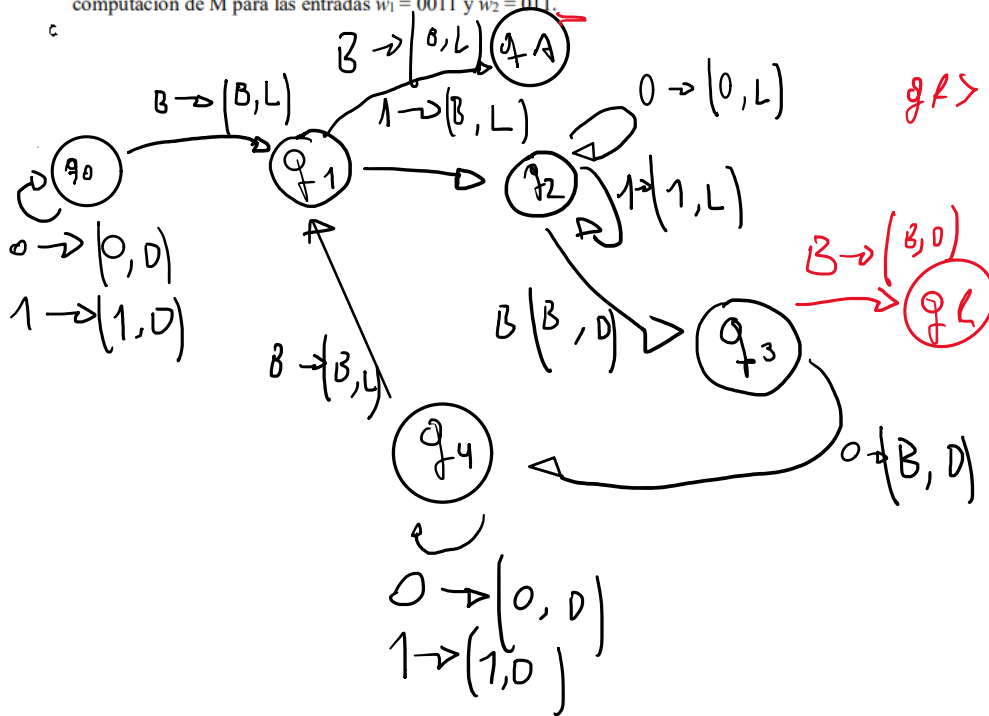


## Práctica 2

martes, 3 de septiembre de 2024 18:41

2) Construir MT:

a) Construir una máquina de Turing M tal que  $L(M) = \{0^n 1^n / n \geq 1\}$  y mostrar la traza de computación de M para las entradas  $w_1 = 0011$  y  $w_2 = 011$ .



B B 0 1 1 B

gk > qA no se si estan bien

$(q_0, 1) = (q_0, 1, D)$   
 $(q_0, 0) = (q_0, 0, D)$   
 $(q_0, B) = (q_1, B, L)$

$(q_1, 1) = (q_2, B, L)$   
 $(q_1, B) = (q_3, B, L)$

$(q_2, 0) = (q_2, 0, L)$   
 $(q_2, 1) = (q_2, 1, L)$   
 $(q_2, B) = (q_3, B, D)$

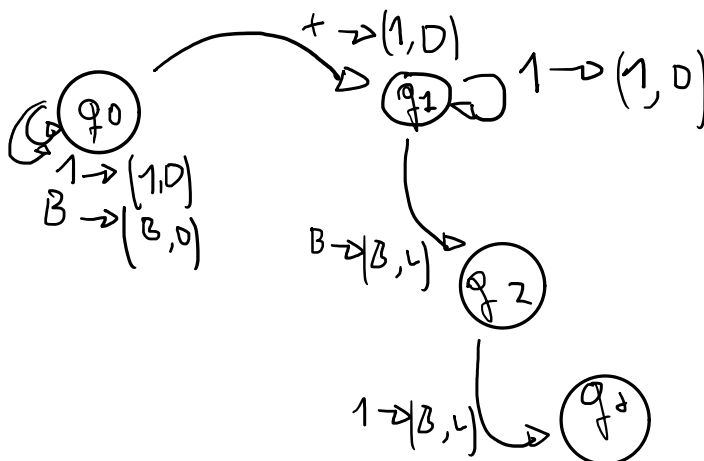
$(q_3, 0) = (q_4, B, D)$

$(q_4, 1) = (q_4, 1, D)$   
 $(q_4, 0) = (q_4, 0, D)$   
 $(q_4, B) = (q_1, B, L)$

3) Construir máquinas de Turing para computar las siguientes funciones:

a) Suma unaria.  $\Sigma = \{+, 1\}$ .

