Práctica 3- Variables aleatorias discretas

domingo, 12 de mayo de 2024 17:39

Variable aleatoria discreta
- Finita numerable
- Infinita numerable

Continua cuando es NO numerable (distancia, peso, etc)

Se anotan con letras mayúsculas ej X y su imagen (posibles valores que puede tomar se anota R_x={})

Fdp: función de probabilidad/ frecuencia

Propiedades:

$p(x_i)>=0$

La suma de todos los $p(x_i)=1$

$p(x_i)$ es $p(X=x_i)$, o sea la probabilidad de que x valga algún valor de la imagen

$(x_i;p(x_i))$ es distribución de probabilidad

Se representa la fdp con una tablita

x	0	1	2	3
$p(x)$	1/8	3/8	3/8	1/8

Fda: función de distribución acumulada

Es la probabilidad de que una variable aleatoria discreta sea <= que un valor dado

F(x)= P(X<=x)

Se la representa expresando qué pasa con la variable en cada parte de los números de -inf a inf

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \frac{1}{8} & \text{si } 0\le x<1 \\ \frac{1}{8}+\frac{3}{8} & \text{si } 1\le x<2 \\ \frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8} & \text{si } 2\le x<3 \\ 1 & \text{si } x>3 \end{cases} \Rightarrow F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \frac{1}{8} & \text{si } 0\le x<1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } 1\le x<2 \\ \frac{7}{8} & \text{si } 2\le x<3 \\ 1 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

Se van sumando los valores previos en cada intervalo

Si quiero sacar la fdp a partir de la fda, solo tengo que restar dos escalones consecutivos

$\boxed{\text{Esperanza/valor medio/valor esperado:}}$ $= \mu$

$E(x)=\sum_{x\in R} x(X=x)$ / $E(x)=\sum_{x\in R} x\, f(x)$ (Se usa la fdp)

- Puede dar un valor negativo
- Es un promedio de valores
- Tiene que estar entre el min y el max de Rx

f(x)

En el ejemplo de arriba seria 0x 1/8+1x3/8+2x1/8

x

Linealidad de la esperanza

E(aX+b)= aE(X)+b

Ej: si y=800X-900

E(y)=800E(x)-900

Esperanza de una función

$E(h(x))=\sum_x h(x)f(x)$

Ej: $E(x^2)=\sum_{x\in R_x} x^2.f(x)$

$\boxed{\text{Varianza}} = \sigma^2$

- Da SIEMPRE positivo
- Es dónde se centra la distribución de probabilidad.

$V(x)=E(x^2)-E(x)^2$

Propiedad de la varianza

$V(aX+b)= a^2V(X)$

$V(aX+b)=a^2v(x)$

$\boxed{\text{Desviación estandar}} = \sigma / \sqrt{V(x)}$

Distribución geométrica: X~G(p)

X="numero de repeticiones del evento x hasta el primer éxito inclusive"
Rango empieza en 1 y no termina nunca.
Requisitos
-1 éxito y 1 fracaso
-independencia entre repeticiones
-hay probabilidad de éxito constante en cada repetición
p: probabilidad de éxito

Binomial negativa: X~BN(r,p)
X="numero de repeticiones hasta que pasa algo por r-esima vez"
Rango empieza en r y no termina nunca.
Es como una geométrica pero con r!= 1
Requisitos
-1 éxito y 1 fracaso
-independencia entre repeticiones
-hay probabilidad de éxito constante en cada repetición
p: probabilidad de éxito
r: repeticiones

Binomial: X~B(n,p)
X="numero de éxitos entre n"
Requisitos
-1 éxito y 1 fracaso
-independencia entre repeticiones
-hay probabilidad de éxito constante en cada repetición
CON REEMPLAZO
Rango(0,n)
p: probabilidad de éxito
n: tamaño muestral

Cuando es CON REEMPLAZO

Hipergeométrica: X~H(n,M,N)
X="numero de éxitos entre n"
Requisitos
-1 éxito y 1 fracaso
-independencia entre repeticiones
-NO HAY INDEPENDENCIA
-NO ES CONSTANTE LA PROBABILIDAD DE ÉXITO
n: tamaño muestral
N: tamaño poblacional
M: elementos que cumplen con caracteristica

Cuando es SIN REEMPLAZO

CUasooo: X~P(λ)
X="numero de eventos en t unidades de tiempo "/ X="numero de eventos en a unidades de area"
Rango=(0, inf)
Requisitos

Si N es muy grande comparado a n puedo asumir independencia en las extracciones por lo tanto puedo aplicar binomial ((n/N) < 0,05)

Si pide aproximada se hace por aproximación

Procesos de Cuasoooo

X: "número de eventos que ocurren en cualquier intervalo de longitud t"
λ es tasa de velocidad o rapidez
Ejemplo: Suponga que aviones pequeños llegan a cierto aeropuerto según un proceso de Poisson, con tasa λ = 8 aviones por hora, de modo que el número de llegadas durante un periodo de t horas es una v.a. Poisson con parámetro λ=8t .
a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 5 aviones pequeños lleguen durante un periodo de una hora? ¿Por lo menos 5?
X: "número de aviones pequeños que llegan a cierto aeropuerto en una hora"
X~P(8)

NOTAS: hay que aclarar si la que uso es f() o F()
Ej:
x=nro de veces que tiro un dado hasta que sale 3 por primera vez. (g~1/6)
p(x=5)=f(5)=APP
p(x<=5)=F(5)=APP
p(x>=5)1-p(x<5)=1-p(x<=4)=1-F(4)=APP

CUASOOO
c= tasa, λ=parametro
Probabilidad de que en una decada haya 3 terremotos   c=5/anio

X~p(λ)λ=50(c.t)
X=cant de terremotos en 10 anios
p(x=3)=f(3)=APP

Y=cant de terremotos en 1 anio
Y~p(λ)λ=5(c.t)
Menos de 5 terremotos= p(y<=4)=F(4)=APP

La correccion por continuidad la hago ANTES

Falta de memoria, poisson y exponencial