Práctica 3

miércoles, 10 de abril de 2024 08:34

1) Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
   a) X: "el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata"
   b) Y: "el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita"
   c) Z: "la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente"
   d) W: "el número de huevos que una gallina pone mensualmente"
   e) N: "el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad"
   f) Q: "el peso del grano producido por acre"

a- discreta
b- contigua
c- contigua
d- discreta
e- discreta
f- contigua

2) Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea
X: "nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura".
a) Hallar la f.d.p. de X
b) Determine $P(X = 0)$; $P(X = 2)$; $P(X \leq 2)$; $P(X \geq 2)$

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$$p(0) = P(X=0) = \frac{\#X=0}{\#S} = \frac{\binom{4}{0}\cdot\binom{6}{6}}{\binom{10}{6}} = \frac{1}{210}$$

$$p(1) = \frac{\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{5}}{\binom{10}{6}} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

$$p(2) = \frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{6}{4}}{\binom{10}{6}} = \frac{3}{7}$$

$\boxed{210}$

$$p(3) = \frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{6}{3}}{\binom{10}{6}} = \frac{8}{21}$$

$$p(4) = \frac{\binom{4}{4}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{10}{6}} = \frac{1}{14}$$

a.

x	0	1	2	3	4
p(x)	1/210	4/35	3/7	8/21	1/14

$p(x_i) \geq 0$ y $\sum_{i=0}^{4} p(x_i) = 1$

b. $P(X=0) = \frac{1}{210}$

$P(X \leq 2) = p(0) + p(1) + p(2) = \frac{1}{210} + \frac{4}{35} + \frac{3}{7} = \frac{109}{210}$

$P(X=2) = \frac{3}{7}$

$P(X \geq 2) = \frac{3}{7} + \frac{8}{21} + \frac{1}{14} = \frac{37}{42}$

3) El espesor de un entablado de madera (en pulgadas) que algún cliente ordena, es una v.a. X que tiene la siguiente F.d.a. :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1/8 \\ 0.2, & 1/8 \leq x < 1/4 \\ 0.9, & 1/4 \leq x < 3/8 \\ 1, & x \geq 3/8 \end{cases}$$

Determine las siguientes probabilidades:
a) $P(X \leq 1/8)$
b) $P(X \leq 1/4)$
c) $P(X \leq 5/16)$
d) Hallar la función de distribución de X.

a. $P\left(X \le \frac{1}{8}\right) \to F\left(\frac{1}{8}\right) = 0,2$

b. $P\left(X \le \frac{1}{4}\right) \to F\left(\frac{1}{4}\right) = 0,9$

c. $P\left(X \le \frac{5}{16}\right) \to F\left(\frac{5}{16}\right) = 0,9$

d.

x	1/8	1/4	3/8
p(x)	0.2	0.7	0.1

4) La distribución de probabilidad de X: "nº de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por:

a) Hallar la función de distribución acumulada de X

b) Determine F(2) y F(3.1)

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

$F(0) = 0,41$ $\quad F(3) = 0,99$

$F(1) = 0,78$ $\quad F(4) = 1$

$F(2) = 0,94$

$F(x) = P(X \le x)$

$$F(x) \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,41, & 0 \le x < 1 \\ 0,78, & 1 \le x < 2 \\ 0,94, & 2 \le x < 3 \\ 0,99, & 3 \le x < 4 \\ 1, & x \ge 4 \end{cases}$$

b- $F(2) = 0,94$

$F(3.1) = 0,99$

5) Para las variables aleatorias de los ejercicios 2) y 4) hallar E(X), E(X^2), V(X).

esperanza $= E(X) = \sum_{x \in R_x} x\, f(x)$

2

x	0	1	2	3	4
p(x)	1/210	4/35	3/7	8/21	1/14

$E(X) = \sum_{x \in R_x} x f(x) = 0 \cdot \frac{1}{210} + 1 \cdot \frac{4}{35} + 2 \cdot \frac{3}{7} + 3 \cdot \frac{8}{21} + 4 \cdot \frac{1}{14} = \frac{12}{5}$

