

# Heap - práctica

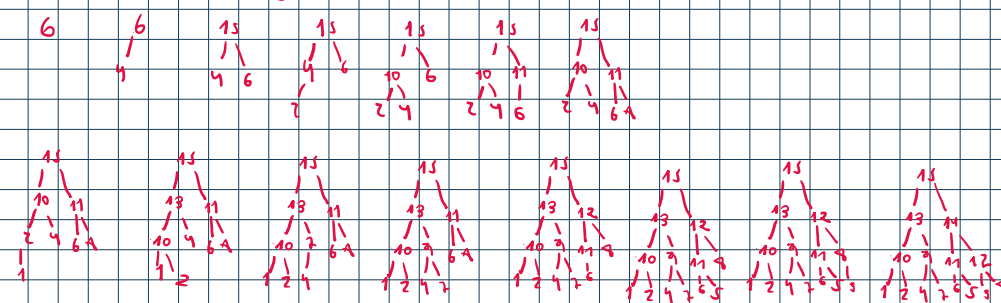
miércoles, 26 de abril de 2023 12:08

## Ejercicio 1

A partir de una heap inicialmente vacía, inserte de a uno los siguientes valores:

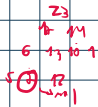
6, 4, 15, 2, 10, 11, 8, 1, 13, 7, 9, 12, 5, 3, 14

(max-heap)



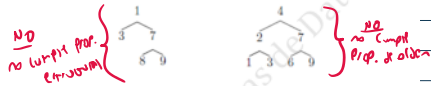
## Ejercicio 2

- ¿Cuántos elementos hay, al menos, en una heap de altura  $h$ ?  $2^{h-1} - 1$
- ¿Dónde se encuentra ubicado el elemento mínimo en una max-heap? en el hijo izquierdo de cada nodo raíz en la primera.
- ¿El siguiente arreglo es una max-heap: [23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12]? No



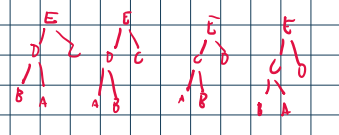
## Ejercicio 3

Dados los siguientes árboles, indique si representan una heap. Justifique su respuesta.



## Ejercicio 4

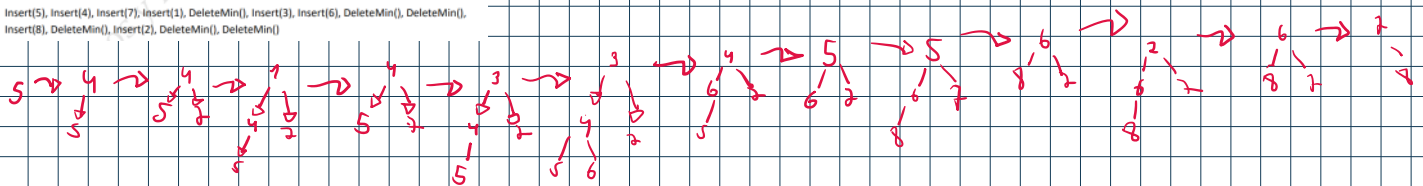
Dibuje todas las min-heaps posibles para este conjunto de claves: {A, B, C, D, E}



## Ejercicio 5

A partir de una min-heap inicialmente vacía, dibuje la evolución del estado de la heap al ejecutar las siguientes operaciones:

Insert(5), Insert(4), Insert(7), Insert(1), DeleteMin(), Insert(3), Insert(6), DeleteMin(), DeleteMin(), Insert(8), DeleteMin(), Insert(2), DeleteMin(), DeleteMin()



## Ejercicio 6

Aplice el algoritmo BuildHeap, para construir una min-heap en tiempo lineal, con los siguientes valores

{150, 80, 40, 10, 70, 110, 30, 120, 140, 60, 50, 130, 100, 20, 90}

→ Algoritmo a usar:

Divido en tres segmentos [A, B, C]

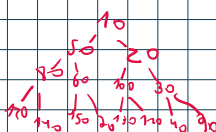
de ahí comparo con los hijos (si va a ser el nuevo)

Almaceno si resulta que a cambiar.

Me fijo si la q' almaceno tiene hijos, si los tiene repito el proceso (z, res >)

Almaceno, si no, vuelvo.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90
150	80	40	10	70	110	30	120	140	60	50	130	100	20	90



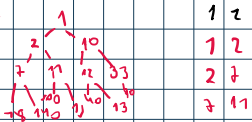
## Ejercicio 7

Aplice el algoritmo HeapSort, para ordenar descendentemente los siguientes elementos:

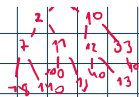
{15, 18, 40, 1, 7, 10, 33, 2, 140, 500, 11, 12, 13, 90}

Muestre paso a paso la ejecución del algoritmo sobre los datos.

min-heap



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	2	10	7	11	12	33	140	500	11	15	18	40	90
2	7	10	11	12	33	140	500	11	15	18	40	90	1
7	11	10	11	12	33	140	500	11	15	18	40	90	1



