Fondamenti di Comunicazioni Elettriche / Telecomunicazioni
Modulazione su portante sinusoidale - Parte 2

Luca De Nardis luca.denardis@uniroma1.it

Sapienza Università di Roma — 13 Novembre 2024

Esercizio 1

Un segnale avente banda $B = 10\,kHz$ viene modulato di frequenza con indice di modulazione di frequenza $I_F = 6$. Si calcoli il valore della Banda di Carson B_c e quello dell'occupazione frequenziale complessiva B_{TOT}.

Soluzione

Il valore della Banda di Carson è calcolabile a partire dalla relazione seguente:

$$B_c = B\,(I_F + 1).$$

Sostituendo i valori forniti dal testo si ottiene:

$$B_c = 10 \cdot (6 + 1) = 70\,kHz.$$

L'occupazione frequenziale complessiva a Radio Frequenze è data da:

$$B_{TOT} = 4\,B_c = 280\,kHz.$$

Esercizio 2

Un collegamento utilizza una modulazione di frequenza tale che il valore della Banda di Carson risulti $B_c = 150\,kHz$. La banda del segnale modulante vale $B = 50\,kHz$, mentre il valore del rapporto segnale-rumore di riferimento è pari a $SNR_{rif} = 10\,dB$. Si chiede di:

1. calcolare i valori assunti dall'indice di modulazione di frequenza I_F e dal rapporto segnale-rumore dopo demodulazione $SNR_{dem,dB}$.
2. confrontare, a parità di $SNR_{dem,dB}$, la banda totale occupata a radio frequenza B_{TOT} e la potenza ricevuta richiesta $W_{r,dBm}$ del sistema FM considerato con quelli che si avrebbero in un sistema AM-BLD-PS, assumendo che il fattore di rumore del ricevitore sia in entrambi i casi $F_{dB} = 3\ dB$.

Soluzione

1. Il valore dell'indice di modulazione di frequenza può essere derivato dall'espressione della Banda di Carson:

   $$B_c = B \cdot (I_F + 1).$$

   Risolvendo rispetto a I_F si ottiene

   $$I_F = \frac{B_c}{B} - 1 = 2.$$

Il rapporto segnale-rumore dopo demodulazione si ricava tramite I_F e il valore del rapporto segnale-rumore convenzionale fornito dal testo. Vale, infatti, la relazione seguente:

$$SNR_{dem} = 3\, I_F^2\, SNR_{rif},$$

da cui, essendo SNR_{rif} espresso in lineare pari a 10, si ottiene infine:

$$SNR_{dem} = 120,$$

che, in decibel, diviene:

$$SNR_{dem,dB} = 20.8\, dB.$$

2. Nel caso AM-BLD-PS si ha:

$$B_{TOT}^{BLD-PS} = 4B = 200\, kHz. \tag{1}$$

La potenza di rumore dopo demodulazione è invece:

$$W_{N,dBm}^{DD} = (kT_0)\,|_{dBm/kHz} + F_{dB} + 10log_{10}\,(B_{kHz}) = -144 + 3 + 17 = -124\; dBm. \tag{2}$$

Poichè per un sistema BLD-PS si ha $SNR_{dem} \equiv SNR_{rif}$ si ottiene:

$$W_{r,dBm}^{BLD-PS} = W_{n,dBm}^{DD} + SNR_{dem,dB} = W_{n,dBm}^{DD} + SNR_{rif,dB} = -124 + 20.8 = -103.2\; dBm. \tag{3}$$

Nel caso FM si ha: invece:

$$B_{TOT}^{FM} \approx 4B_c = 600\, kHz. \tag{4}$$

Per la potenza ricevuta necessaria a garantire il valore di SNR_{dem} si ha però:

$$W_{r,dBm}^{FM} = W_{n,dBm}^{rif} + SNR_{dem,dB} - 10log_{10}(3) - 20log_{10}(I_F) = -124 + 20.8 - 4.76 - 6 = -114\; dBm. \tag{5}$$

Esercizio 3

Un segnale modulante sinusoidale con banda $B = 5\, kHz$ viene modulato di frequenza con indice di modulazione $I_F = 8$. Calcolare l'occupazione frequenziale complessiva del segnale modulato.

