```
暴力:
1.刷颜色:记录最后一次状态
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <string.h>
using namespace std;
 int n,m,k;
 int ma[5005][5005];
 int r[5555];int c[5555];int a[5555];int b[5555];
int main()
{
 while(~scanf("%d%d%d",&n,&m,&k))
   memset(ma,0,sizeof(ma));
   int o=0;int x=0;int y=0;
   for(int i=1;i \le k;i++)
     scanf("%d%d%d",&o,&x,&y);
     if(o==1)
     {
        r[x]=y,a[x]=i;
     }
     else
        c[x]=y,b[x]=i;
     }
   for(int i=1;i<=n;i++)
   {
      for(int j=1;j <= m;j++)
         if(a[i]>b[j])
           printf("%d ",r[i]);
         else printf("%d ",c[j]);
       puts("");
   }
 }
  return 0;
}
区间dp: Zoj 3537 Cake
给定n个点的坐标,先问这些点是否能组成一个凸包,如果是凸包,问用不相交的线来切这个凸包使
得凸包只由三角形组成,根据costi, j = lxi + xjl * lyi + yjl % p算切线的费用,问最少的切割费用。
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <algorithm>
using namespace std;
#define MAX 1000
#define INF 1000000000
#define min(a,b) ((a)<(b)?(a):(b))
```

```
struct point{
       int x,y;
}p[MAX];
int cost[MAX][MAX],n,m;
int dp[MAX][MAX];
int abs(int x) {
        return x < 0? -x: x;
}
point save[400],temp[400];
int xmult(point p1,point p2,point p0){
        return (p1.x-p0.x)*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)*(p1.y-p0.y);
bool cmp(const point& a,const point &b){
        if(a.y == b.y)return a.x < b.x;
        return a.y < b.y;
int Graham(point *p,int n) {
        int i;
        sort(p,p + n,cmp);
        save[0] = p[0];
        save[1] = p[1];
        int top = 1;
       for(i = 0; i < n; i++){
               while(top && xmult(save[top],p[i],save[top-1]) >= 0)top--;
               save[++top] = p[i];
       }
        int mid = top;
       for(i = n - 2; i >= 0; i--){
               while(top>mid&&xmult(save[top],p[i],save[top-1])>=0)top--;
               save[++top]=p[i];
        return top;
int Count(point a,point b) {
        return (abs(a.x + b.x) * abs(a.y+b.y)) % m;
}
int main()
{
        int i,j,k,r,u;
       while (scanf("%d%d",&n,&m) != EOF) {
```

```
for (i = 0; i < n; ++i)
                       scanf("%d%d",&p[i].x,&p[i].y);
               int tot = Graham(p,n); //求凸包
               if (tot < n) printf("I can't cut.\n");
               else {
                       memset(cost,0,sizeof(cost));
                       for (i = 0; i < n; ++i)
                              for (j = i + 2; j < n; ++j)
                                      cost[i][j] = cost[j][i] = Count(save[i],save[j]);
                       for (i = 0; i < n; ++i) {
                              for (j = 0; j < n; ++j)
                                      dp[i][j] = INF;
                              dp[i][(i+1)\%n] = 0;
                       }
                                                     //注意这三个for循环的顺序
                       for (i = n - 3; i >= 0; --i)
                              for (j = i + 2; j < n; ++j) //因为要保证在算dp[i][j]时dp[i][k]和dp[k][j]时已
经计算,所以i为逆序,i要升序
                                      for (k = i + 1; k \le j - 1; ++k)
                                              dp[i][j] = min(dp[i][j],dp[i][k]+dp[k][j]+cost[i][k]+cost[k]
[j]);
                       printf("%d\n",dp[0][n-1]);
               }
       }
}
搜索: 多校3误以为并查集那题
#include <stdio.h>
#include <iostream>
#include <cstring>
using namespace std;
int m[111][111];
int n;int k;
int dfs(int x)
{
  int sum=0;
  for(int i=1;i<=n;i++)
  {
     if(m[x][i])
     {sum++;
     sum+=dfs(i);}
  return sum;
}
```

```
int main()
{
  while(~scanf("%d%d",&n,&k))
  {
     memset(m,0,sizeof(m));
    int ans=0;
    for(int i=1;i <= n-1;i++)
       int a;int b;
       scanf("%d%d",&a,&b);
       m[a][b]=1;
     for(int i=1;i <= n;i++)
       if(dfs(i)==k) ans++;
    }
     cout<<ans<<endl;
  }
}
并查集:畅通工程,目标是使任何两个城镇之间可以交通,问最少需要建设多少条道路
//查询根节点
int find(int x) {
  return par[x] == x ? x : par[x] = find(par[x]);
}
//合并两个集合
void unite(int x, int y) {
  x = find(x);
  y = find(y);
  if(x == y) return;
  ans--;
  par[x] = y;
}
int main() {
  while(scanf("%d", &n), n) {
     scanf("%d", &m);
     ans = n - 1;
     INIT();
    for(int i = 0; i < m; i++) {
       int a, b;
       scanf("%d%d", &a, &b);
       unite(a, b);
    }
    printf("%d\n", ans);
  }
  return 0;
}
最小生成树: poj 1258 裸最小生成树
const int Max = 102;
const int inf = 0xfffffff;
```

```
int n, ans;
int map[Max][Max], dis[Max]; // dis[i]表示顶点i与生成树之间的最短距离。
int min(int a, int b){
  return a < b ? a : b;
}
void prim()
  int i, j, now, min_node, min_edge;
  for(i = 1; i \le n; i ++)
    dis[i] = inf;
  now = 1;
  ans = 0:
  for(i = 1; i < n; i ++){
    dis[now] = -1; // 将dis[]的值赋-1,表示已经加入生成树中。
    min_edge = inf;
    for(j = 1; j <= n; j ++) // 更新每个顶点所对应的dis[]值。
       if(now != j \&\& dis[j] >= 0){
         dis[i] = min(dis[i], map[now][i]);
         if(dis[j] < min_edge){</pre>
           min_edge = dis[j];
           min_node = j;
         }
      }
                    now = min_node;
                    ans += min_edge;
  }
}
int main(){
  int i, j;
  while(scanf("%d", &n) != EOF){
    for(i = 1; i \le n; i ++)
       for(j = 1; j \le n; j ++)
         scanf("%d", &map[i][j]);
                    prim();
                    printf("%d\n", ans);
  }
  return 0;
}
线段树: (该题没有被窝ac)
题目大意: 求一个区间内不重复数字的和, 例如1 1 1 3, 区间[1,4]的和为4。
思路:如果采用在线算法,很难在nlogn的时间内处理,所以考虑离线算法。
```

首先我们把所有查询区间记录下来,然后按照区间的右值排序,接着从左到右把每一个数更新到线 段树中,并记录它出现的位置。

如果一个数已经出现过,那么我们就把他上次出现的位置的值置为0,并更新它出现的位置。

因为我们的查询区间是按右值排序的,所以当前区间的左值要么和之前一样要么比之前的要大,因此把过去重复出现的数字置为0不会影响结果。

当更新到某个区间的右值时,我们就查询一次该区间的答案,并把答案记录到对应的地方。 最后把区间查询的答案按照输入顺序输出即可。

#### 离线方法+线段树+离散化

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <iostream>
#include <queue>
#include <set>
#include <string>
using namespace std;
#define MEM(a, v)
                       memset (a, v, sizeof (a)) // a for address, v for value
#define max(x, y)
                      ((x) > (y) ? (x) : (y))
#define min(x, y)
                     ((x) < (y) ? (x) : (y))
#define INF (0x3f3f3f3f)
#define MAXN30009
#define MAXQ100010
#define L(x)
              ((x) << 1)
#define R(x) (((x)<<1)|1)
#define DB /##/
typedef __int64
                      LL;
struct NODE {
       int x, y;
       LL sum;
};
              tcase, n, q, iDis;
                                    // iDis 表示 iDiscrete
int
int
              src[MAXN], ssrc[MAXN], idques[MAXQ], idseg[MAXN];
              sum[MAXN*4];
LL
NODE question[MAXQ];
bool cmp(const int &i, const int &j)
{
       return question[i].y < question[j].y;
}
```

```
int rank(int val)
{
        int mid, lw = 0, up = iDis;
        while (lw <= up)
                mid = (lw + up) >> 1;
                if (ssrc[mid] == val)
                        break;
                if (val < ssrc[mid])
                        up = mid - 1;
                else
                        lw = mid + 1;
        return mid;
}
inline void build()
{
        MEM(sum, 0);
}
void update(int id, int If, int rh, int pos, int f)
{
        if (If == rh)
        {
                                                // 不是 sum[lf] 或 sum[pos]
                sum[id] = f ? src[pos] : 0;
                return;
        }
        int mid = (If + rh) >> 1;
        if (pos \ll mid)
                update(L(id), If, mid, pos, f);
        else
                update(R(id), mid+1, rh, pos, f);
        sum[id] = sum[L(id)] + sum[R(id)];
}
LL query(int id, int If, int rh, int s, int t)
{
        if (s == If \&\& t == rh)
                return sum[id];
        int mid = (lf + rh) \gg 1;
        if (t \le mid)
                return query(L(id), If, mid, s, t);
        else if (mid < s)
                return query(R(id), mid+1, rh, s, t);
        return query(L(id), If, mid, s, mid) + query(R(id), mid+1, rh, mid+1, t);
}
int main()
```

