

Fondamenti di Comunicazioni Elettriche / Telecomunicazioni

Problema in Aula - 18/12/2024

Si consideri un sistema di trasmissione numerico in cui una sorgente genera un flusso binario a velocità $f_b = 60 \text{ kb/s}$. Tale flusso viene inviato in ingresso a un modulatore numerico multilivello a L livelli, che utilizza un filtro di trasmissione a coseno rialzato con $\gamma = 1$. Il segnale analogico di banda base in uscita da tale modulatore, di banda $B = 20 \text{ kHz}$, è posto in ingresso a un modulatore analogico BLD-PS operante a frequenza portante $f_p = 3 \text{ MHz}$. Il segnale modulato è quindi trasmesso su un cavo coassiale di lunghezza $d = 10 \text{ km}$ caratterizzato da un'attenuazione pari a $A_0 = 5 \text{ dB/km}$ alla frequenza di 1 MHz e da impedenze di ingresso e di uscita identiche pari a 50Ω . Il cavo risulta adattato alle estremità per un massimo trasferimento di potenza. Si trasmette sul cavo una potenza pari a $W_T = 10 \text{ mW}$.

1. Calcolare il numero di livelli L .
2. Calcolare l'attenuazione complessiva introdotta dal cavo.
3. Valutare il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore, supponendo che la potenza di rumore termico nella banda del segnale ricevuto all'ingresso del demodulatore valga $W_N = -122 \text{ dBm}$.
4. Supponendo di voler trasmettere la portante, si riduce il valore di f_p a $f'_p = 2 \text{ MHz}$. In queste condizioni si chiede di calcolare la massima potenza utilizzabile per trasmettere la frequenza portante, passando quindi da uno schema BLD-PS a uno BLD-PI o BLD-PR, nel caso in cui si voglia ottenere un valore del rapporto segnale-rumore dopo demodulazione pari a quello valutato nel punto 3.
5. Ancora nell'ipotesi di voler passare da uno schema BLD-PS a uno BLD-PI o BLD-PR, ma assumendo di mantenere la frequenza portante iniziale, determinare il valore del parametro η che permette di garantire per il collegamento una probabilità di errore sul simbolo pari a $P_e = 10^{-8}$, corrispondente a $\gamma^2 = 12 \text{ dB}$, e i corrispondenti valori delle potenze W_T^U e W_T^P trasmesse per il segnale utile e per la portante, rispettivamente.
6. Volendo sostituire il cavo con una connessione radio in cui il ricevitore è caratterizzato da $T_S = 8T_0$, $G_T = G_R = 0 \text{ dB}$, si calcoli a che frequenza f_p si deve lavorare per avere le stesse prestazioni richieste nel punto 5., utilizzando gli stessi valori per W_T , W_T^U , W_T^P , η .
7. Valutare la perdita percentuale di potenza ricevuta supponendo che l'impedenza di ingresso del ricevitore valga 20Ω .

Soluzione

1. Si può utilizzare la relazione che lega banda a frequenza di simbolo, e cioè:

$$B = \frac{f_L}{2} (1 + \gamma)$$

da cui si ottiene:

$$f_L = \frac{2B}{(1 + \gamma)} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^3}{1 + 1} = 20 \cdot 10^3 \text{ Hz}.$$

Ricordando che:

$$f_L = \frac{f_b}{\log_2 L}$$

si ottiene

$$\log_2 L = \frac{f_b}{f_L} = \frac{60 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 3 \rightarrow L = 8.$$

2. L'attenuazione introdotta dal cavo coassiale può essere valutata tramite la relazione:

$$A_{dB} = A_{0_{dB/km}} \cdot \sqrt{f_{MHz}} \cdot L_{km} = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot 10 = 86,6 \text{ dB}.$$

3. La potenza ricevuta, espressa in dBm , vale:

$$W_R = 10 - 86,6 = -76,6 \text{ dBm},$$

in cui si è tenuto conto che la potenza trasmessa W_T corrisponde a 10 dBm . La potenza di rumore termico calcolata dopo demodulazione, essendo lo schema di modulazione adottato di tipo BLD-PS, vale esattamente la metà di quella valutata a radio frequenze.

Si ha dunque:

$$W_{N_{DD}} = -122 - 3 = -125 \text{ dBm}.$$

Il rapporto segnale-rumore dopo demodulazione cercato, SNR_{DD} , vale quindi:

$$SNR_{DD} = -76,6 + 125 = 48,4 \text{ dB}.$$

4. Riducendo la frequenza portante a $f_p' = 2 \text{ MHz}$ si introduce un margine di sistema, risultando minore della precedente l'attenuazione introdotta dalla tratta in cavo. Si ha infatti:

$$M_{dB} = \Delta A = A_{dB} - A'_{dB} = 15,89 \text{ dB}.$$

Il margine introdotto può essere utilizzato per trasmettere la frequenza portante utilizzando uno schema di modulazione di tipo BLD-PI. Volendo infatti garantire un rapporto segnale-rumore dopo demodulazione pari a $SNR_{DD} = 48,4 \text{ dB}$, il valore del margine introdotto, indica, a parità di potenza di rumore termico $W_{N_{DD}}$, l'eccesso di potenza ricevuta rispetto a

quella necessaria al soddisfacimento della specifica. Esprimendo il margine in unità lineari, si ottiene:

$$M_{lin} = 10^{1,589} \cong 38,8.$$

Tale valore indica che, per soddisfare le specifiche richieste, è sufficiente una potenza ricevuta $W_{R_{spec}}$ pari a una frazione della potenza complessivamente ricevuta W_R . Si ottiene infatti

$$W_{R_{spec}} = \frac{W_R}{M_{lin}} \cong 0,026 W_R.$$

Da tale risultato è possibile dedurre che è sufficiente il 2,6% della potenza ricevuta per ottenere un rapporto segnale-rumore dopo demodulazione pari a quello richiesto.