111 + 11



$(q_0, 1) = (q_0, 1, D)$   
 $(q_0, +) = (q_1, 1, D)$   
 $(q_0, B) = (q_0, B, D)$

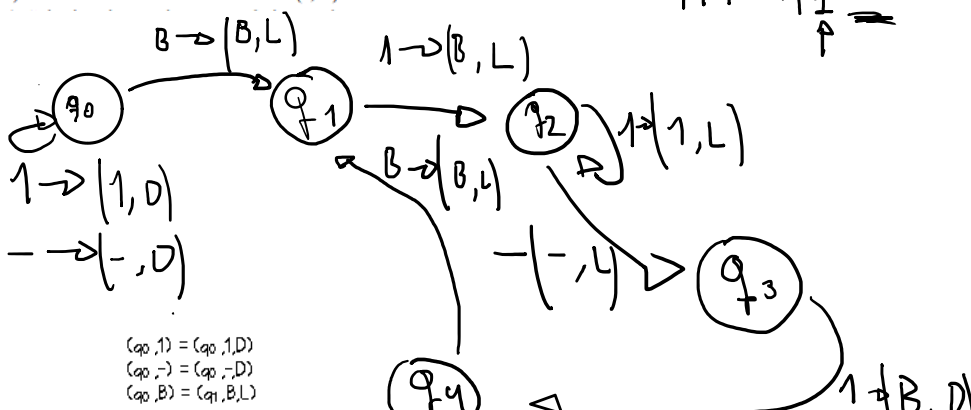
$(q_1, 1) = (q_1, 1, D)$   
 $(q_1, +) = (q_1, +, D)$

$(q_1, B) = (q_2, B, D)$

$(q_2, 1) = (q_1, B, D)$

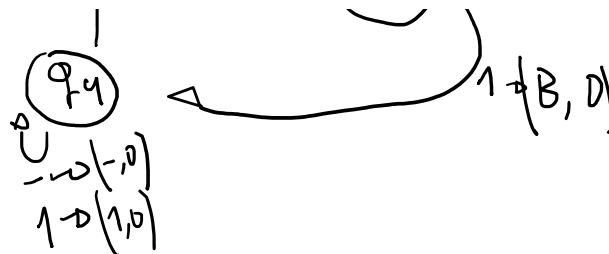
b) Resta unaria  $a - b$  con  $a > b$   $\Sigma = \{-, 1\}$ .

111 - 11 =

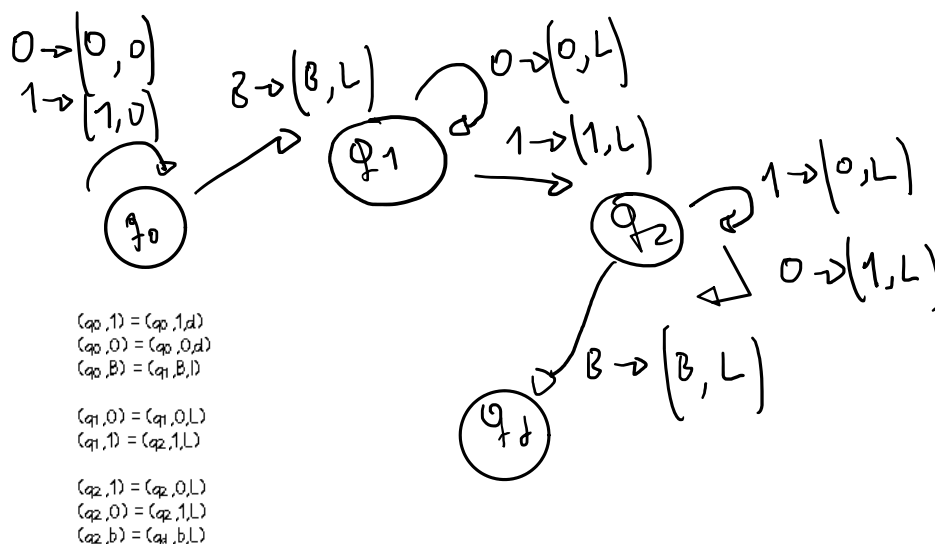


$(q_0, 1) = (q_0, 1, D)$   
 $(q_0, -) = (q_0, -, D)$   
 $(q_0, B) = (q_1, B, L)$