```
{
       int i, j, k;
       while (scanf("%d", &tcase) != EOF)
              while (tcase--)
                      scanf("%d", &n);
                      for (i = 0; i < n; ++i)
                             scanf("%d", src+i);
                             ssrc[i] = src[i]; // ssrc 表示被排序过的src 即 sorted src
                      }
                      // 离散化
                      sort(ssrc, ssrc+n);
                      for (i = iDis = 1; i < n; ++i)
                      {
                             if (ssrc[iDis-1] != ssrc[i])
                                    ssrc[iDis++] = ssrc[i];
                      } // 离散化完
                      scanf("%d", &q);
                      for (i = 0; i < q; ++i)
                             scanf("%d %d", &question[i].x, &question[i].y);
                             --question[i].x; --question[i].y;
                             idques[i] = i;
                      }
                      // 对 question 的下标进行排序,相当于间接排序了 question 数组
                      sort(idques, idques+q, cmp);
                      MEM(idseg, -1);
                      // build
                      build();
                      for (i = j = 0; i < n; ++i)
                             k = rank(src[i]);
                             if (-1 != idseg[k])
                                    // 到上一次 src[i] 出现的位置(idseg[k]),将 src[i] 删除.
                                    update(1, 0, n-1, idseg[k], 0);
                             idseg[k] = i; // 记录此次 src[i] 出现的位置
                             update(1, 0, n-1, i, 1);// 将 src[i] 加入线段树中
                             // 对排序过的查询区间进行处理
                             while (j < q && question[idques[j]].y == i)
                             {
                                    question[idques[j]].sum = query(1, 0, n-1,
                                            question[idques[j]].x, i);
                                    ++j;
                             }
                      }
```

```
for (i = 0; i < q; ++i)
                                 printf ("%I64d\n", question[i].sum);
                }
        }
        return 0;
}
裸模版:
#define LL(x) ((x)<<1)
#define RR(x) ((x) << 111)
#define FF(i,n) for(int i = 0; i < n; i + +)
struct Seg_Tree{
   int left,right,num;
  int calmid() {
     return (left+right)/2;
}tt[150000];
int num[50001];
int build(int left,int right,int idx) {
  tt[idx].left = left;
  tt[idx].right = right;
  if(left == right) {
     return tt[idx].num = num[left];
  int mid = (left + right)/2;
  return tt[idx].num = build(left,mid,LL(idx)) + build(mid+1,right,RR(idx));
}
void update(int id,int x,int idx) {
  tt[idx].num += x;
  if(tt[idx].left == tt[idx].right) {
     return;
  int mid = tt[idx].calmid();
  if(id \le mid) \{
     update(id,x,LL(idx));
  } else {
     update(id,x,RR(idx));
}
int query(int left,int right,int idx) {
  if(left == tt[idx].left && right == tt[idx].right) {
     return tt[idx].num;
  int mid = tt[idx].calmid();
  if(right <= mid) {</pre>
     return query(left,right,LL(idx));
  } else if(mid < left) {
     return query(left,right,RR(idx));
     return query(left,mid,LL(idx)) + query(mid+1,right,RR(idx));
}
```

```
int main() {
  int T;
  scanf("%d",T);
  FF(cas,T) {
    int n;
    scanf("%d",&n);
    FOR(i,1,1+n) {
      scanf("%d",num[i]);
    build(1,n,1);
    printf("Case %d:\n",cas+1);
    char com[9];
    while(scanf("%s",com)) {
      if(strcmp(com,"End") == 0) break;
      int a,b;
      scanf("%d%d",&a,&b);
      switch(com[0]) {
        case 'Q':
          printf("%d\n",query(a,b,1));
          break;
        case 'A':
          update(a,b,1);
          break;
        case 'S':
          update(a,-b,1);
          break;
      }
    }
  }
  return 0;
}
数论: 长春Unknown Treasure
题意
给你n,m,num
然后给你num个数, k1,k2....,knum
然后让你求C(n,m)%(k1*k2*....*knum)
题解:
首先, C(n,m)%k我们是会求的, 大概这部分子问题是一个很经典的题目。
假设你会求了,那么我们就可以由此得到num个答案,是%k1,k2,k3....knum后得到的值
然后我们就可以看出就是类似韩信点兵一样的题,三个人一组剩了2个,五个人一组剩了2个这
种.....
```

这时候,就用中国剩余定理处理处理就好了

# 注意||\*||会爆,所以得手写个快速乘法

```
#include <cstdio>
#include <cmath>
#include <cstring>
#include <ctime>
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <set>
#include <vector>
#include <sstream>
#include <queue>
#include <typeinfo>
#include <fstream>
#include <map>
#include <stack>
typedef long long II;
using namespace std;
void extend_gcd(ll a,ll &x,ll b,ll &y)
  if(b==0)
  {
     x=1,y=0;
     return;
  II x1,y1;
  extend_gcd(b,x1,a%b,y1);
  x=y1;
  y=x1-(a/b)*y1;
Il inv(Il a,Il m)
  II t1,t2;
  extend_gcd(a,t1,m,t2);
  return (t1%m+m)%m;
II qpow(II x,II y,II m)
  if(!y)return 1;
  If ans = qpow(x,y>>1,m);
  ans = ans*ans%m;
  if(y\&1)ans = ans*x%m;
  return ans;
}
\| \text{nump}(\| x, \| p) \|
{
  II ans = 0;
  while(x)ans+=x/p,x/=p;
  return ans;
II fac(II n,II p,II pk)
```

```
if(n==0)return 1;
  II ans = 1;
  for(II i=1;i \le pk;i++)
     if(i%p==0)continue;
     ans = ans*i%pk;
  }
  ans = qpow(ans,n/pk,pk);
  II to = n\%pk;
  for(II i = 1; i \le to; i++)
     if(i%p==0)continue;
     ans = ans*i%pk;
  }
  return fac(n/p,p,pk)*ans%pk;
Il cal(II n,II m,II p ,II pi,II pk)
  II a = fac(n,pi,pk),b=fac(m,pi,pk),c=fac(n-m,pi,pk);
  II d = nump(n,pi)-nump(m,pi)-nump(n-m,pi);
  II ans = a\%pk * inv(b,pk)\%pk * inv(c,pk)\%pk*qpow(pi,d,pk)%pk;
  return ans*(p/pk)%p*inv(p/pk,pk)%p;
II mCnmodp(II n,II m,II p)
{
  II ans = 0;
  II x = p;
  for(II i =2;i*i <= x\&\&x > 1;i++)
     II k=0,pk=1;
     while(x%i==0)
     {
        x/=i;
        k++;
        pk*=i;
     }
     if(k>0)
        ans=(ans+cal(n,m,p,i,pk))%p;
  if(x>1)ans=(ans+cal(n,m,p,x,x))%p;
  return ans;
II qtpow(II x,II y,II M)
  II ret=0LL;
  for(x\%=M;y;y>>=1LL)
     if(y&1LL)
     {
        ret+=x;
        ret%=M;
        if(ret<0) ret+=M;
     }
     x+=x;
     x\%=M;
     if(x<0) x+=M;
```

```
return ret;
void solve(Il r[],Il s[],int t)
  II M=1LL,ans=0LL;
  II p[20],q[20],e[20];
  for(int i=0;i< t;i++)
     M*=r[i];
  for(int i=0;i<t;i++)
     II tmp=M/r[i],tt;
     extend_gcd(tmp,p[i],r[i],q[i]);
     p[i]\%=M;
     if(p[i]<0) p[i]+=M;
     e[i]=qtpow(tmp,p[i],M);
     tt=qtpow(e[i],s[i],M);
     ans=(ans+tt)%M;
    if(ans<0) ans+=M;
  printf("%I64d\n",ans);
}
II CCC[20],DDD[20];
int main()
{
  int t;
  scanf("%d",&t);
  int num = 0;
  II n,m,p;
  while(t--)
  {
     memset(CCC,0,sizeof(CCC));
     memset(DDD,0,sizeof(DDD));
     scanf("%l64d %l64d %d",&n,&m,&num);
    for(int i=0;i<num;i++)
       scanf("%I64d",&CCC[i]);
       DDD[i]=mCnmodp(n,m,CCC[i]);
     solve(CCC,DDD,num);
  }
  return 0;
}
1.欧几里得 求最大公约数,最小公倍数
(1)递归的写法:int gcd(int a,int b) {return b?gcd(b,a%b):a;}
(2)辗转相除法:
int gcd(int a,int b)
if(a<b) return gcd(b,a);</pre>
int r;
```

