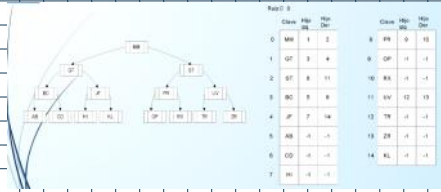


## Problemas con Árboles

- Búsqueda t. u. columna.
  - Mantener orden e insertar
- solucionado como B+R
- Árbol Binario en árbol (ordenado)



## Árboles multicamino

- Hacer  $d_1 = \text{nivel}$
- = división de raíz a cualquier hoja
- Como max y altura.
- P. de raíz para el a. en max y min.
- Los a. binarios se desbalancean por  $\log(n)$ .
- Balanceo = 11111

## ¡Importante!

Son árboles multicamino con una construcción especial en forma ascendente que permite mantenerlo balanceado a bajo costo.

Propiedades de un árbol B de orden M:

- Ningún nodo tiene más de M hijos
- Círculo (menor raíz y los terminales) tienen como mínimo  $\lfloor M/2 \rfloor$  hijos
- La raíz tiene como mínimo 2 hijos (o uno ninguno)
- Todos los nodos terminales a igual nivel
- Nodos no terminales con K hijos contienen K-1 registros. Los nodos terminales tienen:
- Mínimo  $\lfloor M/2 \rfloor - 1$  registros
- Máximo  $M - 1$  registros

P0 P1 P2 P3 P4 P5 No de registros

## Árbol AVL

- + fácil q. se mantenga balanceado
- Para cada nodo hay un límite de la diferencia de altura de cualquier subárbol

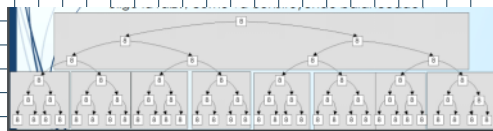


Vamos a usar (BAL) diferencia max 1

Búsqueda en AVL es mejor

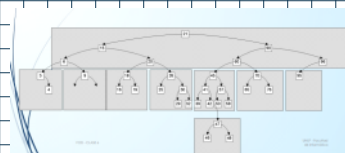
para todos los nodos, la altura de la rama izquierda no difiere en más de una unidad de la altura de la rama derecha o viceversa.

## Árbol B. B+tree



mejor llevando de a un bloque a la vez.

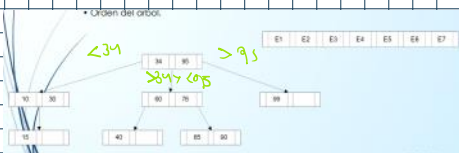
Relato como mucho 2 bloques



se desbalancea por  $\log(n)$   
Difícil de implementar en la práctica

## Árbol B. B-tree

- Cada nodo puede tener + de 2 hijos



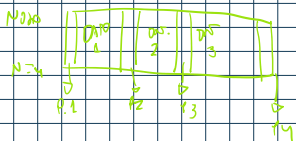
## Árbol B

Árbol general q. # forma de búsqueda arriba

propiedades  $\rightarrow$  orden  $\rightarrow$  es cont. de hijos q. tiene cada nodo



con  $M=4$ ,  $M-1$  cant de  $CLAVES=3$



- Ningún nodo tiene + de  $M$  hijos
- Cada nodo (menos hojas y raíz) tiene mínimo  $\lceil M/2 \rceil$  hijos si  $M=5$ , Mínimo 2
- Raíz tiene min 2 hijos (o ninguno)
- Todos los hijos a = nivel
- Nodos no terminales con  $K$  hijos tienen  $K-1$  elem.
- Hojas tienen  $max$  y  $min$

