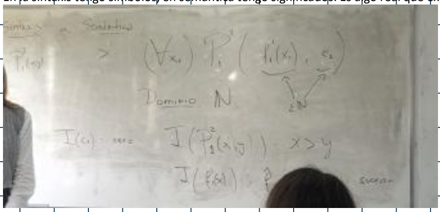
Clase 6- lógica de predicados semántica

domingo, 21 de septiembre de 2025 15:42

En la sintaxis tengo símbolos, en semántica tengo significados. Es algo real que existe.



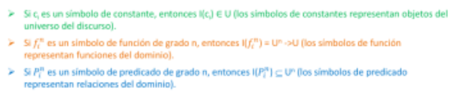
Para todo natural se cumple que el sucesor del número es mayor a 0 es la forma de entender esa sintaxis. En este caso es verdadero

Los lenguajes tienen sujetos y predicados:
Sujetros son variables, x1,c1,f1: elementos del dominio
Preducados: cosas que pjueden evaluarse y ser o no verdad.

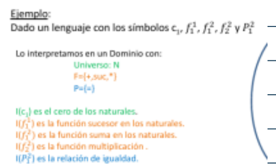
Dominio de interpretación: sí o si no vacío.
- Universo SÍ puede ser infinito
- Conjuinto finito del mundo semántico. Función real. La función tiene que estar definida en nuestro dominio. El sombrerito es que evaluamos la función.
- Conjunto finito P de relaciones. Es una tupla, conjunto de objetos que cumplen con la relación. La cantidad de info es finita.

Nota: Las definiciones de las funciones y relaciones pueden ser extensionales, cuando se efectúan enumerando las tuplas que las componen, o intensionales, si se establecen a partir de otras funciones o relaciones.

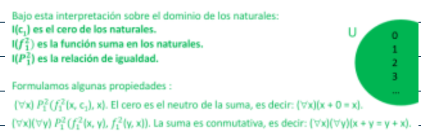
Que algo sea o no verdad es si pertenece al dominio: ej tomas jeuga al basquet porque está en el conjunto ese



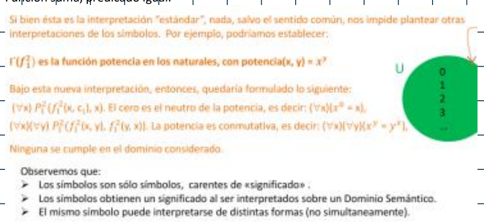
U2 es el conjunto de tuplas que tiene 2 elementos: 1,1, 1,2 1,3, 2,1, etc.



+ para f1, suc para f2,
F1, es un símbolo de función en la sintaxis (lenguaje). El el mjundo semántico es donde spawnean predicados y funciones.



Función suma, predicado igual.



El primer ejemplo es verdadero, el segundo no.
Si me pregunto por el valor de verdad de una fórmula si no tengo que representa no puedo saber nada

La primnera es tautología, siempre verdad, la segunda nop
Cuando hay variables liobres que pueden tomar cualquier valor hay que darle valores a esas variables.

Bajo la interpretación sobre el dominio de los naturales con la relación ≤,

(Para todo numero natural x) y ≤ x

La primnera es tautología, siempre verdad, la segunda nop
Cuando hay variables liobres que pueden tomar cualquier valor hay que darle valores a esas variables.

términos

x_1, x_2, c_1, c_2 —valoración→ 3, 7, c_1, c_2

$f_1(x_1, c_1)$

Valoración

Esto se logra por medio de una función denominada ***valoración*** (en una interpretación).
Una valoración v, queda completamente especificada indicando cómo se valoran los símbolos de variables, es decir $v(x_1)$, $v(x_2)$, ..., dado que se define:

- **Si c_i es un símbolo de constante, $v(c_i) = I(c_i)$.**
- **Si f_i^n es un símbolo de función, $v(f_i^n(t_1, \ldots, t_n)) = I(f_i^n)(v(t_1), \ldots, v(t_n))$.**

Satisfacción:
Fórmula atónmica se satisface si y solo si la tupla pertenece al conjunto de interpretación del predicado

Para denotar que una fórmula A se satisface con una interpretación I y una valoración v, escribiremos

$$\models_{I,v} A$$

La definición inductiva de la satisfacción de una fórmula es la siguiente:

- **$\models_{I,v} P(t_1,\ldots,t_n)$ si y sólo si $(v(t_1), \ldots, v(t_n)) \in I(P)$**

La verdad del predicado es que la tupla pertenezca a la interpretación del predicado.

Sean A y B fbfs del lenguaje:

- $\models_{I,v} (\neg A)$ si y sólo si no es el caso que $\models_{I,v} A$
- $\models_{I,v} (A \wedge B)$ si y sólo si $\models_{I,v} A$ y $\models_{I,v} B$
- $\models_{I,v} (A \rightarrow B)$ si y sólo si no es el caso que $\models_{I,v} A$ y no $\models_{I,v} B$
- $\models_{I,v} (\forall xi)\, A$ si y sólo si para toda valoración w, i-equivalente, se cumple $\models_{I,w} A$
  Es decir que A es verdadera cualquiera sea la valoración de xi.
- $\models_{I,v} (\exists x)\, A$ si y sólo si para alguna valoración w, i-equivalente, se cumple $\models_{I,w} A$
  En este caso alcanza con que A sea verdadera en alguna valoración particular de x.