$(q_0, 1) = (q_0, 1, D)$   
 $(q_0, -) = (q_0, -, D)$   
 $(q_0, B) = (q_1, B, L)$   
 $(q_1, 1) = (q_2, B, L)$   
 $(q_2, 1) = (q_2, 1, L)$   
 $(q_2, -) = (q_3, -, L)$   
 $(q_3, 1) = (q_4, B, D)$   
 $(q_4, 1) = (q_4, 1, D)$   
 $(q_4, -) = (q_4, -, D)$   
 $(q_4, B) = (q_1, B, L)$



c) Calcular el complemento a 2 de un número binario de 8 bits  $\Sigma = \{0, 1\}$



4) Sea  $\Sigma = \{a\}$  y  $w = a$ . Decir cuáles son las palabras que se obtienen como resultado de aplicar las siguientes operaciones:  $ww$ ,  $www$ ,  $w^3$ ,  $w^5$ ,  $w^0$  ¿Cuáles son sus longitudes? Definir  $\Sigma^*$ .

$\Sigma^* = \{\epsilon(\text{cadena nula}), a, aa, aaa, aaaa, \dots\}$

$Ww = aa \rightarrow 2$   
 $Www = aaa \rightarrow 3$   
 $W^3 = aaa \rightarrow 3$   
 $W^5 = aaaaa \rightarrow 5$   
 $W^0 = \epsilon(\text{cadena nula}) \rightarrow 0$

5) Idem al ejercicio anterior, pero con  $\Sigma = \{a, b\}$  y  $w = aba$ .

$\Sigma^* = \{\epsilon(\text{cadena nula}), ab, ba, aba, ababa, \dots\}$

$Ww = abaaba \rightarrow 6$   
 $Www = abaabaaba \rightarrow 9$   
 $W^3 = abaabaaba \rightarrow 9$   
 $W^5 = abaabaabaabaaba \rightarrow 15$   
 $W^0 = \epsilon(\text{cadena nula}) \rightarrow 0$

6) Sea  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , escriba las 13 cadenas más cortas de  $\Sigma^*$ .

$\Sigma^* = \{\epsilon(\text{nula}), a, b, c, aa, bb, cc, ab, ac, ba, bc, ca, c, b, a\}$

7) Dar tres ejemplos de lenguajes basados en el alfabeto  $\{0, 1\}$

$L(1) = \{0^n 1^n / n \geq 1\}$   
 $L(2) = \{0^n 1^{n+1} / n \geq 1\}$   
 $L(3) = \{0^n 1^{n+1} / n \geq 1\}$

8) ¿Cuántas cadenas de longitud 3 hay en  $\{0, 1, 2\}^*$ , y cuántas de longitud  $n$ ?

Hay 27 cadenas de longitud 3 y  $3^n$  de longitud  $n$

9) Explicar la diferencia -si la hay- entre los lenguajes  $L_1$  y  $L_2$ .

- |                                      |                                 |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| a) $L_1 = \emptyset$                 | $L_2 = \{\lambda\}$             |
| b) $L_1 = \Sigma^* \cup \{\lambda\}$ | $L_2 = \emptyset \cup \Sigma^*$ |
| c) $L_1 = \Sigma^* - \emptyset$      | $L_2 = \Sigma^*$                |
| d) $L_1 = \Sigma^* - \{\lambda\}$    | $L_2 = \Sigma^*$                |

- a)  $L_1$  es un lenguaje vacío mientras que  $L_2$  es un lenguaje cuyo elemento es una cadena vacía  
b) Son iguales porque  $\Sigma^*$  incluye al vacío y  $\Sigma^*$  u o es  $\Sigma^*$   
c) Son iguales  
d) Son diferentes

10) Mostrar que  $\Sigma^*$  es infinito contable.

Hay que probar que  $|\Sigma^*| = |\mathbb{N}|$

$$|\Sigma^*| \leq |\mathbb{N}|$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^* \rightarrow \text{inij}$$

11) Indicar cuál es el lenguaje que se obtiene al intersectar los siguientes lenguajes:

- a)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n \geq 0, m \geq 0\}$  con  $L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
b)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n > 0, m \geq 0\}$  con  $L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
c)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n \geq 0, m > 10\}$  con  $L_2 = \{c^n / n > 5\}$   
d)  $L_1 = \{1^n 2^m / n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$  con  $L_2 = \{2^n / n \geq 0\}$   
e)  $L_1 = \{1^n 2^m / n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$  con  $L_2 = \{1^n / n \geq 0\}$

- a)  $L_1 \cap L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
b)  $L_1 \cap L_2 = \{c^n / n > 0\}$   
c)  $L_1 \cap L_2 = \{c^n / n > 10\}$   
d)  $L_1 \cap L_2 = \{2^n / n \geq 0, n \text{ impar}\}$   
e)  $L_1 \cap L_2 = \{1^n / n \geq 0, n \text{ par}\}$

