4 janvier 2017
Prob-Stat, L2 Info
***Durée:* 2h**
Calculatrice autorisée - Aucun document
(formulaire stat en dernière page)

une pointe de colle ----------------------->

NOM (majuscules):
Prénom:

NOTES:
Exercice 1 : ________/ 6

Exercice 2 : _________/ 10

Exercice 3 : _________/ 4

TOTAL: ___________

N'oubliez pas d'indiquer votre nom. **Colle disponible quand vous rendez la copie.**
Donnez vos réponses à la suite de chaque question, *aux endroits prévus*.
Pas de point pour réponse sans justification et détails des calculs -
RESULTATS AVEC DEUX chiffres significatifs.

Barème approximatif entre parenthèses. Formulaire proba/stat en dernière page.

Exercice 1

1. On vous donne le début du fichier de données sur les ordinateur étudié en cours.

```
> Computers[1:10,]
   price speed  hd ram screen  cd multi premium ads trend
1   1499    25  80   4     14  no    no     yes  94     1
2   1795    33  85   2     14  no    no     yes  94     1
3   1595    25 170   4     15  no    no     yes  94     1
4   1849    25 170   8     14  no    no      no  94     1
5   3295    33 340  16     14  no    no     yes  94     1
6   3695    66 340  16     14  no    no     yes  94     1
7   1720    25 170   4     14 yes    no     yes  94     1
8   1995    50  85   2     14  no    no     yes  94     1
9   2225    50 210   8     14  no    no     yes  94     1
10  2575    50 210   4     15  no    no     yes  94     1
```

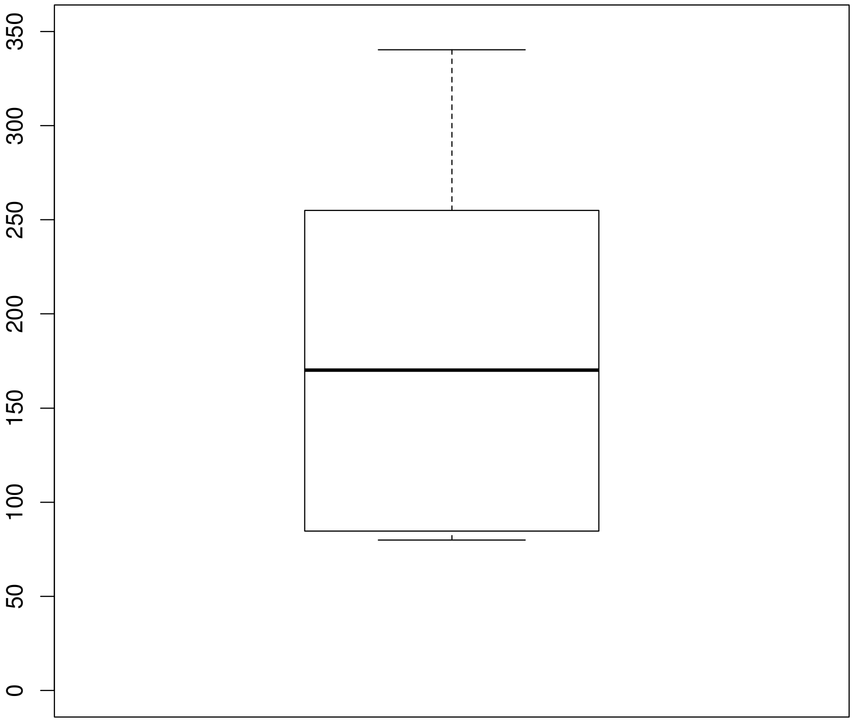
i. (1 pt) A quoi est égal Xv= Computers$hd[1:8]?

```
Xv
[1]  80  85 170 170 340 340 170  85
>
```

ii. (4 pts) Donnez les valeurs pour les sorties de la fonction BP(Xv) vue en TP (écrivez ces 8 **valeurs juste au dessus des traits noirs).**

```
> BP(Xv)
h1     moust-bas Q1      med      DIQ       Q3    moust-haut       h2
-170       80     85     170      170      255       340          510
```

iii. (1 pt) Tracer le boxplot



Exercice 2

On échantillonne n valeurs d'une variable aléatoire normale X de paramètres μ et σ - les valeurs de X sont comprises entre 0 et 350 avec des effectifs (**$counts** ci-dessous) pour chacun des 7 intervalles entre 0 et 350.

