Fondamenti di Comunicazioni Elettriche / Telecomunicazioni Mezzo radio

Luca De Nardis luca.denardis@uniroma1.it

Sapienza Università di Roma — 27 Novembre 2024

Esercizio 1

Un satellite per comunicazioni opera a una distanza d dalla superficie terrestre. La frequenza portante è pari a $f_p=1.62\,GHz$ e i guadagni dell'antenna trasmittente e ricevente sono entrambi pari a $G=20\,dB$. Supponendo che l'attenuazione complessivamente introdotta dal collegamento valga $A_{dB}=114.5\,dB$, calcolare a che distanza si trova il satellite dalla terra.

Soluzione

Ricordando che vale la relazione

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}},$$

sostituendo i valori forniti si ottiene:

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(1620) - 40 \Rightarrow 20 \log_{10}(d_{km}) = 114.5 - 32.4 - 64.2 + 40 = 57.9.$$
 (1)

Risolvendo rispetto a d_{km} , si ricava:

$$d_{km} \cong 780 \, km$$
.

Si noti che tale distanza è quella effettivamente utilizzata dai satelliti costituenti il sistema di comunicazione Iridium.

Esercizio 2

Un sistema di trasmissione radio è caratterizzato da una potenza trasmessa pari a $W_T=30\,dBm$. La catena di ricezione è caratterizzata da un fattore di rumore $F_{TOT}=4\,dB$. Dopo l'operazione di demodulazione il segnale occupa le frequenze da $-10\,MHz$ a $10\,MHz$. Il collegamento è caratterizzato da un'antenna in trasmissione con guadagno $G_T=18\,dB$ e da un'antenna in ricezione con guadagno $G_R=24\,dB$. Il sistema lavora a una frequenza portante $f_p=20\,GHz$. Si chiede di:

- 1. Calcolare la potenza utile ricevuta e il rapporto segnale-rumore dopo demodulazione supponendo che la distanza tra le antenne sia $d_{km}=85\,km$.
- 2. Dovendo utilizzare una nuova architettura di ricezione caratterizzata da un fattore di rumore $F_{TOT}^{'}=6\,dB$, si calcoli la massima frequenza portante utilizzabile, a parità di tutti gli altri parametri di sistema, se si desidera garantire un rapporto segnale-rumore almeno pari a quello valutato al punto precedente.

Soluzione

1. La potenza utile ricevuta è valutabile sottraendo (in unità logaritmiche) alla potenza trasmessa il valore dell'attenuazione. Supponendo di voler esprimere la potenza cercata in dBm, la relazione di riferimento diviene:

$$W_{R_{dBm}} = W_{T_{dBm}} - A_{dB}.$$

Il valore dell' attenuazione caratterizzante il collegamento si ottiene tramite la seguente equazione:

$$A_{dB} = 32, 4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}}.$$

Inserendo i dati forniti dal testo si trova

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(85) + 20 \log_{10}(20000) - 18 - 24 = 115 dB.$$

La potenza in ricezione vale dunque:

$$W_{R_{dBm}} = 30 - 115 = -85 \, dBm.$$

Per il calcolo del rapporto segnale-rumore richiesto, è necessario valutare la potenza di rumore termico in ricezione a valle dell'operazione di demodulazione. La relazione di riferimento è:

$$W_N = \frac{1}{2} k \cdot T_s \cdot B_{Rum}$$

in cui B_{Rum} coincide con l'occupazione frequenziale del segnale dopo demodulazione ed è pari dunque a $20\,MHz$. Supponendo, in assenza di indicazioni in proposito, che l'antenna ricevente sia caratterizzata da una temperatura pari a T_0 (temperatura standard), la precedente espressione equivale a:

$$W_N = \frac{1}{2} k \cdot T_0 \cdot F_{TOT} \cdot B_{Rum},$$

che, convertita in unità logaritmiche, diviene:

$$W_{N_{dBm}} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right) + (k T_0)_{dBm/Hz} + F_{TOT_{dB}} + 10 \log_{10} (20 \cdot 10^6)$$