12) Encontrar si es posible un lenguaje  $L_1$  que cumpla:

- a)  $L_1 \cap \{1^k 2^{m+3} / m = k+n+1 \text{ y } n, k \geq 0\} = \{1^n 2^{n+1} / n \geq 0\}$   
b)  $L_1 \cap \{1^n 2^m / n \neq m \text{ y } n, m \geq 0\} = \{1^n 2^n / n > 0\}$

- a)  $L_1 \cap L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
b)  $L_1 \cap L_2 = \{c^n / n > 0\}$

13) Conteste las siguientes preguntas sobre Máquinas de Turing

- a) ¿Puede el alfabeto de la cinta ( $\Gamma$ ) ser el mismo que el alfabeto de entrada ( $\Sigma$ )?  
b) ¿Puede una máquina de Turing tener un único estado?  
c) ¿Cuántos lenguajes existen definidos sobre el alfabeto  $\Sigma = \{0,1\}$ ? ¿y sobre  $\Sigma = \{1\}$ ?  
d) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son lenguajes definidos sobre  $\Sigma$ ?  
 $\emptyset, \Sigma, \Sigma^*, \{\lambda\}, \{\lambda\} \cup \Sigma, \{\emptyset\}$

e) Sea la siguiente máquina de Turing:

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$$

$$\text{Con } Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma = \{a, b, c\}, \Gamma = \{a, b, c, B\} \text{ y } \delta(q, s) = (q', s', m) \text{ tq}$$

$$q \in Q \quad q' \in Q \cup \{q_R\} \quad s, s' \in \Gamma \quad m \in \{D, I\}$$

¿Reconoce el lenguaje  $\{\lambda\}$ ? Si no es así indique cuál es el lenguaje que reconoce

- a) El alfabeto de cinta tiene siempre el B y el de entrada siempre está incluido en el de la cinta. No estoy segura si se considera el blanco como el vacío del alfabeto de entrada  
b) Si  
c) Infinitos

•  $\emptyset$  (El conjunto vacío):

- Si es un lenguaje. El conjunto vacío es un lenguaje que no contiene ninguna cadena. Aunque no contiene elementos, sigue siendo un subconjunto de  $\Sigma^*$   $\emptyset \subseteq \Sigma^*$ , por lo que es un lenguaje.

•  $\Sigma$  (El alfabeto):

- Si es un lenguaje.  $\Sigma$  es el conjunto de símbolos individuales del alfabeto, y cualquier subconjunto de  $\Sigma^*$  es un lenguaje, incluyendo  $\Sigma$ .

•  $\Sigma^*$  (El lenguaje libre):

- Si es un lenguaje.  $\Sigma^*$  es el conjunto de todas las cadenas finitas posibles que se pueden formar con los símbolos de  $\Sigma$ . Es el lenguaje más grande que se puede definir sobre  $\Sigma$ , e incluye todas las posibles cadenas (incluida la cadena vacía  $\lambda$ ).

•  $\{\lambda\}$  (La cadena vacía):

- Si es un lenguaje.  $\{\lambda\}$  es el lenguaje que contiene únicamente la cadena vacía  $\lambda$ . Dado que  $\lambda \in \Sigma^*$ , esto es un lenguaje sobre  $\Sigma$ .

•  $\{\lambda\} \cup \Sigma$  (La cadena vacía y el alfabeto):

- Si es un lenguaje. Este es el conjunto que contiene la cadena vacía  $\lambda$  y todos los símbolos individuales del alfabeto  $\Sigma$ . Como es una unión de dos lenguajes sobre  $\Sigma$ , es un lenguaje sobre  $\Sigma$ .

•  $\{\emptyset\}$  (El conjunto vacío):

- No es un lenguaje.  $\{\emptyset\}$  es un conjunto que contiene al conjunto vacío como su único elemento. Sin embargo,  $\emptyset$  no es una cadena; por lo tanto,  $\{\emptyset\}$  no es un subconjunto de  $\Sigma^*$  y, por lo tanto, no es un lenguaje sobre  $\Sigma$ .

d) Eh?