Soluzione

Il segnale, una volta modulato, ha un'espressione del tipo:

$$s(t) = A\, cos(2\pi f_p t + \phi + \alpha(t)).$$

L'occupazione frequenziale complessiva cercata può essere valutata a partire dalla formula di Carson, qui riproposta:

$$B_c = B\,(I_F + 1).$$

Essendo richiesta l'intera occupazione frequenziale del segnale modulato, tale valore deve essere quadruplicato. Si ottiene quindi

$$B_{TOT} = 4\, B_c = 4\, B\,(I_F + 1) = 180\, kHz.$$

Esercizio 4

Un sistema di trasmissione radio numerico a $f_b = 64\; kb/s$ utilizza un modulatore numerico a $L = 16$ livelli seguito da un filtro di trasmissione a coseno rialzato a roll-off massimo. Il segnale così ottenuto è posto in ingresso a un modulatore AM-BLD-PS che genera un segnale $s(t)$ a frequenza $f_p = 2\; GHz$ tale che la potenza trasferita all'antenna di trasmissione sia $W_{TX} = 10\; mW$. Sapendo che il fattore di rumore del ricevitore è pari a $F_{dB} = 6\; dB$, e che il sistema è dimensionato in modo tale da garantire una $P_e = 10^{-5}$, corrispondente a $y_{dB}^2 = 9.54\; dB$, si chiede di:

1. determinare la banda del segnale modulante e l'occupazione totale di banda del segnale trasmesso
2. determinare l'attenuazione disponibile introdotta dal canale;
3. determinare la potenza di rumore all'ingresso del ricevitore;
4. calcolare il margine di sistema che si introdurrebbe scegliendo $\gamma = 0$, e indicare se tale margine sarebbe sufficiente per riconfigurare il sistema come AM-BLD-PI, mantenendo costante W_{TX};
5. assumendo di modellare l'antenna di trasmissione come un carico resistivo $R_c = 50\ \Omega$, scrivere l'espressione di $\underline{s}(t)$, sapendo che $k_a = 0.5a_p$ e che il segnale all'uscita dal modulatore multilivello ha un'ampiezza massima $V = 1\ V$.

Soluzione

1. Si ha:
$$B = \frac{f_L}{2}(1+\gamma) = \frac{f_b}{2log_2 L}(1+\gamma) = \frac{64 \cdot 10^3}{2log_2(16)}(1+1) = 16\ kHz. \quad (6)$$
Di conseguenza la banda totale B_{TOT} occupata da $s(t)$ è pari a
$$B_{TOT} = 4B = 64\ kHz. \quad (7)$$

2. La potenza di rumore dopo demodulazione è pari a:
$$W_{N,dBm}^{DD} = 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + (kT_0)|_{dBm/kHz} + 10log_{10}\left(\frac{T_s}{T_0}\right) + 10log_{10}(2B_{kHz}) \quad (8)$$
dove
$$T_s = T_A + (F-1)T_0 = FT_0. \quad (9)$$
Si ha quindi:
$$W_{N,dBm}^{DD} = -3 - 144 + 6 + 15 = -126\ dBm. \quad (10)$$
Per garantire il valore di y_{dB}^2 è necessario garantire un SNR pari a:
$$SNR_{dB} = y_{dB}^2 - 1.76 + 10log_{10}\left(L^2 - 1\right) = 9.54 - 1.76 + 10log_{10}(255) = 31.8\ dB. \quad (11)$$
Di conseguenza, la potenza ricevuta deve essere:
$$W_{RX,dBm} = SNR_{dB} + W_{N,dBm}^{DD} = 31.8 - 126 = -94.2\ dBm. \quad (12)$$
Poiché la potenza trasmessa è
$$W_{TX,dBm} = 10log_{10}(W_{TX}) = 10log_{10}(10) = 10\ dBm, \quad (13)$$
si ottiene:
$$A_{dB} = W_{TX,dBm} - W_{RX,dBm} = 10 - (-94.2) = 104.2\ dB. \quad (14)$$

3. La potenza all'ingresso del ricevitore si ottiene integrando lo spettro di densità di potenza del rumore sulla banda del segnale prima della demodulazione, pari a $B_{TOT} = 4B$. Si ottiene quindi:
$$\begin{aligned} W_{N,dBm}^{RF} &= 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + (kT_0)|_{dBm/kHz} + F_{dB} + 10log_{10}(4B_{kHz}) = \\ &= -3 - 144 + 6 + 18 = -123\ dBm. \end{aligned} \quad (15)$$