```
while(b) \{r=a\%b;a=b;b=r;\}
return a:
}
(3)stein+欧几里得 快速求解大数的最大公约数
i64 stein(i64 a,i64 b)
{
if(a<b) return stein(b,a);
if(b==0) return a;
if((a\&1)==0\&\&(b\&1)==0) return 2*stein(a>>1,b>>1);//a and b are even
if((a\&1)==0) return stein(a>>1,b); // only a is even
if((b\&1)==0) return stein(a,b>>1); // only b is even
return stein((a+b)>>1,(a-b)>>1); // a and b are odd
}
最小公倍数: int lcm(int a,int b) {return a/gcd(a,b)*b;}
2.扩展欧几里得 求ax=b (mod m) ax+my=b 如果r=gcd(a,m)且b%r==0,则同余方程有解,其最小解为
x^*(b/r);
ax+by=c 如r=gcd(a,b),则存在x,y,使xa+yb=r;当x+=b,y-=a后仍然成立
因为xa+yb+ab-ab=r;==>(x+b)a+(y-a)b=r
int exgcd(int a,int b,int &x,int &y)
if(b==0) \{x=1; y=0; return a; \}
int r=exgcd(b,a%b,y,x);
y=x^*(a/b);
return r;
}
3.素数判定
(1)试除法:
bool isprime(int n)
int i;
for(i=2;i <= (int) sqrt(n*1.0);i++)
   if(n%i==0) return false;
return true;
bool isprime(int n)
if(n==2) return true;
if(n==1|l(n\&1)==0) return false;
for(int i=3;i*i <=n;i+=2) if(n\%i==0) return fals;
return true;
}
(2)miller-rabin 算法
bool witness(i64 a,i64 n)
 i64 x,d=1,i=ceil(log(n-1.0)/log(2.0))-1;
 for(;i>=0;i--)
 {
  x=d; d=(d*d)%n;
  if(d==1&&x!=1&&x!=n-1) return 1;
  if(((n-1)&(1<< i))>0) d=(d*a)%n;
```

```
}
 return d==1?0:1;
bool miller_rabin(i64 n)
 if(n==2) return 1;
 if(n==1|l(n\&1)==0) return 0;
 i64 j,a;
 for(j=0;j<50;j++)
 a=rand()*(n-2)/RAND_MAX+1;
 if(witness(a,n)) return 0;
 }
 return 1;
另一种写法, 更好理解
bool witness(i64 a,i64 n)
{
int i,j=0;
i64 m=n-1,x,y;
while(m%2==0)
 m>>=1;
 j++;
}
x=pow(a,m,n);///快速幂取模
for(i=1;i<=j;i++)
{
 y=pow(x,2,n);
 if(y==1\&x!=1\&x!=n-1) return true;
 x=y;
return y==1?false:true;
bool miller_rabin(i64 n)
if(n==2) return true;
if(n==1lln%2==0) return false;
for(int i=1; i <= 10; i++)
{
 i64 = rand()\%(n-1)+1;
 if(witness(a,n)) return false;
return true;
}
4.素数筛法 //前17个素数 prime[18]={17,2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59}
bool f[100002];//保存判断是否是素数的结果, p[i]=1 是素数, p[i]=0 则不是素数
int prime[78499];//保存素数prime[0]为素数的个数
void PRIME(int M)
int i,i2,k;
for(i=0;i<=M;i+=2) f[i]=0;
```

```
for(i=1;i \le M;i+=2) f[i]=1;
f[1]=0; f[2]=1;
for(i=3;i <= (int) sqrt(1.0*M);i+=2)
if(p[i])
 i2=i+i; k=i*i;
 while(k \le M) {f[k]=0; k+=i2;}
prime[1]=2; k=1;
for(i=3;i \le M;i+2) if(f[i]) prime[++k]=i;
prime[0]=k;
(2)
void PRIME(int M)
int i,j,k;
prime[1]=2; prime[2]=3;
for(i=5;i \le M;i+=2)
 for(j=1;prime[j]*prime[j]<=i;j++)
 if(i%prime[j]==0) goto loop;
 prime[++k]=i;
 loop:;
prime[0]=k;
5.整数分解
(1)
void split(int n,int *p,int *t)
int i,s,top=0;
for(i=1;i \le prime[0];i++)
{
 s=0;
 while(n%prime[i]==0) {s++;n/=prime[i];}
 if(s) {p[++top]=prime[i];t[top]=s;}
 if(n==1) break;
 if(n<prime[i]*prime[i]) {p[++top]=n;t[top]=1;n=1;break;}</pre>
p[0]=t[0]=top;
(2)分解1-100000的因子,且由prime[n][]保存n的素因子(prime[n][0]为质因子的个数):
void split(int n)//p[]为素数表
{
int i,x=n;
prime[n][0]=0;
for(i=1;i<=p[0];i++) ///if(x%p[i]==0)严重坑爹的bug
 prime[n][++prime[n][0]]=p[i];
 while(x\%p[i]==0) x/=p[i];
 if(x==1) break;
if(x>1) prime[n][++prime[n][0]]=x;
```

```
}
(3)Pollard-pho大数分解
i64 Pollard(i64 n,int c)
{
i64 i=1,k=2,x=rand()\%n,y=x,d;
srand(time(NULL));
while(true)
 i++;
 x=(mod_mult(x,x,n)+c)%n;
 d=gcd(y-x,n);
 if(d>1&&d<n) return d;
 if(y==x) return n;
 if(i==k) { y=x; k<<=1; }
}
6.求因子和与因子个数(包含1和本身)
因子和s是积性函数,即:gcd(a,b)=1==>s(a*b)=s(a)*s(b);
如果p是素数==>s(p^X)=1+p+p^2+...+p^X=(p^(X+1)-1)/(p-1);s(p^2x)=1+p+p^2+...+p^2x=(p^(2x
+1)-1)/(p-1);
求因子和:
(1)ans=1+n;
for(i=2;i <= n/2;i++)
if(n\%i==0)
if(n/i>i) ans+=i+n/i;
else if(n/i==i) ans+=i;
else break;
}
(2)另一种递推的写法:
for(i=1;i \le lmax;i++) \quad num[i]=1+i;
for(i=2;i \le lmax/2;i++)
for(j=i << 1; j <= lmax; j+=i) num[j]+=i;
求因子个数:
n=p1^t1*p2^t2*p3^t3***pk^tk; 因子个数为:(t1+1)(t2+1)***(tk+1)
for(ret=i=1;i \le prime[0]\&prime[i] \le (int) sqrt(1.0*n);i++)
if(n%prime[i]==0)
{
k=0:
while(n\%prime[i]==0) {k++,n/=prime[i];}
ret*=k+1;
if(n>1) ret*=2;
当求n^2的因子个数的时候:n^2=p1^(2*t1)*p2^(2*t2)***pk^(2*tk);因子个数为:(2*t1+1)
(2*t2+1)***(2*tk+1)
for(ret=i=1;i \le prime[0]\&prime[i] \le (int) sqrt(1.0*n);i++)
if(n%prime[i]==0)
{
k=0;
```

```
while(n%prime[i]==0) {k++,n/=prime[i];}
ret*=2*k+1;
if(n>1) ret*=3;
快速求出一个比较大的区间内的所有因子和:
const int Imax=50005;//求出[1,50005]区间内每一个数的因子和(不包括本身),并用facsum[]数组保存
i64 facsum[lmax];
for(i=0;i \le lmax;i++) facsum[i]=1;
for(i=2;i*i <= lmax;i++)
 for(j=i+1;j*i <= lmax;j++) facsum[i*j]+=i+j;
 facsum[i*i]+=i;
7.欧拉函数
(1)单独求欧拉函数
int eular(int n)
{
int ret=1,i;
for(i=2;i*i <= n;i++)
if(n\%i==0)
{
 n/=i; ret*=i-1;
 while(n%i==0) {n/=i;ret*=i;}
if(n>1) ret*=n-1;
return ret;
int euler(int x)
int i, res=x,tmp=(int)sqrt(x*1.0)+1;
for(i=2;i<tmp;i++)
if(x\%i==0)
{
 res=res/i*(i-1);
 while(x\%i==0) x/=i;
if(x>1) res=res/x^*(x-1);
return res;
int eular(int n)
int ret=n,i;
for(i=2;i*i <= n;i++)
if(n\%i==0)
{
 ret=ret/i*(i-1);
 while(n%i==0) n/=i;
if(n>1) ret=ret/n*(n-1);
return ret;
}
```

```
先素数筛法在用欧拉函数(在此仅写其中的一个)
void eular(int n)
int ret=n,i;
for(i=1;i \le prime[0]\&prime[i] \le (int) sqrt(1.0*n);i++)
if(n%prime[i]==0)
 ret=ret/prime[i]*(prime[i]-1);
 while(n%prime[i]==0) n/=prime[i];
if(n>1) ret=ret/n*(n-1);
return ret;
}
(2)递推求欧拉函数
const int Imax=300000;
int PHI(int Imax)
int i,j;
for(i=1;i \le lmax;i++) phi[i]=i&1?i:i/2;
for(i=3;i \le lmax;i+=2)
if(phi[i])
for(j=i;j \le lmax;j+=i) phi[j]=phi[j]/i*(i-1);
}
(3)同时求出欧拉值和素数
int prime[lmax][25],num[lmax],eular[lmax];//prime[n][i]表示n的第i+1个素数因子,num[n]表示n的因子
个数,eular[n]表示n的欧拉值
void eular_prime()//每个数的欧拉函数值及筛选法得到数的素因子num[i]为i的因子个数
eular[1]=1;
for(int i=2;i<lmax;i++)
 if(eular[i]==0)
 for(int j=i;j<lmax;j+=i)</pre>
 if(eular[j]==0) eular[j]=j;
 eular[j]=eular[j]*(i-1)/i;
 prime[j][num[j]++]=i;
 //eular[i]+=eular[i-1];//进行累加(法里数列长度)
void eular_prime()
int i,j;
eular[1]=1;
for(i=2;i \le lmax;i++)
if(eular[i]==0)
for(j=i;j \le lmax;j+=i)
 if(eular[j]==0) eular[j]=j;
 eular[j]=eular[j]/i*(i-1);
 prime[j][++prime[j][0]]=i;
```

