

Práctica 2- Probabilidad condicional

domingo, 12 de mayo de 2024 15:48

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidad de A dado B/A si B
B es condicionante

→ Nuevo espacio muestral reducido

Si sale en el parcial hay que poner todo. Sería algo tipo $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\#(A \cap B)/\#S}{\#(B)/\#S}$

$$P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$$

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

Teorema de la multiplicación

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

↓
Si P(B) no es 0 / Si P(A) no es 0

Ej: Hay 12 nenes y 4 nenas. Se eligen 3 personas al azar. Probabilidad de que sean todos nenes?
A = "el estudiante i es nene"

S es finito y equiprobable. $\#S = 3360 (16 \cdot 15 \cdot 14)$

$$P(A_1) = 12/16$$

$$P(A_2|A_1) = 11/15$$

$$P(A_3|A_2 \cap A_1) = 10/14$$

$$P(A_3 \cap A_2 \cap A_1) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_2 \cap A_1) \rightarrow \text{Múltip. 3 eventos}$$

$$P(A_3 \cap A_2 \cap A_1 \cap A_4) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_2 \cap A_1) \cdot P(A_4|A_3 \cap A_2 \cap A_1) \rightarrow \text{Múltip. 4 eventos}$$

Teorema de la probabilidad total

1 Si $S = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n$

2 A_1, A_2, \dots, A_n son mutuamente excluyentes

3 $\forall P(A_i) > 0$ para todo i

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3) + \dots$$

Ejemplo:

El 40% de los clientes utilizan nafta normal, 35% extra, y el 25% utilizan premium. De los clientes que consumen nafta normal, solo 30% llenan sus tanques, de los que consumen nafta extra, 60% llenan sus tanques, en tanto que de los que usan premium, 50% llenan sus tanques

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene su tanque?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque?

A = el cliente pide nafta i

1 = normal

2 = extra

3 = premium

i = 1, 2, 3

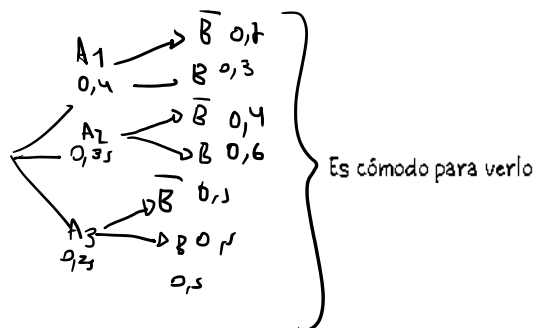
$$S = A_1 \cup A_2 \cup A_3$$

$$A_1 \cap A_2 = \text{vacío}$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) > 0$$

$$\text{Inciso A} = P(A_2 \cap B) = P(B|A_2) \cdot P(A_2) \rightarrow \text{Teorema de la multiplicación}$$

$$\text{Inciso B} = P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3) \rightarrow \text{Probabilidad total (hay que explicar todo lo que se cumple)}$$



Teorema de Bayes

1 Si $S = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n$

2 A_1, A_2, \dots, A_n son mutuamente excluyentes

3 $P(A_i) > 0$ para todo i

4 $P(B) > 0$

$$P(A_k|B) = \frac{P(B|A_k) \cdot P(A_k)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) \cdot P(A_i)}$$

Ejemplo:

c) Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad de que pida nafta normal?

$$\text{Inciso c: } P(A_1|B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(B)}$$

Cosas respecto a la independencia

Si A y B son independientes:

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

X teorema:

A y B^c independientes

B y A^c independientes

A^c y B^c independientes

Ejemplo:

Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan en forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se lo necesite es 0.96.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se les necesite?

C_i = "el carro i está disponible" $i=1,2$

$$P(C_i) = 0.96$$

C_1 y C_2 independientes

$$C_1 \cap C_2 = P(C_1) \cdot P(C_2)$$

Inciso a: Como C_1 y C_2 independientes, sus complementos también.

$$a = C_1^c \cap C_2^c = P(C_1^c) \cdot P(C_2^c)$$

OJO: cuando es extracciones con reemplazo hay dependencia, sin no

• A tener en cuenta = al menos 1 es el complemento de ninguno

OJO:

DEFINIR EVENTOS Y SUS PROBABILIDADES

PONER TODAS LAS CONDICIONES PARA TEOREMAS

PONER SI LOS EVENTOS SON PARTICIONES DE S

y : n

o : u

Al menos: u

Todos: n

Ninguno: u^c