4. Passando da $\gamma = 1$ a $\gamma = 0$ si introduce un margine pari a$M_{dB} = 3\ dB$, in quanto si dimezza la banda del segnale, che diventa $B' = B/2 = 8\,kHz$, e quindi la potenza del rumore, che diventa:
$$W_{N,dBm}^{DD'} = W_{N,dBm}^{DD} - 3 = -129\ dBm. \quad (16)$$

Passare a una AM-BLD-PI richiede di ottenere:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{TX}} = \frac{W_u}{W_{TX}} = 0.5. \tag{17}$$

Dovendo lavorare a parità di W_{TX}, si ottiene $W_u = W_{TX}/2 = 5\ mW$. In dBm questo corrisponderà a:

$$W_{u,dBm} = W_{TX,dBm} - 3 = 7\ dBm. \tag{18}$$

Ciò corrisponderà a una componente di potenza utile al ricevitore pari a:

$$W_{RXu,dBm} = W_{u,dBm} - A_{dB} = 7 - 104.2 = -97.2\ dBm. \tag{19}$$

Il nuovo SNR è quindi:

$$SNR'_{dB} = W_{RXu,dBm} - W^{DD'}_{N,dBm} = -97.2 - (-129) = 31.8\ dB, \tag{20}$$

che è esattamente il valore che serve per garantire il valore di y^2_{dB} desiderato.

5. L'espressione di $\underline{s}(t)$ è:

$$\underline{s}(t) = a_p + k_a m(t); \tag{21}$$

dobbiamo quindi calcolare a_p e k_a. Sappiamo che la potenza del segnale $s(t)$ è:

$$P_S = W_{TX} R_c = 10^{-2} \cdot 50 = 0.5\ V^2, \tag{22}$$

ma sappiamo anche che:

$$P_S = \frac{a_p^2}{2} + \frac{k_a^2 P_M}{2}. \tag{23}$$

Tenendo conto della relazione tra a_p e k_a si ottiene quindi:

$$\frac{a_p^2}{2} + \left(\frac{a_p}{2}\right)^2 \frac{P_M}{2} = 0.5 \ \rightarrow\ a_p^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{P_M}{8}\right) = 0.5. \tag{24}$$

Sappiamo che P_M per il segnale considerato è:

$$P_M = \frac{1}{3}\frac{L+1}{L-1} V^2 = \frac{1}{3}\frac{16+1}{16-1} 1^2 = \frac{1}{3}\frac{17}{15} = 0.3778\ V^2. \tag{25}$$

Si ottiene quindi:

$$a_p^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{0.3778}{8}\right) = 0.5 \ \rightarrow\ a_p = \sqrt{\frac{0.5}{0.5 + 0.047}} = 0.956\ V. \tag{26}$$

Si ha infine:

$$\underline{s}(t) = 0.956 + 0.478 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} v_k \frac{sin\left[\pi\left(t - kT_L\right)/T_L\right]}{\pi\left(t - kT_L\right)/T_L}, \tag{27}$$

con:

$$T_L = \frac{1}{f_L} = \frac{log_2(L)}{f_b} = \frac{4}{64 \cdot 10^3} = 62.5\ \mu s. \tag{28}$$

Esercizio 5

Si consideri un sistema composto da N terminali che trasmettono verso un ricevitore comune in grado di operare su N canali frequenziali in parallelo. Il fattore di rumore totale che caratterizza il ricevitore per il generico canale è pari a $F_{TOT} = 4\ dB$. Il generico trasmettitore genera un segnale di banda base a partire da una sequenza binaria a $f_b = 5\ Mb/s$ che viene posta in ingresso a un modulatore multilivello a L livelli che utilizza un filtro di trasmissione a coseno rialzato con roll-off γ. Il segnale così ottenuto viene posto in ingresso a un modulatore analogico. Sapendo che il sistema ha a disposizione complessivamente $B_{TOT} = 160\ MHz$, che ciascun trasmettitore è configurato in modo tale da garantire una potenza al ricevitore pari a $W_{RX,dBm} = -90\ dBm$, e che si vuole operare con una P_e corrispondente a $y^2_{dB} = 10\ dB$, si determini il valore massimo utilizzabile per N in due casi:

1. $L = 2$, $\gamma = 1$;
2. $L = 8$, $\gamma = 0.2$.