```
}
欧拉定理的一个重要应用:A^x mod m=A^(x%phi(m)+phi(m)) mod m (当x>=phi(m)时)
8.求逆元ax=1 (mod m) x是a的逆元
(1)用扩展欧几里得求
int Inv(int a,int m)
{
 int r,x,y;
 r=exgcd(a,m,x,y);
 if(r==1) return (x%m+m)%m;
 return -1;
}
(2)用快速幂取模求a*a^(p-2)=a^(p-1)=1 (mod p) p必须为素数,a的逆元是a^(p-2);
int pow(int a,int n)//a^n%p (n=p-2)
{//这里的做法会让a的值变化,可令t=a;用t代替a计算
int r=1;
while(n)
 if(n&1) r=r*a%p;
 a=a*a%p;
 n>>=1;
return r;
}
9.快速模乘 a*b%p
int mul(int a,int b)
int r=0;
while(b)
 if(b&1) r=(r+a)\%p;
 a=(a<<1)%p;
 b>>=1;
}
return r;
}
10.求解模线性方程组(中国剩余定理)
 x=a1 \mod m1
 x=a2 mod m2
 x=an mod mn 其中,a[],m[]已知,m[i]>0且m[i]与m[j]互质,求x.
设m1,m2,...,mn是两两互素的正数,则对任意的整数a1,a2,...,an,同余方程组
其解为:X=((M_1*M1*a1)+(M_2*M2*a2)+...+(M_n*Mn*an)) mod m;
其中m=m1*m2*...*mn; Mi=m/mi; M_i是Mi的逆元
int china(int *a,int *m,int n)
 int M=1,ans=0,mi,i,x,y;
 for(i=0;i< n;i++) M*=m[i];
 for(i=0;i< n;i++)
```

```
mi=M/m[i];
    exgcd(m[i],mi,x,y);
    ans=(ans+mi*y*a[i])%M;
 }
  return (ans%M+M)%M;
矩阵快速幂
#include<iostream>
#include<stdio.h>
#include<string.h>
using namespace std;
struct node{
  int p[25][25];
};
struct node suan(struct node a, struct node b, int n)//连个矩阵相乘
  int i,j,k;
  struct node c;
  for(i=0;i< n;i++)
     for(j=0;j< n;j++)
     {
        c.p[i][j]=0;
        for(k=0;k< n;k++)
          c.p[i][j]=(c.p[i][j]+a.p[i][k]*b.p[k][j])%1000;
     }
  }
  return c;
struct node haha(struct node a,int n,int k)
  int i,j;
  struct node b;
  for(i=0;i< n;i++)
     for(j=0;j< n;j++)
        if(i==j)
          b.p[i][j]=1;
        else
          b.p[i][j]=0;
  while(k)
  {
     if(k\%2==1)
        b=suan(b,a,n);
     k=k/2;
     a=suan(a,a,n);
  return b;
}
int main()
  int n,m,i,x1,x2,T;
  int S,E,k;
  struct node a,b;
  while(scanf("%d%d",&n,&m)!=EOF&&(n!=0IIm!=0))
```

```
{
     memset(a.p,0,sizeof(a.p));
     for(i=0;i< m;i++)
        scanf("%d%d",&x1,&x2);
        a.p[x1][x2]=1;
     scanf("%d",&T);
     while(T--)
        scanf("%d%d%d",&S,&E,&k);
        b=haha(a,n,k);
        while(b.p[S][E]<0)//以后碰到取模的情况记得添加
          b.p[S][E]+=1000;
       printf("%d\n",b.p[S][E]);
     }
  }
  return 0;
}
矩阵转置
#include <iostream>
using namespace std;
const int N = 3;
int main()
// freopen("1.txt", "r", stdin);
int n, i, j;
int temp;
int a[N][N];
cin>>n;
while(n--)
for (i = 0; i < N*N; i++)
cin>>(*a)[i];
for (i = 0; i < N; i++)
for (j = 0; j < i; j++)
temp = a[i][j];
a[i][j] = a[j][i];
a[j][i] = temp;
}
for (i = 0; i < N*N; i++)
cout<<(*a)[i]<<" ";
if ((i+1) \% 3 == 0)
cout<<endl;
}
cout<<endl;
}
```

```
return 0;
}
计算几何:
*二维ACM计算几何模板
* 注意变量类型更改和EPS
* #include <cmath>
* #include <cstdio>
* By OWenT
const double eps = 1e-8;
const double pi = std::acos(-1.0);
//点
class point
{
public:
  double x, y;
  point(){};
  point(double x, double y):x(x),y(y){};
  static int xmult(const point &ps, const point &pe, const point &po)
    return (ps.x - po.x) * (pe.y - po.y) - (pe.x - po.x) * (ps.y - po.y);
  }
  //相对原点的差乘结果,参数:点[_Off]
  //即由原点和这两个点组成的平行四边形面积
  double operator *(const point &_Off) const
  {
     return x * _Off.y - y * _Off.x;
  }
  //相对偏移
  point operator - (const point &_Off) const
     return point(x - _Off.x, y - _Off.y);
  //点位置相同(double类型)
  bool operator == (const point &_Off) const
  {
     return std::fabs(_{\text{Off.}}x - x) < eps && std::fabs(_{\text{Off.}}y - y) < eps;
  //点位置不同(double类型)
  bool operator != (const point & Off) const
  {
     return ((*this) == _Off) == false;
  //两点间距离的平方
  double dis2(const point &_Off) const
  {
    return (x - Off.x) * (x - Off.x) + (y - Off.y) * (y - Off.y);
```

```
//两点间距离
  double dis(const point &_Off) const
    return std::sqrt((x - Off.x) * (x - Off.x) + (y - Off.y) * (y - Off.y));
};
//两点表示的向量
class pVector
{
public:
  point s, e;//两点表示, 起点[s], 终点[e]
  double a, b, c;//一般式,ax+by+c=0
  pVector(){}
  pVector(const point &s, const point &e):s(s),e(e){}
  //向量与点的叉乘,参数:点[_Off]
  //[点相对向量位置判断]
  double operator *(const point &_Off) const
    return (_Off.y - s.y) * (e.x - s.x) - (_Off.x - s.x) * (e.y - s.y);
  }
  //向量与向量的叉乘,参数:向量[_Off]
  double operator *(const pVector &_Off) const
  {
    return (e.x - s.x) * (_Off.e.y - _Off.s.y) - (e.y - s.y) * (_Off.e.x - _Off.s.x);
  }
  //从两点表示转换为一般表示
  bool pton()
    a = s.y - e.y;
    b = e.x - s.x;
    c = s.x * e.y - s.y * e.x;
    return true;
  }
  //------点和直线(向量)-------
  //点在向量左边(右边的小于号改成大于号即可,在对应直线上则加上=号)
  //参数:点[_Off],向量[_Ori]
  friend bool operator<(const point &_Off, const pVector &_Ori)
  {
    return (_Ori.e.y - _Ori.s.y) * (_Off.x - _Ori.s.x)
       < (_Off.y - _Ori.s.y) * (_Ori.e.x - _Ori.s.x);
  }
  //点在直线上,参数:点[_Off]
  bool lhas(const point &_Off) const
  {
    return std::fabs((*this) * _Off) < eps;
  }
  //点在线段上,参数:点[_Off]
  bool shas(const point &_Off) const
```

```
{
  return lhas(_Off)
     && _{\text{Off.x}} - std::min(s.x, e.x) > -eps && _{\text{Off.x}} - std::max(s.x, e.x) < eps
     && _{\text{Off.y}} - std::min(s.y, e.y) > -eps && _{\text{Off.y}} - std::max(s.y, e.y) < eps;
}
//点到直线/线段的距离
//参数: 点[_Off], 是否是线段[isSegment](默认为直线)
double dis(const point & Off, bool isSegment = false)
{
  //化为一般式
  pton();
  //到直线垂足的距离
  double td = (a * _Off.x + b * _Off.y + c) / sqrt(a * a + b * b);
  //如果是线段判断垂足
  if(isSegment)
     double xp = (b * b * _Off.x - a * b * _Off.y - a * c) / (a * a + b * b);
     double yp = (-a * b * _Off.x + a * a * _Off.y - b * c) / (a * a + b * b);
     double xb = std::max(s.x, e.x);
     double yb = std::max(s.y, e.y);
     double xs = s.x + e.x - xb;
     double ys = s.y + e.y - yb;
     if(xp > xb + eps | l | xp < xs - eps | l | yp > yb + eps | l | yp < ys - eps)
        td = std::min(_Off.dis(s), _Off.dis(e));
  }
  return fabs(td);
}
//关于直线对称的点
point mirror(const point &_Off) const
{
  //注意先转为一般式
  point ret;
  double d = a * a + b * b;
  ret.x = (b * b * _Off.x - a * a * _Off.x - 2 * a * b * _Off.y - 2 * a * c) / d;
  ret.y = (a * a * _Off.y - b * b * _Off.y - 2 * a * b * _Off.x - 2 * b * c) / d;
  return ret;
}
//计算两点的中垂线
static pVector ppline(const point &_a, const point &_b)
{
  pVector ret;
  ret.s.x = (\_a.x + \_b.x) / 2;
  ret.s.y = (_a.y + _b.y) / 2;
  //一般式
  ret.a = \_b.x - \_a.x;
  ret.b = _b.y - _a.y;
  ret.c = (\_a.y - \_b.y) * ret.s.y + (\_a.x - \_b.x) * ret.s.x;
  //两点式
```

