

Corso di Fondamenti di Comunicazioni Elettriche/Telecomunicazioni
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/L. Magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

Esercizio Preparazione Esame

Nell'ambito di un progetto di monitoraggio ambientale una stazione remota di acquisizione dati riceve informazioni da un set di N sensori distribuiti nell'area circostante alla stazione, che raccolgono dati di varia natura. Ciascun sensore è caratterizzato da una frequenza di acquisizione $f_s = 20 \text{ Hz}$, e converte i campioni in formato numerico utilizzando un quantizzatore a $N_C = 10 \text{ bit}$. Si rende necessario mettere in comunicazione la stazione con un centro di elaborazione dati. Dal flusso binario complessivo a velocità f_b generato dagli N sensori la stazione genera un segnale analogico di banda base utilizzando un modulatore multilivello a L livelli che utilizza un filtro a coseno rialzato con roll-off unitario. Al fine di inviare i dati contenuti in tale segnale al centro di elaborazione vengono considerate due scelte progettuali alternative, descritte a seguire:

A) Utilizzo di un collegamento radio utilizzando un riflettore passivo e caratterizzato quindi da una tratta in uplink stazione-riflettore e una in downlink riflettore-centro. Il riflettore può essere modellato come due antenne che lavorano sulle due tratte, connesse tramite una tratta in cavo coassiale di attenuazione trascurabile. La tratta di uplink è caratterizzata dai seguenti parametri: modulazione analogica BLD-PR con $\eta = 0.75$; $G_T^U = 16 \text{ dB}$; $G_R^U = 17 \text{ dB}$; $f_p = 300 \text{ MHz}$; $d_U = 25 \text{ km}$; $W_T^U = 50 \text{ W}$. Per quella di downlink si ha: $G_T^D = 17 \text{ dB}$; $G_R^D = 18 \text{ dB}$; $d_D = 28 \text{ km}$, $T_s = 870 \text{ K}$.

B) Utilizzo di una connessione su doppino telefonico fino a un armadio di interconnessione dal quale parte una fibra che connette l'armadio stesso con il centro di elaborazione. La tratta in doppino ha lunghezza $d_{dopp} = 7 \text{ km}$, ed è caratterizzata da un coefficiente di attenuazione $A_0 = 12 \text{ dB/km @ } 1 \text{ MHz}$; su di essa viene trasmesso un segnale BLD-PR ancora con $\eta = 0.75$, e il ricevitore elettrico in uscita dal doppino è caratterizzato da un fattore di rumore complessivo $F_{tot}^{dopp} = 2$. La tratta in fibra è composta da un trasmettitore che lavora in terza finestra a potenza ottica W_T^{opt} , posto in ingresso a una fibra monomodo di lunghezza $d_{fibra} = 42 \text{ km}$ a sua volta collegata a un ricevitore di sensibilità $S = 1500 \text{ f/b}$ ed efficienza di conversione $\eta_{opt} = 0.5$ e fattore di rumore complessivo per le componenti elettriche pari a $F_{tot,opt} = 3$.

Indipendentemente dalla scelta adottata si vuole operare con una probabilità d'errore $P_e \leq 10^{-5}$, corrispondente a $\gamma_{dB}^2 = 10 \text{ dB}$; nel caso della soluzione in doppino+fibra si può assumere che la tratta in fibra non introduca errori se il vincolo sulla sensibilità è rispettato.

Si chiede di:

- 1) Determinare il numero N di sensori che possono essere utilizzati se si effettua la scelta progettuale A) nel caso si decida di utilizzare $L = 8$;
- 2) Nel caso si adotti la scelta progettuale B) determinare la frequenza portante da utilizzare volendo operare con la stessa potenza e gli stessi valori di L, N utilizzati nel punto 1);
- 3) Determinare il margine di sistema introdotto se si decide di sostituire il modulatore BLD-PR con un modulatore BLD-PS mantenendo invariate tutte le altre condizioni.
- 4) Determinare nelle ipotesi del punto 2) il valore della potenza W_T^{opt} che permette al ricevitore ottico di operare secondo specifica, assumendo che a valle della decodifica effettuata in uscita dal doppino i bit ricevuti vengano codificati secondo una modulazione OOK a 2 livelli che determina la corrente in ingresso al trasmettitore ottico.
- 5) Assumendo $N = 100$ e $W_T^{opt} = 0 \text{ dBm}$, si giustifichi l'ipotesi di trascurare gli errori sulla tratta in fibra calcolando l'SNR termico a valle del trasduttore ottico-elettrico e la corrispondente probabilità d'errore, sapendo che l'impedenza del ricevitore è $R = 50 \Omega$ e che tale SNR può essere calcolato come $SNR = I_p^2 / I_j^2$, dove I_p è calcolabile dalle caratteristiche del ricevitore e dalla potenza

ottica ricevuta, mentre $I_j = \sqrt{\frac{4kF_{tot,opt}T_oB}{R}}$, con $B \cong 1/T_b$.

