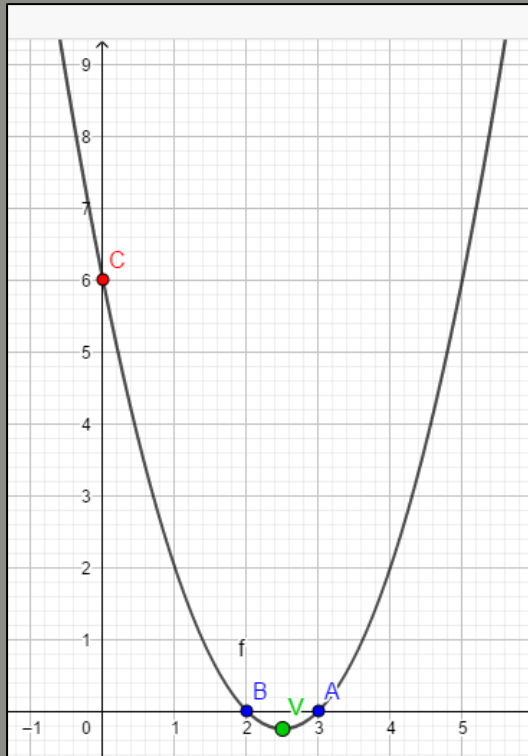
1) $y = x^2 - 5x + 6$







Esboce o gráfico da função

$$y = x^2 - 5x + 6$$


I) Intersecção com o eixo y

Faça $x = 0$

$$y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6$$

$$y = 6 \Rightarrow \mathbf{C = (0, 6)}$$

II) Intersecções com o eixo x

Faça $y = 0$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$\Delta = \mathbf{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$$

$$\Delta = 25 - 24$$

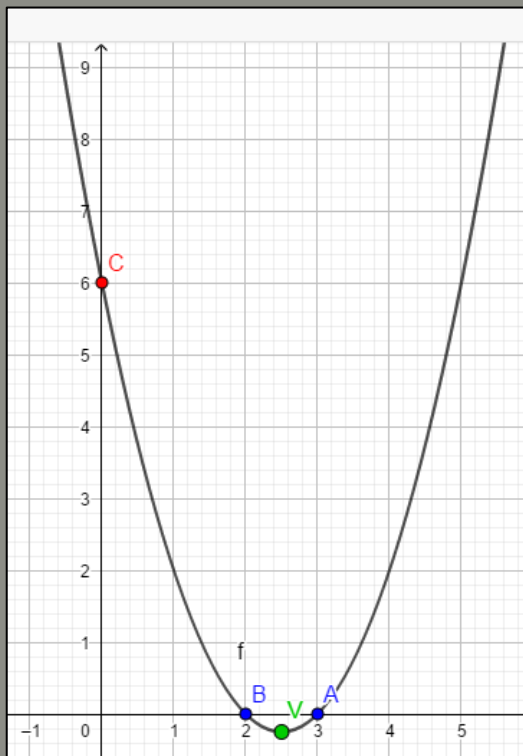
$$\Delta = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = 3 \Rightarrow \mathbf{A = (3, 0)}$$

$$x = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = 2 \Rightarrow \mathbf{B = (2, 0)}$$

$$\dots y = x^2 - 5x + 6$$



III) Vértice V (x_V , y_V)

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2 \cdot 1} = 2,5$$

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4 \cdot 1} = -0,25$$

$$\Rightarrow V = (2,5; -0,25)$$

(No Geogebra

$$V = (2.5, -0.25))$$

III) De outro modo:

$$x_V = \frac{2+3}{2} = 2,5$$

$$y_V = 2,5^2 - 5 \cdot 2,5 + 6 = -0,25$$

$$\Rightarrow V = (2,5; -0,25)$$

Exemplo 2: Esboce o gráfico da função

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3$$

I) Intersecção com o eixo y

Faça $x = 0$

$$y = -0^2 + 2 \cdot 0 - 3$$

$$y = -3 \Rightarrow \mathbf{C = (0, -3)}$$

II) Intersecções com o eixo x

Faça $y = 0$

$$0 = -x^2 + 2x - 3$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)$$

$$\Delta = 4 - 12$$

$$\Delta = -8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Não existem raízes reais, ou seja,
a curva não possui intersecções com o eixo x.

