Práctica 5- Clase

miércoles, 8 de mayo de 2024 15:54

BIDIMENSIONAL DISCRETA.

(X, Y) Dato: $f(x,y) = P(X=x, Y=y)$

$\boxed{\text{rango}}$

$f_Y(y)$ marginal y

x/y	1	2	
5	0	0,3	0,3
6	0,7	0	0,7
$f_X(x)$	0,7	0,3	

la suma tiene q' dar 1

$\to$ marginal x

MARGINAL.

$f_X(x) = P(X=x) = \sum_{y \in R_Y} f(x,y)$

$f_Y(y) = P(Y=y) = \sum_{x \in R_X} f(x,y)$

- $E(X) = \sum_{x \in R_X} x \cdot f_X(x) = 1 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,3 = 1,3$

$\to E(Y) = 5 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,7$

- $E(X^2) = \sum_{x \in R_X} x^2 \cdot f_X(x) = 1^2 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,3^2 = 1,9$

- $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

- $E(X \cdot Y) = \sum_{x \in R_X} \sum_{y \in R_Y} xy\, f(x,y) = \underbrace{1 \cdot 5 \cdot 0}_{f(1,5)} + \underbrace{2 \cdot 5 \cdot 0,3}_{f(2,5)} + \underbrace{1 \cdot 6 \cdot 0,7}_{f(3,5)} + \underbrace{2 \cdot 6 \cdot 0}_{f(4,5)}$

$\to$ valor de x + valor de y + valor de celda.

- $\underbrace{Cov}_{\text{covarianza}}(X,Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$ } puede dar $+, -, 0$

- $\underbrace{\rho}_{\text{coeficiente de correlación}}(X,Y) = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)} \cdot \sqrt{V(Y)}}$ } entre $-1 \leq \rho \leq 1$

- $E(aX + bY + c) = a \cdot E(X) + b\,E(Y) + c \to$ es. s (subrutina.) — linealidad.

- $\underbrace{V(aX + bY + c)}_{\text{NO es lineal.}} = a^2 \cdot V(X) + b^2 \cdot V(Y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(X,Y)$

APRENDER sí o sí.

Cómo saber si dos variables son independientes o no.

Cualquier valor de celda tiene q' ser = producto de las dos marginales.

$f(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$

$f(1,5) = 0 \quad f_X(1) = 0,7 \quad f_Y(5) = 0,3$

$f(1,5) \neq f_X(1) \cdot f_Y(5)$

$1,5 \neq 0,7 \cdot 0,3$.

Si son independientes.

Teorema: si son indep.

$E(X,Y) = E(X) \cdot E(Y)$

EJ 2:

x/y	1	2
5	0	0,3
6	0,7	0

$P(X=2 \mid Y=5) = \dfrac{P(X=2; Y=5)}{P(Y=5)} = \dfrac{f(2,5)}{f_Y(5)} = \dfrac{0,3}{0,3} = 1$

marginal

$P(X+Y) = 7 = f(2,5) + f(1,6)$

$P(X > Y) = P(\emptyset) = 0$

EJ 5 = X e Y independientes. $\to$ Ahora la conjunta. $f(x,y) =$

$\sigma_{X+Y} = \sigma(X+Y) = \sqrt{V(X+Y)}$

BIDIMENSIONAL CONTINUA.

solo si x e y son independientes

$$f_X(x) = f_Y(y) \rightarrow f(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$$

ejercicio.

6) Ejercicio de parcial.

x = long. de una madera.

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/2 & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & c.c. \end{cases} \qquad X \sim U(1,3)$$

y = ancho de madera.

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{3} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & c.c. \end{cases} \qquad Y \sim U(2,5)$$

Calcular $E(X)$ y $E(Y)$

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$E(Y) = \frac{2+5}{2} = 3,5$$

$$E(X+Y) \underset{\text{linealidad}}{=} 2+3,5 = 5,5$$

$V(X+Y) = V(X) + V(Y)$ porque son independientes.

6) el exponencial con lam. 1.

[EJEMPLO DEL APUNTE LEER]

EJ 7 RE IMPORTANTE.