Si indichi in ciascun caso quale modulazione analogica permette di ottenere tale massimo e quali sono i valori da utilizzare per i parametri del modulatore.

Soluzione

Il valore di N verrà massimizzato minimizzando l'occupazione totale di banda per il segnale del generico trasmettitore. Si dovrà quindi scegliere lo schema di modulazione analogica che minimizza tale occupazione, garantendo però il rispetto del vincolo sulla P_e. L'occupazione totale di frequenza dei vari schemi a partire da un segnale di banda B è data da:

$$\begin{cases} B_{TOT)}^{AM-BLU} = 2B \\ B_{TOT}^{AM-BLD} = 4B \\ B_{TOT}^{FM} \approx 4B_c = 4B\left(I_F+1\right) > 4B \end{cases} \tag{29}$$

La scelta dovrà quindi cadere su un modulatore BLU se questo permette di rispettare il vincolo sulla P_e, e su un modulatore FM in caso contrario. Il modulatore BLD non verrà mai selezionato, in quanto è caratterizzato da stesse prestazioni del modulatore BLU in termini di SNR_{DD}, ma doppia occupazione frequenziale totale a RF.
Il primo passo in entrambi i casi sarà quindi determinare l'SNR_{DD} nel caso BLU, e verificare se è maggiore o uguale di quello minimo necessario; in caso contrario sarà necessario scegliere un modulatore FM, configurando opportunamente I_F.

1. $L = 2, \gamma = 1$
   Si ha in questo caso:
   $$B = \frac{f_b}{2log_2(L)}(1+\gamma) = \frac{5\cdot 10^6}{2}2 = 5\ MHz \tag{30}$$
   e quindi il rumore calcolato nella banda del segnale modulante è pari a:
   $$W_N = kTsB \xrightarrow{dB} W_{N,dBm} = -114 + 4 + 10log_{10}(5) = -103\ dBm. \tag{31}$$
   Da cui
   $$SNR_{rif} = W_{RX,dBm} - W_{N,dBm} = -90 - (-103) = 13\ dB. \tag{32}$$
   Nel caso di un modulatore BLU si avrà
   $$SNR_{dem} = SNR_{rif} = 13\ dB \tag{33}$$
   che va confrontato con quello minimo richiesto, ottenibile come segue:
   $$y_{dB}^2 = 1.76 + SNR_{dem}^{MIN} - 10log_{10}\left(L^2-1\right) = SNR_{dem}^{MIN} - 3 \ \rightarrow\ SNR_{dem}^{MIN} = y_{dB}^2 + 3 = 13\ dB. \tag{34}$$
   Poiché si ha:
   $$SNR_{dem}^{BLU} \geq SNR_{dem}^{MIN} \tag{35}$$
   il modulatore BLU permette di rispettare il vincolo sulla P_e, e può quindi essere selezionato. Il numero di trasmettitori massimo è quindi:
   $$N = \frac{B^{TOT}}{B_{TOT}^{AM-BLU}} = \frac{160\cdot 10^6}{10\cdot 10^6} = 16. \tag{36}$$

2. $L = 8, \gamma = 0.2$

   Si ha in questo caso:
   $$B = \frac{f_b}{2log_2(L)}(1+\gamma) = \frac{5\cdot 10^6}{2\cdot 3}1.2 = 1\ MHz \tag{37}$$
   e quindi il rumore calcolato nella banda del segnale modulante è pari a:
   $$W_N = kTsB \xrightarrow{dB} W_{N,dBm} = -114 + 4 + 10log_{10}(1) = -110\ dBm \tag{38}$$
   da cui
   $$SNR_{rif} = W_{RX,dBm} - W_{N,dBm} = -90 - (-110) = 20\ dB \tag{39}$$

Che corrisponderà al rapporto segnale-rumore dopo demodulazione per una modulazione BLU. Quello minimo richiesto sarà però in questo caso:

$$y_{dB}^2 = 1.76 + SNR_{dem}^{MIN} - 10log_{10}\left(L^2 - 1\right) = 1 - 76 + SNR_{dem}^{MIN} - 18 = SNR_{dem}^{MIN} - 16.2\ dB \quad (40)$$

