

Clase 3

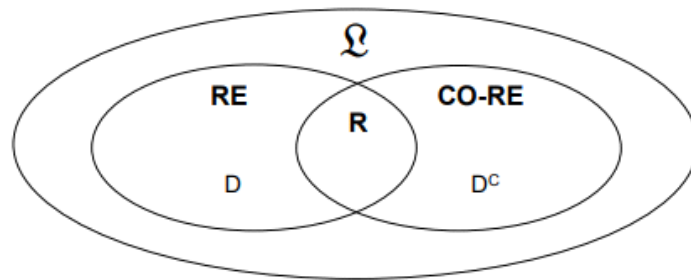
jueves, 27 de marzo de 2025 19:00

Probar que no hay pertenencia a R o RE

Vamos a encontrar:

Un primer lenguaje D en $RE - R$, para probar $R \subset RE$.

Un primer lenguaje D^c en $CO-RE - R$, para probar $RE \subset \mathcal{L}$.



Máquina de Turing universal: ejecuta cualquier otra máquina.

Una máquina que recibe como entrada el código de una máquina de Turing y la cadena. Ejecuta M a partir de w .

Queremos enumerar las MT por su orden canónico. Una cadena de pocos símbolos va a estar antes de una más larga.

- Codificar las máquinas de Turing permite enumerarlas, por ejemplo en el **orden canónico**:

1) Los códigos se ordenan de menor a mayor longitud.

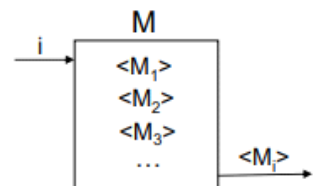
2) Los códigos con longitudes iguales se ordenan según el orden alfanumérico.

- Por ejemplo, las primeras cadenas según el orden canónico, con ceros, unos, paréntesis y comas, son:

λ
 0 1 () , 0 10 11 1(1) 1, (0 (1 ((...
 00 01 0(0) 0, 010 011 01(01) 01, 0(0 0(1 0((... etc.

- La siguiente MT M obtiene la MT i -ésima (MT M_i) según el orden canónico. Dado i , la MT M hace:

- Hace $n := 0$.
- Genera la siguiente cadena v según el orden canónico.
- Valida que v sea el código de una MT. Si no lo es, vuelve al paso 2.
- Si $n = i$, devuelve v (**v es el código de la MT M_i**) y para.
Si $n \neq i$, hace $n := n + 1$ y vuelve al paso 2.



07

Prueba de que $R \subset RE \subset \mathcal{L}$

- La siguiente tabla T representa el comportamiento de **todas las MT M** con respecto a **todas las cadenas w** :

| | | todas las cadenas | | | | | |
|----------|-------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| T | | w_0 | w_1 | w_2 | w_3 | w_4 | |
| fila 0 | M_0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | |
| fila 1 | M_1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| fila 2 | M_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| fila 3 | M_3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| fila 4 | M_4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |

todas las MT

| | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| fila 3 | M_3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| fila 4 | M_4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | | | | | | | |

$T(M_i, w_j) = 1$ si M_i **acepta** w_j ; $T(M_i, w_j) = 0$ si M_i **rechaza** w_j (los valores son de ejemplo)

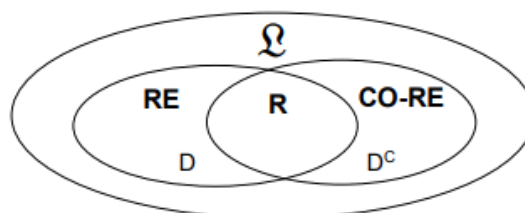
- La fila 0 = (1, 0, 1, 1, 1, ...), representa el lenguaje $L(M_0) = \{w_0, w_2, w_3, w_4, \dots\}$.
- La fila 1 = (1, 0, 0, 1, 0, ...), representa el lenguaje $L(M_1) = \{w_0, w_3, \dots\}$.
- La fila 2 = (0, 0, 1, 0, 1, ...), representa el lenguaje $L(M_2) = \{w_2, w_4, \dots\}$.
- Etc.
- Por lo tanto, las filas representan **todos los lenguajes aceptados por MT**, es decir el conjunto: **RE**.

08

La tabla muestra si la mt acepta la cadena w o si no la acepta (loopea o rechaza)
Las filas representan todos los lenguajes que aceptan las mt: RE

La diagonal es otro lenguaje D
La diagonal con los 1 y 0 invertidos son el complemento D^c

- Vamos a probar:
 - (1) **D está en RE**
 - (2) **D^c no está en RE**
 Y por lo tanto: (3) **D no está en R** ¿Por qué?
 Porque si D está en R, D^c está en RE.



Probar que el lenguaje diagonal está en re.

(2) Ahora probaremos $D^c = \{w_i \mid M_i \text{ rechaza } w_i\}$ no está en RE:

| | T | w_0 | w_1 | w_2 | w_3 | w_4 | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| fila 0 | M_0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | |
| fila 1 | M_1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| fila 2 | M_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| fila 3 | M_3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| fila 4 | M_4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | | | | | | | |

- Vimos que la diagonal con los 1 y 0 invertidos es (0, 1, 0, 0, 1, ...), y que representa $D^c = \{w_i \mid M_i \text{ rechaza } w_i\}$.
- Notar que dicha diagonal **es diferente de todas las filas**:
 Es diferente de la fila 0 = (1, 0, 1, 1, 1, ...), que representa el lenguaje $L(M_0)$, en el primer elemento.
 Es diferente de la fila 1 = (1, 0, 0, 1, 0, ...), que representa el lenguaje $L(M_1)$, en el segundo elemento.
 Es diferente de la fila 3 = (0, 0, 1, 0, 1, ...), que representa el lenguaje $L(M_2)$, en el tercer elemento.
 Etc.
- Y como las filas representan todos los lenguajes de RE, **D^c es diferente de todos los lenguajes de RE.**

Por lo tanto, se cumple $D^c = \{w_i \mid M_i \text{ rechaza } w_i\} \notin \text{RE}$

11