# Práctica 2

lunes, 8 de septiembre de 2025 14:46

1- Sean A, B fbfs que cumplen que (¬A v B) es tautología. Sea C una fbf cualquiera. Determinar, si es
posible, cuáles de las siguientes fbfs son tautologías y cuales contradicciones. Justificar las respuestas.
((¬(A -> B) )-> C )
( C -> ((¬A ) v B))
((¬A ) -> B )
Ayuda: Ver def. 1.5 Hamilton.

| a | b | c | !(A -> B) | !(A -> B)->c |
|---|---|---|---|---|
| v | v | v | f | v |
| v | v | f | f | v |
| v | f | v | v | v |
| v | f | f | v | f |
| f | v | v | f | v |
| f | v | f | f | v |
| f | f | v | f | v |
| f | f | f | f | v |

Tautología, todas las lineas de la tv en que ¬A v B dan v

| a | b | c | ¬A v B | ( C -> ((¬A ) v B)) |
|---|---|---|---|---|
| v | v | v | v | v |
| v | v | f | v | v |
| v | f | v | f | f |
| v | f | f | f | v |
| f | v | v | v | v |
| f | v | f | v | v |
| f | f | v | v | v |
| f | f | f | v | v |

Tautología, todas las lineas de la tv en que ¬A v B dan v

((¬A ) -> B )

| a | b | ((¬A ) -> B ) | |
|---|---|---|---|
| v | v | v | |
| v | f | v | |
| f | v | v | |
| f | f | f | |

Ni contradicción ni tautología

2- Responder y justificar:
¿(p -> q) es lógicamente equivalente a (p v ¬q) ?

| p | q | (p -> q) | (p v ¬q) | (p -> q)<->(p v ¬q) |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| v | v | v | v | v |
| v | f | f | v | f |
| f | v | v | f | f |
| f | f | v | v | v |

no

¿(p <-> q) es lógicamente equivalente a ((p ->q) ^ (q -> p)) ?

| p | q | (p <-> q) | (p ->q) | (q -> p) | ((p ->q) ^ (q -> p)) | (p <-> q) <->((p ->q) ^ (q -> p)) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| v | v | v | v | v | v | v |
| v | f | f | f | v | f | v |
| f | v | f | v | f | f | v |
| f | f | v | v | v | v | v |

si

¿(¬(p ^ q)) es lógicamente equivalente a (¬p v ¬q)?
¿(¬(p v q)) es lógicamente equivalente a (p ^ q)” ?

3. Demostrar que toda tautología del Càlculo de Enunciados está lógicamente implicada por cualquier fbf del Càlculo de Enunciados.

A: cualquier fbf del cálculo de enunciados
Hay que demostrar que A->T
v(T)=V (def. tautología)
Si v(A)=V, v(A->T)->V
Si v(A)]=F, v(A->T)->V (porque si el antecedente es falso siempre va a ser verdadero el condicional)
En todas las valuaciones, a->t es V, por lo que es una tautología y A implica lógicamente a T.

4. Verificar que la fbf (p → p) y la fbf (p ∨ ¬p) son lógicamente equivalentes.

| p | q | (p -> p) | (pv !p) | (p → p) <-> (p ∨ ¬p) |
|---|---|---|---|---|
| v | v | v | v | v |
| v | f | v | v | v |
| f | v | v | v | v |
| f | f | v | v | v |

5. Demostrar utilizando la técnica del absurdo que ((p∧¬p)→q) es una tautología.
Asumo lo contrario:
((p∧¬p)→q) NO es una tautología
v(((p∧¬p)→q))=F
Tiene que ser antecedente verdadero y consecuente falso
Pero no se puede dar v(p∧¬p)=V porque para que sea cierto tendrían que ser ciertos en simultáneo v(p) y v(!p) lo cual es una contradicción.

6. Sea A una fbf donde aparecen solo los conectivos ∧, ∨, ¬ . Sea A* la fbf que se obtiene a partir de A reemplazando cada ∧ por ∨ y cada ∨ por ∧. Si A es una tautología, A* ¿también lo es? Justificar. Ayuda: utilizar la técnica de demostración por contraejemplo.
Contraejemplo=
A: av!a. es una tautologia ya que

| a | a! | av!a. |
|---|---|---|
| v | f | v |

| | | |
|---|---|---|
| f | v | v |

A*: a^!a

| a | a! | a^!a. |
|---|---|---|
| v | f | f |
| f | v | f |

No es tautología, es contradicción

7. Demostrar utilizando la técnica del absurdo que dadas A y B fbfs cualesquiera, siempre ocurre que si A y (A → B) son tautologías entonces B también lo es.