Da cui

$$SNR_{dem}^{MIN} - = y_{dB}^2 + 16.2 = 26.2\ dB \quad (41)$$

In questo caso si ha quindi:

$$SNR_{dem}^{BLU} < SNR_{dem}^{MIN} \quad (42)$$

e il modulatore BLU non è perciò utilizzabile, portando alla scelta di un modulatore FM, di cui va opportunamente scelto l'indice di modulazione I_F. Si deve avere:

$$SNR_{dem}^{FM} = 4.76 + 20log_{10}(I_F) + SNR_{rif} = SNR_{dem}^{MIN} \quad (43)$$

Da cui si ricava

$$20log_{10}(I_F) = SNR_{dem}^{MIN} - 4.76 - SNR_{rif} = 26.2 - 4.76 - 20 = 1.44\ dB \quad (44)$$

e quindi

$$I_F = 10^{\frac{1.44}{20}} = 1.18, \quad (45)$$

che porta a una occupazione totale a RF per il generico segnale pari a:

$$B_{TOT}^{FM} \approx 4B_c = 4B\left(I_F + 1\right) = 4 \cdot 10^6 \cdot 2.18 = 8.72\ MHz \quad (46)$$

E quindi a un numero massimo di terminali pari a:

$$N = \lfloor \frac{B^{TOT}}{B_{TOT}^{FM}} \rfloor = \lfloor \frac{160 \cdot 10^6}{8.72 \cdot 10^6} \rfloor = 18. \quad (47)$$

Per fornire un termine di confronto, se fosse stato possibile utilizzare il modulatore BLU il numero di terminali ammissibili nel caso 2 sarebbe stato $N = 160/2 = 80$ terminali.

Esercizio 6

Un segnale modulato Banda Laterale Unica occupa a Radio Frequenze una banda complessiva pari a $B_{TOT} = 12\ MHz$. La temperatura di sistema in ricezione è pari a $T_s = 10\ T_0$ (si ricorda che $T_0 = 290\ K$ è la temperatura standard) e la potenza utile ricevuta vale $W_{R,dBm} = -85\ dBm$.
Calcolare il rapporto segnale-rumore prima e dopo l'operazione di demodulazione.

Soluzione

Supponendo di voler esprimere le potenze in dBm, il rapporto segnale-rumore in ricezione è fornito dalla relazione seguente:

$$SNR_{dB} = W_{R,dBm} - W_{N,dBm},$$

in cui W_N rappresenta la potenza del rumore termico, dipendente dal valore assunto dall'occupazione frequenziale relativa al rumore termico B_{Rum}. Si ha, infatti, in lineare:

$$W_N = \frac{1}{2}\, k\, T_s \cdot B_{Rum}.$$

Il valore assunto da B_{Rum} varia in generale a seconda che l'operazione di demodulazione sia stata o meno effettuata. Nel caso in esame, però, la modulazione adottata è di tipo Banda Laterale Unica e dunque l'occupazione frequenziale del segnale modulato (prima della demodulazione) equivale a quella del segnale demodulato (dopo la demodulazione). Ne consegue che i due valori del rapporto segnale-rumore richiesti devono necessariamente coincidere. Il valore numerico del rapporto segnale-rumore nei due casi può essere valutato una volta noto il valore di W_N. Sostituendo i valori numerici forniti dal testo e convertendo il risultato in dBm si ottiene:

$$W_{N,dBm} = 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + (kT_0)|_{dBm/MHz} + 10log_{10}\left(\frac{T_s}{T_0}\right) + 10log_{10}\left(2B_{MHz}\right) = \\ = -3 - 114 + 10 + 3 + 7.76 = -96.24\ dBm \tag{48}$$

da cui, infine, è possibile ricavare:

$$SNR_{DD,dB} = SNR_{RF,dB} = W_{R,dBm} - W_{N,dBm} = -85 - (-96.24) = 11.24\,dB, \tag{49}$$

in cui si è indicato con SNR_{RF} il valore prima dell'operazione di demodulazione (a Radio Frequenze) e con SNR_{DD} il valore dopo demodulazione.

