第二章
随机变量及其分布

第一节

随机变量及其分布

Overview

前言

例子

前言

例子

例子

1. 掷一颗骰子，出现的点数 X：

前言

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X: 1, 2, ..., 6$

前言

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$
2. n 个产品中的不合格品个数 Y :

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X:1,2,\ldots,6$
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y:0,1,2,\ldots,n$

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X: 1, 2, ..., 6$
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y: 0, 1, 2, ..., n$
3. 某商场一天内来的顾客数 $Z:$

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y : 0, 1, 2, ..., n$
3. 某商场一天内来的顾客数 Z :$0, 1, 2, ...$

前言

例子

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X: 1, 2, ..., 6$
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y: 0, 1, 2, ..., n$
3. 某商场一天内来的顾客数 $Z: 0, 1, 2, ...$
4. 某种型号电视机的寿命 $T:$

例子

1. 掷一颗骰子, 出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y : 0, 1, 2, ..., n$
3. 某商场一天内来的顾客数 Z :$0, 1, 2, ...$
4. 某种型号电视机的寿命 $T : [0, \infty)$

随机变量的定义

定义 2.1.1

设 $\Omega = \{\omega\}$ 为某随机现象的样本空间,

随机变量的定义

定义 2.1.1

设 $\Omega = \{\omega\}$ 为某随机现象的样本空间，称定义在 Ω 上的实值函数 $X = X(\omega)$ 为随机变量.

随机变量的定义

定义 2.1.1

设 $\Omega = \{\omega\}$ 为某随机现象的样本空间，称定义在 Ω 上的实值函数 $X = X(\omega)$ 为随机变量.
一般用大写字母 X，Y，Z 等表示随机变量，其取值用小写字母 x, y, z 等表示.

注意点

随机变量的定义

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R = (-\infty, +\infty)$.
若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X = 1.5\}$ 是

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R = (-\infty, +\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X = 1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X = k\}, a < X \leq b, \ldots$ 是否为随机事件?

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \ldots$ 是否为随机事件？是

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量, 则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \ldots$ 是否为随机事件? 是
   即 $\{a<X\leq b\}=\{\omega; a<X(\omega)\leq b\}\subset\Omega$

随机变量的定义

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \ldots$ 是否为随机事件？是
   即 $\{a<X\leq b\}=\{\omega; a<X(\omega)\leq b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式:

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量, 则 $\{X=k\}, a<X\le b, \ldots$ 是否为随机事件? 是
   即 $\{a<X\le b\}=\{\omega; a<X(\omega)\le b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式:
   $\{X\le k\}-\{X<k\}=$

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \ldots$ 是否为随机事件？是
   即 $\{a<X\leq b\}=\{\omega; a<X(\omega)\leq b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式：
   $\{X\leq k\}-\{X<k\}=\{X=k\}$

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X=k\}, a<X\le b, \dots$ 是否为随机事件？是
   即 $\{a<X\le b\}=\{\omega; a<X(\omega)\le b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式:
   $\{X\le k\}-\{X<k\}=\{X=k\}$
   $\{X\le b\}-\{X\le a\}=$

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量, 则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \ldots$ 是否为随机事件? 是
   即 $\{a<X\leq b\}=\{\omega; a<X(\omega)\leq b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式:
   $\{X\leq k\}-\{X<k\}=\{X=k\}$
   $\{X\leq b\}-\{X\leq a\}=\{a<X\leq b\}$

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R = (-\infty, +\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X = 1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X = k\}, a < X \leq b, \ldots$ 是否为随机事件？是
   即 $\{a < X \leq b\} = \{\omega; a < X(\omega) \leq b\} \subset \Omega$
3. 注意以下一些表达式:
   $\{X \leq k\} - \{X < k\} = \{X = k\}$
   $\{X \leq b\} - \{X \leq a\} = \{a < X \leq b\}$
   $\Omega - \{X \leq b\} =$

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω, 其值域为 $R=(-\infty,+\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数, 则 $\{X=1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量, 则 $\{X=k\}, a<X\leq b, \dots$ 是否为随机事件? 是
   即 $\{a<X\leq b\}=\{\omega; a<X(\omega)\leq b\}\subset\Omega$
3. 注意以下一些表达式:
   $\{X\leq k\}-\{X<k\}=\{X=k\}$
   $\{X\leq b\}-\{X\leq a\}=\{a<X\leq b\}$
   $\Omega-\{X\leq b\}=\{X>b\}$.