Hipotesis:

1. A es tautología
2. a->b es tautología

Conclusión falsa:

3. B no es tautología

4. Hay una valuación de v tal que v(b)=F (3)
5. v(a)=V (1)
6. v(a->b)=V(2)
7. v(b)=V (6,5)[ en un condicional, si el antecedente es verdadero necesariamente la consecuencia debe ser verdadera para que sea verdadero.] contradicción con 4

**2. ¿Cómo pasar de una fbf a forma normal?**

El procedimiento general es siempre el mismo:

1. **Eliminar conectivos "extra"**

   Reemplazar → y ↔ por sus equivalentes en ¬, ∨, ∧:

   - $A \to B \equiv \neg A \vee B$
   - $A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \wedge (B \to A)$

2. **Mover las negaciones hacia adentro**

   Usar las leyes de De Morgan:

   - ¬(A ∧ B) ≡ (¬A ∨ ¬B)
   - ¬(A ∨ B) ≡ (¬A ∧ ¬B)

     y eliminar dobles negaciones ¬¬A ≡ A.

     Esto hace que las negaciones queden **sólo delante de variables.**

3. **Distribuir ∨ y ∧ para llegar a la forma elegida:**

   - Para FNC: distribuir ∨ sobre ∧ (como en álgebra, para que quede "∧ de ∨").
   - Para FND: distribuir ∧ sobre ∨ (para que quede "∨ de ∧").

- **Forma normal conjuntiva (FNC / CNF):** una conjunción de disyunciones.

  Ejemplo: $(p \vee \neg q) \wedge (r \vee s)$.
- **Forma normal disyuntiva (FND / DNF):** una disyunción de conjunciones.

  Ejemplo: $(p \wedge q) \vee (\neg r \wedge s)$.

9. Obtener una forma normal conjuntiva para la fbf: ¬((¬p → ¬q) → (q → p)). Fundamentar los pasos seguidos.

1: (¬p → ¬q) equivale a (!!pv!q)
(q → p) equivale a (!qvp)
2:  ¬((!!pv!q) → (!qvp)) equivale a !!((!!p v !q)  ^ !(!q v p))
3: saco doble negaciones  ((p v !q)  ^ !(!q v p))
4: de morgan: (p v !q) ^ (!!q ^ !p)

5: saco la doble negación (p v !q) ^ (q ^ !p) que es lo mismo que (p v !q) ^ q ^ !p
NOTA: NO ES QUE NO PUEDE TENER V, PUEDE ´PERO ADENTRO DE LOS PARENTESIS

10. La siguiente fbf está en FNC: (p ∨ ¬q ∨ ¬p) ∧ (¬r ∨ ¬q) ∧ (r ∨ ¬p ∨ r ∨ q). Obtener para esta fbf una FNC reducida, esto es, una fbf lógicamente equivalente a la dada que también esté en FNC y en la que las letras de proposición aparezcan cada una a lo sumo una vez dentro de cada paréntesis.

(p ∨ ¬q ∨ ¬p) ∧ (¬r ∨ ¬q) ∧ (r ∨ ¬p ∨ r ∨ q)

1. (p ∨ ¬q ∨ ¬p) es v(por p v !p)
2. (r ∨ ¬p ∨ r ∨ q) es (r ∨ ¬p ∨ q)
3. (¬r ∨ ¬q) ∧ (r ∨ ¬p ∨ q)

11. Se dice que una fbf del C. de Enunciados está en forma normal negativa (FNN) si las negaciones siempre están ajustadas sobre una letra proposicional y si además no hay condicionales. Transformar a FNN: (a → (¬b → c)) → ((a→ ¬b) → (a → c)).

(a → (¬b → c)) → ((a→ ¬b) → (a → c)).

1. (a → (!!b v c)) → ((!a v ¬b) → (!a v c)).
2. !a v (!!b v c) → (!(!a v ¬b) v (!a v c))
3. !(!a v (!!b v c)) v (!(!a v ¬b) v (!a v c))
4. !(!a v (b v c)) v (!(!a v ¬b) v (!a v c)) saco doble negación
5. (!!a ^ !(b v c))v ((!!a ^ !!b) v (!a v c)) de morgan
6. (a ^ !(b v c))v ((a ^ b) v (!a v c)) saco doble negacion
7. (a ^ (!b ^ !c))v ((a ^ b) v (!a v c)) de morgan

12. Sea A una fbf donde aparecen solo los conectivos ∧, ¬. Sea A* la fbf que se obtiene a partir de A reemplazando cada ∧ por ∨ y cada letra de proposición por su negación (o sea, cada p por ¬p, cada q por ¬q, etc.). Probar, utilizando la técnica de inducción que A* es lógicamente equivalente a ¬A.