```
if(std::fabs(ret.a) > eps)
     ret.e.y = 0.0;
     ret.e.x = - ret.c / ret.a;
     if(ret.e == ret. s)
       ret.e.y = 1e10;
       ret.e.x = - (ret.c - ret.b * ret.e.y) / ret.a;
    }
  }
  else
     ret.e.x = 0.0;
     ret.e.y = - ret.c / ret.b;
     if(ret.e == ret. s)
       ret.e.x = 1e10;
       ret.e.y = - (ret.c - ret.a * ret.e.x) / ret.b;
  }
  return ret;
}
//-----直线和直线(向量)------
//直线重合,参数:直线向量[_Off]
bool equal(const pVector &_Off) const
{
  return lhas(_Off.e) && lhas(_Off.s);
}
//直线平行,参数:直线向量[_Off]
bool parallel(const pVector &_Off) const
  return std::fabs((*this) * _Off) < eps;
}
//两直线交点,参数:目标直线[_Off]
point crossLPt(pVector _Off)
{
  //注意先判断平行和重合
  point ret = s;
  double t = ((s.x - Off.s.x) * (Off.s.y - Off.e.y) - (s.y - Off.s.y) * (Off.s.x - Off.e.x))
       /((s.x - e.x) * (_Off.s.y - _Off.e.y) - (s.y - e.y) * (_Off.s.x - _Off.e.x));
  ret.x += (e.x - s.x) * t;
  ret.y += (e.y - s.y) * t;
  return ret;
}
//-----线段和直线(向量)-------
//线段和直线交
//参数:线段[_Off]
bool crossSL(const pVector &_Off) const
{
  double rs = (*this) * _Off.s;
  double re = (*this) * _Off.e;
  return rs * re < eps;
```

```
}
  //-----线段和线段(向量)------
  //判断线段是否相交(注意添加eps),参数:线段[_Off]
  bool isCrossSS(const pVector &_Off) const
    //1.快速排斥试验判断以两条线段为对角线的两个矩形是否相交
    //2.跨立试验(等于0时端点重合)
    return (
       (std::max(s.x, e.x) >= std::min(_Off.s.x, _Off.e.x)) &&
       (std::max(\_Off.s.x, \_Off.e.x) >= std::min(s.x, e.x)) \&\&
       (std::max(s.y, e.y) >= std::min(_Off.s.y, _Off.e.y)) &&
       (std::max(\_Off.s.y, \_Off.e.y) >= std::min(s.y, e.y)) &&
       ((pVector(Off.s, s) * Off) * (Off * pVector(Off.s, e)) >= 0.0) &&
       ((pVector(s, _Off.s) * (*this)) * ((*this) * pVector(s, _Off.e)) >= 0.0)
       );
  }
};
class polygon
public:
  const static long maxpn = 100;
  point pt[maxpn];//点(顺时针或逆时针)
  long n;//点的个数
  point& operator[](int _p)
  {
    return pt[_p];
  //求多边形面积,多边形内点必须顺时针或逆时针
  double area() const
  {
    double ans = 0.0;
    int i;
    for(i = 0; i < n; i ++)
       int nt = (i + 1) \% n;
       ans += pt[i].x * pt[nt].y - pt[nt].x * pt[i].y;
    return std::fabs(ans / 2.0);
  }
  //求多边形重心,多边形内点必须顺时针或逆时针
  point gravity() const
    point ans;
    ans.x = ans.y = 0.0;
    int i;
    double area = 0.0;
    for(i = 0; i < n; i ++)
       int nt = (i + 1) \% n;
       double tp = pt[i].x * pt[nt].y - pt[nt].x * pt[i].y;
```

```
area += tp;
     ans.x += tp * (pt[i].x + pt[nt].x);
     ans.y += tp * (pt[i].y + pt[nt].y);
  }
  ans.x = 3 * area;
  ans.y = 3 * area;
  return ans;
}
//判断点在凸多边形内,参数:点[_Off]
bool chas(const point &_Off) const
  double tp = 0, np;
  int i;
  for(i = 0; i < n; i ++)
     np = pVector(pt[i], pt[(i + 1) \% n]) * _Off;
     if(tp * np < -eps)
       return false;
     tp = (std::fabs(np) > eps)?np: tp;
  }
  return true;
}
//判断点是否在任意多边形内[射线法], O(n)
bool ahas(const point &_Off) const
{
  int ret = 0;
  double infv = 1e-10;//坐标系最大范围
  pVector I = pVector(_Off, point( -infv ,_Off.y));
  for(int i = 0; i < n; i ++)
     pVector ln = pVector(pt[i], pt[(i + 1) % n]);
     if(fabs(ln.s.y - ln.e.y) > eps)
       point tp = (ln.s.y > ln.e.y)? ln.s: ln.e;
       if(fabs(tp.y - Off.y) < eps && tp.x < Off.x + eps)
          ret ++;
     else if(In.isCrossSS(I))
       ret ++;
  return (ret \% 2 == 1);
//凸多边形被直线分割,参数: 直线[_Off]
polygon split(pVector _Off)
{
  //注意确保多边形能被分割
  polygon ret;
  point spt[2];
  double tp = 0.0, np;
  bool flag = true;
  int i, pn = 0, spn = 0;
  for(i = 0; i < n; i ++)
     if(flag)
```

```
pt[pn ++] = pt[i];
     else
       ret.pt[ret.n ++] = pt[i];
     np = _Off * pt[(i + 1) % n];
     if(tp * np < -eps)
       flag = !flag;
       spt[spn ++] = _Off.crossLPt(pVector(pt[i], pt[(i + 1) % n]));
     tp = (std::fabs(np) > eps)?np: tp;
  }
  ret.pt[ret.n ++] = spt[0];
  ret.pt[ret.n ++] = spt[1];
  n = pn;
  return ret;
}
//Graham扫描法,复杂度O(nlg(n)),结果为逆时针
//#include <algorithm>
static bool graham_cmp(const point &I, const point &r)//凸包排序函数
{
  return l.y < r.y | l (l.y == r.y && l.x < r.x);
}
polygon& graham(point _p[], int _n)
  int i, len;
  std::sort(_p, _p + _n, polygon::graham_cmp);
  n = 1;
  pt[0] = _p[0], pt[1] = _p[1];
  for(i = 2; i < _n; i ++)
     while(n && point::xmult(p[i], pt[n], pt[n - 1]) >= 0)
       n --;
     pt[++ n] = _p[i];
  }
  len = n;
  pt[++ n] = _p[_n - 2];
  for(i = _n - 3; i >= 0; i --)
     while(n != len && point::xmult(p[i], pt[n], pt[n - 1]) >= 0)
       n --;
     pt[++ n] = _p[i];
  return (*this);
}
//凸包旋转卡壳(注意点必须顺时针或逆时针排列)
//返回值凸包直径的平方(最远两点距离的平方)
double rotating_calipers()
  int i = 1;
  double ret = 0.0;
  pt[n] = pt[0];
```

```
for(int j = 0; j < n; j ++)
    {
       while(fabs(point::xmult(pt[j], pt[j + 1], pt[i + 1])) > fabs(point::xmult(pt[j], pt[j + 1], pt[i])) +
eps)
         i = (i + 1) \% n;
       //pt[i]和pt[j],pt[i + 1]和pt[j + 1]可能是对踵点
       ret = std::max(ret, std::max(pt[i].dis(pt[j]), pt[i + 1].dis(pt[j + 1])));
    }
    return ret;
  }
  //凸包旋转卡壳(注意点必须逆时针排列)
  //返回值两凸包的最短距离
  double rotating_calipers(polygon &_Off)
  {
    int i = 0:
     double ret = 1e10;//inf
    pt[n] = pt[0];
     _{Off.pt[_{Off.n]} = _{Off.pt[0]}}
    //注意凸包必须逆时针排列且pt[0]是左下角点的位置
    while(_{Off.pt[i + 1].y} > _{Off.pt[i].y})
       i = (i + 1) \% _Off.n;
    for(int j = 0; j < n; j ++)
       double tp;
       //逆时针时为 >,顺时针则相反
       while((tp = point::xmult(pt[j], pt[j + 1], _{off.pt[i + 1]}) - point::xmult(pt[j], pt[j + 1], _{off.pt[i]}) >
eps)
         i = (i + 1) \% _Off.n;
       //(pt[i],pt[i+1])和(_Off.pt[j],_Off.pt[j + 1])可能是最近线段
       ret = std::min(ret, pVector(pt[i], pt[i + 1]).dis(_Off.pt[i], true));
       ret = std::min(ret, pVector(_Off.pt[i], _Off.pt[i + 1]).dis(pt[j + 1], true));
       if(tp > -eps)//如果不考虑TLE问题最好不要加这个判断
         ret = std::min(ret, pVector(pt[j], pt[j + 1]).dis(_Off.pt[i + 1], true));
         ret = std::min(ret, pVector(_Off.pt[i], _Off.pt[i + 1]).dis(pt[j], true));
       }
    }
    return ret;
  }
  //-----半平面交------
  //复杂度:O(nlog2(n))
  //#include <algorithm>
  //半平面计算极角函数[如果考虑效率可以用成员变量记录]
  static double hpc_pa(const pVector &_Off)
  {
     return atan2(_Off.e.y - _Off.s.y, _Off.e.x - _Off.s.x);
  //半平面交排序函数[优先顺序: 1.极角 2.前面的直线在后面的左边]
  static bool hpc_cmp(const pVector &I, const pVector &r)
  {
     double lp = hpc_pa(l), rp = hpc_pa(r);
```

