Práctica 6- grafos

domingo, 18 de junio de 2023 20:28

Ejercicio 1

Teniendo en cuenta las dos representaciones de grafos: Matriz de Adyacencias y Lista de Adyacencias.

a. Bajo qué condiciones usaría una Matriz de Adyacencias en lugar de una Lista de Adyacencias para representar un grafo. Y una Lista de Adyacencias en lugar de una Matriz de Adyacencias. **Fundamentar**.

b. ¿En función de qué parámetros resulta apropiado realizar la estimación del orden de ejecución para algoritmos sobre grafos densos? ¿Y para algoritmos sobre grafos dispersos? **Fundamentar**.

c. Si representamos un grafo no dirigido usando una Matriz de Adyacencias, ¿cómo sería la matriz resultante? **Fundamentar**.

a. Se usa una matriz de adyacencia cuando el grafo es denso, es decir, que tenga $E > V^2$. En caso contrario conviene usar una lista.

b. En grafos densos es $O(1)$ (ya que lo que se tarda en acceder a la pos de la matriz).

En grafos dispersos es de $O(V)$, ya que hay que ir recorriendo la lista de vértices.

c. La diagonal principal estará en 0 y a su vez las mitades que divide la diagonal están espejadas

Ejercicio 2

a. Responda las siguientes preguntas considerando un grafo no dirigido de n vértices. **Fundamentar**.

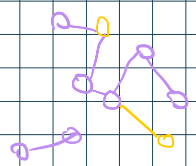
i. ¿Cuál es el mínimo número de aristas que puede tener si se exige que el grafo sea conexo?

ii. ¿Cuál es el máximo número de aristas que puede tener si se exige que el grafo sea acíclico?

iii. ¿Cuál es el número de aristas que puede tener si se exige que el grafo sea conexo y acíclico?

iv. ¿Cuál es el número de aristas que puede tener si se exige que el grafo sea completo? (Un grafo es completo si hay una arista entre cada par de vértices.)

b. En un grafo dirigido y que no tiene aristas que vayan de un nodo a sí mismo, ¿Cuál es el mayor número de aristas que puede tener? **Fundamentar**.



$V-1 \rightarrow$ si no tiene ciclos

a.

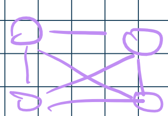
i. 1 arista (o—o)

ii. En un grafo conexo, el min num de aristas es $V-1$.

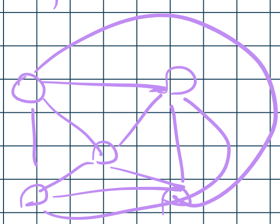
En un grafo general, es $V-k$ ($k \rightarrow$ componentes conexas)

iii. ↑

iv. $m \leq \left(\frac{n*(n-1)}{2}\right)$



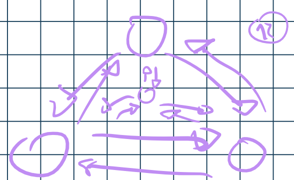
$\frac{4 \cdot 3}{2}$



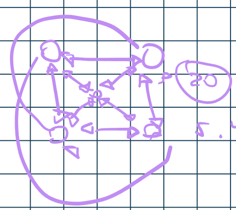
$\frac{5 \cdot 4}{2}$

b. $m \leq (n*(n-1))$

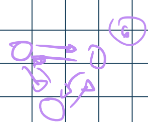
↓ Arista ↓ vértice



4.3



5.4



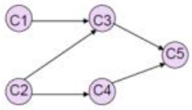
3.2

Ejercicio 7 - Ordenación Topológica

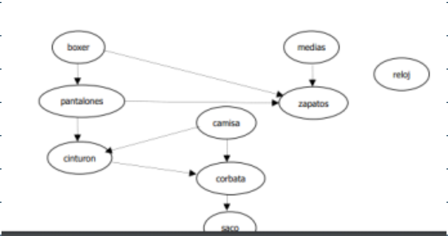
La organización topológica (o "sort topológico") de un grafo dirigido acíclico (DAG) es un proceso de asignación de un orden lineal a los vértices del DAG de modo que si existe una arista (v,w) en el DAG, entonces v aparece antes de w en dicho ordenamiento lineal.

Por ejemplo, sea el siguiente DAG, posibles organizaciones topológicas son las siguientes:

- C1, C2, C4, C3 y C5
- C2, C4, C1, C3 y C5
- C1, C2, C3, C4 y C5



El siguiente DAG surge cuando el Profesor Miguel se viste a la mañana. El profesor debe ponerse ciertas prendas antes que otras. Por ejemplo, las medias antes que los zapatos. Otras prendas pueden ponerse en cualquier orden. Por ejemplo, las medias y los pantalones. Una arista dirigida (v,w) en el DAG indica que la prenda v debe ser puesta antes que la prenda w. Enumere algunos posibles órdenes topológicos que se pueden obtener a partir del DAG previo.



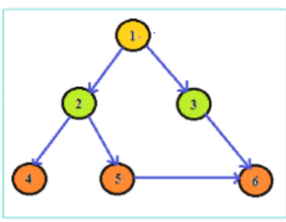
Boxer	Pantalones	Cinturon	Camisa	Corbata	Medias	Zapatos	Saco	Reloj
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Bóxer - Pantalones - Camisa - cinturón - corbata
medias - zapatos - saco - Reloj.