Esercizio 7

Un collegamento radio utilizza una modulazione di tipo BLD-PI. In ricezione la potenza di rumore dopo demodulazione è pari a $W_{N,dBW}^{DD} = -140\,dBW$ e il fattore di rumore del ricevitore è pari a $F_{TOT,dB} = 6\,dB$.
Calcolare il valore della banda B del segnale modulante.

Soluzione

L'espressione della potenza di rumore termico al ricevitore è fornita dalla relazione seguente:

$$W_N = \frac{1}{2}\,k\,T_0 \cdot F_{TOT} \cdot B_{Rum},$$

avendo supposto che la temperatura di sistema valga $T_s = F_{TOT}\,T_0$, in assenza di ulteriori indicazioni a proposito della temperatura dell'antenna ricevente. Essendo nota la potenza di rumore calcolata dopo l'operazione di demodulazione, è possibile calcolare il valore cercato della banda B del segnale modulante tenendo conto che, una volta demodulato il segnale, $B_{Rum} = 2\,B$. Esprimendo la potenza di rumore in dBm si ottiene:

$$W_{N,dBW} = -140\,dBW \rightarrow W_{N,dBm} = -110\,dBm = -3 - 174 + 6 + 10log_{10}\left(B_{Rum,Hz}\right).$$

Si ricava $10log_{10}\left(B_{Rum,Hz}\right) = 61$ e, infine,

$$B_{Rum} = 10^{\frac{61}{10}} = 1260000\,Hz = 1.26\,MHz.$$

Si ottiene quindi, per la banda del segnale modulante, il valore

$$B = \frac{B_{Rum}}{2} = 630\,kHz.$$

Esercizio 8

Un segnale modulato Banda Laterale Unica occupa a Radio Frequenze una banda complessiva pari a $B_{TOT} = 24\,MHz$. La temperatura di sistema in ricezione è pari a $T_s = 10\,T_0$ e il rapporto segnale a rumore prima della demodulazione è pari a $SNR_{RF,dB} = 15\ dB$.
Calcolare la potenza ricevuta $W_{R,dBm}$.

Soluzione

Nel caso di una modulazione BLU si ha:

$$SNR_{DD,dB} = SNR_{RF,dB}. \tag{50}$$

Il valore della potenza $W_{R,dBm}$ è ricavabile dalla relazione

$$SNR_{DD,dB} = SNR_{RF,dB} = W_{R,dBm} - W_{N,dBm} \tag{51}$$

in cui, noto $SNR_{RF,dB}$, dobbiamo calcolare $W_{N,dBm}$ per ricavare $W_{R,dBm}$. Osservando che nel caso in questione la banda B_{Rum} su cui integrare la densità di potenza di rumore è pari a $B_{TOT} = 2B$, si ha:

$$\begin{aligned} W_{N,dBm} &= 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + (kT_0)|_{dBm/MHz} + 10log_{10}\left(\frac{T_s}{T_0}\right) + 10log_{10}\left(B_{TOT,MHz}\right) = \\ &= -3 - 114 + 10 + 13.76 = -93.24\ dBm \end{aligned} \tag{52}$$

e quindi:

$$W_{R,dBm} = SNR_{DD,dB} + W_{N,dBm} = 15 - 93.24 = -78.24\ dB. \tag{53}$$

Esercizio 9

Si consideri un collegamento wireless su cui viene trasmesso un segnale AM-BLD-PI. Sono note le seguenti informazioni:

- Il segnale trasmesso ha banda $B = 5\ MHz$ una potenza associata alla portante pari a $W^{TX}_{p,dBW} = -24\ dBw$;
- il canale è caratterizzabile come una rete due porte passiva con attenuazione disponibile pari a $A_{dB} = 90\ dB$;
- il ricevitore è composto dalla cascata di un amplificatore con $F_{A,dB} = 3\ dB$ e $G_A = 10$ e di un mixer con $F_M = 11$, e la temperatura d' antenna è pari a $T_A = 2T_0$;
- il rapporto segnale a rumore prima della demodulazione è pari a $SNR_{RF,dB} = 15\ dB$.

Si chiede di calcolare la potenza trasmessa totale W^{TX}.