```
if(fabs(lp - rp) > eps)
       return lp < rp;
    return point::xmult(l.s, r.e, r.s) < 0.0;
  }
  //用于计算的双端队列
  pVector dequeue[maxpn];
  //获取半平面交的多边形(多边形的核)
  //参数:向量集合[I],向量数量[In];(半平面方向在向量左边)
  //函数运行后如果n[即返回多边形的点数量]为0则不存在半平面交的多边形(不存在区域或区域面
积无穷大)
  polygon& halfPanelCross(pVector _Off[], int In)
    int i, tn;
    n = 0;
    std::sort(_Off, _Off + In, hpc_cmp);
    //平面在向量左边的筛选
    for(i = tn = 1; i < ln; i ++)
       if(fabs(hpc_pa(_Off[i]) - hpc_pa(_Off[i - 1])) > eps)
          _Off[tn ++] = _Off[i];
    ln = tn;
    int bot = 0, top = 1;
    dequeue[0] = _Off[0];
    dequeue[1] = _Off[1];
    for(i = 2; i < ln; i ++)
       if(dequeue[top].parallel(dequeue[top - 1]) |
         dequeue[bot].parallel(dequeue[bot + 1]))
         return (*this);
       while(bot < top &&
         point::xmult(dequeue[top].crossLPt(dequeue[top - 1]), _Off[i].e, _Off[i].s) > eps)
         top --;
       while(bot < top &&
         point::xmult(dequeue[bot].crossLPt(dequeue[bot + 1]), _Off[i].e, _Off[i].s) > eps)
         bot ++:
       dequeue[++ top] = _Off[i];
    }
    while(bot < top &&
       point::xmult(dequeue[top].crossLPt(dequeue[top - 1]), dequeue[bot].e, dequeue[bot].s) >
eps)
       top --;
    while(bot < top &&
       point::xmult(dequeue[bot].crossLPt(dequeue[bot + 1]), dequeue[top].e, dequeue[top].s) >
eps)
       bot ++;
    //计算交点(注意不同直线形成的交点可能重合)
    if(top \le bot + 1)
       return (*this);
    for(i = bot; i < top; i ++)
       pt[n ++] = dequeue[i].crossLPt(dequeue[i + 1]);
    if(bot < top + 1)
       pt[n ++] = dequeue[bot].crossLPt(dequeue[top]);
    return (*this);
  }
```

```
};
class circle
public:
  point c;//圆心
  double r;//半径
  double db, de;//圆弧度数起点,圆弧度数终点(逆时针0-360)
  //判断圆在多边形内
  bool inside(const polygon &_Off) const
    if(_Off.ahas(c) == false)
       return false;
    for(int i = 0; i < _Off.n; i ++)
       pVector I = pVector(\_Off.pt[i], \_Off.pt[(i + 1) % \_Off.n]);
       if(l.dis(c, true) < r - eps)
         return false;
    }
    return true;
  }
  //判断多边形在圆内(线段和折线类似)
  bool has(const polygon &_Off) const
    for(int i = 0; i < _Off.n; i ++)
       if( Off.pt[i].dis2(c) > r * r - eps)
         return false;
    return true;
  }
  //------圆弧------
  //圆被其他圆截得的圆弧,参数:圆[_Off]
  circle operator-(circle &_Off) const
  {
    //注意圆必须相交,圆心不能重合
    double d2 = c.dis2(_Off.c);
    double d = c.dis(Off.c);
    double ans = std::acos((d2 + r * r - Off.r * Off.r) / (2 * d * r));
    point py = _Off.c - c;
    double oans = std::atan2(py.y, py.x);
    circle res;
    res.c = c;
    res.r = r;
    res.db = oans + ans;
    res.de = oans - ans + 2 * pi;
    return res;
  }
  //圆被其他圆截得的圆弧,参数:圆[_Off]
  circle operator+(circle &_Off) const
```

```
//注意圆必须相交, 圆心不能重合
     double d2 = c.dis2(_Off.c);
     double d = c.dis(Off.c);
     double ans = std::acos((d2 + r * r - Off.r * Off.r) / (2 * d * r));
     point py = _Off.c - c;
     double oans = std::atan2(py.y, py.x);
     circle res:
     res.c = c;
    res.r = r;
    res.db = oans - ans;
    res.de = oans + ans;
    return res;
  }
  //过圆外一点的两条切线
  //参数:点[_Off](必须在圆外),返回:两条切线(切线的s点为_Off,e点为切点)
  std::pair<pVector, pVector> tangent(const point & Off) const
  {
     double d = c.dis(\_Off);
    //计算角度偏移的方式
    double angp = std::acos(r/d), ango = std::atan2(Off.y - c.y, Off.x - c.x);
     point pl = point(c.x + r * std::cos(ango + angp), c.y + r * std::sin(ango + angp)),
       pr = point(c.x + r * std::cos(ango - angp), c.y + r * std::sin(ango - angp));
    return std::make_pair(pVector(_Off, pI), pVector(_Off, pr));
  }
  //计算直线和圆的两个交点
  //参数: 直线[_Off](两点式), 返回两个交点, 注意直线必须和圆有两个交点
  std::pair<point, point> cross(pVector Off) const
  {
     _Off.pton();
    //到直线垂足的距离
     double td = fabs( Off.a * c.x + Off.b * c.y + Off.c) / sqrt( Off.a * Off.a + Off.b * Off.b);
    //计算垂足坐标
     double xp = (Off.b * Off.b * c.x - Off.a * Off.b * c.y - Off.a * Off.c) / (Off.a * Off.a +
_Off.b * _Off.b);
     double yp = (- _Off.a * _Off.b * c.x + _Off.a * _Off.a * c.y - _Off.b * _Off.c) / (_Off.a * _Off.a +
_Off.b * _Off.b);
     double ango = std::atan2(yp - c.y, xp - c.x);
     double angp = std::acos(td / r);
    return std::make_pair(point(c.x + r * std::cos(ango + angp), c.y + r * std::sin(ango + angp)),
       point(c.x + r * std::cos(ango - angp), c.y + r * std::sin(ango - angp)));
  }
};
class triangle
public:
  point a, b, c;//顶点
  triangle(){}
  triangle(point a, point b, point c): a(a), b(b), c(c){}
```

{

```
//计算三角形面积
double area()
  return fabs(point::xmult(a, b, c)) / 2.0;
}
//计算三角形外心
//返回:外接圆圆心
point circumcenter()
  pVector u,v;
  u.s.x = (a.x + b.x) / 2;
  u.s.y = (a.y + b.y) / 2;
  u.e.x = u.s.x - a.y + b.y;
  u.e.y = u.s.y + a.x - b.x;
  v.s.x = (a.x + c.x) / 2;
  v.s.y = (a.y + c.y) / 2;
  v.e.x = v.s.x - a.y + c.y;
  v.e.y = v.s.y + a.x - c.x;
  return u.crossLPt(v);
}
//计算三角形内心
//返回: 内接圆圆心
point incenter()
  pVector u, v;
  double m, n;
  u.s = a;
  m = atan2(b.y - a.y, b.x - a.x);
  n = atan2(c.y - a.y, c.x - a.x);
  u.e.x = u.s.x + cos((m + n) / 2);
  u.e.y = u.s.y + sin((m + n) / 2);
  v.s = b;
  m = atan2(a.y - b.y, a.x - b.x);
  n = atan2(c.y - b.y, c.x - b.x);
  v.e.x = v.s.x + cos((m + n) / 2);
  v.e.y = v.s.y + sin((m + n) / 2);
  return u.crossLPt(v);
}
//计算三角形垂心
//返回: 高的交点
point perpencenter()
{
  pVector u,v;
  u.s = c;
  u.e.x = u.s.x - a.y + b.y;
  u.e.y = u.s.y + a.x - b.x;
  v.s = b;
  v.e.x = v.s.x - a.y + c.y;
  v.e.y = v.s.y + a.x - c.x;
  return u.crossLPt(v);
```