Tengo que probar todas las valoraciones de xi y que se satisfaga (sin el para todo)

$\models_{I,v} ((\forall x_1)\, P_1^1(x_1))$

$I, N \quad I(P_1^1) = \{x : x \text{ es par}\}$

$v(x_1) = 2$

Por más que en este caso x1 es 2 y es par, la fórmula no se satisface porque el para todo abarca a todos los N. Las valoraciones no se dan bola cuando tenés un para todo.

Ej la misma fórmula sin el cuantificador si sería verdadera para esa valoración?????????/// en clase dijeron que ahí sería la verdad para la mitad de las valoraciones

SI hay un cuantificador, la valoración individual no me importa

Anexo: i-equivalencias

Una valoración w es i-equivalente a otra valoración v, cuando w(xj)=v(xj), para todo j tal que j≠i

	x1	x2	x3
v_1	1	2	1
v_2	3	2	1
v_3	2	2	1

Dominio ={1,2,3}

$V_1 v_2 v_3$ son 1-equivalente entre ellas

¿Cuales son 2-equivalentes a v_1? 131

	x1	x2	x3
v_1	1	2	1
v_2			
v_3			

Cuando tienen variables libres ej x1 pasa esto de que en algunos casos si y otros no.

2equivalente es son iguales salvo ewn el indice I
Es decir: **son iguales en todos los valores de las variables, excepto quizás en la variable xi**.
La diferencia puede estar en la coordenada iii, pero en las demás deben coincidir.

Tipo tautología. Es verdadera SIEMPRE. Sin importar el dominio o la interpretación. El ejemplo es loco y nos diferencia de tautlogías porque lo que está ahí es es un p->q que no sería tautología pero en el contrexto en el que estamos si lo es, la semántica nos suma a eso

Tiene que ser satisfacible siempre

No es verdadera en todos ni falsa en todos pero en algún momento y contexto bien definido se satisface

Tiene que no haber ninguna valoración que la satisfaga

Dijo algo de lo que psa con las vatiabnles libres pero no escuché

Para demostrar que es lógicamente válida tengo que demiostrar que es verdadera en toda valoración y toda algo más xd

resstruna.

$\models$ Ni siquiera tiene interpretación, lógicamente válida

$I \models$ verdadera si se satisface p. todos, no se escribe la valoración

interpretación, valoración $\models \exists x_1 P_1^1(x_1)$ se satisface, no depende de la valoración.

$v(x_1) = 3$

Interpretación de P_1^1: xeipr.

Esa fórmula, sin el $\exists$, no sería verdadera.

Creo q' está mal dar el dominio.

Para llegar a que una fórmula es lógicamente válida.

(b) $((\forall x_i)\,\mathscr{A} \to (\exists x_i)\,\mathscr{A})$ es lógicamente válida, cualquiera que sea la *fbf* $\mathscr{A}$ de $\mathscr{L}$. Esto se demuestra por un método standard como sigue.

Sea I una interpretación de dominio D_I y sea v una valoración en I. Si v no satisface $(\forall x_i)\,\mathscr{A}$ entonces v satisface $((\forall x_i)\,\mathscr{A} \to (\exists x_i)\,\mathscr{A})$. Si v satisface $(\forall x_i)\,\mathscr{A}$, entonces toda valoración v' que sea i-equivalente a v satisface $\mathscr{A}$. Está claro, entonces, que existe una valoración i-equivalente a v que satisface $\mathscr{A}$. Así pues, v satisface $(\exists x_i)\,\mathscr{A}$, por la Proposición 3.29. Así pues, también en este caso v satisface $((\forall x_i)\,\mathscr{A} \to (\exists x_i)\,\mathscr{A})$. Hemos demostrado, pues, que una valoración arbitraria en una interpretación arbitraria satisface la *fbf* dada, con lo que ésta es lógicamente válida.

- Si lo primero fuera falso entonces mi fórmula es v por tabla de verdad de $p \to q$.
- Si lo primero sí satisface aplicando definición

(iv) v satisface $(\forall x_i)\,\mathscr{B}$ si toda valoración v' que sea i-equivalente a v satisface $\mathscr{B}$.

(i) v satisface la fórmula atómica $A_j^n(t_1, \ldots, t_n)$ si $\overline{A}_j^n(v(t_1), \ldots, v(t_n))$ se verifica en D_I.
(ii) v satisface $(\sim\mathscr{B})$ si v no satisface $\mathscr{B}$.
(iii) v satisface $(\mathscr{B} \to \mathscr{C})$ si v satisface $(\sim\mathscr{B})$ o v satisface $\mathscr{C}$.
(iv) v satisface $(\forall x_i)\,\mathscr{B}$ si toda valoración v' que sea i-equivalente a v satisface $\mathscr{B}$.

Darle bola

Cuando tengo fbf tomo valoración cualquiera y uso valoraciones.

En cálculo de predicados, no podría hacer tablas de verdad pq.

En cálculo de predicados, no podría hacer tablas de verdad pq.
tengo q' probar infinitos casos.