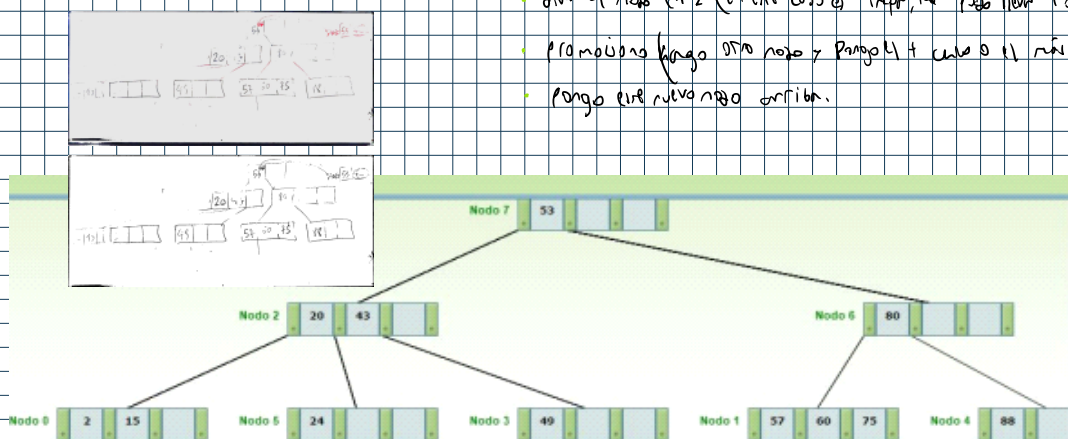
$\lceil M/2 \rceil - 1$  registros  $\rightarrow$  Hojas completas +  $D$  =  $hacia$  la mitad del orden.

¿Cómo se crea un árbol?

$M=4$  nodo

• Dadas las claves: 43 2 53 88 75 80  
15 49 60 20 57 24

- Cuando hay puntas, creo otro nodo igual
- divido el nodo en 2 (en este caso de insertar, no debe tener 1 o 2)
- Promoción hago otro nodo y pongo 43 + como el más grande (siempre creciente)
- Pongo este nuevo nodo arriba.



ÁRCH DE DATOS

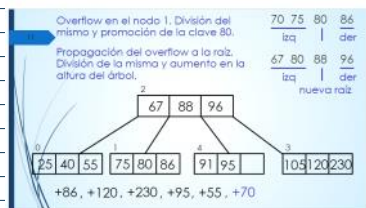
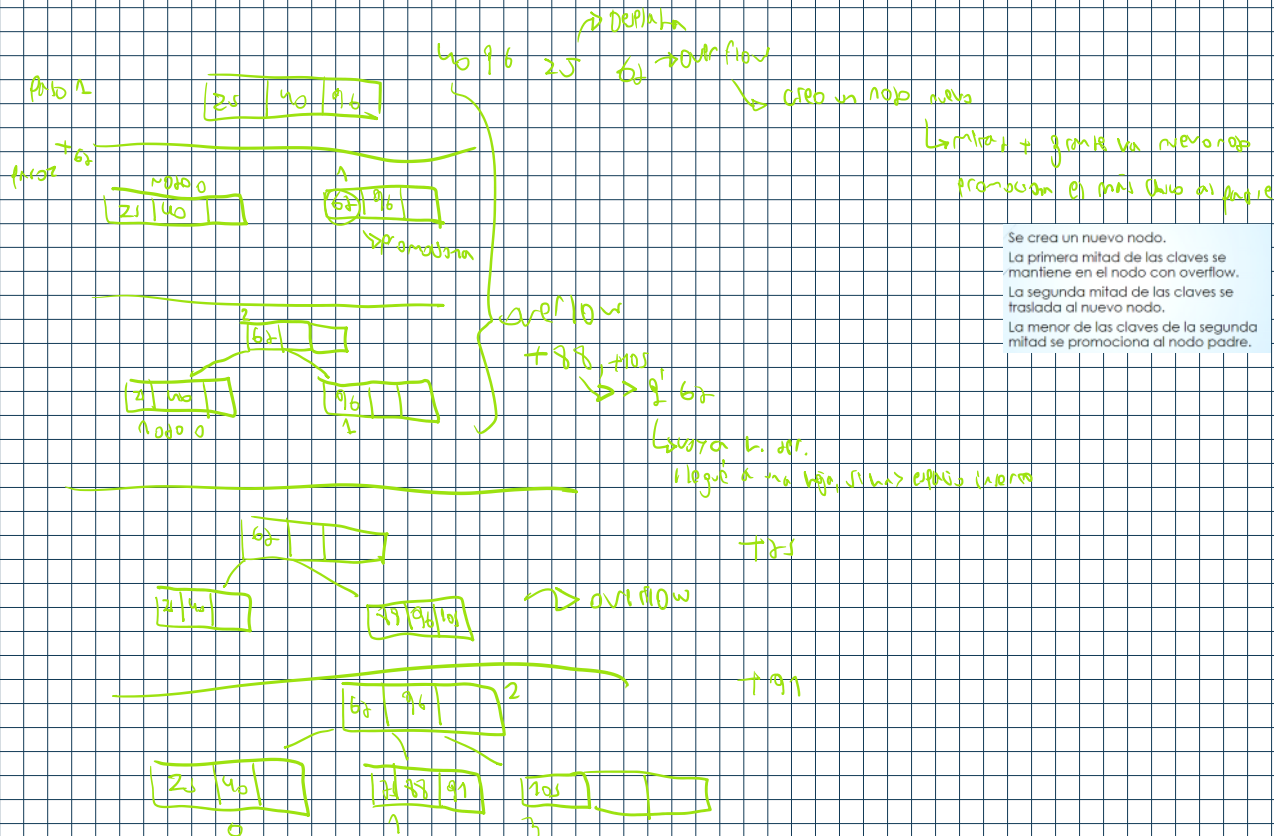
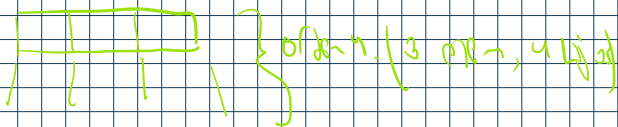
Nodo Raíz: 7							
	Punteros				Datos		Nro Datos
0	-1	-1	-1	-1	2	15	2
1	-1	-1	-1	-1	57	60	3
2	0	5	3		20	43	2
3	-1	-1			49		1
4	-1	-1			88		1
5	-1	-1			24		1
6	1	4			80		1
7	2	6			53		1

