CITM

Examen final, 22 de Enero de 2016

MATVJII

Ejercicios

Apellidos y Nombre: ______________________________________

CITM

Examen final, 20 de Enero de 2016

MATVJII

Ejercicio 1: 2 puntos

1. ¿Cuál es la matriz de rotación que permite transformar vectores del marco de referencia $\{\mathcal{A}\}$ a un marco de referencia $\{\mathcal{B}\}$, que mantiene la dirección de su eje $\boldsymbol{z}$ en común con $\{\mathcal{A}\}$, pero sus ejes $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ han rotado un ángulo α_1 alrededor de $\boldsymbol{z}$?

$$\mathbf{R}_z = \left(\begin{array}{c|c|c} \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \end{array}\right)$$

2. ¿Cuál es la matriz de rotación que permite transformar vectores del marco de referencia $\{\mathcal{B}\}$ a un marco de referencia $\{\mathcal{C}\}$, que mantiene la dirección de su eje $\boldsymbol{x}$ en común con $\{\mathcal{B}\}$, pero sus ejes $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{z}$ han rotado un ángulo α_2 alrededor de $\boldsymbol{x}$?

$$\mathbf{R}_x = \left(\begin{array}{c|c|c} \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \end{array}\right)$$

3. ¿Cuál es la matriz de rotación que permite expresar un vector conocido en $\{\mathcal{A}\}$, en el marco $\{\mathcal{C}\}$?

$$\mathbf{R}_1 = \left(\begin{array}{c|c|c} \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \\ \hline \quad & \quad & \quad \end{array}\right)$$

4. Calcula las coordenadas del vector ${}^{C}\boldsymbol{p}$, dado ${}^{A}\boldsymbol{p} = (-3,\,1,\,1)^\intercal$, $\alpha_1 = 45\,\text{deg}$ y $\alpha_2 = 30\,\text{deg}$

$${}^{C}\boldsymbol{p} =$$

5. ¿Cuál es la matriz de rotación que permite rotar un vector conocido en $\{\mathcal{A}\}$, alrededor de su eje $\boldsymbol{z}$ un ángulo α_1 y posteriormente alrededor del nuevo eje x un ángulo α_2?

$$\mathbf{R}_2 = \left(\begin{array}{c|c|c} & & \\ \hline & & \\ \hline & & \end{array}\right)$$

6. Calcula $\boldsymbol{p}_r$, las coordenadas del vector ${}^{A}\boldsymbol{p} = (-3,\, 1,\, 1)^\intercal$ después de ser afectado por la matriz anterior si $\alpha_1 = 45\,\mathrm{deg}$ y $\alpha_2 = 30\,\mathrm{deg}$

$$\boldsymbol{p}_r =$$

7. Dada la siguiente matriz de rotación,

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0.8660 & -0.5000 & 0 \\ 0.3536 & 0.6124 & -0.7071 \\ 0.3536 & 0.6124 & 0.7071 \end{pmatrix}$$

¿Cuánto valen los ángulos α_1 y α_2 en el caso en que $\mathbf{L} = \mathbf{R}_1$ y $\mathbf{L} = \mathbf{R}_2$? Expresa el valor de los ángulos en grados y en el intervalo $[0,\, 360]$ deg

	α_1	α_2
$\mathbf{L} = \mathbf{R}_1$		
$\mathbf{L} = \mathbf{R}_2$		

Ejercicio 2: 3 puntos

Durante una partida online, Kalista (representada por el punto azul) se encuentra situada cerca del tier 2, en el punto $\boldsymbol{p}_0$, cuyas coordenadas en el marco de referencia "mundo"son ${}^{w}\boldsymbol{p}_0 = (130,\ 0)^\intercal$. En un preciso instante del juego, Kalista invoca a un centinela con destino al punto $\boldsymbol{p}_1$. El papel del centinela es ir al destino y regresar tratando de descubrir la posición de posibles enemigos en el mapa. Durante la expedición del centinela, si éste encuentra a un enemigo comunica la posición del objetivo encontrado con respecto a su marco de referencia y junto a ella también la posición de Kalista respecto a su marco de referencia. Así, si un aliado, conoce la posición de Kalista, puede saber hacia donde dirigirse para combatir al enemigo.

En este caso, el centinela encuentra a un enemigo (Elise, el punto rojo) con un vector de posición respecto a donde él se encuentra dada por ${}^{s}\boldsymbol{p}_3 = (1,\ 3)^\intercal$ u. En ese instante la posición relativa de Kalista es ${}^{s}\boldsymbol{p}_0 = (-120,\ -40)^\intercal$ u.

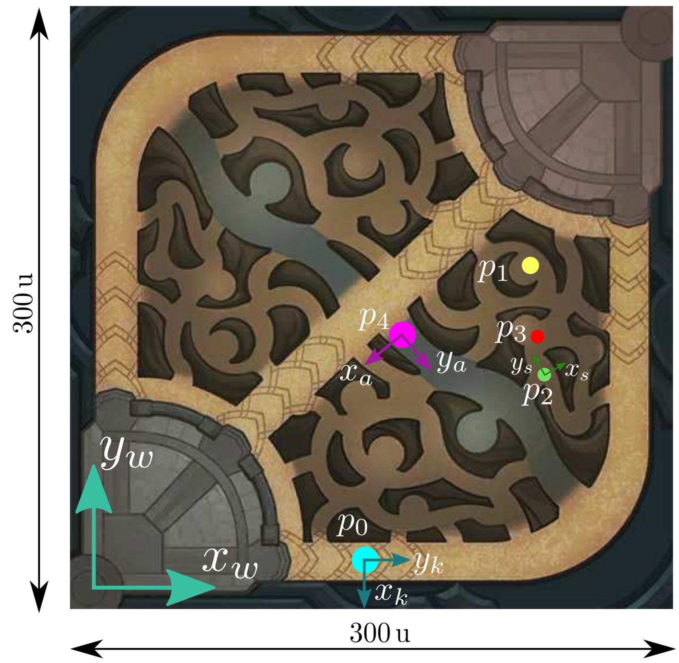

Figura 1: Battle map. Measures in units u.

Sabiendo que la posición del aliado, Anivia (punto magenta) viene dada por ${}^{w}\boldsymbol{p}_4 = (150,\ 150)^\intercal$ u, que el ángulo entre $\boldsymbol{x}_k$ y $\boldsymbol{x}_w$ es de 90 deg, que el ángulo entre $\boldsymbol{x}_s$ y $\boldsymbol{x}_w$ es de 30 deg, y que el ángulo entre $\boldsymbol{x}_a$ y $\boldsymbol{x}_w$ es de 120 deg:

1. Crea un diagrama o esquema que ejemplifique como las variables dadas se deben relacionar para expresar un vector conocido en el marco de referencia del centinela, en el marco de referencia de Anivia. Como guía, puedes poner cada uno de los marcos de referencia en un nodo diferente y colocar las variables que los relacionan en los arcos (dejando clara la dirección).

2. Calcula la posición del centinela respecto al marco de referencia "mundo".

$$^{w}\boldsymbol{p}_2 =$$

3. Calcula la posición de Kalista en el marco de referencia de Anivia.

$$^{A}\boldsymbol{p}_0 =$$

4. Calcula la posición del enemigo en el marco de referencia de Anivia.

$$^{A}\boldsymbol{p}_3 =$$