Il 97,4% di W_R e quindi di W_T può essere utilizzato per la trasmissione della frequenza portante. Essendo $W_T = 10 \text{ mW}$ in trasmissione è possibile riservare una potenza pari a

$$W_T^P = 0,974 W_T = 9,74 \text{ mW} \rightarrow 9,88 \text{ dBm}$$

alla trasmissione della frequenza portante.

5. Si vuole avere $y^2 = 12 \text{ dB}$, da cui si ha, partendo dalle unità lineari:

$$y^2 = \frac{3}{2} \frac{SNR_{DD}}{L^2 - 1}$$

e quindi passando in dB :

$$SNR_{DD}^{MIN} = y_{dB}^2 - 1,76 + 10 \log_{10} (L^2 - 1) = 12 - 1,76 + 18 = 28,24 \text{ dB}.$$

Poichè si ha $SNR_{DD} = 48,4 \text{ dB}$, il margine di sistema è pari a:

$$M_{dB} = SNR_{DD} - SNR_{DD}^{MIN} = 48,4 - 28,24 = 20,16 \text{ dB},$$

pari in lineare a $M = 103,75$. Si sta quindi utilizzando una $W_R = MW_R^{MIN}$, da cui:

$$W_R^{U, MIN} = \frac{W_R}{M} \rightarrow W_T^{U, MIN} = \frac{W_T}{M}.$$

Si può quindi utilizzare sulla portante la potenza:

$$W_T^P = W_T - W_T^{U, MIN} = W_T - \frac{W_T}{M} = \left(1 - \frac{1}{M}\right) W_T.$$

Sostituendo i valori si ha:

$$\begin{aligned} W_T^P &= \left(1 - \frac{1}{M}\right) W_T = \left(1 - \frac{1}{103,75}\right) 10^{-3} \\ &= 0,9903 \cdot 10^{-3} = 9,904 \text{ mW} \rightarrow 9,958 \text{ dBm}. \end{aligned}$$

Si ha inoltre:

$$W_T^{U, MIN} = \frac{W_T}{M} = \frac{10^{-3}}{103,75} = 0,096 \text{ mW} \rightarrow -10,177 \text{ dBm}.$$

Infine:

$$\eta = \frac{W_T^{U, MIN}}{W_T^{U, MIN} + W_T^P} = \frac{0,096}{10} = 9,6 \cdot 10^{-3}.$$

6. A parità di W_T^U , per determinare il valore della frequenza portante utilizzabile è necessario determinare il valore dell'attenuazione complessiva ammissibile, che dipenderà dal valore della potenza di rumore W_N . Considerando l'uscita del demodulatore BLD, si ha: $W_N^{DD} = kT_S B$ che in dB porta a:

$$\begin{aligned} W_{N, dBm}^{DD} &= kT_0 |_{dBm/kHz} + 10 \log_{10} \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + 10 \log_{10} (B_{kHz}) \\ &= -144 + 9 + 13 = -122 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Per ottenere l'SNR richiesto, pari a $SNR_{DD}^{MIN} = 28,24 \text{ dB}$, è necessario quindi garantire una potenza ricevuta minima pari a:

$$W_R^{MIN} = W_N^{DD} + SNR_{DD}^{MIN} = -122 + 28,24 = -93,76 \text{ dBm}.$$

La massima attenuazione tollerabile è quindi pari a:

$$A_{dB}^{MAX} = W_T^U - W_R^{MIN} = -10,177 + 93,76 = 83,6 \text{ dB},$$

e di conseguenza si deve imporre:

$$32,4 + 20 \log_{10} (f_p^{MAX}) + 20 \log_{10} (d_{km}) = 83,6,$$

da cui:

$$20 \log_{10} (f_p^{MAX}) = 83,6 - 32,4 - 20 = 31,2 \text{ dB},$$

e infine:

$$f_p^{MAX} = 10^{\frac{31,2}{20}} = 10^{1,56} = 36,3 \text{ MHz}.$$

7. Se l'impedenza di ingresso del ricevitore è posta pari a $Z_c = 20 \Omega$ la condizione di MTP non è più rispettata. Ricordando che la potenza trasferita al carico vale, in generale,

$$W_{Z_c} = P_{v_g} \cdot \frac{R_c}{|Z_c + Z_g|^2},$$

si ha, a parità del valore assunto da P_{v_g} , che il termine $\frac{R_c}{|Z_c + Z_g|^2}$ assume, per $Z_c = 20 \Omega$, il valore

$$\frac{R_c}{|Z_c + Z_g|^2} = \frac{20}{|20 + 50|^2} = 0,004 \Omega^{-1},$$

mentre, nel caso in cui la condizione MTP risulta soddisfatta, si ha:

$$\frac{R_c}{|Z_c + Z_g|^2} = \frac{50}{|50 + 50|^2} = 0,005 \Omega^{-1}.$$

La perdita percentuale nella potenza trasferita ponendo $Z_c = 20 \Omega$ è pertanto del 20%.