= -3 - 174 + 4 + 73 = -100 dBm

Il rapporto segnale-rumore dopo demodulazione vale dunque:

$$SNR_{dem_{dB}} = W_{R_{dBm}} - W_{N_{dBm}} = 15 \, dB.$$

2. La seconda architettura di ricezione è caratterizzata da un fattore di rumore complessivo superiore di $\Delta F = 2\,dB$ rispetto al precedente. Ciò equivale a dire che la potenza di rumore termico assume, in questo secondo caso, un valore pari a:

$$W_{N}^{'} = W_{N} + 2 = -98 \, dBm.$$

A parità di potenza utile ricevuta il nuovo rapporto segnale-rumore dopo demodulazione

$$SNR'_{dem_{dB}} = -85 - (-98) = 13 \, dB$$

risulta inferiore al precedente. Per ottenere le stesse prestazioni valutate in presenza del primo ricevitore, è necessario disporre di una potenza utile ricevuta pari a:

$$W_{R}^{'} = W_{R} + 2 = -83 \, dBm.$$

A parità degli altri parametri caratterizzanti il sistema, ciò può essere ottenuto decrementando la frequenza portante a cui lavora il collegamento, riducendo l'attenuazione dei $2\,dB$ necessari a garantire le prestazioni desiderate. Indicando con f_p' la nuova frequenza portante da valutare, la condizione da soddisfare è che la differenza tra la prima attenuazione calcolata (A_{dB}) e quella ottenuta nel caso si utilizzi il ricevitore a fattore di rumore più elevato (A_{dB}') valga:

$$\Delta A = A_{dB} - A_{dB}' = 2 \, dB.$$

Agendo solo sulla frequenza portante ΔA si riduce a:

$$\Delta A = 20 \log_{10}(f_p) - 20 \log_{10}(f_p') = 2 dB,$$

da cui si ricava la condizione

$$\frac{f_p}{f_p'} = 10^{0,1} \cong 1.26.$$

La massima frequenza utilizzabile nel rispetto delle specifiche è dunque:

$$f_p' = \frac{f_p}{1.26} = 1.587 \, GHz.$$

Esercizio 3

Si consideri un sistema di trasmissione radio utilizzante una frequenza portante $f_p=10\,GHz$. I guadagni d'antenna valgono rispettivamente $G_{T_{dB}}=25\,dB$ e $G_{R_{dB}}=15\,dB$. Si chiede di:

- 1. Calcolare la distanza massima accettabile d_{max} tra le antenne trasmittente e ricevente qualora si desideri un'attenuazione non superiore a $A_{max}=110\,dB$.
- 2. Calcolare la nuova distanza massima $d_{max}^{'}$ nel caso in cui l'antenna ricevente iniziale sia sostituita con una nuova antenna di guadagno $G_R^{'}$ di valore doppio rispetto a G_R .

Soluzione

1. L'attenuazione introdotta dal collegamento è valutabile tramite la seguente relazione:

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}}.$$

Risolvendo rispetto al termine dipendente dalla distanza caratterizzante il collegamento, si ha:

$$20 \log_{10}(d_{km}) = A_{dB} - 32.4 - 20 \log_{10}(f_{MHz}) + G_{T_{dB}} + G_{R_{dB}}.$$

Sostituendo i valori dei parametri caratterizzanti il collegamento in esame e inserendo il massimo valore tollerabile per l'attenuazione, si ottiene:

$$20 \log_{10}(d_{km}) = 110 - 32.4 - 20 \log_{10}(10000) + 40,$$

da cui si ricava

$$20 \log_{10} (d_{km}) = 37.6$$

e infine

$$d_{km} = d_{max} = 10^{\frac{37.6}{20}} = 75.85 \, km.$$

2. Quando l'antenna in ricezione viene sostituita da un'antenna più prestazionale è lecito supporre che la massima distanza accettabile tra le antenne risulti maggiore. Il nuovo guadagno caratterizzante l'antenna in ricezione è doppio rispetto a quello iniziale: in decibel ciò equivale a un guadagno di $3\,dB$ superiore al precedente, essendo $10\,log_{10}(2)=3$. Si ha dunque

$$G'_{R_{dB}} = G_{R_{dB}} + 3 = 18 \, dB.$$

La nuova distanza diviene dunque:

$$20 \log_{10} \left(d'_{km} \right) = A_{dB} - 32.4 - 20 \log_{10} \left(f_{MHz} \right) + G_{T_{dB}} + G'_{R_{dB}}.$$

