Reference:C:\MA\COURS\ProgramsSampleETC.xmcd(R)

Révisions: intervalles de confiance , Loi exponentielle

On mesure la durée de vie X de 84 transistors; 55 durées sont entre 0 et 2 ans (intervalle centré en 1), 18 durées entre 2 et 4 (intervalle centré en 3). Les nombres suivants selon le même principe sont 6, 3, 1, 0, 1 . Les sommes et somme des carrés des durées sont 165.781 et 754.0754.

1. Donner les intervalle de confiance à 90, 95 et 99% pour l'espérance μ de X.

$$\bar{X} := \frac{So}{n} = 1.974 \qquad S := \sqrt{\frac{S2}{n-1} - \frac{So^2}{n\cdot(n-1)}} = 2.268$$

$$n = 84$$

$$D90 := 1.645\cdot\frac{S}{\sqrt{n}} = 0.407 \qquad \bar{X} - D90 = 1.567 \qquad \bar{X} + D90 = 2.381$$

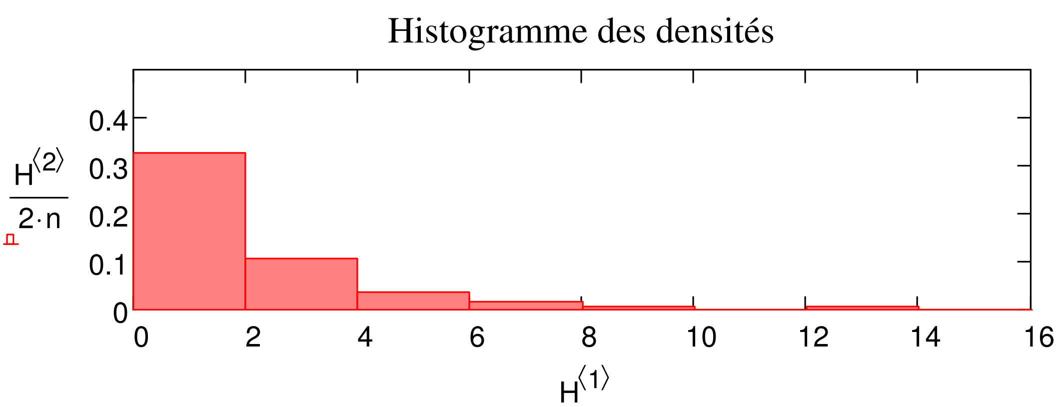
$$D95 := 1.96\cdot\frac{S}{\sqrt{n}} = 0.485 \qquad \bar{X} - D95 = 1.489 \qquad \bar{X} + D95 = 2.459$$

$$D99 := 2.58\cdot\frac{S}{\sqrt{n}} = 0.638 \qquad \bar{X} - D99 = 1.335 \qquad \bar{X} + D99 = 2.612$$

2. Tracer l'histogramme des densités. Quelle forme a-t-il?

$$\frac{H^{\langle 2\rangle}}{2\cdot n} =$$

	1
1	0.327
2	0.107
3	0.036
4	0.018
5	$5.952\cdot10^{-3}$
6	0
7	$5.952\cdot10^{-3}$
8	0
9	0
10	0



decroissance exponentielle

3. On veut modéliser X par une loi exponentielle.

i. En regardant l'histogramme des densités de 2 et en raisonnant sur la valeur de la densité en 0 donner l'ordre de grandeur pour le λ correspondant à cet échantillon.

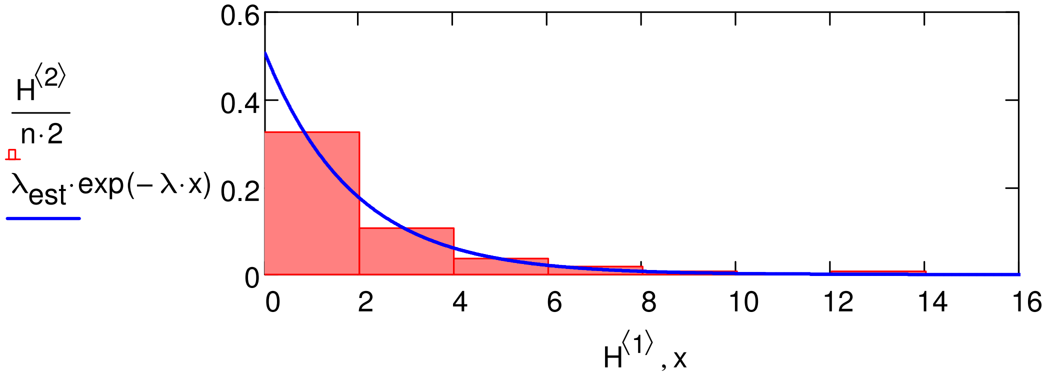
ii. Raisonner sur l'espérance de la loi exponentielle pour calculer l'estimation λ_{est} . de λ.

iii. Tracez sur l'histogramme de 2 la densité obtenue avec λ_{est} .