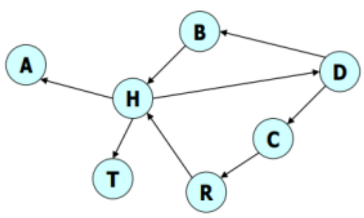
Boxer	Pantalones	Cinturon	Camisa	Corbata	Medias	Zapatos	Saco	Reloj
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Pila

Reloj - medias - Camisa - Bóxer - Pantalón
zapatos - cinturón - corbata - saco.

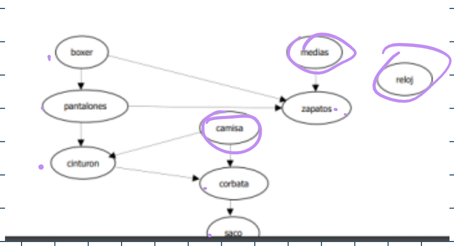


4 6 5 2 3 1



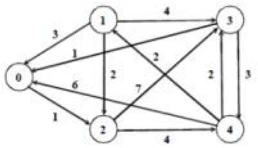
TAHRCBD

Post. orden DFS.



reloj
medias
camisa
Boxer
Pantalones
Zapatos
Cinturón
Corbata
Saco

Reloj - medias - Camisa - Bóxer - pantalones - zapatos - cinturón - corbata - saco.

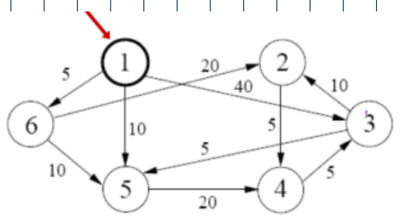


a) Para el vértice inicial 3, describa paso a paso la ejecución del algoritmo, mostrando como varían los costos de acceso desde el vértice inicial a cada uno de los vértices restantes.

b) Muestre mediante un ejemplo como falla el algoritmo de Dijkstra si existen en el dígrafo aristas de costo negativo.

c) El algoritmo de Dijkstra se puede implementar de 2 formas distintas en función de cómo se identifica al vértice que se utiliza como pivote para verificar si pasando por ese vértice se puede reducir el costo de llegar a cada uno de los demás. Describa las dos formas (no tiene que implementarlas) e indique el tiempo de ejecución de cada una.

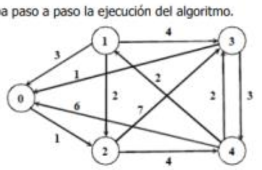
v	dv	pv	conocido
0	1	3	1
1	5	4	1
2	2	0	1
3	0		1
4	3	3	1



V	D_v	P_v	Conoc.
1	0	0	10
2	25 ∞	60	10
3	35 ∞	40	10
4	30 ∞	50	10
5	10	1	10
6	5	1	10

Sea el siguiente dígrafo, describa paso a paso la ejecución del algoritmo.

Floyd



	0	1	2	3	4
0	0	7	1	7	5
1	3	0	2	4	6
2	7	6	0	6	4
3	1	5	2	0	3
4	3	2	4	2	0

Ejercicio 10

Se desea mantener un conjunto de antenas situadas estratégicamente por una zona determinada. Se conoce cuál es el costo de ir de una antena a otras antenas cercanas. El equipo de mantenimiento trata de optimizar las rutas de visita a las antenas de forma que el costo de mantener las antenas sea mínimo.

El mapa de antenas junto con el costo de ir de unas antenas a otras lo representaremos en la siguiente matriz:

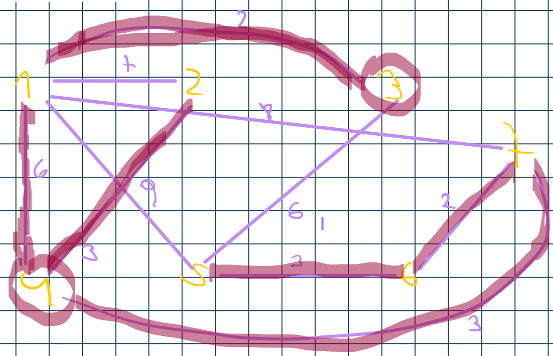
	Antena 1	Antena 2	Antena 3	Antena 4	Antena 5	Antena 6	Antena 7
Antena 1	0	7	2	6	9		8
Antena 2	7	0		3			
Antena 3	2		0		6		
Antena 4	6	3		0			3
Antena 5	9		6		0	3	
Antena 6					3	0	2
Antena 7	8			3		2	0

Cuando no aparece valor entre dos antenas es porque no se puede llegar directamente desde una a la otra.

a) ¿Qué algoritmo se puede aplicar para calcular el costo mínimo para ir desde la antena 1 hasta la antena 7? → Dijkstra o para aristas negativas

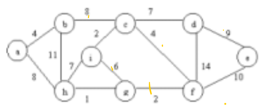
b) Muestre el árbol de caminos mínimos desde la antena 1 hacia todas las demás.

Vertice	Peso	Anterior	conocido
1	0		1
2	3	4	1
3	2	1	1
4	6	1	1
5	3	6	1
6	2	7	1
7	3	4	1



Ejercicio 12 - Algoritmo de Kruskal

El algoritmo de Kruskal consiste en ir seleccionando aristas del Grafo si la misma no produce un ciclo. A diferencia de Prim, en Kruskal no se debe ir armando un árbol, sino que se puede considerar cualquier arista mientras que no origine un ciclo. Muestre paso a paso la aplicación del algoritmo de Kruskal al siguiente Grafo.



(h,g) 1
(g,f) 2
(c,i) 2
(c,f) 4
(a,b) 4
x (i,g) 6
x (i,h) 7
(c,d) 7
(b,c) 8
x (a,h) 8
(d,e) 9
(f,e) 10
(b,h) 11
(d,f) 14