Si ottiene infine:

$$d_{km}^{'} = d_{max}^{'} \cong 107 \, km.$$

Esercizio 4

Un collegamento per segnali radio è caratterizzato da una distanza tra le antenne trasmittente e ricevente pari a $d_{km}=75\,km$, da una frequenza portante pari a $f_p=4\,GHz$ e da un guadagno d'antenna in trasmissione $G_T=4\,dB$. Il segnale trasmesso è ottenuto a partire da un segnale di banda base di tipo televisivo con banda $B=5\,MHz$ (in altri termini il segnale occupa in banda base le frequenze comprese tra $-5\,MHz$ e $5\,MHz$), posto in ingresso a un modulatore in Banda Laterale Doppia Portante Soppressa. La potenza trasmessa è pari a $W_T=5\,dBW$. Il ricevitore utilizzato dal sistema presenta un fattore di rumore complessivo pari a $F_{TOT}=4\,dB$.

Volendo garantire un rapporto segnale-rumore all'ingresso del ricevitore pari a $SNR_{RF}=18\,dB$, calcolare il valore che deve assumere il guadagno dell'antenna in ricezione G_R se si vuole rispettare la specifica richiesta dotando il sistema di un margine $M=3\,dB$.

Soluzione

Per valutare il necessario valore di G_R è necessario conoscere il valore dell'attenuazione introdotta dal collegamento. Conoscendo la potenza in trasmissione W_T , il valore dell'attenuazione può essere calcolato una volta nota la potenza ricevuta W_R . Il valore richiesto per SNR_{RF} e quello del margine di sistema desiderato indicano che deve essere garantito, all'ingresso del ricevitore, un rapporto segnale-rumore pari a

$$SNR_{M_{dB}} = SNR_{RF_{dB}} + M_{dB} = 18 + 3 = 21 \, dB.$$

La potenza ricevuta necessaria al rispetto di tale specifica può essere calcolata come segue:

$$W_{R_{dBm}} = SNR_{M_{dB}} + W_{N_{dBm}}.$$

Il valore della potenza di rumore termico W_N è dato, in lineare, dalla seguente espressione:

$$W_N = \frac{1}{2} k \cdot T_s \cdot B_{Rum},$$

in cui la temperatura di sistema T_s , per quanto esposto nel Capitolo 3, assume, supponendo l'antenna in ricezione alla temperatura standard T_0 , il valore $T_s = F_{TOT} \cdot T_0$, mentre B_{Rum} è pari all'occupazione frequenziale del segnale prima dell'operazione di demodulazione, ovvero 20~MHz. Volendo esprimere W_N in dBm, si ottiene:

$$W_{N_{dBm}} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{2}\right) + (k T_0)_{dBm/Hz} + F_{TOT_{dB}} + 10 \log_{10}(20 \cdot 10^6)$$

= -3 - 174 + 4 + 73 = -100 dBm.

La potenza in ricezione vale dunque:

$$W_{R_{dBm}} = SNR_{M_{dB}} + W_{N_{dBm}} = 21 - 100 = -79 \, dBm.$$

La potenza trasmessa, espressa in dBm, assume il valore seguente:

$$W_{T_{dBm}} = 5 + 30 = 35 \, dBm.$$

L'attenuazione introdotta dal collegamento è adesso valutabile come differenza tra la potenza trasmessa e quella ricevuta:

$$A_{dB} = W_{T_{dBm}} - W_{R_{dBm}} = 35 - (-79) = 114 \, dB.$$

Ricordando l'espressione dell'attenuazione nello spazio libero, di seguito riportata,

$$A_{dB} = 32, 4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}},$$

è possibile ricavare il valore che deve assumere G_R nelle condizioni descritte:

$$G_R = -A_{dB} + 32.4 + 20 \log_{10}(75) + 20 \log_{10}(4000) - 4 \approx 24 \, dB.$$