III) Vértice V (x_V , y_V)

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(-8)}{4 \cdot (-1)} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$\Rightarrow V = (1, -2)$$

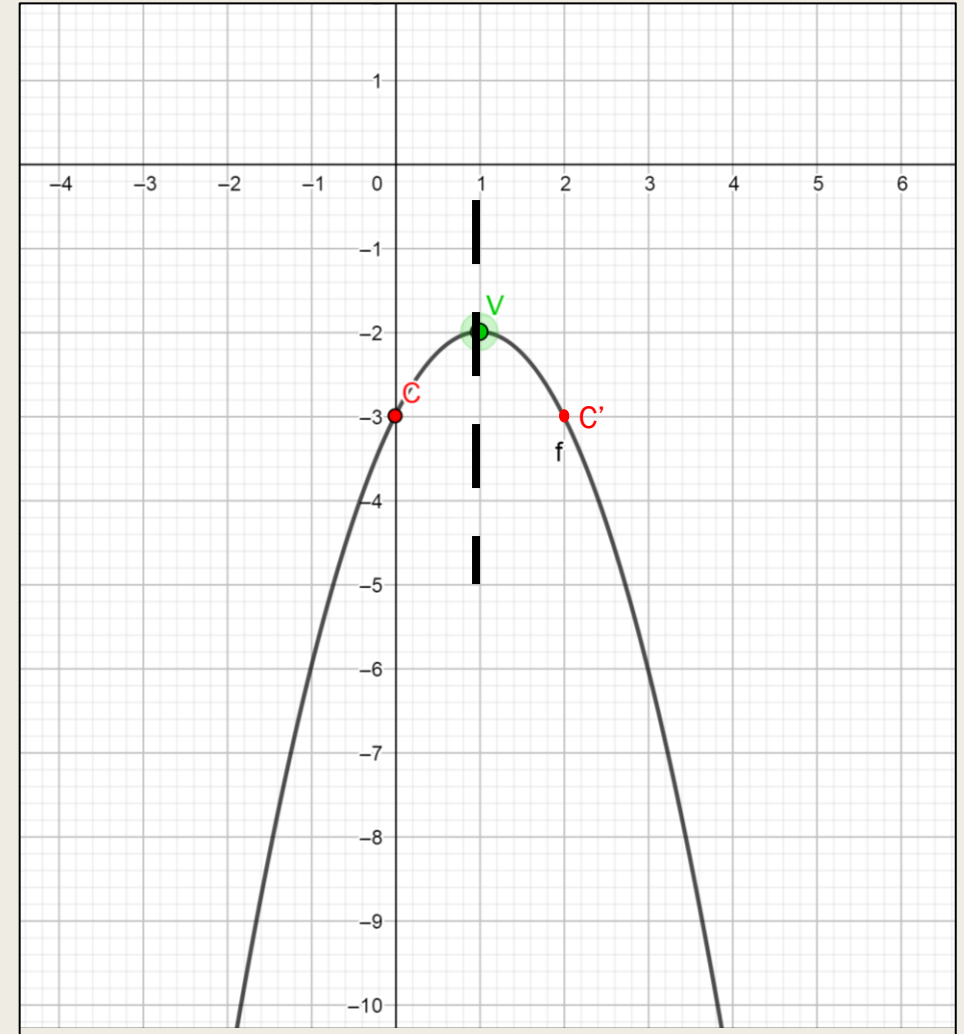
De outro modo:

x_V não é possível calcular pela média das raízes.

$$\begin{aligned} y_V &= -1^2 + 2 \cdot 1 - 3 \\ &= -1 + 2 - 3 = -2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V = (1, -2)$$

$$y = -x^2 + 2x - 3$$



Resumo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0$$

■ Concavidade:

$a > 0 \Rightarrow$ para cima

$a < 0 \Rightarrow$ para baixo

■ Raízes:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

■ Vértice:

$$x_V = \frac{-b}{2a} \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

Solução de Problemas

Em uma certa plantação, a produção P de feijão depende da quantidade q de fertilizante utilizada e tal dependência pode ser expressa por $P = -3q^2 + 90q + 525$. Considerando nessa lavoura a produção medida em kg e a quantidade de fertilizante em g/m^2 :

- a) Faça um esboço do gráfico.
- b) Qual a produção quando não se aplica fertilizante?
- c) Que quantidade de fertilizante gera produção máxima? Qual é a produção máxima?
- d) Que quantidade de fertilizante destrói toda a plantação?



$$P = -3q^2 + 90q + 525$$

P: produção de feijão (kg)

q: quantidade de fertilizante (g/m^2)