Soluzione

La sequenza di operazioni da eseguire per rispondere al quesito posto è la seguente:

1. calcolare la potenza di rumore a radio frequenza $W^{RF}_{N,dBm}$;
2. ricavare la potenza ricevuta utile $W^{RX}_{u,dBm}$ da $W^{RF}_{N,dBm}$ e $SNR_{RF,dB}$;
3. calcolare la corrispondente componente utile della potenza trasmessa $W^{TX}_{u,dBm}$ tenendo conto dell'attenuazione disponibile del canale A_{dB};
4. combinare W^{TX}_u e W^{TX}_p per ricavare W^{TX}.

Per calcolare $W^{RF}_{N,dBm}$ dobbiamo determinare T_s e B_{Rum}. Per la prima si ha:

$$T_s = T_A + (F_A - 1)\,T_0 + \frac{F_M - 1}{G_A}T_0 = 2T_0 + (2-1)T_0 + \frac{11-1}{10}T_0 = 4T_0. \tag{54}$$

La banda B_{Rum} è invece pari a $B_{TOT} = 4B$, visto che il segnale è di tipo BLD e siamo prima della demodulazione. La potenza di rumore è quindi data da:

$$\begin{aligned} W^{RF}_{N,dBm} &= 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + (kT_0)|_{dBm/MHz} + 10log_{10}\left(\frac{T_s}{T_0}\right) + 10log_{10}\left(4B_{MHz}\right) = \\ &= -3 - 114 + 6 + 6 + 7 = -98\ dBm. \end{aligned} \tag{55}$$

Passando al passo 2., si ha:

$$W^{RX}_{u,dBm} = SNR_{RF,dB} + W^{RF}_{N,dBm} = -98 + 12 = -86\ dBm. \tag{56}$$

A questa potenza ricevuta utile corrisponde una potenza trasmessa utile pari a:

$$W_{u,dBm}^{TX} = W_{u,dBm}^{RX} + A_{dB} = -86 + 90 = 4\ dBm \ \rightarrow \ W_{u,dBw}^{TX} = -26\ dBw. \tag{57}$$

Dobbiamo ora combinare la componente di potenza utile con quella utilizzata per la portante, ricordando che si ha:

$$W^{TX} = W_u^{TX} + W_p^{TX}. \tag{58}$$

Convertendo in lineare le due componenti e sommando si ottiene quindi:

$$W^{TX} = W_u^{TX} + W_p^{TX} = 10^{\frac{-26}{10}} + 10^{\frac{-24}{10}}. = 3.98 \cdot 10^{-3} + 2.5 \cdot 10^{-3} = 6.48 \cdot 10^{-3}\ W \tag{59}$$

e cioè passando ai dB:

$$W_{dBw}^{TX} = -21.94\ dBw \rightarrow \ W_{dBm}^{TX} = 8.06\ dBm. \tag{60}$$

Esercizio 10

Si consideri un ricevitore configurato per ricevere un segnale modulato AM in Banda Laterale Doppia con Portante Soppressa (AM-BLD-PS).
Sapendo che la potenza di rumore prima della demodulazione è $W_{N,dBm}^{RF} = -100\ dBm$ e che la temperatura di rumore in ingresso al ricevitore è $T_s = 6T_0$ si calcoli la banda B del segnale.

Soluzione

Prima della demodulazione il segnale è caratterizzato da un'occupazione totale $B_{TOT} = 4B$ ($2B$ intorno a f_p e $2B$ intorno a $-f_p$). La potenza di rumore corrispondente è quindi ottenuta integrando lo spettro di densità di potenza del rumore su una banda $B_{Rum} = B_{TOT}$. Si ottiene:

$$\begin{aligned} W_{N,dBm}^{RF} &= 10log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + \left.(kT_0)\right|_{dBm/MHz} + 10log_{10}\left(\frac{T_s}{T_0}\right) + 10log_{10}\left(B_{TOT,MHz}\right) = \\ &= -3 - 114 + 10log_{10}(6) + 10log_{10}(4B_{MHz}) = -100\ dBm, \end{aligned} \tag{61}$$

da cui si ricava:

$$10log_{10}(B_{MHz}) = -100 + 3 + 114 - 7.76 - 6 = 3.24 \ \rightarrow \ B_{MHz} = 10^{\frac{3.24}{10}} = 2.11\ MHz. \tag{62}$$