Esercizio 5

Si consideri un sistema di trasmissione radio caratterizzato da una distanza tra le antenne in trasmissione e in ricezione pari a $d=51,3\,km$. Perché il sistema offra prestazioni soddisfacenti si richiede un rapporto segnale-rumore minimo all'ingresso del ricevitore pari ad almeno $SNR_{min_{dB}}=15\,dB$.

Si chiede di calcolare, a parità degli altri parametri di sistema, quanto devono essere avvicinate le antenne trasmittente e ricevente per ottenere un margine $M=10\,dB$ rispetto alle specifiche minime richieste.

Soluzione

L'introduzione di un margine pari a $M=10\,dB$ equivale ad avere, in ricezione, un rapporto segnale-rumore di valore

$$SNR_{M_{dB}} = SNR_{min_{dB}} + M_{dB} = 25 \, dB.$$

A parità di potenza di rumore termico introdotta dal ricevitore e a parità di tutti i parametri di sistema tranne la distanza fra le antenne, ciò significa anche che la potenza utile ricevuta è aumentata di $10\,dB$ rispetto al minimo valore in grado di garantire la specifica richiesta. Risulta infatti valida la relazione seguente:

$$SNR_{dB} = W_{R_{dBm}} - W_{N_{dBm}},$$

in cui si è scelto di esprimere la potenza ricevuta e quella di rumore in dBm, corrispettivo logaritmico del mW. Quindi la nuova potenza ricevuta in presenza del margine M può essere scritta come:

$$W_{R_M} = W_{R_{min}} + 10 (dBm).$$

A parità di potenza trasmessa si ha dunque, in presenza di margine, un'attenuazione dovuta al canale radio inferiore di $10\,dB$ rispetto al caso iniziale, essendo valida la relazione seguente:

$$W_{R_{M_{dBm}}} = W_{T_{dBm}} - A_{M_{dB}},$$

in cui $W_{T_{dBm}}$ rappresenta la potenza trasmessa, di valore non noto, ma fissato. Indicando con A_{dB} l'attenuazione iniziale e con $A_{M_{dB}}$ l'attenuazione in presenza di margine si ha dunque:

$$\Delta A = A_{dB} - A_{M_{dB}} = 10 \, dB.$$

Ricordando che il valore dell'attenuazione nello spazio libero può essere espressa come

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}},$$

è possibile esprimere ΔA come

$$\Delta A = 20 \log_{10}(d_1) - 20 \log_{10}(d_1 - x) = 20 \log_{10}\left(\frac{d_1}{d_1 - x}\right),$$

in cui x rappresenta la riduzione di distanza necessaria tra le antenne perchè il sistema presenti un margine M. Si ottiene quindi:

$$\left(\frac{d_1}{d_1 - x}\right) = 10^{\frac{10}{20}} = 10^{\frac{1}{2}} = 3, 16.$$

Risolvendo l'equazione rispetto a x è possibile pervenire alla relazione seguente:

$$3,16 x = 2,16 d_1$$

da cui si ottiene

$$x = \frac{2.16}{3.16} d_1 = 35 \, km.$$

Le due antenne devono dunque essere avvicinate di $35\,km$ perché il sistema in esame presenti un margine pari a $M=10\,dB$. La distanza tra le antenne in presenza di margine sarà dunque data da

$$d_2 = d_1 - 35 \cong 16 \, km.$$

Esercizio 6

Si supponga di dover dimensionare un collegamento radio tra un satellite geostazionario e una stazione terrestre, in cui un segnale binario, rappresentato da due livelli di tensione, viene filtrato (tramite un filtro a coseno rialzato), modulato di frequenza a $f_p = 4\,GHz$ con indice di modulazione $I_f = 9$, e infine trasmesso verso terra.

