Clase 2

lunes, 8 de septiembre de 2025 10:32

Interpretación: función que relaciona elementos de los dom,inios sintáctrico y semántico

En el caso particular de la lógica proposicional, una interpretación I consiste en una función de valuación v que asigna a cada variable de enunciado el valor de verdad V o F.

1. ¿Qué es una valuación?

- Una **valuación** es simplemente una asignación de valores de verdad (V o F) a cada variable proposicional.
  Ejemplo:
  - v(p)=V, v(q)=F.
    Esa fila de la tabla "p=V, q=F" es una valuación.

---

2. El símbolo `|=v`

Se lee como: *"bajo la valuación v, la fórmula … es verdadera"*.
Es otra forma de escribir lo que ya hacías en la tabla, solo que de manera más matemática.

Ejemplo:

- Si v(p)=V, entonces `|=v p`.
- Si v(p)=F, entonces **no** se cumple `|=v p`.

Tautología si siempre toma v, contradicción si siempre toma F

Sean A y B dos enunciados.

Diremos que **"A es lógicamente equivalente a B"** (lo denotaremos con $A \Leftrightarrow B$) si la forma enunciativa $A \leftrightarrow B$ es una tautología.

<u>Por ejemplo</u>: $\neg (p \vee q)$ es lógicamente equivalente a $((\neg p) \wedge (\neg q))$

Demostración:

¬	(p	∨	q)	↔	(¬	p)	∧	(¬	q)
F	V	V	V	**V**	F	V	F	F	V
F	V	V	F	**V**	F	V	F	V	F
F	F	V	V	**V**	V	F	F	F	V
V	F	F	F	**V**	V	F	V	V	F

También Diremos que **"A implica lógicamente a B"** o que "B es consecuencia lógica de A" (lo denotaremos con $A \Rightarrow B$) si la forma enunciativa $A \rightarrow B$ es una tautología.

<u>Por ejemplo</u>: $(p \wedge q)$ implica lógicamente a p

Ley de Doble Negación	$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$
Ley Conmutativa de la Conjunción	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
Ley Conmutativa de la Disyunción	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
Ley Asociativa de la Conjunción	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
Ley Asociativa de la Disyunción	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Leyes de De Morgan	$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$
	$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$
Leyes de Distribución	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Leyes de Absorción	$p \wedge p \Leftrightarrow p$
	$p \vee p \Leftrightarrow p$

Proposición. La forma argumentativa $A_1, A_2, \ldots, A_n \therefore A$ es válida si y sólo si la forma enunciativa $(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow A$ es una tautología (es decir, si y sólo si la conjunción de las premisas implican lógicamente a la conclusión).

Para referirnos a formas argumentativas válidas utilizamos la siguiente notación:

$\Gamma \models A$

Ejercicio :
¿Es cierto que dadas A y B fbfs cualesquiera, siempre ocurre que si A y A → B son tautologías entonces B también lo es? Fundamentar.

Asumimos lo contrario a lo que queremos demostrar:
Las hipótesis son Verdaderas y la Conclusión es Falsa, o sea:

Hipotesis:	A es tautología	(i)
	(A → B) es tautología	(ii)
Conclusion falsa:	B **no** es tautología	(iii)

Demostración:

(iv) Por (iii), existe una valuación v tal que **v(B)=F**

(v) Por (i), v(A)=V

(vi) Por (ii), v((A → B))=V

(vii) Por definición de valoración y por (v) y (vi), **v(B)=V**

Contradicción!

Lo que teníamos antes

- (v) En la valuación v: $A = V$ (porque A es tautología).
- (vi) En la misma valuación v: $A \to B = V$ (porque $A \to B$ es tautología).

Ahora, ¿qué significa que $A \to B$ sea V?

Recordá la tabla de verdad de $A \to B$:

A	B	A → B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

El único caso donde $A \to B$ es **F** es cuando $A = V$ y $B = F$.

Pero en nuestra situación:

- Ya sabemos que $A = V$ (paso v).
- Y que $A \to B = V$ (paso vi).

Si mirás la tabla, cuando $A = V$ y $A \to B = V$, **el único valor posible para B es V.**

Eso es exactamente lo que dice el paso (vii):

"Por definición de valuación (la tabla de verdad del condicional) y por (v) y (vi), se sigue que $v(B) = V$".

Es decir: **del hecho de que $A = V$ y $A \to B = V$, se deduce que $B = V$.**