Soluzione

1) Si ha:

$$f_b = N f_s N_c = N \cdot 20 \cdot 10 = N \cdot 200 \text{ b/s}$$

da cui:

$$B = \frac{f_l}{2} (1 + \gamma) = \frac{f_b}{2 \log_2 L} (1 + \gamma) = \frac{N \cdot 200}{2 \log_2 8} (1 + 1) = \frac{N \cdot 200}{3} \text{ Hz}$$

Per determinare N è quindi necessario calcolare la banda B a disposizione, che sarà determinata solo dalla massima potenza di rumore accettabile, visto che non sono stati imposti vincoli sull'occupazione di banda del segnale.

Iniziamo calcolando l'attenuazione complessiva a cui è sottoposto il segnale, per determinare la potenza ricevuta utile. Per l'uplink si ha:

$$\begin{aligned} A_{dB}^U &= 32,4 + 20 \log_{10} (f_p|_{\text{MHz}}) + 20 \log_{10} (d_U|_{\text{km}}) - G_T^U - G_R^U \\ &= 32,4 + 49,54 + 27,95 - 16 - 17 = 76,9 \text{ dB} \end{aligned}$$

e per il downlink:

$$\begin{aligned} A_{dB}^D &= 32,4 + 20 \log_{10} (f_p|_{\text{MHz}}) + 20 \log_{10} (d_D|_{\text{km}}) - G_T^D - G_R^D \\ &= 32,4 + 49,54 + 28,9 - 17 - 18 = 75,9 \text{ dB} \end{aligned}$$

e quindi complessivamente:

$$A_{dB}^{\text{Radio}} = A_{dB}^U + A_{dB}^D = 75,9 + 76,9 = 152,8 \text{ dB}$$

tenendo conto del coefficiente di efficienza della modulazione BLD-PR adottata si ha:

$$W_R^{\text{Utile}} = 0,75 \frac{W_T}{A^{\text{Radio}}} \rightarrow W_{R,dBm}^{\text{Utile}} = -1,25 + 47 - 152,8 = -107,05 \text{ dBm}$$

mentre per la potenza di rumore si ottiene:

$$\begin{aligned} W_N^{DD} &= k T_S B \rightarrow W_{N,dBm}^{DD} = k T_0|_{\text{dBm/kHz}} + 10 \log_{10} \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + 10 \log_{10} (B|_{\text{kHz}}) \\ &= -144 + 4,76 + 10 \log_{10} \left(\frac{N \cdot 0,2}{3} \right) \text{ dBm} \end{aligned}$$

funzione quindi del parametro N cercato.

Qual è il valore minimo dell'SNR necessario per garantire la probabilità di errore richiesta? Si ha:

$$y^2 = \frac{3 \text{ SNR}_{DD}^{\text{MIN}}}{L^2 - 1} \rightarrow \text{SNR}_{DD,dB}^{\text{MIN}} = y_{dB}^2 - 1,76 + 10 \log_{10} (L^2 - 1) = 10 - 1,76 + 18 = 26,24 \text{ dB}$$

Si può quindi ricavare N imponendo:

$$W_{R,dBm}^{Utile} - W_{N,dBm}^{DD} = SNR_{DD,dB}^{MIN} \rightarrow W_{N,dBm}^{DD} = W_{R,dBm}^{Utile} - SNR_{DD,dB}^{MIN}$$

che, sostituendo l'espressione ottenuta in precedenza per $W_{N,dBm}^{DD}$ porta a:

$$-144 + 4,76 + 10 \log_{10} \left(\frac{N \cdot 0,2}{3} \right) = -107,05 - 26,24 \rightarrow 10 \log_{10} \left(\frac{N \cdot 0,2}{3} \right) = 5,8$$

e infine:

$$N = 10 \log_{10} \left(\frac{N \cdot 0,2}{3} \right) = \frac{3 \cdot 10^{\frac{5,8}{10}}}{0,2} = 57$$

