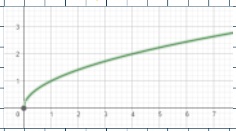
Práctica análisis de algoritmos

domingo, 28 de mayo de 2023 13:50

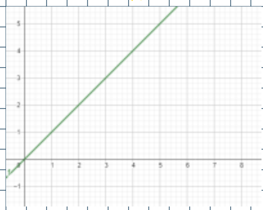
$cte < \log_3(n) < \log_2(n) < \sqrt{n} < \log_2(n)^2 < n < n^2 < 2^n < 3^n$

1.- Ordene las siguientes funciones: $\sqrt{n}$, n, 3^n, n^2, cte, 2^n, $\log_2^2(n)$, $\log_3(n)$, $\log_2(n)$ según su velocidad de crecimiento.

$\sqrt{n}$

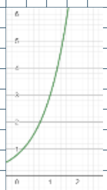


n

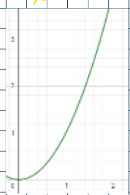


$\log_2(n)^2$

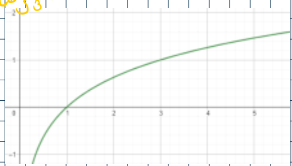
3^x



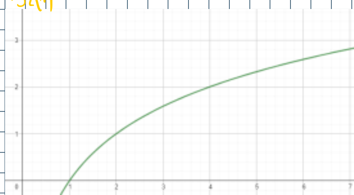
x^2

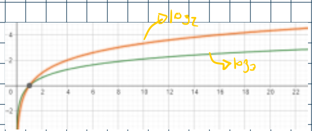


$\log_3 n$



$\log_2(n)$





2.- Exprese de qué orden es el siguiente fragmento de código

```
for (int j = 4; j < n; j=j+2) {
        val = 0;
        for (int i = 0; i < j; ++i) {
                val = val + i * j;
                for (int k = 0; k < n; ++k){
                        val++;
                }
        }
}
```

(a) O(n logn) (b) O(n^2) (c) O(n^2 log n) (e) O(n^3)

$$\sum_{j=4}^{n/2}\left(c+\sum_{i=0}^{j}\left(c_2+\sum_{k=0}^{n}c_3\right)\right)$$

$$\sum_{j=4}^{n/2}\left(c+\sum_{i=0}^{j}\left(c_2+(n+1)\cdot c_3\right)\right)$$

$$\sum_{j=4}^{n/2}\left(c+\sum_{i=0}^{j}\left(c_2+nc_3+c_3\right)\right)$$

$$\sum_{j=4}^{n/2}\left(c+(j+1)\cdot\left(c_2+nc_3+c_3\right)\right)$$

$$\sum_{j=4}^{n/2}\left(c+jc_2+jnc_3+jc_3+c_2+nc_3+c_3\right)$$

$$\sum_{j=1}^{n/2}\left(c+jc_2+jnc_3+jc_3+c_2+nc_3+c_3\right)-\left(\sum_{j=1}^{3}\left(c+jc_2+jnc_3+jc_3+c_2+nc_3+c_3\right)\right)$$

$$c\cdot\frac{n}{2}+\sum_{j=1}^{n/2}jc_2+jnc_3+jc_3+\frac{n}{2}\cdot c_2+\frac{n}{2}\cdot nc_3+\frac{n}{2}\cdot c_3-\left(3c+\sum_{j=1}^{3}jc_2+jnc_3+jc_3+3\cdot c_2+3nc_3+3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2}+\sum_{j=1}^{n/2}jc_2+jnc_3+jc_3+\frac{nc_2}{2}+\frac{n^2c_3}{2}+\frac{nc_3}{2}-\left(3c+\sum_{j=1}^{3}jc_2+jnc_3+jc_3+3\cdot c_2+3nc_3+3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2}+c_2\sum_{j=1}^{n/2}j+nc_3\sum_{j=1}^{n/2}j+c_3\sum_{j=1}^{n/2}j+\frac{nc_2}{2}+\frac{n^2c_3}{2}+\frac{nc_3}{2}-\left(3c+c_2\sum_{j=1}^{3}j+nc_3\sum_{j=1}^{3}j+c_3\sum_{j=1}^{3}j+3c_2+3nc_3+3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2}+c_2\cdot\frac{\frac{n}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}+nc_3\frac{\frac{n}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}+c_3\frac{\frac{n}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}+\frac{nc_2}{2}+\frac{n^2c_3}{2}+\frac{nc_3}{2}-\left(3c+c_2\cdot\frac{3\cdot(3+1)}{2}+nc_3\cdot\frac{3(3+1)}{2}+c_3\frac{3(3+1)}{2}+3c_2+3nc_3+3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2} + c2 \cdot \frac{\frac{n}{2}\cdot\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2} + nc_3 \frac{\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2} + c_3 \frac{\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2} + \frac{nc_2}{2} + \frac{n^2c_3}{2} + \frac{nc_3}{2} - \left(3c + c_2 \frac{3\cdot(3+1)}{2} + nc_3 \frac{3(3+1)}{2} + c_3 \frac{3(3+1)}{2} + 3c_2 + 3nc_3 + 3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2} + c_2\left(\frac{n^2}{8} + \frac{n}{4}\right) + nc_3\left(\frac{n^2}{8} + \frac{n}{4}\right) + c_3\left(\frac{n^2}{8} + \frac{n}{4}\right) + \frac{nc_2}{2} + \frac{n^2c_3}{2} + \frac{nc_3}{2} - \left(3c + 6c_2 + 6nc_3 + 6c_3 + 3c_2 + 3nc_3 + 3c_3\right)$$