ÁRCH DE INDICE

Árboles B

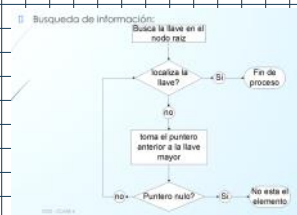
- A nivel interno
- Se mantienen balanceados a bajo costo
- Como max. tienen  $M$  descendientes  $\rightarrow$   $M-1$  elem.
- La raíz o no tiene hijos o tiene min 2
- Nodo con  $x$  hijos tiene  $x-1$  elem.
- Cada nodo tiene min  $\lceil M/2 \rceil - 1$  elem  $\rightarrow$  max  $M-1$  elem
- Nodos terminales a = nivel

major (auquel rattaché 2 sous)  
signature primitive  
de  $\mathbb{N}$  ou  $\mathbb{Z}$  ?  
[...  $M-1$ ] of  $\mathbb{N}$  integer  $\rightarrow$   $\mathbb{Z}$  nulle



Amo noko rait

Principal part of a force  $B$  is in direction



- Mejor caso: 1 lectura
- Pero caso: h lecturas (con h altura del árbol)
- Cual es el valor de h?
- Axioma: árbol balanceado de Orden M, si el número de elementos del árbol es N  $\square$  hay N+1 punteros nulos en nodos terminales.

```
h <- [ 1 + log(M/2) ((N+1)/2) ]
SIM = 512 y N = 1000000 □ h <- 3.37 [4 lecturas encuentran un registro]
```

→ Poner en  
cuántas pautas máx.  
dentro un  
reg.

sozialök. gest. u. basis

Alt. bottom - Tira q' revira q' e 1x unit. se não, q' e 2x unit.  
seu maior n  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1 \rightarrow$  unificação

## Eliminación

- Siempre eliminar de nodos terminales (trabajamos con árboles)
- Si se va a eliminar un elemento que no está en nodo terminal □ llevarlo primero a nodo terminal
- Posibilidades ante eliminación
  - Mejor caso: borrar un elemento del nodo y no produce underflow, solo reacomodos ( $\# \text{ elementos} \geq \lfloor M/2 \rfloor - 1$ )
  - Peor caso: se produce underflow,  $\# \text{ elementos} < \lfloor M/2 \rfloor - 1$
- Dos soluciones
  - Redistribuir
  - concatenar

