Práctica 1

miércoles, 4 de septiembre de 2024 13:00

1) Probar la siguiente ley distributiva $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Dem:

$x \in (A \cup (B \cap C))$

$\Leftrightarrow x \in A \vee x \in (B \cap C)$ (Definición de unión)

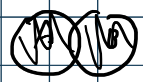
$\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)$ (Def. de intersección)

$\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B) \wedge ((x \in A) \vee (x \in C))$ (Lógica proposicional) $\longrightarrow p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$\Leftrightarrow x \in ((A \cup B) \wedge (A \cup C))$ (def unión, intersección)

2) Probar la siguiente ley de Morgan: El Complemento de A unión B es igual al complemento de A intersección el complemento de B

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$



Dem

$x \in (\overline{A \cup B})$

$\Leftrightarrow x \notin (A \vee B)$ (def unión, complemento)

$\Leftrightarrow (x \notin A) \wedge (x \notin B)$ (lógica proposicional) $\longrightarrow \sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

$\Leftrightarrow x \in \overline{A}) \wedge (x \in \overline{B})$ (def. $\notin$)

$x \in (\overline{A} \cap \overline{B})$ (def. intersección)

3) Probar que el complemento del complemento de A es igual a A

$(A^c)^c = A$

Dem

$x \in (A^c)^c$

$\Leftrightarrow x \notin (A^c)$ (Def. complemento.)

$\Leftrightarrow x \in A^c$ (Def. complemento.)

4) Sea A el conjunto de los números naturales tales que, si son mayores que 5 o bien terminan en 5, entonces contienen algún dígito 1 ó 2

a) Cuáles de los siguientes números pertenecen a A:

3, 5, 10, 15, 30, 10

b) Expresar el enunciado como una fórmula proposicional donde ***m*** significa "mayores que 5", ***t*** es "terminan en 5", ***u*** es "contiene algún dígito 1" y ***d*** es "contiene algún dígito 2"

c) Transformar la fórmula del inciso anterior de manera que no tenga una implicación y aplicar una ley de Morgan al resultado. Expresarlo en una frase.

b) $m \vee t \longrightarrow u \vee d$

m	t	u	d	mvt	uvd	Mvt->uvd
V	v	v	v	v	v	v
v	v	v	f	v	v	v
v	v	f	v	v	v	v
v	v	f	f	v	f	f
v	f	v	v	v	v	v
v	f	v	f	v	v	v
v	f	f	v	v	v	v
v	f	f	f	v	f	f
f	v	v	v	v	v	v
f	v	v	f	v	v	v

	m(>5)	t(term 5)	u(tiene 1)	d(tiene 2)	conclusión
3	f	f	f	f	v
5	f	v	f	f	f
10	v	f	v	f	v
15	v	v	v	f	v
30	v	f	f	f	f
-10					

f	v	f	v	v	v	v
f	v	f	f	v	f	f
f	f	v	v	f	v	v
f	f	v	f	f	v	v
f	f	f	v	f	v	v
f	f	f	f	f	f	v

c) $m \vee t \rightarrow u \vee d$

$\Leftrightarrow \overline{(m \vee t) \wedge \overline{(u \vee d)}}$ implicación

$\Leftrightarrow (\overline{m \vee t}) \vee (\overline{\overline{u \vee d}})$ de morgan

$\Leftrightarrow (\overline{m \vee t}) \vee (u \vee d)$ doble neg.

$\Leftrightarrow (\bar{m} \wedge \bar{t}) \vee (u \vee d)$ de morgan

No son mayores que 5 y no terminan en 5 o tienen un digito 1 o 2

5) Sean: X = {x / $x \in$ N, x es impar}

Y = {y / $y \in$ N, y es primo}

Z = {z / $z \in$ N, z es múltiplo de 3}

Describir cada uno de los siguientes conjuntos:

a) X ∩ Y
b) X ∩ Z
c) Y ∩ Z
d) Z – Y
e) X – (Y ∩ Z)
f) (Y ∩ Z) – X
g) X ∪ Y

a. $X \cap Y = Y - \{2\}$ (Todos los primos salvo el 2 son impares.

b. $X \cap Z = \{m / m = 3.k, k = 2x+1, k \in N, x \in N\}$ (para q' sea impar hay q' multiplicarlo x algo impar)

c. $Y \cap Z = \{3\}$

d. $Z - Y = Y - \{3\}$

e. $X - (Y \cap Z) = X - \{3\}$

f. $(Y \cap Z) - X = \emptyset$

g. $X \cup Y = X$ (Todos los primos son impares) $Y \subset X$

6) Calcular los conjuntos de partes en los siguientes casos:

a) ∅
b) {a, b, c}
c) {∅}
d) {∅, {∅}}
e) {a, {b, c}}

a. $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

b. $P(a, b, c) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset\}$

c. $P(\{\emptyset\}) = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$

d. $P\{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset\}$

e. $P(\{a, \{b, c\}\}) = \{\{a\}, \{b, c\}, \emptyset, \{a, \{b, c\}\}\}$

$\{b\}, \{c\}$ serían?

7) Presentar una lista con todos los elementos en cada uno de los conjuntos siguientes:

a) $\{x, y\} \times \{a, b, c\}$
b) $\{a, b, c\} \times \{x, y\}$
c) $\{x, y\} \times \{y, x\}$
d) $\{x, y\}^2 \times \{\}$
e) $\{\}^{10} \times \{2, 3, 4\}^{20}$
f) $\{1\}^5$
g) $\{1, 2\} \times \{a\} \times \{a, b\}$

a. $\{(x, a), (x, b), (x, c), (y, a), (y, b), (y, c)\}$

b.

c. $\{(x, y), (x, x), (y, y), (y, x)\}$

b.

c. {(x,y), (x,x), (y,y), (y,x)}

d. {}. uno u {x,y} × {x,y} × {}

e. {}

f. {(1,1,1,1,1)}

g. {(1,a,a), (1,a,b), (2,a,a), (2,a,b)}

8) ¿Cuál es el cardinal de A × B si |A| = *n* y |B| = *m*?

$|A \times B| = n \cdot m$

12) Mostrar que la cardinalidad del conjunto de todas las funciones de R a {0, 1} es menor o igual a la del conjunto de todas las funciones que van:

a) de R a N

b) de R a {*a*, *b*, *c*}

{f:R→{0,1}}

|{f:R→{0,1}}| <= |{f:R→{N}}|

Las funciones que van de reales a 0 y 1 son un subconjunto de las que van de reales a naturales.

13) Dar un ejemplo de 2 conjuntos disjuntos no vacíos, A y B tales que:

a) $|A| < |B| < |A \cup B|$

b) $|A| < |B| = |A \cup B|$

c) $|A| = |B| = |A \cup B|$

a)

a={1,2}
b={3,4,5}
Aub={1,2,3,4,5}

b)

a={-1}
b={n}

a)

a={pares}
b={impares}

(gracias agus esto no lo sacaba ni ahi)

14) Mostrar que |N – {7, 9, 15, 34, 21, 344, 990}| = |N|

1) |N-{7,9,15,34,21,344,990}| ≤ |N|
2) |N| ≤ |N-{7,9,15,34,21,344,990}|

1 es fácil pq n-{bla} es subcopnjunto de N esntonces puedo usar
|N-{7,9,15,34,21,344,990}| --> |N|, id(n)=n

Para probar 2 puedo usar h(n)= n+991

15) ¿El conjunto de todas las frases en el idioma español es contable o incontable? Justificar.

Para que sea contable tiene que darse que |F| <= |N|

Se podría usar la representación ascii de la frase que al fin y al cabo va a ser un nro natural