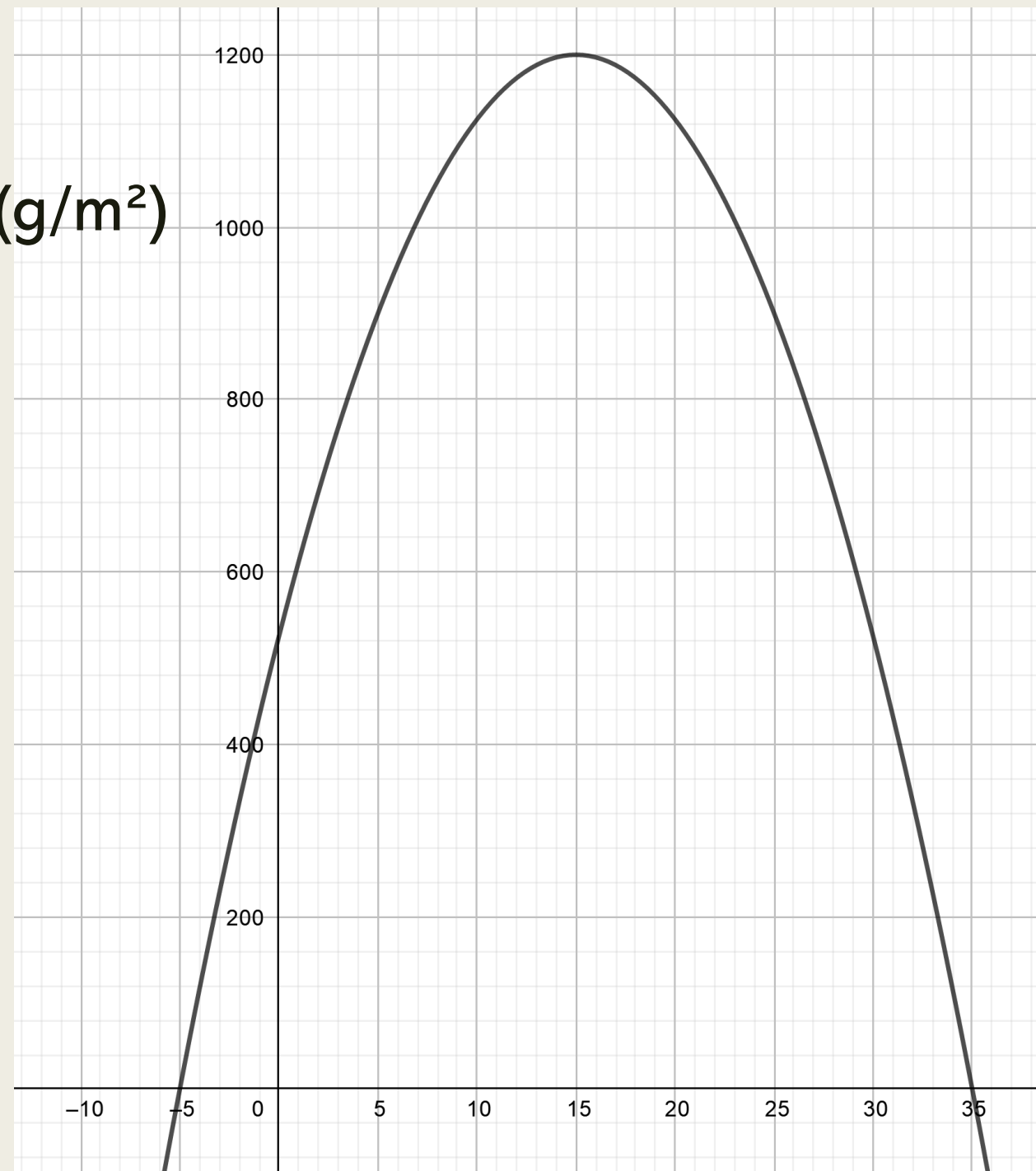
a) Faça um esboço do gráfico.

b) Qual a produção quando não se aplica fertilizante?

$$q = 0$$

$$P = -3 \cdot 0^2 + 90 \cdot 0 + 525$$

$$P = 525 \text{ kg}$$



$$P = -3q^2 + 90q + 525$$

P: produção de feijão (kg)

q: quantidade de fertilizante (g/m²)