$E(X^2) = \sum_{x \in R_x} x^2 f(x) = 0^2 \cdot \frac{1}{210} + 1^2 \cdot \frac{4}{35} + 2^2 \cdot \frac{3}{7} + 3^2 \cdot \frac{8}{21} + 4^2 \cdot \frac{1}{14} = \frac{32}{5}$

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{32}{5} - \frac{12}{5}^2 = \frac{16}{25}$

6) Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de 10 galones. Sea X: "número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente". Suponga que X tiene la f.d.p.

a) Hallar E(X), V(X) y desviación estándar de X.

b) Sea Y: "número de galones ordenados"

b1) hallar la f.d.p. de Y

b2) hallar E(Y) , V(Y) y la desviación estándar de Y

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

$E(X) = \sum_{x \in R_x} x f(x) = 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1$

$E(x) = \sum_{x \in R_x} x f(x) = 1 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}2 + 4 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}1$

$E(x^2) = \sum_{x \in R_x} x^2 f(x)\ 1^2 \cdot 0{,}4 + 2^2 \cdot 0{,}2 + 3^2 \cdot 0{,}2 + 4^2 \cdot 0{,}1 + 5^2 \cdot 0{,}1$

$V = E(x^2) - E(x)^2$

desviación $= +\sqrt{V}$

6.

x	10	20	30	40	50
$p(x)$	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

= Los valores sí cambian.

7

7) En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0.75. Suponga que las llamadas son independientes.

a) Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

b) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

c) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?

a. Se trata de una distribución binomial pq tenemos 10 llamadas similares independientes.

la prob. de q' la llamada sea atendida es 0,75 siempre.

X = nro de llamadas contestadas en 30 seg Entre 10

$X \sim B(10, 0{,}75)$ $\quad n = 10$

$x = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$

$p = 0{,}75$

$f(9) = P(X = 9) = \binom{10}{9} \cdot 0{,}75^9 (1 - 0{,}75)^{10-9} \simeq \boxed{0{,}1877}$

X = nro de llamadas contestadas en 30 seg Entre 20

b. $X \sim B(20, 0{,}75)$

$n = 20$

$$P(x \geq 16) = \sum_{k=16}^{20} \binom{20}{k} \cdot (0{,}75)^k (0{,}25)^{20-k}$$

$P(x \geq 16) = 0{,}41 \to$ Con la app.

c.

Sea $X \sim B(n, p)$, entonces $E(X) = np$ y $V(X) = np(1-p)$

$X \sim B(20, 0{,}75)$

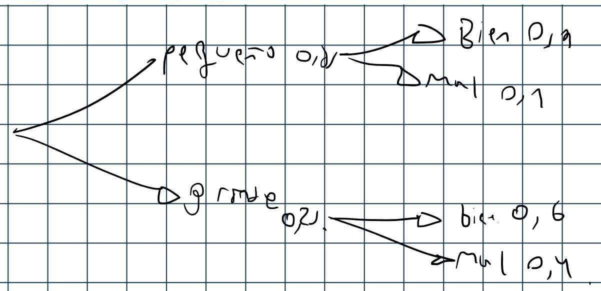
$X \sim B(20,\ 0{,}75)$

$E(X) = 20 \cdot 0{,}75 = 15$

8) Un amigo que trabaja en una gran ciudad tiene dos automóviles, uno pequeño y uno grande. Tres cuartas partes del tiempo utiliza el automóvil pequeño para trabajar, y la cuarta parte restante usa el automóvil grande. Si utiliza el automóvil pequeño, por lo general no tiene problemas para estacionarse y, por lo tanto, llega a su trabajo tiempo con una probabilidad de 0.9. Si utiliza el automóvil grande, llega a tiempo su trabajo con una probabilidad de 0.6.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo en 6 de 10 mañanas, suponiendo que hay independencia entre un día y otro?



$A \cap B$ son mutuam. excl.

A = usa el auto pequeño   B = usa el auto grande.

T = llega a tiempo.

$P(T|A) = 0{,}9 \qquad P(T|B) = 0{,}6$

$A \cup B = \Omega$

$A \cap B = \varnothing$

$P(A),\ P(B) \neq 0$

Puedo usar teorema prob total.