```
}
  //计算三角形重心
  //返回:重心
  //到三角形三顶点距离的平方和最小的点
  //三角形内到三边距离之积最大的点
  point barycenter()
  {
    pVector u,v;
    u.s.x = (a.x + b.x) / 2;
    u.s.y = (a.y + b.y) / 2;
    u.e = c;
    v.s.x = (a.x + c.x) / 2;
    v.s.y = (a.y + c.y) / 2;
    v.e = b;
    return u.crossLPt(v);
  }
  //计算三角形费马点
  //返回: 到三角形三顶点距离之和最小的点
  point fermentpoint()
  {
     point u, v;
    double step = fabs(a.x) + fabs(a.y) + fabs(b.x) + fabs(b.y) + fabs(c.x) + fabs(c.y);
    int i, j, k;
    u.x = (a.x + b.x + c.x) / 3;
    u.y = (a.y + b.y + c.y) / 3;
    while (step > eps)
       for (k = 0; k < 10; step /= 2, k ++)
       {
         for (i = -1; i \le 1; i ++)
            for (j =- 1; j <= 1; j ++)
              v.x = u.x + step * i;
              v.y = u.y + step * j;
              if (u.dis(a) + u.dis(b) + u.dis(c) > v.dis(a) + v.dis(b) + v.dis(c))
                 u = v;
            }
         }
       }
    }
    return u;
  }
};
凸包, 凸包点排序逆时针输出*/
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <cmath>
```

```
#include <algorithm>
using namespace std;
#define sqr(a) ((a) * (a))
#define dis(a, b) sqrt(sqr(a.x - b.x) + sqr(a.y - b.y))
const int MAXN = 110;
const double PI = acos(-1.0);
struct Point {
        int x;
        int y;
        Point(double a = 0, double b = 0): x(a), y(b) {}
        friend bool operator < (const Point &I, const Point &r) {
                return l.y < r.y | l (l.y == r.y && l.x < r.x);
} p[MAXN], ch[MAXN];
// p, point ch, convex hull
double mult(Point a, Point b, Point o) {
        return (a.x - o.x) * (b.y - o.y) >= (b.x - o.x) * (a.y - o.y);
}
int Graham(Point p[], int n, Point res[]) {
        int top = 1;
        sort(p, p + n);
        if (n == 0) return 0;
        res[0] = p[0];
        if (n == 1) return 0;
        res[1] = p[1];
        if (n == 2) return 0;
        res[2] = p[2];
        for (int i = 2; i < n; i++) {
                while (top && (mult(p[i], res[top], res[top - 1])))
                        top--;
                res[++top] = p[i];
        int len = top;
        res[++top] = p[n - 2];
        for (int i = n - 3; i >= 0; i--) {
                while (top != len && (mult(p[i], res[top], res[top - 1])))
                        top--;
                res[++top] = p[i];
        return top;
}
int n;
int main() {
        while (scanf("\%d\%d", \&p[n].x, \&p[n].y) != EOF)
                n++;
        n = Graham(p, n, ch);
        int t:
        for (int i = 0; i < n; i++)
                if (ch[i].x == 0 \&\& ch[i].y == 0) {
```

```
t = i;
                       break;
               }
       for (int i = t; i < n; i++)
               printf("(%d,%d)\n", ch[i].x, ch[i].y);
       for (int i = 0; i < t; i++)
               printf("(%d,%d)\n", ch[i].x, ch[i].y);
        return 0;
}
快速幂
typedef long long LL;
LL fun(LL x,LL n,)
  LL res=1;
  while(n>0)
     if(n & 1)
        res=(res*x)%Max;
     x=(x^*x)\%Max;
     n >>= 1;
  }
  return res;
}
矩阵快速幂
#include <cstdio>
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
typedef vector<int> vec;
typedef vector<vec> mat;
typedef long long LL;
const int N = 10000;
mat mul(mat a,mat b) //矩阵乘法
{
   mat c(a.size(),vec(b[0].size()));
  for(int i=0;i<a.size();i++)
     for(int k=0;k< b.size();k++)
        for(int j=0;j<b[0].size();j++)
          c[i][j] = (c[i][j] + a[i][k] * b[k][j]) % N;
     }
  }
  return c;
}
mat solve_pow(mat a,int n) //快速幂
{
   mat b(a.size(),vec(a.size()));
```

```
for(int i=0;i<a.size();i++)
     b[i][i]=1;
  while(n>0)
     if(n & 1)
        b=mul(b,a);
     a=mul(a,a);
     n >>= 1;
  }
  return b:
}
LL n;
void solve()
  mat a(2,vec(2));
  while(~scanf("%d",&n) && n!=-1)
     a[0][0]=1,a[0][1]=1;
     a[1][0]=1,a[1][1]=0;
     a=solve_pow(a,n);
     printf("%d\n",a[1][0]);
  }
}
int main()
{
  solve();
  return 0;
}
```

#### / / / / / 需要懂的东西

"在一棵树上进行路径的修改、求极值、求和"乍一看只要线段树就能轻松解决,实际上,仅凭线段树是不能搞定它的。我们需要用到一种貌似高级的复杂算法——树链剖分。

树链,就是树上的路径。剖分,就是把路径分类为重链和轻链。

记siz[v]表示以v为根的子树的节点数,dep[v]表示v的深度(根深度为1),top[v]表示v所在的链的顶端节点,fa[v]表示v的父亲,son[v]表示与v在同一重链上的v的儿子节点(姑且称为重儿子),w[v]表示v与其父亲节点的连边(姑且称为v的父边)在线段树中的位置。只要把这些东西求出来,就能用logn的时间完成原问题中的操作。

重儿子: siz[u]为v的子节点中siz值最大的,那么u就是v的重儿子。

轻儿子: v的其它子节点。

重边: 点v与其重儿子的连边。 轻边: 点v与其轻儿子的连边。 重链: 由重边连成的路径。

轻链: 轻边。

#### 剖分后的树有如下性质:

性质1: 如果(v,u)为轻边,则siz[u] \* 2 < siz[v];

性质2: 从根到某一点的路径上轻链、重链的个数都不大于logn。

#### 算法实现:

我们可以用两个dfs来求出fa、dep、siz、son、top、w。

dfs\_1: 把fa、dep、siz、son求出来, 比较简单, 略过。

dfs\_2: 1.对于v,当son[v]存在(即v不是叶子节点)时,显然有top[son[v]] = top[v]。线段树中,v的重边应当在v的父边的后面,记w[son[v]] = totw+1,totw表示最后加入的一条边在线段树中的位置。此时,为了使一条重链各边在线段树中连续分布,应当进行dfs\_2(son[v]);

2.对于v的各个轻儿子u,显然有top[u] = u,并且w[u] = totw+1,进行dfs\_2过程。 这就求出了top和w。

将树中各边的权值在线段树中更新,建链和建线段树的过程就完成了。

修改操作: 例如将u到v的路径上每条边的权值都加上某值x。

一般人需要先求LCA,然后慢慢修改u、v到公共祖先的边。而高手就不需要了。

记f1 = top[u], f2 = top[v].

当f1 <> f2时:不妨设dep[f1] >= dep[f2],那么就更新u到f1的父边的权值(logn),并使u = fa[f1]。

当f1 = f2时:u与v在同一条重链上,若u与v不是同一点,就更新u到v路径上的边的权值(logn),否则修改完成;

重复上述过程,直到修改完成。

求和、求极值操作:类似修改操作,但是不更新边权,而是对其求和、求极值。 就这样,原问题就解决了。鉴于鄙人语言表达能力有限,咱画图来看看:[转载]树链剖分

如右图所示,较粗的为重边,较细的为轻边。节点编号旁边有个红色点的表明该节点是其所在链的顶端节点。边旁的蓝色数字表示该边在线段树中的位置。图中1-4-9-13-14为一条重链。

当要修改11到10的路径时。

第一次迭代: u = 11, v = 10, f1 = 2, f2 = 10。此时dep[f1] < dep[f2],因此修改线段树中的5号点, v = 4, f2 = 1;

第二次迭代: dep[f1] > dep[f2], 修改线段树中10--11号点。u = 2, f1 = 2;

第三次迭代: dep[f1] > dep[f2], 修改线段树中9号点。u = 1, f1 = 1;

第四次迭代:  $f1 = f2 \pm u = v$ 、修改结束。

题目: spoj375、USACO December Contest Gold Divison, "grassplant"。
\*\*spoj375据说不"缩行"情况下最短的程序是140+行, 我的是128行。

## 附spoj375程序(C++):

#include <cstdio>
#include <algorithm>
#include <iostream>
#include <string.h>
using namespace std;
const int maxn = 10010;
struct Tedge
{ int b, next; } e[maxn \* 2];
int tree[maxn];

