



UNLP. Facultad de Informática

LÓGICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

CURSO 2025 - PRÁCTICA 5

Temario

Lógica de Predicados

Dominios, Interpretaciones, Satisfacción de fórmulas bien formadas. Niveles de Verdad y falsedad de las fórmulas. Tautologías, contradicciones, fórmulas lógicamente válidas.

Bibliografía

- Hamilton. Lógica para matemáticos. Capítulo 3.

Ejercicios

Ejercicio 1. Señalar las ocurrencias libres o ligadas de x_1, x_2, x_3 en la siguiente fbf escrita en un lenguaje de primer orden donde $C = \{c\}$, $F = \{f, g\}$, y $P = \{A\}$, con f de aridad 2; g de aridad 1, A de aridad 2. Determinar cual es una fbf abierta y cual es cerrada.

- I. $(\forall x_1)((\exists x_2)A(x_1, f(x_2, x_3)) \rightarrow (\forall x_3)A(g(c), x_1) \vee A(x_1, x_3))$
- II. $(\forall x_1)((\exists x_2)A(x_1, f(x_2, x_3))) \rightarrow (\forall x_3)A(g(c), x_1) \vee A(x_1, x_3)$

Ejercicio 2- Determinar si las siguientes fbfs escritas en algún LO1 son contradictorias, satisfactibles en alguna interpretación, verdaderas en alguna interpretación o lógicamente válidas. Fundamentar.

- i- $(\exists x)(\neg P(x)) \vee (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$
- ii- $(\exists y)(\exists x) A(x, y) \rightarrow (\exists x)(\exists y) P(x, y)$
- iii- $(P(c) \vee ((\forall x) P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow Q(c)$

Ejercicio 3- Una fbf $p(x_1, \dots, x_n)$ escrita en algún LO1 se dice que **caracteriza** a un conjunto $C \in D^n$ (con D dominio de alguna interpretación), si y sólo si para toda valuación v se cumple que $v(p(x_1, \dots, x_n)) = V$ si y sólo si $(x_1, \dots, x_n) \in C$.

Sea N una interpretación clásica sobre los números Naturales.

- i- Escribir una fbf en algún LO1 que caracterice a los números pares.
- ii- Escribir una fbf en algún LO1 que caracterice a los números primos.
- iii- Escribir una fbf que caracterice al conjunto vacío.



UNLP. Facultad de Informática

LÓGICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

CURSO 2025 - PRÁCTICA 5

- iv- Escribir una fbf que caracterice al máximo común divisor entre dos números a y b .
- v- Si sucede que una fbf $p(x_1, \dots, x_n)$ caracteriza a un conjunto C , entonces es cierto que $\neg p(x_1, \dots, x_n)$ caracteriza al complemento de C ? Fundamentar.
- vi- Considerando el dominio de los números Reales, escribir en algún LO1 una fbf que caracterice los números reales como un conjunto denso (esto es, entre dos reales siempre hay otro real).

Ejercicio 4- Si la fbf: $A(x)$ es satisfactible en alguna interpretación I , entonces la fbf: $(\forall x) A(x)$ es lógicamente válida?. Fundamentar.

Ejercicio 5- La fbf: $(\forall x) P(x,y)$ es lógicamente válida?. Fundamentar.

Ejercicio 6. Sea un lenguaje de primer orden con las siguientes características:

- Conjunto de constantes: $C = \{c\}$
- Sin símbolos de función: $F = \{f\}$
- Conjunto de símbolos de predicado: $P = \{A\}$.

con f y A de aridad 2. Sea I la siguiente interpretación para ese lenguaje sobre el dominio de los **números Naturales** incluyendo el cero; la constante c se interpreta como el cero, f como la suma, y A como menor o igual.

- $I(c) = 0$
- $I(A(x,y)) = "x \leq y"$

Escribir, en los casos en los que sea posible (fundamentar la imposibilidad):

- i- una fbf falsa en N , pero no contradictoria.
- ii- una fbf satisfactible en N , pero no verdadera en N .
- iii- una fbf verdadera en N , pero no satisfactible en N .
- iv- una fbf verdadera en N , pero no lógicamente válida.

Ejercicio 7- Sea un LO1 con el símbolo de constante c , la letra de función binaria f y la letra de predicado binaria P . Sean Z y N las interpretaciones clásicas de los Enteros y los Naturales respectivamente. En ambos contextos, c se interpreta como el cero, f como la suma y P



UNLP. Facultad de Informática

LÓGICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

CURSO 2025 - PRÁCTICA 5

como menor-estricto. Ofrecer, de ser posible (fundamentar inexistencia en caso contrario) tres fbfs en el lenguaje, que sean:

- i- Satisfactible en N y verdadera en Z.
- ii- Verdadera en Z y falsa en N.
- iii- Verdadera en Z y en N , pero no lógicamente válida.

Ejercicio 8- Es posible escribir en algún LO1 una fbf lógicamente válida y abierta?. Ofrecerla por la afirmativa, fundamentar la negativa.

Ejercicio 9- Demostrar que cualquier fbf A del Cálculo de Predicados que se corresponda con una tautología del Cálculo de Enunciados es lógicamente válida.

Ejercicio 10- Escribir en algún LO1 una fbf que sea lógicamente válida pero que no se corresponda con una tautología del Cálculo de Enunciados. Fundamentar.