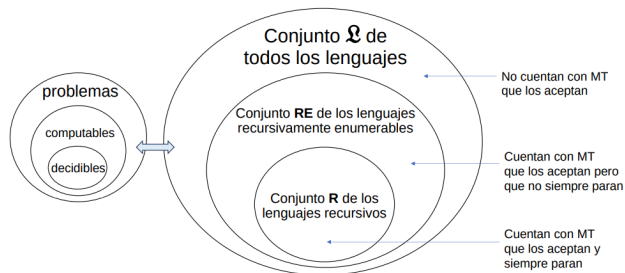


## Clase 2

sábado, 15 de marzo de 2025 13:17

Posibilidades:

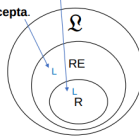
- MT que **siempre paran**
  - Computable decidable
  - $L$  es recursivo
  - $R$  es el conjunto de estos lenguajes
- A veces en casos negativos loopean, **no paran**
  - Computable no decidable (o semidecidible)
  - Recursivamente enumerable. Lo puedo generar
  - $RE$  es el conjunto
- En casos positivos loopea. El mínimo que pido es que en casos positivos pare
  - No computable
  - $L$  no es recursivamente enumerable



### Formalizando las definiciones

- $\Sigma$  es el alfabeto universal de todos los símbolos:  $\Sigma = \{a, b, \dots, 1, 2, \dots, +, -, \dots\}$
- $\Sigma^*$  es el conjunto universal de todas las cadenas de símbolos de  $\Sigma$ :  $\Sigma^* = \{\lambda, a, b, 1, \dots, aa, ab, a1, \dots, aaa, \dots\}$
- $\mathcal{L}$  es el conjunto universal de todos los lenguajes con alfabeto  $\Sigma$ : **conjunto de todos los subconjuntos de  $\Sigma^*$** .
- Un lenguaje  $L$  es **recursivo** ( $L \in R$ ) si existe una MT  $M$  que lo **acepta y siempre para (lo decide)**.  
Es decir, para toda cadena  $w$  de  $\Sigma^*$ :
  - Si  $w \in L$ , entonces  $M$  a partir de  $w$  para en su estado  $q_A$
  - Si  $w \notin L$ , entonces  $M$  a partir de  $w$  para en su estado  $q_R$
- Un lenguaje  $L$  es **recursivamente enumerable** ( $L \in RE$ ) si existe una MT  $M$  que lo **acepta**.  
Es decir, para toda cadena  $w$  de  $\Sigma^*$ :
  - Si  $w \in L$ , entonces  $M$  a partir de  $w$  para en su estado  $q_A$
  - Si  $w \notin L$ , entonces  $M$  a partir de  $w$  para en su estado  $q_R$  o no para

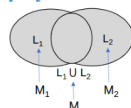
Se cumple por definición que  $R \subseteq RE \subseteq \mathcal{L}$  (ejercicio)  
Las inclusiones son estrictas:  $R \subset RE \subset \mathcal{L}$  (lo probamos en la próxima clase)



06

**Propiedad 3.** Si  $L_1 \in RE$  y  $L_2 \in RE$ , entonces  $L_1 \cup L_2 \in RE$ .

Es decir, si existe una MT  $M_1$  que acepta  $L_1$ , y existe una MT  $M_2$  que acepta  $L_2$ , también existe una MT  $M$  que acepta  $L_1 \cup L_2$ .



**Prueba.**

Idea general. ¿Construir una MT  $M$  que ejecute secuencialmente las MT  $M_1$  y  $M_2$  y acepte si  $M_1$  o  $M_2$  aceptan?

No funciona porque puede pasar que  $m_2$  acepte y  $m_1$  no pare a partir de  $w$  entonces  $M$  que debería aceptar  $w$  no lo hace

Habría que hacerlo en paralelo (ejecutar un paso de  $m_1$  y uno de  $m_2$  alternadamente)

Si una dijo que no y la otra loopea,  $M$  no rechaza, pq puede ser que eventualmente termine y sea un sí. Sigue loopeando

SI las dos dicen que no, rechazo

Con que una diga que sí, ya está.

Si hago la intersección, sirve hacerlas secuencial. Hay que cambiar cuando dice que sí y cuando que no nomás

CORE: complementos de  $re$  ( $L$  RE si  $L^c$  CO-RE)

**Conclusión:** si un problema y el problema contrario son computables, entonces ambos son decidibles.

Tengo un lenguaje que está en  $re$ .

**Región 1** (lenguajes aceptados por MT que siempre paran)

**Conjunto  $R$ .**

Si  $L$  está en  $R$ , entonces  $L^c$  está en  $R$

**Región 2** (lenguajes aceptados por MT que no siempre paran)

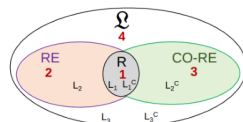
**Conjunto  $RE - R$ .**

Si  $L$  está en  $RE$ , entonces  $L^c$  está en  $CO-RE$

**Región 3** (lenguajes no aceptados por MT, con complementos aceptados por MT que no siempre paran)

**Conjunto  $CO-RE - R$ .**

Si  $L$  está en  $CO-RE$ , entonces  $L^c$  está en  $RE$



Las cuatro regiones de la jerarquía, con grado de dificultad creciente

**Región 4** (lenguajes no aceptados por MT, con complementos no aceptados por MT)

Conjunto  $\mathcal{L} = (\text{RE} \cup \text{CO-RE})$ .

Si  $L$  está en  $\mathcal{L} = (\text{RE} \cup \text{CO-RE})$ , entonces  $L^c$  está en  $\mathcal{L} = (\text{RE} \cup \text{CO-RE})$

Los lenguajes de co-re tienen algunas mt que los aceptan (solo los de r). El caso más difícil es el de la región 4.

ninguno tiene una máquina que lo reconoce.

Del 4 no podemos saber nada. No se pueden resolver con mt. EN el 3 no los podemos saber pero si el complemento.