Combinación lineal de las v.a. normales indep. (7, 8 y 9)

TCL → $\bar{x}$ TCL → normal → poisson

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$$

$$Y \sim N(\mu_Y, \sigma^2_Y)$$

$$W = X + Y \sim N(\underbrace{\mu_X + \mu_Y}_{E(W)}, \underbrace{\sigma^2_X + \sigma^2_Y}_{V(W)}) \qquad \frac{W - E(W)}{\sqrt{V(W)}}$$

por teorema.

$$V = X - Y \sim N(\mu_X - \mu_Y, \sigma^2_X + \sigma^2_Y)$$

Ojo que se suman siempre

Cantidad total.

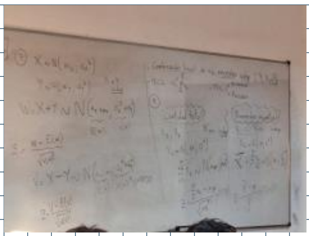
$X_1, X_2, X_3, X_4 \ldots$

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} \sim N(0,1)$$

Promedio muestral.



El tiempo que tarda un docente en corregir un examen tiene $\sim (6,6)$ → desvío estándar. } si no está normal no se puede resolver.
si el prof. tiene 40 exámenes p. corregir. Prob. de q' los termine de corregir antes de 4:10

X_i = tiempo que tarda en corregir el examen i (minutos)

$i = 1, n \quad n = 40$ $\qquad X_i$ independientes c/ i

$$X_i \sim (6,36) \quad P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i < 250\right) = P\left(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n \cdot \sigma^2}}}_{Z} < \underbrace{\frac{250 - 40.6}{\sqrt{40.36}}}_{0,26}\right) = P(Z < 0,26) \overset{apt}{=}$$

comb. lineal de v.a. normal es normal.

[si no dice q' es normal, se resuelve diciendo q' es por TCL y el resultado queda por ~ (aproximado)
ojo con = y ~. ¡normales es siempre =!
si NO es normal va ~. Distribución desconocida.

TCL entra seguro (≈)

TCL errores:
- decir X_i tienen dist. normal ✗ → $X_i \sim N(\mu;\sigma^2)$ mal
- X_i se aproxima a normal ✗ → $X_i \approx N(\mu;\sigma^2)$
- $X_i \approx N(0,1)$ → mal

$\sum_{i=1} X_i \approx N(0,1)$ → bien. } solo va el aprox si no dice distribución y son muchos. → o no es normal

≥ 30, si no no se puede.

[suma de exponenciales no es exp. geométrica tmp.] } muchos se aproxima a N.

- TCL poisson $X \sim P(\lambda)$ $\quad \lambda \geq 30 \quad \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \approx N(0,1)$ → estandarizo

Ej nro visitas a sitio web en 3hs.
tasa 27/h

$\lambda = t.r = 27.3 = 81 \quad X \sim P(\lambda) \quad \lambda = 81 \geq 30$

deberían ser parecidos.

$$P(X \geq 90) \underset{\text{estandarizo}}{=} \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \geq \frac{90-81}{\underbrace{\sqrt{81}}_{1}} \overset{TCL}{\approx} Z \approx N(0,1)$$

$\lambda \geq 30$.

deberían dar parecido.

$P(\ldots) \underset{\uparrow}{=} \dfrac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \dfrac{40-31}{\underbrace{\sqrt{91}}_{1}} \approx Z \approx N(0,1)$ estandarizo, $\lambda \geq 30$.

$P(Z \geq 1) \underset{\uparrow}{\approx}$ App.

$P(X \leq k) \simeq P(X \leq k + 0{,}5)$

$P(X \geq k) \simeq P(X \geq k - 0{,}5)$

X = "nº de éxitos e/ n"

$X \sim B(n,p)$ si $n \cdot p > 10$ y $n(1-p) > 10$ $\rightarrow X \overset{TCL}{\approx} N$

$P(X \leq 3) \approx P(X \leq 3{,}5) =$

A lo sumo; corr. por continuidad; estandarizo.

$P\left(\underbrace{\dfrac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}}_{Z \approx N(0,1)} \leq \dfrac{3{,}5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \underset{TCL}{\approx} \Phi(\,) =$ app

pq X es binomial ? y la pasa a norm. continua.] no entendí :)