2) Per rispondere alla domanda è necessario determinare la massima attenuazione accettabile, e da questa determinare f_p^{dopp} . Si noti che l'attenuazione accettabile sarà differente da quella calcolata al punto 1), in quanto varia la potenza di rumore al ricevitore a causa della differente temperatura di sistema. In questo caso si ha infatti:

$$T_S^{dopp} = F_{tot}^{dopp} T_0 = 2T_0$$

contro la temperatura $T_S = 3T_0$ considerata in precedenza. Si può scrivere:

$$\begin{aligned} A_{dB}^{dopp} &\leq A_{dB}^{Radio} + W_{N,dBm}^{DD, Radio} - W_{N,dBm}^{DD, dopp} = A_{dB}^{Radio} + 10 \log_{10} \left(\frac{T_S}{T_0} \right) - 10 \log_{10} \left(\frac{T_S^{dopp}}{T_0} \right) \\ &= 152,9 + 4,76 - 3 = 154,66 \text{ dB} \end{aligned}$$

e quindi:

$$A_0 \sqrt{f_p^{dopp} |_{MHz}} d_{dopp} |_{km} \leq 154,66 \text{ dB}$$

da cui

$$\sqrt{f_p^{dopp} |_{MHz}} \leq \frac{154,66}{12 \cdot 7} = 1,84 \rightarrow f_p^{dopp} = 3,39 \text{ MHz.}$$

3) Con il cambio di modulatore si passa da $W_R^{Utile} = \eta W_R$ a $W_R^{Utile} = W_R$, introducendo quindi un margine $M = 1/\eta = 1,33$ pari a $M_{dB} = 1,25 \text{ dB}$.

4) In corrispondenza al valore di N determinato al punto 1), si ha:

$$f_b = N \cdot 200 = 11,4 \text{ kb/s}$$

La potenza ottica ricevuta necessaria per rispettare il vincolo dato dalla sensibilità S è quindi data da:

$$\begin{aligned} W_R^{Opt} &= N_{f/s} E_f = N_{f/b} f_b E_f \geq S f_b E_f = 1500 \cdot 11400 \cdot \frac{6,624 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-6}} \\ &= 1500 \cdot 11400 \cdot 1,28 \cdot 10^{-19} = 2,18 \cdot 10^{-12} \text{ W} \end{aligned}$$

e cioè $W_{R,dBm}^{Opt} = -86,6 \text{ dBm}$.

Poiché l'attenuazione introdotta dalla fibra è $A_{dB}^{fibra} = A_0 d_{fibra}|_{km} = 0,2 \cdot 42 = 8,4 \text{ dB}$

Si ottiene infine:

$$W_{T,dBm}^{Opt} = W_{R,dBm}^{Opt} + A_{dB}^{fibra} = -86,6 + 8,4 = -78,2 \text{ dBm}$$

5) Si ha nelle condizioni indicate:

$$\begin{aligned} W_{R,dBm}^{Opt} &= W_{T,dBm}^{Opt} - A_{dB}^{fibra} = 0 - 8,4 = -8,4 \text{ dBm} \rightarrow W_R^{Opt} = \frac{6,624 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-6}} = 10^{-\frac{38,4}{10}} \\ &= 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ W} \end{aligned}$$

e $f_b = 100 \cdot 200 = 20 \text{ kb/s}$.

Quindi:

$$I_P = \eta \frac{W_R^{Opt}}{E_f} q = 0,5 \cdot \frac{1,44 \cdot 10^{-4}}{1,28 \cdot 10^{-19}} 1,6 \cdot 10^{-19} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

mentre per la corrente di rumore si ha:

$$I_J = \sqrt{\frac{4kF_{tot,Opt}T_oB}{R}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 290 \cdot 20000}{50}} = \sqrt{1,92 \cdot 10^{-17}} \text{ A}$$

e l'SNR cercato è quindi pari a:

$$SNR = \frac{I_P^2}{I_J^2} = \frac{(9 \cdot 10^{-5})^2}{1,92 \cdot 10^{-17}} = \frac{8,1 \cdot 10^{-9}}{1,92 \cdot 10^{-17}} = 4,21 \cdot 10^8$$

e in dB:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10}(4,21 \cdot 10^8) = 86,25 \text{ dB}$$

con una probabilità d'errore corrispondente del tutto trascurabile.