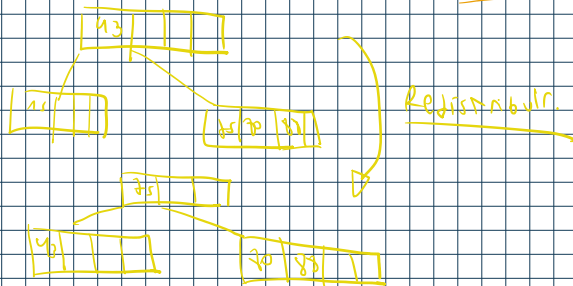
Orden  $\rightarrow$  cont de hijos  
 $\rightarrow$  No eliminar,  $CBM+1$

Más grande de q, más chico q' de r  $\rightarrow$  hacer r por conveniencia de la izquierda.

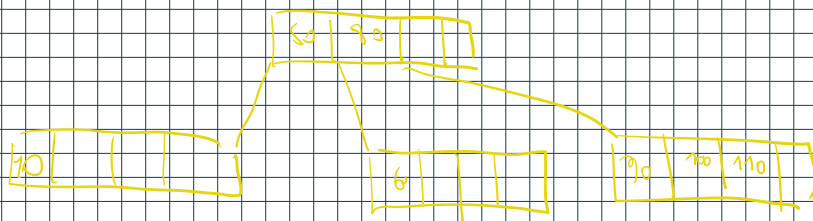
Si quiero borrar uno q' no está en hoja, cambio el que quiero borrar por el de una hoja y borro el de hoja.

Modo más fácil q' tener cuidado con los underflow (más del MIN).

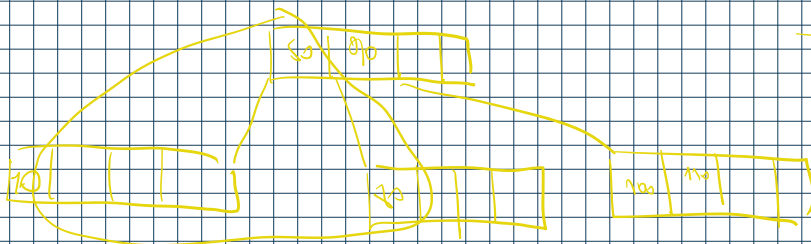
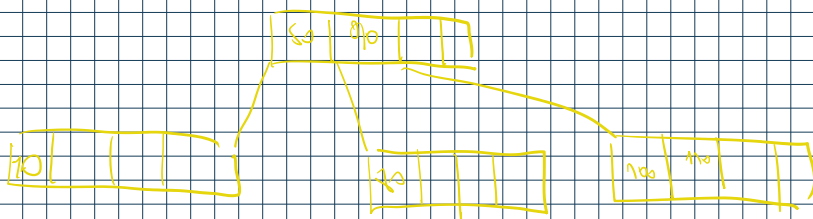
Si aparece underflow miro a los hermanos adyacentes  
 = padre no importa si este hijo no



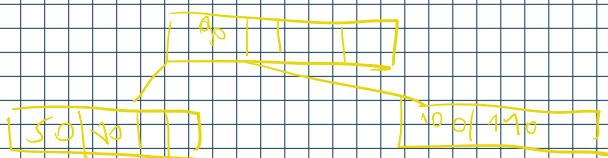
Si no tenga hermano p. distribuir (porque me quedan underflow)  
La línea fusión



Borrar el 60  $\rightarrow$  Fusión.



NUEVO nodo



Entonces agregar a hoja

Borrar el 10

Concatenar  $\rightarrow$  introducir siempre 3 nodos  
 el q' quiero borrar + padre + hermano.

# Performance de la eliminación

- Mejor caso (barras de un nodo Terminal)
- H lecturas
- 1 escritura
- Peor caso (concatenación lleva a decrementar el nivel del árbol en 1)
- 2h - 1 lecturas
- H + 1 escrituras