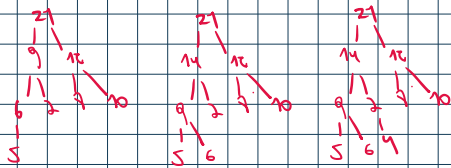
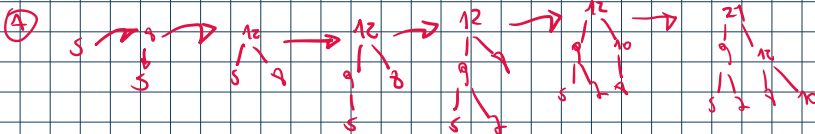
1	2	10	2	11	12	33	13	140	500	11	10	13	90
2	2	10	19	11	12	33	90	140	500	11	10	13	1
2	11	10	19	12	33	90	140	500	11	10	13	2	1
10	11	12	19	12	33	90	140	500	11	12	2	1	
11	13	12	19	12	33	90	140	500	10	2	2	1	
12	13	33	19	12	33	90	140	11	10	2	2	1	
13	11	33	19	140	500	90	12	11	10	2	2	1	
14	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
15	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
16	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
17	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
18	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
19	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
20	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
21	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
22	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
23	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
24	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
25	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
26	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
27	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
28	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
29	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
30	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
31	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
32	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
33	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
34	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
35	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
36	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
37	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
38	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
39	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
40	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
41	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
42	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
43	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
44	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
45	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
46	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
47	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
48	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
49	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
50	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
51	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
52	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
53	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
54	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
55	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
56	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
57	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
58	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
59	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
60	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
61	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
62	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
63	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
64	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
65	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
66	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
67	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
68	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
69	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
70	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
71	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
72	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
73	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
74	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
75	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
76	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
77	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
78	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
79	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
80	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
81	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
82	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
83	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
84	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
85	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
86	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
87	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
88	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
89	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
90	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
91	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
92	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
93	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
94	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
95	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
96	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
97	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
98	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
99	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	
100	11	33	19	140	500	13	12	11	10	2	2	1	

#### Ejercicio 8

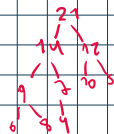
Construir una max-heap binaria con los siguientes datos:

{5, 8, 12, 9, 7, 10, 21, 6, 14, 4}

- a) Insertándolos de uno  
b) Usando el algoritmo BuildHeap



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4
5	8	12	9	7	10	21	6	14	4

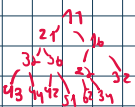


#### Ejercicio 9

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si insertamos la clave 16, ¿en qué posición quedará?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62

- (a) A[2] (b) A[3] (c) A[6] (d) A[7] (e) A[12]



#### Ejercicio 10

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si aplica un delete-min, ¿en qué posición quedará la clave 62?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62
(a) A[1]	(b) A[2]	(c) A[10]	(d) A[11]	(e) A[12]								



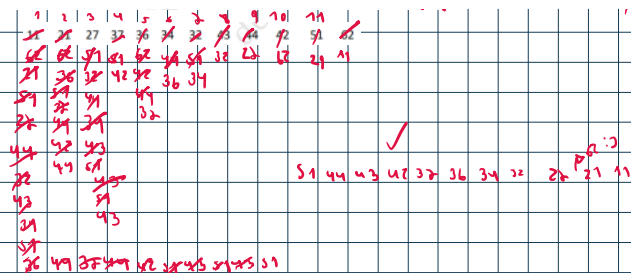
#### Ejercicio 11

- a) Ordenar en forma creciente los datos del ejercicio anterior, usando el algoritmo HeapSort.

- b) ¿Cuáles serían los pasos a seguir si se quiere ordenar en forma decreciente?

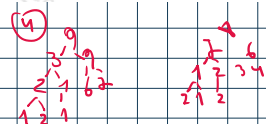
→ Hacer un max-heap y luego lo mino.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
21	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62
61	61	51	81	62	44	56	38	21	62	21	11
21	36	32	42	52	36	34					
54	51	41		41							



¿Cuáles de los siguientes arreglos representan una max-heap, min-heap o ninguna de las dos?

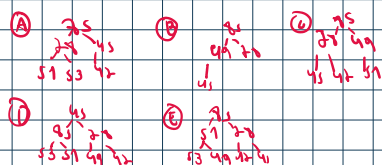
- arreglo 1: 0 1 2 0 4 5 6 7 8 9 *Ninguno*
- arreglo 2: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 *max*
- arreglo 3: 5 5 5 6 6 6 6 7 7 1 *Ninguno*
- arreglo 4: 9 3 9 2 1 6 7 1 2 1 *max*
- arreglo 5: 8 7 6 1 2 3 4 2 1 2 *max*



### Ejercicio 13

Un arreglo de 7 enteros se ordena ascendentemente usando el algoritmo HeapSort. Luego de la fase inicial del algoritmo (la construcción de la heap), ¿cuál de los siguientes es un posible orden del arreglo?

- (a) 85 78 45 51 53 47 49 *no*
- (b) 85 49 78 45 47 51 53 *no*
- (c) 85 78 49 45 47 51 53 *no*
- (d) 45 85 78 53 51 49 47 *no*
- (e) 85 51 78 53 49 47 45 *si*



### Ejercicio 14

En una Heap, ¿para un elemento que está en la posición  $i$  su hijo derecho está en la posición.....?

- (a)  $\lfloor i/2 \rfloor$
- (b)  $2*i$
- (c)  $2*i + 1$
- (d) Ninguna de las anteriores

### Ejercicio 15

¿Siempre se puede decir que un árbol binario lleno es una Heap?

- (a) Sí
- (b) No

*también debe cumplir prop. de orden.*

### Ejercicio 16

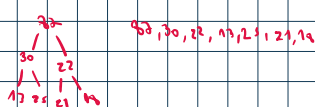
La operación que agrega un elemento a la heap que tiene  $n$  elementos, en el peor caso es de .....

- (a)  $O(n)$
- (b)  $O(n \log n)$
- (c)  $O(\log n)$
- (d) Ninguna de las otras opciones  *$O(1)$ ?*

### Ejercicio 17

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción insertando las claves una a una?

- (a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13
- (b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18
- (c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21
- (d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18



### Ejercicio 18

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción aplicando el algoritmo **Build-Heap**?

- (a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13
- (b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18
- (c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21
- (d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18