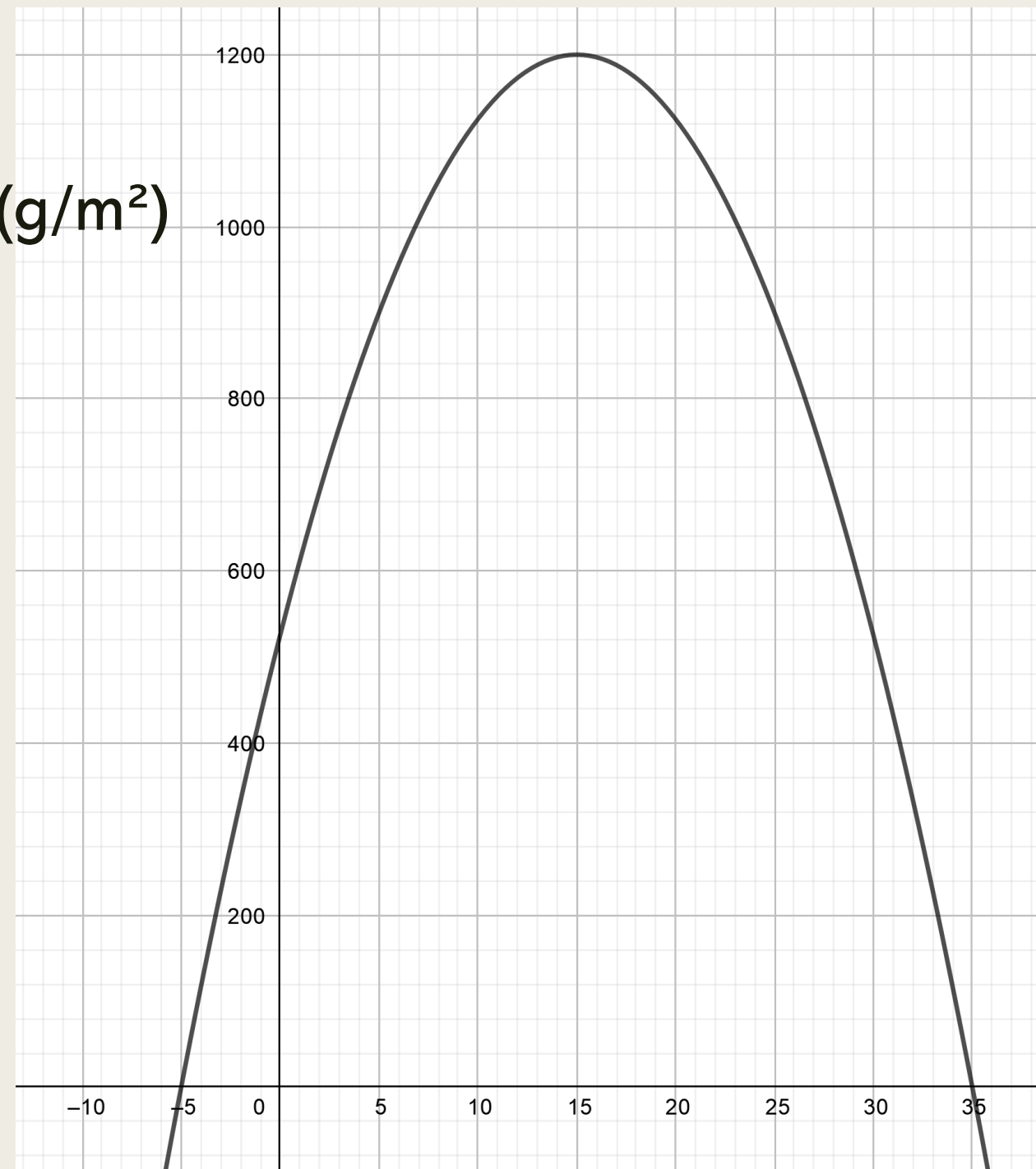
c) Que quantidade de fertilizante gera produção máxima?

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{2 \cdot (-3)} = \mathbf{15 \text{ g/m}^2}$$

Qual é a produção máxima?

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow \text{não é prático!}$$

$$\begin{aligned} y_v &= -3 \cdot 15^2 + 90 \cdot 15 + 525 \\ &= \mathbf{1200 \text{ kg}} \end{aligned}$$



$$P = -3q^2 + 90q + 525$$

P: produção de feijão (kg)

q: quantidade de fertilizante (g/m^2)

d) Que quantidade de fertilizante destrói toda a plantação?

$$P = 0$$

$$0 = -3q^2 + 90q + 525$$

$$\Delta = 90^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 525$$

$$\Delta = 14400$$

$$x = \frac{-90 \pm \sqrt{14400}}{2 \cdot (-3)} = \mathbf{35 \text{ g}/\text{m}^2}$$