Si desidera garantire un rapporto segnale-rumore dopo demodulazione pari a $SNR_{dem}=12\,dB$. Si chiede di:

- 1. Sapendo che la temperatura di sistema è pari a $T_s=T_0$ e che la potenza di rumore nella banda del segnale modulante è pari a $W_N=-113\,dBm$ dewterminare la banda B del segnale modulante.
- 2. Determinare l'occupazione totale di banda del segnale prima della demodulazione.

- 3. Calcolare la minima potenza in ricezione necessaria a soddisfare le specifiche, nel caso in cui la condizione di Massimo Trasferimento di Potenza sia verificata in ricezione.
- 4. Calcolare la velocità di trasmissione del trasmettitore, supponendo di aver utilizzato un filtro a coseno rialzato con fattore di roll-off massimo.
- 5. Calcolare il valore dell'attenuazione di spazio libero introdotta dal collegamento nell' ipotesi che le antenne di trasmissione e ricezione abbiano guadagni rispettivamente pari a $G_T=20\,dB$ e $G_R=38\,dB$.

Soluzione

1. Dai valori forniti per la potenza di rumore W_N e per la temperatura di sistema T_s è possibile ricavare l'occupazione frequenziale del segnale modulante. Si ha:

$$-113 = -3 - 174 + 10 \log_{10}(B_{Rum}),$$

in cui B_{Rum} è pari a 2B. Svolgendo i calcoli si trova:

$$10 \log_{10}(2B) = 64 \implies B = 10^{\frac{61}{10}} = 1.25 \ MHz.$$
 (2)

2. L'occupazione frequenziale complessiva per un segnale modulato di frequenza è pari a quattro volte il valore della Banda di Carson:

$$B_{TOT} = 4 B_c = 4 B (I_F + 1) = 4 \cdot 1.25 \cdot 10^6 (9 + 1) = 50 MHz.$$

3. Dopo l'operazione di demodulazione, il rapporto segnale-rumore, nel caso di modulazione di frequenza, assume, in lineare, l'espressione:

$$SNR_{dem} = 3I_F^2 SNR_{rif},$$

in cui SNR_{rif} rappresenta il rapporto segnale-rumore convenzionale, senza, cioè, l'effetto della modulazione. La potenza di rumore nella banda del segnale modulante vale:

$$W_N = -3 - 174 + 10 \log_{10}(2B) = -177 + 64 = -113 dBm.$$

Avendo utilizzato uno schema di modulazione di frequenza si ha, in unità logaritmiche:

$$SNR_{dem} = 10 \log_{10}(3 I_F^2) + W_R - W_N = 12 dB$$

da cui si ricava

$$W_R = SNR_{dem} + W_N - 10\log_{10}(3I_F^2) = 12 - 113 - 23.85 = -124.85 \, dBm.$$

Si noti che l'alto valore dell'indice di modulazione di frequenza I_F provoca un considerevole effetto positivo sulle prestazioni del sistema in ricezione. Se si utilizzasse uno schema BLD-PS, in cui dunque si dovrebbe garantire per avere stesse prestazioni $SNR_{dem} = SNR_{rif} = 12\,dB$, la potenza necessaria in ricezione risulterebbe essere

$$W_R = -101 \, dBm.$$

4. Il numero di livelli impiegato è L=2. Il valore del fattore di roll-off, dovendo essere il valore massimo possibile, è $\gamma=1$. Si ottiene dunque:

$$f_b = \frac{2B}{2} = 1.25 \, Mb/s.$$

5. Essendo il satellite geostazionario, la distanza dalla superficie terrestre vale $d=36000\,km$. Si ottiene:

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10} 36000 + 20 \log_{10} 4000 - 58 \approx 137.5 \, dB.$$

Esercizio 7

Si consideri un sistema di trasmissione radio operante su una tratta lunga $d=100\,km$. La frequenza portante utilizzata è pari a $f_p=15\,GHz$, mentre i guadagni delle antenne trasmittente e ricevente valgono rispettivamente $G_T=20\,dB$ e $G_R=25\,dB$. La potenza di rumore termico all'ingresso del ricevitore ha valore $W_N=-107\,dBm$. La potenza trasmessa è pari a $W_T=-10\,dBW$. Calcolare il valore del rapporto segnale-rumore all'ingresso del ricevitore e il margine introdotto nel sistema se il valore della frequenza portante passa da f_p a $f_p'=7.5\,GHz$.

