

Práctica 1

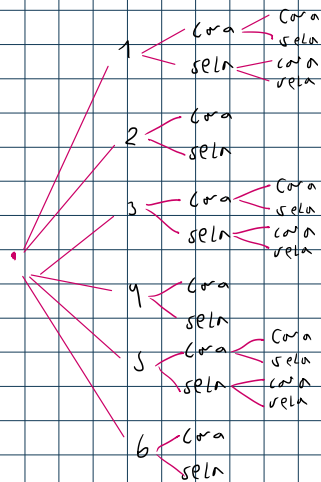
viernes, 15 de marzo de 2024 15:34

- 1) Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S
- por extensión
 - por comprensión

$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), \dots \} \rightarrow \text{Extensión}$$

$$S = \{ (x, y) \rightarrow x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \} \rightarrow \text{Comprensión}$$

- 2) Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación 4C, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y 3CS para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después por una ceca. Construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S .



- 3) Se seleccionan al azar estudiantes de una clase de química y se clasifican como femenino o masculino.
- Liste los elementos del espacio muestras S_1 usando la letra F para femenino y la letra M para masculino.
 - Defina un segundo espacio muestral S_2 donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.

$$a - S_1 = \{ (F, F, F, F), (F, F, F, M), (F, F, M, M), (F, M, M, M), (M, M, M, M) \}$$

$$b - S_2 = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$$

- 4) Para el espacio muestral del ejercicio 1) liste los elementos del eventos:

- A: "la suma de los números es mayor que 8"
- B: "ocurre un dos en cualquiera de los dos dados"
- C: "sale un número mayor que cuatro en el dado verde"
- $A \cap C$
- $A \cap B$
- $B \cap C$

$$a = A = \{ (x, y) \rightarrow x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge x + y > 8 \}$$

$$b = B = \{ (x, y) \rightarrow (x = 2 \wedge y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \vee x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge y = 2 \}$$

$$c = C = \{ (x, y) \rightarrow (x \in \{5, 6\} \wedge y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \}$$

$$d = \{ (x, y) \rightarrow (x \in \{5, 6\} \wedge y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge x + y > 8) \}$$

$$e = \{ (x, y) \rightarrow (x = 2 \wedge y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \vee x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge y = 2 \wedge x + y > 8 \}$$

$$f = \{ (x, y) \rightarrow (x = 2 \wedge y \in \{5, 6\}) \}$$

$$a - A = \{ (6, 3), (3, 6), (4, 6), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6), (5, 5), (4, 5), (5, 4) \}$$

$$b - B = \{ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2) \}$$

$$b - B = \{(2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (1,2); (3,2); (4,2); (5,2); (6,2)\}$$

$$c - C = \{(5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2)\}$$

$$d - A \cap C = \{(5,6); (6,5); (6,6); (5,5); (5,4); (6,4); (6,3)\}$$

$$e - A \cap B = \emptyset$$

$$f - B \cap C = \{(5,2); (6,2)\}$$

5) Para el espacio muestral del ejercicio 2) liste los elementos del eventos:

a) A: "en el dado sale un número menor que 3"

b) B: "ocurren dos cecas"

c) A^c

d) $A^c \cap B$

e) $A \cup B$

$$a - A = \{(1, c, s); (1, c, c); (1, s, c); (1, s, s); (2, c); (2, s)\}$$

$$b - B = \{(1, s, s); (3, s, s); (5, s, s)\}$$

$$c - A^c = \{(3, s, s); (3, c, c); (3, c, s); (3, s, c); (4, c); (4, s); (5, c, c); (5, s, s); (5, c, s); (5, s, c); (6, c); (6, s)\}$$

$$d - A^c \cap B = \{(3, s, s); (5, s, s)\}$$

$$e - A \cup B = \{(1, c, s); (1, c, c); (1, s, c); (1, s, s); (2, c); (2, s); (3, s, s); (5, s, s)\}$$

6) Suponga que los dos dados del ejercicio 1) son normales. Entonces cada resultado del espacio muestral S tienen la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable).

Encuentre las siguientes probabilidades:

a) $P(A)$; b) $P(B)$; c) $P(C)$; d) $P(A \cap C)$

$$a - P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \rightarrow \text{Cmr. tiradas en q' suma } > 7$$

\rightarrow Cmr. tiradas distintas

$$b. P(B) = \frac{11}{36}$$

$$c. P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$d. P(A \cap C) = \frac{2}{36}$$

7) Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que

a) se seleccione el diccionario?

b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?

$$a - \#S = \binom{9}{3} \quad \#A = \binom{1}{1} \cdot \binom{8}{2} = 28 \text{ sale el diccionario}$$

las combinaciones en q' para lo que me piden

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{1 \cdot 28}{84} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$b- \#A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

→ Para las combinaciones.