1. (4 pts) On donne ci-dessous le programme qui produit l'objet h contenant les données utilisées pour tracer l'histogramme.

On ne vous donne ni n, ni mu, ni sig - vous avez ce qu'il faut pour obtenir/estimer ces trois quantités.

Complétez partout où il y a des traits noirs -

nombre n d'observations= $7 + 34 + 135 + 183 + 103 + 35 + 3 = 500$

```
> sum(Xv)
[1] 85306.7
> sum(Xv*Xv)
[1] 15966507
> sd(Xv)
[1] 53.1952
> mean(Xv)
[1] 170.613
> windows()
> s1=seq(0, 350,by=50)
> h=hist(Xv,breaks=s1 ,
freq=F,ylim=c(0,0.01))
>
> h
$breaks
[1]   0  50 100 150 200 250 300 350

$counts
[1]   7  34 135 183 103  35   3

$density
[1] 0.00028 0.00136 0.00540 0.00732
0.00412 0.00140 0.00012
```

Calculs: $n := 500$

$S2 := 15966507$ $So := 85306.7$

$$Sd(Xv) = \sqrt{\frac{S2}{n-1} - \frac{So^2}{n \cdot (n-1)}} = 53.195$$

$$mean\ (Xv) = \frac{So}{n} = 170.613$$

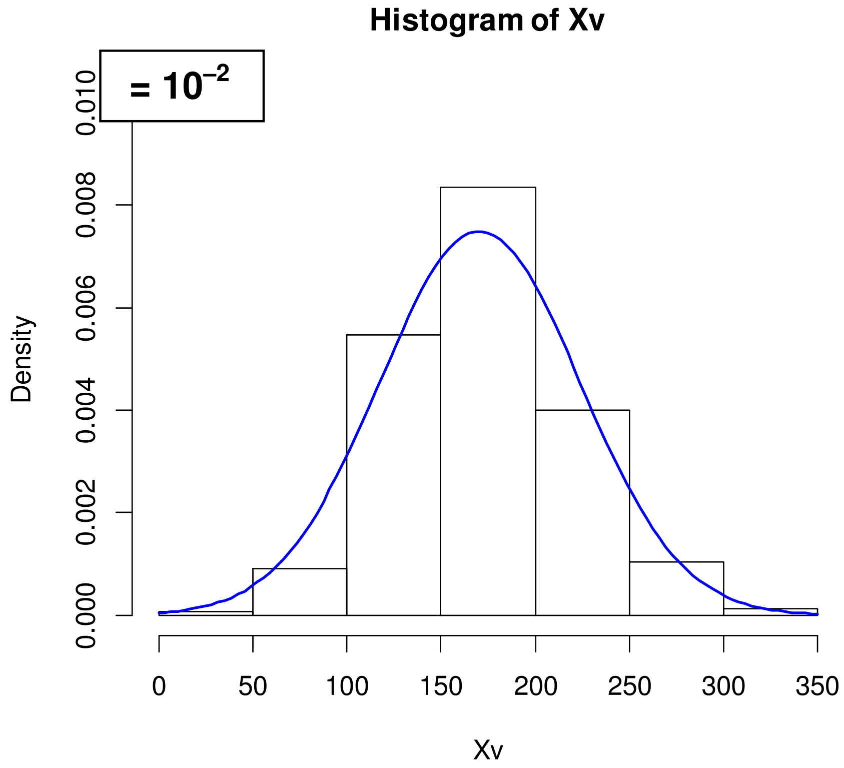
densité :

$$\frac{7}{50 \cdot 500} = 0.00028 \qquad \frac{34}{50 \cdot 500} = 0.00136$$

etc

2. (1 pts) Tracez l'histogramme des densités en complétant tous les éléments dans le diagramme - en particulier indiquez la bonne valeur pour l'entier *k* (qui peut être soit positif soit négatif) et qui définit la valeur maximum 10^k sur les ordonnées.

k= –2



3. i. (2 pt) Quelles valeurs utilise-t-on pour les estimations des paramètres μ et σ?