λ est la valeur de la fonction exponentielle en 0 - Si une exponentielle décroissante approxime l'histogramme des densités, sa valeur en 0 sera de l'ordre de 0.4 ou 0.5.

La moyenne empirique est proche de l'espérance si l''échantillon est grand , donc So/n $\approx 1/\lambda$ --------> $\lambda_{est} := \frac{n}{So} = 0.507$

$x := 0, 0.01 .. 20$



4. Utilisez le modèle pour calculer la probabilité que la durée de vie soit i) entre 2 et 4 ans;ii) >6 ans.

La fonction de répartition est $F(x, \lambda) := 1 - \exp(-\lambda \cdot x)$

$F(4, \lambda_{est}) - F(2, \lambda_{est}) = 0.231$

$\exp(-\lambda_{est} \cdot 2) - \exp(-\lambda_{est} \cdot 4) = 0.231$

$1 - F(6, \lambda_{est}) = 0.048$ $\exp(-\lambda_{est} \cdot 6) = 0.048$

5. Quelle est la durée de vie au delà de laquelle le transistor survit avec proba 0.5 ?

inconnue est d:

$P(X > d) = 0.5 = \exp(-\lambda_{est} \cdot d)$

donc $d = \frac{\ln(0.5)}{-(\lambda_{est})} = 1.368$

****

Loi de Poisson

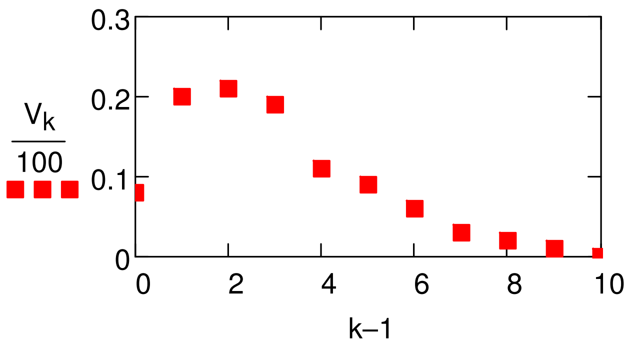
On compte le nombre de mulots que l'on trouve sur des parcelle de $1m^2$. Les pourcentages des parcelles sur lesquelles on trouve 0, 1, 2, 3 , ...10 mulots sont donnés dans le vecteur suivant

$V := (8 \ 20 \ 21 \ 19 \ 11 \ 9 \ 6 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0)^T$

1. Représenter graphiquement ces fréquences relatives (pas les pourcentages) - et calculer le nombre moyen de mulots sur chaque parcelles.

$k := 1 .. 11$

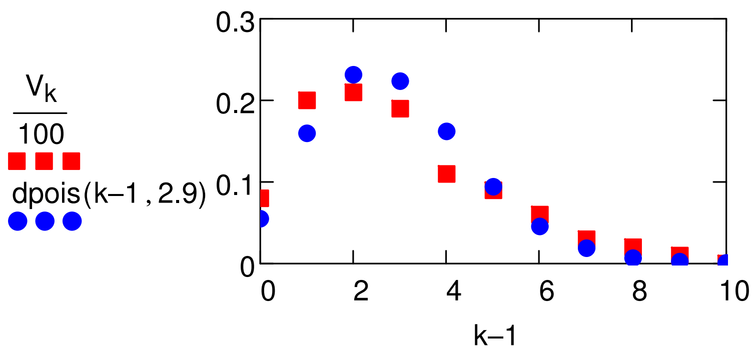
nombre moyen :



$$\sum_{k=1}^{11}\left[\frac{V_k}{100}\cdot(k-1)\right] = 2.9$$

2 . Proposer une loi de probabilité pour le nombre de mulot sur une parcelle - et estimer le ou les paramètres pour cette loi. Superposer les probabilités sur le diagramme des fréquences relatives.

Loi de Poisson d'espérance λ estimée par la moyenne empirique 2.9.



$\mathrm{dpois}(k-1, 2.9) =$

0.055
0.16
0.231
0.224
0.162
0.094
0.045
0.019
$6.827\cdot 10^{-3}$
$2.2\cdot 10^{-3}$
$6.379\cdot 10^{-4}$

3. Calculer la probabilité que d'après le modèle il y ait
i. au moins un mulot sur une parcelle.
ii. 3 ou 4 mulots.
iii. moins de 6 mulots.

$$1 - \mathrm{dpois}(0, 2.9) = 0.945$$

$$\mathrm{dpois}(3, 2.9) + \mathrm{dpois}(4, 2.9) = 0.386$$

$$\sum_{k=0}^{5} \mathrm{dpois}(k, 2.9) = 0.926$$