→ se sacan 2 novelas + un libro de poemas.

$$P(B) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$$

8) Un dado octaedro (de ocho caras) tiene el número 1 pintado en dos de sus caras, el 2 en tres de sus caras, el 3 en dos de sus caras y el 4 en una cara. Se lanza el dado. Suponga que cada cara tiene la misma probabilidad de salir.
a) Determine el espacio muestral de este experimento.

1 1 2 2 2 3 3 4

$$a- S = \{1, 2, 3, 4\}$$

b) Calcular la probabilidad de que salga número par.

$$b- P(\{1\}) = P(\{3\}) = P \quad P(\{2\}) = Q \quad P(\{4\}) = R$$

$$P = 2R$$

$$Q = 3R$$

$$P + P + R + Q = 1 \rightarrow 2R + 2R + R + 3R = 1$$

$$8R = 1$$

$$P = \frac{2}{8} \quad Q = \frac{3}{8} \quad R = \frac{1}{8}$$

$$R = \frac{1}{8}$$

$$P(\{2, 4\}) = P(\{2\}) + P(\{4\})$$

$$P(\{2, 4\}) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c) Si el dado estuviera cargado de tal forma que la cara con el número 4 tuviera el doble de probabilidad de salir que cada una de las otras siete caras

c1) ¿cambiaría esto el espacio muestral? Explique.

c2) ¿cambiaría esto la probabilidad de que salga número par? Explique.

C1- No, ya que los posibles resultados serían los mismos.

C2- Sí, sería más propenso a salir el 4.

9) Se lanzan un dado normal 5 veces. Encuentre la probabilidad de obtener 4 números iguales.

#A

11112 X 5, 1 2 3 4 5 podría ser cualquier otro - el 1
11121 } X 5 pgs se retire para el resto de tiradas
11211
12111
21111

$\begin{matrix} 11211 \\ 12111 \\ 21111 \end{matrix}$ } x 5 pág se retira para el reino de tirador

x 6 porque podría cambiar los 1 por lo q se quiera.

$$\#S = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

$$\frac{5 \times 5 \times 6}{\#S} = \frac{25}{1296}$$

10) Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas de 1 a 50.

Hallar la probabilidad de que el número de la carta sea:

i) divisible por 5 ii) termine en 2.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

I - $\#A = \text{ros divisibles } \times 5 \text{ el } 1 \text{ y el } 10 = 10$

$\#S = \text{cartas del } 1 \text{ al } 50$

$$P(I) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

II - $\#A = 5 (2, 12, 22, 32, 42)$

$$P(II) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

11) Tres parejas de casados han comprado boletos para el teatro y se sientan en una fila formada por solo seis asientos. Si toman sus asientos de un modo totalmente aleatorio

- ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer), se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro?

A B C D E F

a -

$$\#S = 6! \quad 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$\#A = \frac{\text{Pablo, María } 4 \times 3 \times 2 \times 1}{24} + \frac{\text{María, Pablo } 4 \times 3 \times 2 \times 1}{24} = 48$$

$$P(A) = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$$

b - P M C D E F - C P M D E F - C D P M E F - C D E P M F - C D E F P M

A lo vit el o x z p q Pablo y María pueden invertirse.

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{P, M \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 2}_{\substack{\text{permutación} \\ \text{del grupo}}} = 240 \\
 \downarrow \\
 \text{lugares} \\
 \text{donde pueden} \\
 \text{sentarse juntos}
 \end{array}$$

$$P(B) = \frac{240}{240} = \frac{1}{1}$$

12) De acuerdo con un trabajo de investigación, la ubicación probable de las PC en una casa son:

Dormitorio de adultos: 0.03

Dormitorio de niños: 0.15

Otro dormitorio: 0.14

Oficina o estudio: 0.40

Otra habitación: 0.28

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC no esté en un dormitorio?

a - 1 = "es un terminario de agosto"

$2 = 1111$ de Newton

3 = "11 0110 10110110"

$$1 \cap 2 \cap 3 = \emptyset$$

$$P(a) = P(1) + P(2) + P(3)$$

$$p(a) = 0.03 + 0.15 + 0.14$$

$$p(a) \approx 0,32$$

$$b - P(b) = 1 - P(a) \quad a \cap b = \emptyset$$

$$p(b) = 1 - 0,32 = 0,68$$

13) El interés se enfoca en la vida de un componente electrónico. Suponga que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0.42. Suponga además que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0.04.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?

$$7600 \text{ hr} = 0.42 - \quad A = \text{Component function of } 6000 \text{ hr}$$

$\angle 4000 \text{ hrs} = 0.04$ $b = 1$ \therefore mean of 4000 hrs.

$$a. \quad p(a) = A^c = 1 - p(A)$$

$$1 - 0.42 = 0.58$$

$$P(b) = B^L = 1 - P(a)$$

$$1 - 0,04 = 0,96$$

c) Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que el componente se deforma pero no falla. Supongamos que $P(A) = 0.20$ y $P(B) = 0.35$

c1) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?

c2) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba)?

c3) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba?