$$\frac{cn}{2} + \frac{n^2c_2}{8} + \frac{nc_2}{4} + \boxed{\frac{n^3c_3}{8}} + \frac{n^2}{4} + \frac{c_3n^2}{8} + \frac{c_3n}{4} + \frac{nc_2}{2} + \frac{n^2c_3}{2} + \frac{nc_3}{2} - \left(3c + 9c_2 + 9nc_3 + 9c_3\right)$$

$O(n^3)$:)

3.- Suponga que dispone de un algoritmo A, que resuelve un problema de **tamaño n**, y su función de tiempo de ejecución es **T(n) = n * log(n)**. Este algoritmo se ejecuta en una computadora que procesa **10.000 operaciones** por segundo. Determine el **tiempo** que requerirá el algoritmo para resolver un problema de tamaño **n=1024**.

Tam n

$T(n) = n * \log(n)$

10000 op/s

$n = 1024$

$T(n) = 1024 * \log(1024)$

$T(n) = 3082{,}55$

$3082{,}55 / 10\,000 = 0{,}308$ s

4.- ¿Cuál es el resultado de la siguiente sumatoria?

$$\sum_{i=3}^{8} n^* i =$$

a) (8-3+1) * n
b) (8-3+1) * i * n
c) 33 n
d) 5 n
e) 8 * i
f) Ninguna de las otras opciones

$$\sum_{i=3}^{8} n * i$$

$$n\left(\sum_{i=1}^{8} i - \sum_{i=1}^{2} i\right)$$

$$n \cdot \left(\frac{8\cdot(8+1)}{2} - \frac{2(2+1)}{2}\right)$$

$$n \cdot \left(\frac{72}{2} - 3\right)$$

$n \cdot 33$

5.- ¿Cuál de las siguientes sentencias es correcta, según la definición vista en clase?

(a) n^2 es $O(n^2)$
(b) n^2 es $O(n^3)$
(c) n^2 es $O(n^2 \log n)$
(d) Opciones a y b
(e) Opciones a, b y c
(f) Ninguna de las otras opciones

6.- Dado el siguiente algoritmo

```
void ejercicio5 (int n) {
    if (n ≥2) {
        2 * ejercicio5 (n/2);
        n = n/2;
        ejercicio5 (n/2);
    }
}
```

$c + T\left(\frac{n}{2}\right)$ $\quad \frac{n}{4}$ $\quad \frac{\frac{n}{2}}{2}$

$c + T\left(\frac{n}{4}\right)$

i) Indique el T(n) para n>=2

(a) T(n) = d + 3 * T(n/2)
(b) T(n) = d + 2 * T(n/2) + T(n/4)
(c) T(n) = d + T(n/2) + T(n/4)
(d) T(n) = d + T(n/2) + T(n/2)
(e) T(n) = d + T(n/2) + T(n/2) + T(n/4)

7.- Dada la recurrencia

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{para } n<=1 \\ T(n/3) + c & \text{para } n>1 \end{cases}$$

i) ¿Cómo se reemplaza **T(n/3)**, considerando **n/3 > 1**?

(a) T(n/3) + c
(b) Ninguna de las otras opciones
(c) T(n/3) + 1
(d) T(n/3/3) + c
(e) T(n/3/3) + 1

ii) Desarrolle la función T(n)

$T(n) = T(n/3) + c \quad n > 1$

$T\left(\frac{n}{3}\right) = T\left(\frac{n}{3^2}\right) + 2c \quad n > 1$

$T\left(\frac{n}{3^2}\right) = T\left(\frac{n}{3^3}\right) + 3c \quad n > 1$

$T(n) = T\left(\frac{n}{3^i}\right) + ic$

8.- Considere el siguiente fragmento de código:

```
C →  int count = 0; int n = a.length;
     for (int i = 0; i < n; i+=n/2)  {
        for (int j = 0; j < n; j++)  {
            a[j]++;
        }
     }
```

Este algoritmo se ejecuta en una computadora que procesa 100.000 operaciones por cada segundo. Determine el tiempo aproximado que requerirá el algoritmo para resolver un problema de tamaño n=1000.

