

第六节 应用举例

6.1 合理利用线材

6.2 物流配送优化

6.1 合理利用线材

要做 100 套钢架，每套钢架需使用三根元钢，长度分别为：2.9m，2.1m 和 1.5m。每根钢材原料长 7.4m，应如何下料，才能使原材料用量最省。

最简单做法：在每一根原材料上截取 2.9m、2.1m 和 1.5m 的元钢各一根组成一套，则每根原材料剩下料头 0.9m。为了做 100 套钢架，需用原材料 100 根，总共剩余 90m 料头（浪费）。

改进方案：考虑套裁方法。

下料根数 长度（m）	方案				
	①	②	③	④	⑤
2.9	1	2		1	
2.1	0		2	2	1
1.5	3	1	2		3
合计长度	7.4	7.3	7.2	7.1	6.6
剩余料头	0	0.1	0.2	0.3	0.8

为了得到 100 套钢架，需要混合使用上述各种下料方案。
设按①、②、③、④、⑤方案下料的原材料根数分别为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 。

模型:

$$\begin{aligned} \min z &= 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 \\ &\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

加入人工变量 x_6, x_7, x_8 :

$$\begin{aligned} \min z &= 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5 + \\ &\quad Mx_6 + Mx_7 + Mx_8 \\ &\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 + x_6 = 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_7 = 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 + x_8 = 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$c_j \rightarrow$			0	0.1	0.2	0.3	0.8	M	M	M	θ_i
$\mathbf{c_B}$	$\mathbf{x_B}$	\mathbf{b}	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
M	x_6	100	1	2	0	1	0	1	0	0	100/1
M	x_7	100	0	0	2	2	1	0	1	0	-
M	x_8	100	3	1	2	0	3	0	0	1	100/3
$\sigma_j \rightarrow$			$-4M$	$0.1 - 3M$	$0.2 - 4M$	$0.3 - 3M$	$0.8 - 4M$	0	0	0	
M	x_6	200/3	0	5/3	-2/3	1	-1	1	0	-1/3	200/3
M	x_7	100	0	0	2	2	1	0	1	0	100/2
0	x_1	100/3	1	1/3	2/3	0	1	0	0	1/3	-
$\sigma_j \rightarrow$			0	$0.1 - \frac{5}{3}M$	$0.2 - \frac{4}{3}M$	$0.3 - 3M$	-0.8	0	0	$\frac{4}{3}M$	
M	x_6	50/3	0	5/3	-5/3	0	-3/2	1	-1/2	-1/3	10
0.3	x_4	50	0	0	1	1	1/2	0	1/2	0	-
0	x_1	100/3	1	1/3	2/3	0	1	0	0	1/3	100
$\sigma_j \rightarrow$			0	$0.1 - \frac{5}{3}M$	$\frac{5}{3}M - 0.1$	0	$0.65 + \frac{3}{2}M$	0	$0.15 + \frac{3}{2}M$	$\frac{4}{3}M$	
0.1	x_2	10	10	0	1	-1	0	-9/10	3/5	-10/3	-1/5
0.3	x_4	50	50	0	0	1	1	1/2	0	1/2	0
0	x_1	30	30	1	0	1	0	13/10	-1/5	1/10	2/5
$\sigma_j \rightarrow$			0	0	0	0	0.74	$M - 0.06$	$M + 0.12$	$M + 0.02$	