14) Sea  $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$ , en cada caso asumir que los  $\delta(\cdot)$  no especificados son los que hacen detener la MT en  $q_R$ , determinar  $L(M)$

- a)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0,1\}; \Gamma = \{0,1,B\}$   
 $\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, I)$   
 $\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$   
 $\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$

$$L(M) = \emptyset$$

- b)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0,1\}; \Gamma = \{0,1,B\}$   
 $\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$   
 $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, I)$   
 $\delta(q_1, 1) = (q_1, 1, I)$

- $$L(m) = \{w/w \text{ arranca con } 0\}$$

$$L(m) = \emptyset$$

- c)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$   
 $\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, 1)$   
 $\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$   
 $\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$   
 $\delta(q_1, 0) = (q_0, B, 1)$   
 $\delta(q_1, B) = (q_0, B, D)$

$$L(m) = \emptyset$$

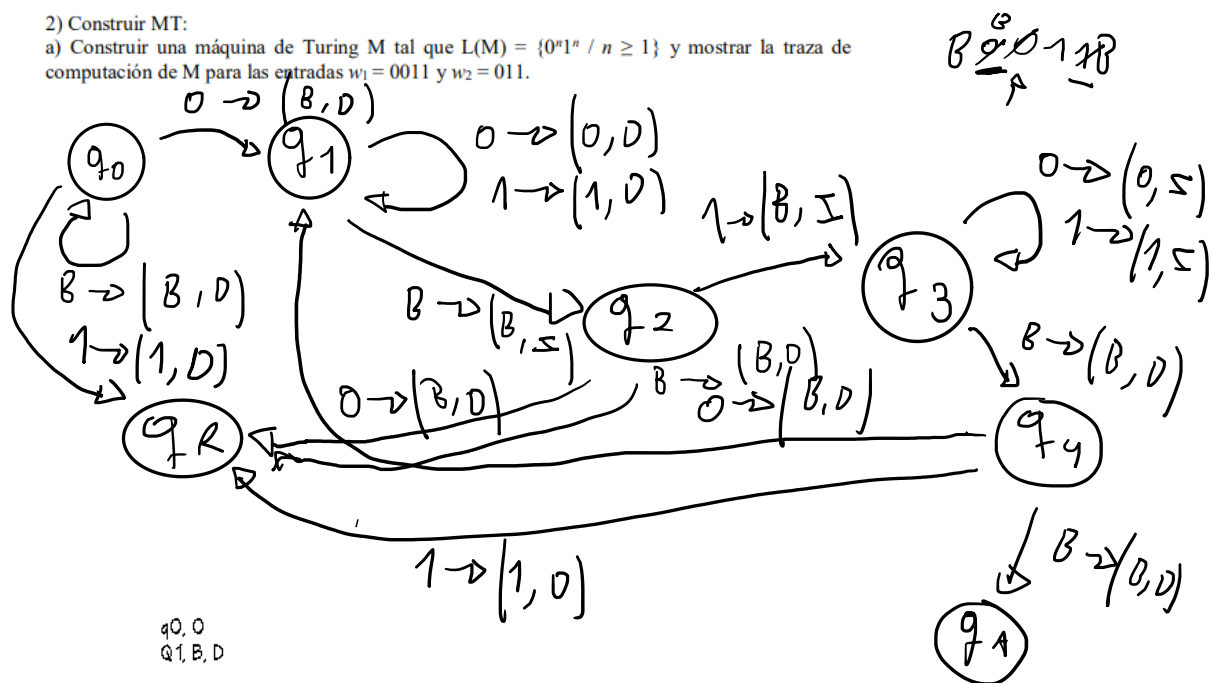
- d)  $Q = \{q_0\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$   
 $\delta(q_0, 1) = (q_0, B, 1)$   
 $\delta(q_0, 0) = (q_A, B, 1)$   
 $\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$

$$L(m) = \{w / w \text{ tiene un } 0\}$$

- e)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$   
 $\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$   
 $\delta(q_1, 0) = (q_1, 1, D)$   
 $\delta(q_1, 1) = (q_1, 0, D)$   
 $\delta(q_1, B) = (q_0, 1, D)$

$$L(m) = \{w/w \text{ arranca en } 0\}$$

a) Construir una máquina de Turing  $M$  tal que  $L(M) = \{0^n 1^n / n \geq 1\}$  y mostrar la traza de computación de  $M$  para las entradas  $w_1 = 0011$  y  $w_2 = 011$ .



Q0, O  
Q1, B, D

qO, B  
qr, B, D

qO, 1  
qr, 1, D

Q1, O  
Q1, O, D

Q1, 1  
Q1, 1, D

Q1, B  
Q2, B, I

Q2, 1  
Q3, B, I

Q2, O  
qr, O, D

Q2, B  
qr, B, D

Q3, O  
Q3, O, I

Q3, 1  
Q3, 1, I

Q3, B  
Q4, B, D

Q4, B  
qa, B, D

Q4, 1  
qr, 1, D

Q4, O  
Q1, B, D