Dato il margine precedentemente calcolato, si valuti la probabilità di fuori servizio P_{fs} nel caso in cui il sistema sia affetto da un'attenuazione supplementare A_s caratterizzata dalla funzione di distribuzione seguente:

$$D_{A_{s_{dB}}}(M_{dB}) = Pr\left[A_{s_{dB}} \le M_{dB}\right] = 1 - \frac{1}{10} \cdot 10^{\frac{-M_{dB}}{20}}.$$

Soluzione

Per calcolare il valore del rapporto segnale-rumore richiesto è necessario valutare l'attenuazione introdotta dal collegamento radio. Tale valore si ottiene applicando la relazione seguente:

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10}(d_{km}) + 20 \log_{10}(f_{MHz}) - G_{T_{dB}} - G_{R_{dB}},$$

inserendo le grandezze coinvolte con l'opportuna unità di misura. Si ha dunque:

$$A_{dB} = 32.4 + 20 \log_{10} (100) + 20 \log_{10} (15000) - 45$$

da cui si ottiene:

$$A_{dB} = 110.9 \, dB.$$

Essendo la potenza trasmessa pari a $W_T=-10\,dBW=20\,dBm$, si ottiene il valore seguente per la potenza utile in ricezione:

$$W_{R_{dBm}} = W_{T_{dBm}} - A_{dB} = 20 - 110.9 \cong -91 \, dBm.$$

Essendo noto il valore della potenza di rumore termico W_N , si ottiene per il rapporto segnale-rumore cercato:

$$SNR_{dB} = W_{R_{dBm}} - W_{N_{dBm}} = -91 - (-107) = 16 \, dB.$$

Utilizzando una frequenza portante inferiore a quella iniziale, l'attenuazione complessiva introdotta dal collegamento radio diminuisce, la potenza utile ricevuta aumenta e di conseguenza diventa maggiore anche il rapporto segnale-rumore in ricezione (a parità di tutti gli altri parametri caratterizzanti il sistema). Il nuovo valore di attenuazione è dunque quello inizialmente calcolato una volta sottratta la seguente quantità:

$$\Delta A = 20 \log_{10}(f_p) - 20 \log_{10}(f_p^{'}) = 20 \log 10 \left(\frac{f_p}{f_p^{'}}\right) = 20 \log_{10}(2) = 6 dB.$$

Il margine introdotto decrementando la frequenza portante è proprio pari alla differenza tra le attenuazioni ora calcolata. Si ha dunque:

$$M_{dB} = \Delta A = 6 \, dB$$
.

Il margine di sistema si oppone con successo all'effetto dell'attenuazione supplementare A_s introdotta nel collegamento nei casi in cui l'entità di tale attenuazione risulta minore del margine stesso. La probabilità di fuori servizio cercata è la probabilità con cui A_s assume valore superiore a quello di M facendo sì che il sistema non riesca più a rispettare le specifiche prestazionali richieste, coincidenti, nel caso in esame, con il valore di rapporto segnale-rumore calcolato inizialmente e pari a $16\,dB$. Formalizzando quanto detto si ottiene:

$$P_{fs} = 1 - D_{A_{s_{dB}}}(M_{dB}) = Pr[A_{s_{dB}} \ge M_{dB}] = \frac{1}{5} \cdot 10^{\frac{-M_{dB}}{20}}.$$

Sostituendo il valore del margine M calcolato si ottiene:

$$P_{fs} = Pr\left[A_{s_{dB}} \ge 6 \, dB\right] = \frac{1}{10} \, 10^{\frac{-6_{dB}}{20}} = 0.05.$$

Se ne deduce che il sistema non rispetta le specifiche per il 5% del tempo.