最优方案：方案①30 根；方案②10 根；方案⑤50 根。

6.2 物流配送优化

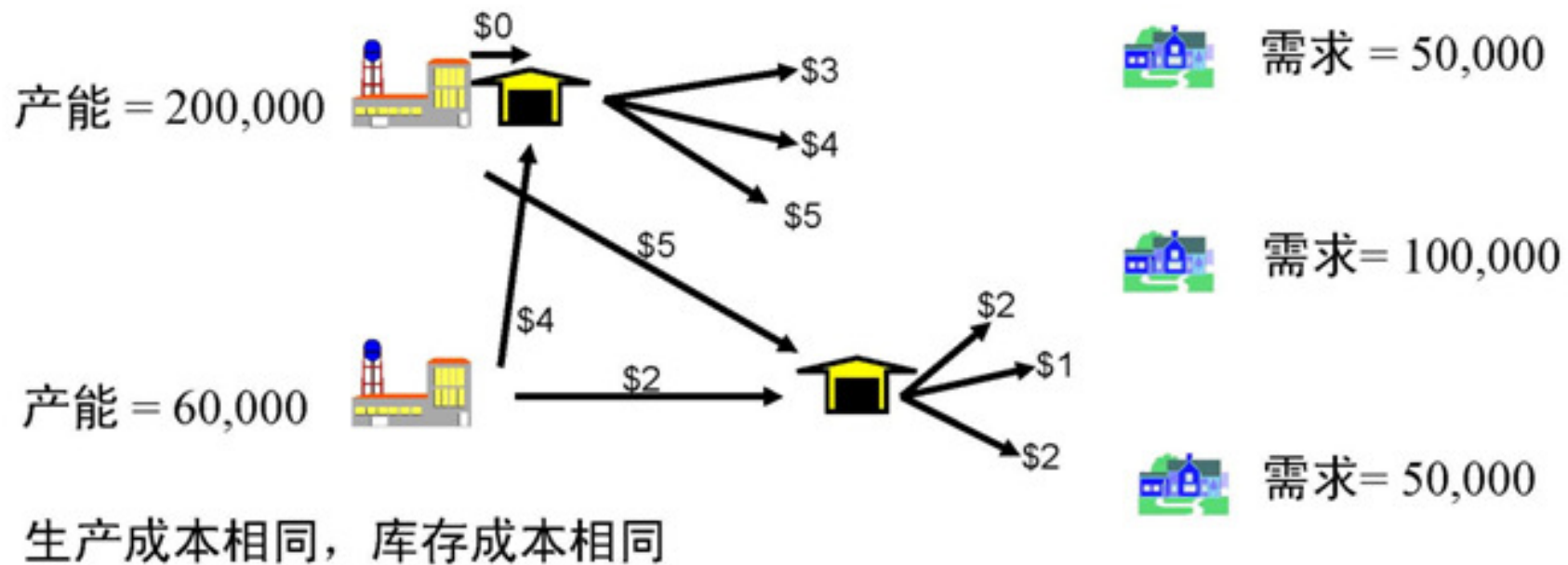
两个工厂 P_1 和 P_2 生产同一种产品，工厂 P_1 每年生产能力为20万单位，工厂 P_2 每年生产能力为6万单位。

两个工厂生产成本相同、两个仓库 W_1 和 W_2 的装卸成本相同。3个市场 C_1 、 C_2 和 C_3 需求量分别为5万、10万、5万单位。各工厂到仓库、仓库到市场之间的单位配送成本已知：

单位产品配送成本（元/单位）

	W_1	W_2
P_1	0	5
P_2	4	2

	C_1	C_2	C_3
W_1	3	4	5
W_2	2	1	2



只考虑**配送成本**，建立线性规划模型，求解最优的配送方案，即工厂 $P_i (i = 1, 2)$ 应向仓库 $W_j (j = 1, 2)$ 配送多少产品？仓库 $W_j (j = 1, 2)$ 应向市场 $C_k (k = 1, 2, 3)$ 配送多少产品，总的配送成本最低？

决策变量:

x_{ij}^{PW} : 从工厂 i 流向仓库 j 的产品数量

x_{jk}^{WM} : 从仓库 j 流向市场 k 的产品数量

目标函数:

$$\min \quad 0x_{11}^{PW} + 5x_{12}^{PW} + 4x_{21}^{PW} + 2x_{22}^{PW} + \\ 3x_{11}^{WM} + 4x_{12}^{WM} + 5x_{13}^{WM} + 2x_{21}^{WM} + x_{12}^{WM} + 2x_{23}^{WM}$$

约束条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11}^{PW} + x_{12}^{PW} \leq 200000 \text{ (产能约束)} \\ x_{21}^{PW} + x_{22}^{PW} \leq 60000 \text{ (产能约束)} \\ x_{11}^{PW} + x_{21}^{PW} = x_{11}^{WM} + x_{12}^{WM} + x_{13}^{WM} \text{ (仓库物流平衡)} \\ x_{12}^{PW} + x_{22}^{PW} = x_{21}^{WM} + x_{22}^{WM} + x_{23}^{WM} \text{ (仓库物流平衡)} \\ x_{11}^{WM} + x_{21}^{WM} = 50000 \text{ (满足需求)} \\ x_{12}^{WM} + x_{22}^{WM} = 100000 \text{ (满足需求)} \\ x_{13}^{WM} + x_{23}^{WM} = 50000 \text{ (满足需求)} \\ \text{所有变量} \geq 0 \end{array} \right.$$

使用 Excel 求解，得到最优解：

单位成本	仓库 1	仓库 2				单位成本	市场 1	市场 2	市场 3	出库总量
工厂 1	0	4				仓库 1	3	4	5	
工厂 2	5	2				仓库 2	2	1	2	
运输量	仓库 1	仓库 2	出厂总量		产能	运输量	市场 1	市场 2	市场 3	出库总量
工厂 1	140000	0	140000	<=	200000	仓库 1	50000	40000	50000	140000
工厂 2	0	60000	60000	<=	60000	仓库 2	0	60000	0	60000
入库总量	140000	60000				入市总量	50000	100000	50000	
							=	=	=	
						市场需求	50000	100000	50000	
目标函数	740000									