$A = \text{Fallia}, P(A) = 0.20$

$B = \text{se forma pero no lluvia, } P(B) = 0.35$

$$C_1 - P(C) = A^c = 1 - P(A)$$

$$1 - 0.20 = 0.8$$

$$C_2 - P(C) = (A \cup B)^c = 1 - (P(A) + P(B))$$

$$1 - (0.3 + 0.20)$$

$$1 - 0.5 = 0.5$$

¿puede ser?

$$C_3 - P(C) = (A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$0.3 + 0.20 = 0.5$$

14) Sean A y B eventos con $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A^c) = \frac{2}{3}$, y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.
Hallar $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B^c)$.

→ No Event C:

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4} \quad P(A^c) = \frac{2}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

prop. de complemento.

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 1 - P(A^c) \\ P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} P(A) = \frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(B) = P(A \cup B) - P(A) - P(A \cap B) \\ P(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \end{array} \right\} P(B) = \frac{1}{6}$$

no (no se me bien por q i)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = P(B)$$

$$\frac{2}{3} = P(B)$$

$$P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

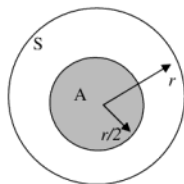
$$P(A \cap B^c) = \frac{1}{12}$$

En el interior de un círculo se selecciona un punto al azar. Hallar la probabilidad de que el punto quede más cercano al centro que a la circunferencia.

Tomamos como espacio muestral a $S = \{(x, y), x^2 + y^2 \leq r^2\}$, entonces

$$A = \left\{ (x, y), x^2 + y^2 \leq \left(\frac{r}{2}\right)^2 \right\}$$

Por lo tanto $P(A) = \frac{\text{área de } A}{\text{área de } S} = \frac{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{1}{4}$



Observación: si $A = \left\{ (x, y), x^2 + y^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 \right\}$,

entonces $P(A) = \frac{\text{área de } A}{\text{área de } S} = \frac{0}{\pi r^2} = 0$, pero $A \neq \emptyset$

Por lo tanto si un evento tiene probabilidad 0 eso no implica que sea el evento vacío.

???

La distancia entre dos puntos en el plano cartesiano se puede calcular utilizando el teorema de Pitágoras. Para un punto (x, y) , la distancia al origen $(0, 0)$ es $\sqrt{x^2 + y^2}$. Por lo tanto, un punto (x, y) está dentro del círculo de radio r si $\sqrt{x^2 + y^2} \leq r$.

$$a + b + c = 60^\circ$$

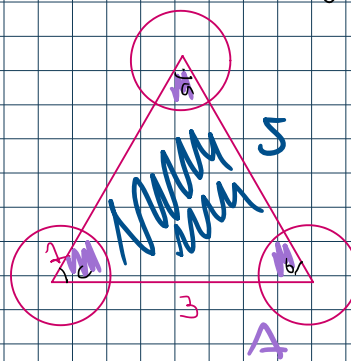
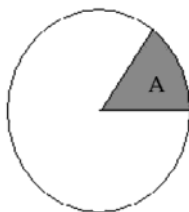
$$a + b + c = 180$$

15) Se escoge al azar un punto interior a un triángulo equilátero de lado 3. hallar la probabilidad de que su distancia a un vértice sea mayor que 1.

(Recordar que:

Si la circunferencia tiene radio r y el sector sombreado A tiene un ángulo de apertura α entonces el área del sector sombreado es

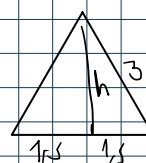
$$\frac{\pi r^2 \alpha}{360}$$



$$P(A) = \frac{\text{Área } A}{\text{Área } S} = \frac{3 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot 60^\circ}{360}}{\frac{3 \cdot 2,6}{2}}$$

$$P(A) = \frac{\frac{1}{2} \pi}{3,9}$$

$$P(A) \approx 0,402$$



$$3^2 = 1,5^2 + h^2$$

$$9 = \frac{9}{4} + h^2$$

$$\frac{27}{4} = h^2$$

$$\sqrt{\frac{27}{4}} = h$$

$$2,6 \approx h$$