```
int zzz, n, z, edge, root, a, b, c;
int d[maxn][3];
int first[maxn], dep[maxn], w[maxn], fa[maxn], top[maxn], son[maxn], siz[maxn];
char ch[10];
void insert(int a, int b, int c)
{
   e[++edge].b = b;
   e[edge].next = first[a];
   first[a] = edge;
}
void dfs(int v)
   siz[v] = 1; son[v] = 0;
   for (int i = first[v]; i > 0; i = e[i].next)
      if (e[i].b != fa[v])
         fa[e[i].b] = v;
         dep[e[i].b] = dep[v]+1;
         dfs(e[i].b);
         if (siz[e[i].b] > siz[son[v]]) son[v] = e[i].b;
         siz[v] += siz[e[i].b];
      }
}
void build tree(int v, int tp)
   w[v] = ++ z; top[v] = tp;
   if (son[v] != 0) build_tree(son[v], top[v]);
   for (int i = first[v]; i > 0; i = e[i].next)
      if (e[i].b != son[v] && e[i].b != fa[v])
         build_tree(e[i].b, e[i].b);
}
void update(int root, int lo, int hi, int loc, int x)
   if (loc > hi II lo > loc) return;
   if (lo == hi)
   { tree[root] = x; return; }
   int mid = (lo + hi) / 2, ls = root * 2, rs = ls + 1;
   update(ls, lo, mid, loc, x);
   update(rs, mid+1, hi, loc, x);
   tree[root] = max(tree[ls], tree[rs]);
}
int maxi(int root, int lo, int hi, int l, int r)
   if (I > hi II r < lo) return 0;
   if (I <= lo && hi <= r) return tree[root];
   int mid = (lo + hi) / 2, ls = root * 2, rs = ls + 1;
   return max(maxi(ls, lo, mid, l, r), maxi(rs, mid+1, hi, l, r));
}
inline int find(int va, int vb)
```

```
int f1 = top[va], f2 = top[vb], tmp = 0;
   while (f1 != f2)
   {
       if (dep[f1] < dep[f2])
       { swap(f1, f2); swap(va, vb); }
       tmp = max(tmp, maxi(1, 1, z, w[f1], w[va]));
       va = fa[f1]; f1 = top[va];
   }
   if (va == vb) return tmp;
   if (dep[va] > dep[vb]) swap(va, vb);
   return max(tmp, maxi(1, 1, z, w[son[va]], w[vb])); //
}
void init()
   scanf("%d", &n);
   root = (n + 1) / 2;
   fa[root] = z = dep[root] = edge = 0;
   memset(siz, 0, sizeof(siz));
   memset(first, 0, sizeof(first));
   memset(tree, 0, sizeof(tree));
   for (int i = 1; i < n; i++)
      scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
      d[i][0] = a; d[i][1] = b; d[i][2] = c;
      insert(a, b, c);
      insert(b, a, c);
   dfs(root);
   build_tree(root, root); //
   for (int i = 1; i < n; i++)
   {
      if (dep[d[i][0]] > dep[d[i][1]]) swap(d[i][0], d[i][1]);
      update(1, 1, z, w[d[i][1]], d[i][2]);
   }
}
inline void read()
{
   ch[0] = ' ';
   while (ch[0] < 'C' | I | ch[0] > 'Q') | scanf("%s", &ch);
}
void work()
{
   for (read(); ch[0] != 'D'; read())
      scanf("%d%d", &a, &b);
      if (ch[0] == 'Q') printf("%dn", find(a, b));
               else update(1, 1, z, w[d[a][1]], b);
}
int main()
  for (scanf("\%d", \&zzz); zzz > 0; zzz--)
```

#### 一、树状数组是干什么的?

平常我们会遇到一些对数组进行维护查询的操作,比较常见的如,修改某点的值、求某个区间的和,而这两种恰恰是树状数组的强项!当然,数据规模不大的时候,对于修改某点的值是非常容易的,复杂度是O(1),但是对于求一个区间的和就要扫一遍了,复杂度是O(N),如果实时的对数组进行M次修改或求和,最坏的情况下复杂度是O(M\*N),当规模增大后这是划不来的!而树状数组干同样的事复杂度却是O(M\*IgN),别小看这个Ig,很大的数一Ig就很小了,这个学过数学的都知道吧,不需要我说了。申明一下,看下面的文章一定不要急,只需要看懂每一步最后自然就懂了。

### 二、树状数组怎么干的?

先看两幅图(网上找的,如果雷同,不要大惊小怪~),下面的说明都是基于这两幅图的,左边的叫A图吧,右边的叫B图:

是不是很像一颗树?对,这就是为什么叫树状数组了~先看A图,a数组就是我们要维护和查询的数组,但是其实我们整个过程中根本用不到a数组,你可以把它当作一个摆设!c数组才是我们全程关心和操纵的重心。先由图来看看c数组的规则,其中c8 = c4+c6+c7+a8, c6 = c5+a6......先不必纠结怎么做到的,我们只要知道c数组的大致规则即可,很容易知道c8表示a1~a8的和,但是c6却是表示a5~a6的和,为什么会产生这样的区别的呢?或者说发明她的人为什么这样区别对待呢?答案是,这样会使操作更简单!看到这相信有些人就有些感觉了,为什么复杂度被lg了呢?可以看到,c8可以看作a1~a8的左半边和+右半边和,而其中左半边和是确定的c4,右半边其实也是同样的规则把a5~a8一分为二......继续下去都是一分为二直到不能分,可以看看B图。怎么样?是不是有点二分的味道了?对,说白了树状数组就是巧妙的利用了二分,她并不神秘,关键是她的巧妙!

她又是怎样做到不断的一分为二呢?说这个之前我先说个叫lowbit的东西,lowbit(k)就是把k的二进制的高位1全部清空,只留下最低位的1,比如10的二进制是1010,则lowbit(k)=lowbit(1010)=0010(2进制),介于这个lowbit在下面会经常用到,这里给一个非常方便的实现方式,比较普遍的方法lowbit(k)=k&-k,这是位运算,我们知道一个数加一个负号是把这个数的二进制取反+1,如-10的二进制就是-1010=0101+1=0110,然后用1010&0110,答案就是0010了!明白了求解lowbit的方法就可以了,继续下面。介于下面讨论十进制已经没有意义(这个世界本来就是二进制的,人非要主观的构建一个十进制),下面所有的数没有特别说明都当作二进制。

上面那么多文字说lowbit,还没说它的用处呢,它就是为了联系a数组和c数组的!ck表示从ak开始往左连续求lowbit(k)个数的和,比如c[0110]=a[0110]+a[0101],就是从110开始计算了0010个数的和,因为lowbit(0110)=0010,可以看到其实只有低位的1起作用,因为很显然可以写出c[0010]=a[0010]+a[0001],这就为什么我们任何数都只关心它的lowbit,因为高位不起作用(基于我们的二分规则它必须如此!),除非除了高位其余位都是0,这时本身就是lowbit。既然关系建立好了,看看如何实现a某一个位置数据跟改的,她不会直接改的(开始就说了,a根本不存在),她每次改其实都要维护c数组应有的性质,因为后面求和要用到。而维护也很简单,比如更改了a[0011],我们接着要修改c[0011],c[0100],c[1000],这是很容易从图上看出来的,但是你可能会问,他们之间有申明必然联系吗?每次求解总不能总要拿图来看吧?其实从0011——>0100——>1000的变化都是进行"去尾"操作,又是自己造的词--",我来解释下,就是把尾部应该去掉的1都去掉转而换到更高位的1,记住每次变换都要有一个高位的1产生,所以0100是不能变换到0101的,因为没有新的高位1产生,这个变换过程恰好是可以借助我们的lowbit进行的,k+=lowbit(k)。

好吧,现在更新的次序都有了,可能又会产生新的疑问了:为什么它非要是这种关系啊?这就要追究到之前我们说c8可以看作a1~a8的左半边和+右半边和……的内容了,为什么c[0011]会影响到c[0100]而不会影响到c[0101],这就是之前说的c[0100]的求解实际上是这样分段的区间c[0001]~c[0001]和区间c[0011]~c[0011]的和,数字太小,可能这样不太理解,在比如c[0100]会影响c[1000],为什么呢?因为c[1000]可以看作0001~0100的和加上0101~1000的和,但是0101位置的数变化并会直接作用于c[1000],因为它的尾部1不能一下在跳两级在产生两次高位1,是通过c[0110]间接影响的,但是,c[0100]却可以跳一级产生一次高位1。

可能上面说的你比较绕了,那么此时你只需注意: c的构成性质(其实是分组性质)决定了 c[0011]只会直接影响c[0100],而c[0100]只会直接影响[1000],而下表之间的关系恰好是也必须是k +=lowbit(k)。此时我们就是写出跟新维护树的代码:

```
void add(int k,int num)
  while(k \le n)
 {
    tree[k]+=num;
    k+=k\&-k;
 }
}
   有了上面的基础, 说求和就比较简单了。比如求0001~0110的和就直接c[0100]+c[0110], 分析
方法与上面的恰好逆过来,而且写法也是逆过来的,具体就不累述了:
[cpp] view plain copy print?
int read(int k)//1~k的区间和
  int sum=0;
 while(k)
    sum+=tree[k];
    k-=k&-k:
 return sum;
}
```

[cpp] view plain copy print?

#### 三、总结一下吧

首先,明白树状数组所白了是按照二分对数组进行分组;维护和查询都是O(lgn)的复杂度,复杂度取决于最坏的情况,也是O(lgn);lowbit这里只是一个技巧,关键在于明白c数组的构成规律;分析的过程二进制一定要深入人心,当作心目中的十进制。