μ_{est} : mean(Xv) = 170.613

σ_{est} : sd(Xv)= 53.195

ii. Calculer aux valeurs suivantes la densité de la loi normale avec ces paramètres :

En 100: _______

$$\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{100-\mu_{est}}{\sigma_{est}}\right)^2\right]}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_{est}} = 0.00311$$

En 170.613: ____

$$\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{170.613-\mu_{est}}{\sigma_{est}}\right)^2\right]}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_{est}} = 0.0075$$

En 250: _____

$$\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{250-\mu_{est}}{\sigma_{est}}\right)^2\right]}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_{est}} = 0.00246$$

iii. (1 pts) Utilisez ces valeurs pour tracer grossièrement sur le diagramme de 2 la densité de la loi normale dont est issue l'échantillon.

4. (2 pts) Donnez l'intervalle de confiance à 90% pour μ.

$$D := \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot 1.645 = 3.913$$

intervalle est $\mu_{est} - D = 166.7$ à $\mu_{est} + D = 174.527$

****

Exercice 3

Un contrôleur de qualité qui commence à travailler à 8h vérifie un téléphone par minute qui sortent d'une chaine de montage. La probabilité qu'un téléphone soit défectueux est ***p***.

1. (2pts) Donner la loi du nombre de minutes jusqu'a ce que le contrôleur trouve le premier téléphone défectueux: nom de la loi et probabilités (pas de fonction R).

Loi géométrique - la probabilité que le premier téléphone defectueux ("succès") soit trouvé au kème contrôle est $(1-p)^{k-1}$ p .

2. Donner la loi du nombre de téléphones défectueux trouvés en 1h: nom de la loi et probabilités (pas de fonction R).

sur n=60 expériences, le nombre de "succès" suit loi binomiale -

proba de k succes est $\frac{n!p^k(1-p)^{n-k}}{k!(n-k)!}$

Application numérique: p=0.012

3. (2pts) Calculer:

i. Le nombre d'heures en moyenne jusqu'à ce que le contrôleur trouve un premier téléphone défectueux.

espérance 1/p de loi géométrique est nombre moyen de minutes - donc nombre moyen d'heures est $\frac{1}{p \cdot 60} = 1.389$

ii. Le nombre moyen de téléphones défectueux trouvés en 1h.

espérance de la loi binomiale: np = 60 $\times$ 0.012 = 0.72

Petit formulaire statistique: sans détails, à vous de savoir ce qui est quoi

$$\sqrt{\frac{S2}{n-1} - \frac{So^2}{n(n-1)}}$$

Densité, espérance, écart-type	Fonction de répartition F(b)
$\frac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ = dnorm(x, μ, σ) espérance=μ, écart-type=σ	$\int_{-\infty}^{b} \frac{exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}{\sigma\sqrt{2\pi}} dx$ = pnorm(b, μ, σ)
λ exp(-λx) = dexp(x, λ) espérance=écart-type= 1/λ	1 - exp(-λb) = pexp(b, λ)
$(1-p)^{k-1}$ p = dgeom(k-1, p) espérance=1/p; écart-type=$\sqrt{1-p}/p$	
$\frac{n!\, p^k (1-p)^{n-k}}{k!\,(n-k)!} = \text{dbinom}(k, n, p)$ espérance=np; écart-type = $\sqrt{np(1-p)}$	
$\frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t) = \text{dpois}(k, \lambda t)$ espérance=λt; écart-type=$\sqrt{\lambda t}$	