(a) 0,01 seg
(b) 0,1 seg
(c) 1 seg
(d) Ninguna de las opciones anteriores.

$T(n) = C + \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{n} C$

$T(n) = C + \sum_{i=0}^{2} (nC + C)$

$T(n) = C + 2(nC + C)$

$T(n) = C + 2nC + 2C$

$T(n) = 2nC + 2C + C \to O(n)$

$T(1000) = 1000$

100000 op → 1 s
1000 → x → 0,01

T(1) = 4

T(n) = 2 T(n/2) + 5n + 1 (n ≥ 2)

¿Cuál es el valor de T(**n**) para **n = 4** ?

(a) 51
(b) 38
(c) 59
(d) 79
(e) Ninguna de las opciones anteriores.

$T(1) = 4$
$T(n) = 2T(n/2) + 5n + 1$

$T(1) = 4$ $\quad T(2) = 2T(1) + 5 \cdot 2 + 1$ $\quad T(4) = 2 \cdot T(2) + 5 \cdot 4 + 1$

$T(2) = 8 + 10 + 1 = 19$ $\quad T(4) = 2 \cdot 19 + 20 + 1$

$T(4) = 59$

10.- Expresar la función T(n) del siguiente segmento de código:

```
public static void ejercicio (int n) {
    int x = 0;
    int j = 1;          C
    while ( j <= n ) {
        for ( int i = n*n ; i >=1 ; i = i - 3 )
            x = x + 1 ;
   C    j = j * 2 ;
    }
}
```

(a) $T(n) = (1/3) * n^2 + \log_2(n)$
(b) $T(n) = n^2 + (1/3) * \log_2(n)$
(c) $T(n) = (1/3) * \log_2(n)$
(d) $T(n) = (1/3) * n^2 * \log_2(n) + \log_2(n)$

$T(n) = \sum_{j=1}^{\log_2(n)} \sum_{i=1}^{n^2/3} C + C$

$T(n) = \sum_{j=1}^{\log_2(n)} \left(\frac{n^2}{3} \cdot C \right) + C$

$T(n) = \log_2(n) \cdot \left(\frac{n^2 C}{3} \right) + C$

$\log_2(n) \cdot n^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot C$

11.- ¿Cuál es el resultado de la siguiente sumatoria?

$\left[\sum_{i=0}^{n} i = \right] = \sum_{i=1}^{n} i \qquad \sum_{i=0}^{n} i = \sum_{i=0}^{0} i + \sum_{i=1}^{n} i$

$\frac{n \cdot (n+1)}{2} + i$

(a) n * n
(b) i * n
(c) n * (n+1) / 2
(d) ((n-1) * n) / 2
(e) Ninguna de las opciones

12.- ¿Cuál es el resultado de la siguiente sumatoria?

$\sum_{i=3}^{n} i =$

$\sum_{i=3}^{n} i = \sum_{i=1}^{n} i - \sum_{i=1}^{2} i$

$\frac{n(n+1)}{2} - \frac{2(2+1)}{2}$

$\frac{n^2+n}{2} - 3$

(a) i * n
(b) i * (n – 3 +1)
(c) i * (n – 3)

[redacted]

(d) i * n – 3
(e) Ninguna de las opciones

```
j = 1;
while (j <= n) {
    for (i = n*n; i >=1; i = i-3)
        x=x+1;
    j = j*2;
}
```

```
j = 1;
while (j <= n) {
    for (i = n*n; i >=1; i = i-3)
            x=x+1;
    j = j*2;
}
```

$$c + \sum_{j=1}^{\log_2 n} \sum_{i=1}^{\frac{n^2}{3}} c$$

$$c + \sum_{j=1}^{\log_2 n} \frac{n^2}{3} \cdot c$$

$$C + \log_2 n \cdot \left(n^2 c \cdot \frac{1}{3} \right)$$

$C +$

Sea G=(V,E) grafo No dirigido. Donde V = {a, b, c, d, e, f} y E = {(a,c), (a,b), (a,d), (b,d), (c,d), (c,e), (d,f)}. ¿Cuál de las siguientes secuencias representa un recorrido **BFS válido partiendo desde el vértice a?**

1. <a, b, d, c, e, f>
2. <a, b, c, d, e, f>
3. <a, c, d, e, f, b>
4. Ninguna de las otras opciones