$P(T) = P(T|A) \cdot P(A) + P(T|B) \cdot P(B)$

$0{,}9 \cdot 0{,}75 + 0{,}6 \cdot 0{,}25 = \boxed{0{,}825}$

b) → binomial

X = llega a tiempo.

Nro de mañanas que llega a tiempo entre 10

$X \sim (10,\ 0{,}825)$ n = 10 fijo, rep. independientes.

$P(6) = 0{,}062$

9) De un lote de 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar. Sea X: "el número de artículos defectuosos entre los elegidos".

a) Obtener la función de distribución de probabilidad de X si los artículos se eligen con sustitución.

b) ¿Cuál es la E(X) y la V(X)?.

binomial → n = 25 fijo, rep. independientes

[illegible] constantes.

$X \sim (4, \frac{1}{5})$ Tasa de acierto $= \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

x	0	1	2	3	4
f(x)	0.409	0.409	0.153	0.025	0.001

→ resuelto con la app.

B. $E(X) = n \cdot p = E(X) = 4 \cdot \frac{1}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$

$V(X) = np(1-p) = 4 \cdot \frac{1}{5}\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \boxed{\frac{16}{25}}$

10) Con los datos del ejercicio 7), sea Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos"

a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos?

b) ¿Cuál es el número promedio de llamadas que hay que hacer hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos?

a. Se trata de una dist. geométrica.

$Y \sim G(0{,}75)$

$P(Y=4) = (1-0{,}75)^3 \cdot 0{,}75 = \boxed{0{,}01172}$

$E(Y) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}75} = \boxed{1{,}33}$

11) La probabilidad de que una computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es 0.1. Determine la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día, después de la instalación del sistema operativo, asumiendo independencia entre los días. Determine la media y la varianza del número de días hasta que el sistema operativo se descompone.

X = nro de días hasta que la PC se descompone por 1ra vez.

$X \sim G(0{,}1)$

$P(X=12) = (1-0{,}1)^{11} \cdot 0{,}1 = \boxed{0{,}03138}$

$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}1} = 10$ $V = \frac{1-p}{p^2} = \boxed{\frac{9}{10} \quad 90}$

12) El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa c=4 por hora.

a) Calcule la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs.

b) Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 min. Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período?

X = nro de solicitudes recibidas en 1 hora

4 → 1 hora

$X \sim P(4)$

$4 \to 1$ hora

$X \sim P(4)$

$P(X=10) = \frac{e^{-4} \cdot 4^{10}}{10!} = \boxed{0,00529}$

X = nro de vehículos recibidos en $\frac{1}{2}$ hora

$4 \to 1$ hora

$2 \to \frac{1}{2}$ hora

$X \sim P(2)$

$P(X=0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^{0}}{0!} = e^{-2} = \boxed{0,13534}$

13) El número de visitas realizadas en un día entre semana en una determinada página web se decide modelizar por una variable de Poisson de media 8.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas? Y ¿entre 7 y 10 visitas (ambos incluidos)?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas?

(Sugerencia: considerar X: "nº de días en la semana laboral con más de 4 visitas")

X = nro de visitas realizadas en 1 día.

$X \sim P(8)$

a.

$P(X>4) = 1 - P(X \leq 4) = \boxed{1 - 0,09963}$

$P(7 \leq X \leq 10) =$ (6<x<=10)--> p10-p7

$\to$ repasar.

b - BINOMIAL, n=5, p= el 13 a.

14) En un lote de 10 microcircuitos, 3 están defectuosos. Se elige aleatoriamente cuatro microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".

a) Determine P(X = 2)

b) Determine E(X) y V(X).

$X \sim B\left(4, \frac{3}{10}\right)$

$\frac{3}{10}$

a. $P(X=2) = \boxed{0,26460}$

b. $E(X) = 1,2$

$V(X) = 0,84.$

mal ?

15) En referencia al ejercicio anterior, suponga que el lote tiene 1000 microcircuitos, 300 defectuosos. Se elige aleatoriamente 4 microcircuitos para ser probados. Sea X: “número de circuitos probados que son defectuosos”.

a) Determine P(X = 2)

b) Considere que hay independencia entre las extracciones, vuelva a calcular P(X = 2) usando distribución binomial, ¿qué observa?

$$\frac{300}{1000} = 0,3$$