注意点

1. 随机变量 $X(\omega)$ 是样本点 ω 的函数, 其定义域为 Ω，其值域为 $R = (-\infty, +\infty)$.
   若 X 表示掷一颗骰子出现的点数，则 $\{X = 1.5\}$ 是不可能事件.
2. 若 X 为随机变量，则 $\{X = k\}, a < X \leq b, \ldots$ 是否为随机事件？是
   即 $\{a < X \leq b\} = \{\omega; a < X(\omega) \leq b\} \subset \Omega$
3. 注意以下一些表达式：
   $\{X \leq k\} - \{X < k\} = \{X = k\}$
   $\{X \leq b\} - \{X \leq a\} = \{a < X \leq b\}$
   $\Omega - \{X \leq b\} = \{X > b\}$.
4. 同一样本空间可以定义不同的随机变量.

随机变量的定义

两类随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$ 离散随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X: 1, 2, ..., 6$ 离散随机变量
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y: 1, 2, ..., n$

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$ 离散随机变量
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y : 1, 2, ..., n$ 离散随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a, b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X : 1, 2, ..., 6$ 离散随机变量
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y : 1, 2, ..., n$ 离散随机变量
3. 某商场一天内来的顾客数 $Z : 0, 1, 2, ...$

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a,b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X:1,2,...,6$ 离散随机变量
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y:1,2,...,n$ 离散随机变量
3. 某商场一天内来的顾客数 $Z:0,1,2,...$ 离散随机变量

随机变量的定义

两类随机变量

- 若随机变量 X 可能取值的个数为有限个或可列个，则称 X 为离散随机变量
- 若随机变量 X 的可能取值充满某个区间 $[a,b]$，则称 X 为连续随机变量

判断前例的随机变量

1. 掷一颗骰子，出现的点数 $X:1,2,...,6$ 离散随机变量
2. n 个产品中的不合格品个数 $Y:1,2,...,n$ 离散随机变量
3. 某商场一天内来的顾客数 $Z:0,1,2,...$ 离散随机变量
4. 某种型号电视机的寿命 $T:[0,\infty)$ 连续随机变量

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x)=P(X\leq x)$ 为 X 的分布函数.

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$,

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x)=P(X\leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X\sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0 \leq F(x) \leq 1$,

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0 \leq F(x) \leq 1$,
   $F(-\infty) =$

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x)=P(X\le x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X\sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1<x_2$, 有 $F(x_1)\le F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0\le F(x)\le 1$,
   $F(-\infty)=\lim_{x\to-\infty}(F(x))=0$,

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x)=P(X\leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X\sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1<x_2$, 有 $F(x_1)\leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0\leq F(x)\leq 1$,
   $F(-\infty)=\lim_{x\to-\infty}(F(x))=0$,
   $F(+\infty)=$

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0 \leq F(x) \leq 1$,
   $F(-\infty) = \lim_{x\to-\infty}(F(x)) = 0$,
   $F(+\infty) = \lim_{x\to+\infty}(F(x)) = 1$.

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x)=P(X\le x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X\sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1<x_2$, 有 $F(x_1)\le F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0\le F(x)\le 1$,
   $F(-\infty)=\lim_{x\to-\infty}(F(x))=0$,
   $F(+\infty)=\lim_{x\to+\infty}(F(x))=1$.
3. 右连续性：

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0 \leq F(x) \leq 1$,
   $F(-\infty) = \lim_{x\to-\infty}(F(x)) = 0$,
   $F(+\infty) = \lim_{x\to+\infty}(F(x)) = 1$.
3. 右连续性：$F(x)$ 是 x 的右连续函数，

随机变量的分布函数

定义 2.1.2 随机变量的分布函数

设 X 为一个随机变量，对任意实数 x，称 $F(x) = P(X \leq x)$ 为 X 的分布函数. 且称 X 服从 $F(x)$, 记为 $X \sim F(x)$.

基本性质

1. 单调性 $F(x)$ 单调不降，对于任意 $x_1 < x_2$, 有 $F(x_1) \leq F(x_2)$.
2. 有界性：$F(x)$ $0 \leq F(x) \leq 1$,
   $F(-\infty) = \lim_{x\to-\infty}(F(x)) = 0$,
   $F(+\infty) = \lim_{x\to+\infty}(F(x)) = 1$.
3. 右连续性：$F(x)$ 是 x 的右连续函数，即对任意的 x_0, 有
   $\lim_{x\to x_0^+} F(x) = F(x_0)$

离散随机变量的分布列

离散随机变量的分布列

- 设离散随机变量 X 的可能取值为：$x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ 称 $p_i = p(x_i) = P(X = x_i), i = 1.2, \ldots$ 为 X 的概率分布列或简称分布列.

离散随机变量的分布列

- 设离散随机变量 X 的可能取值为：$x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ 称 $p_i = p(x_i) = P(X = x_i), i = 1.2, \ldots$ 为 X 的概率分布列或简称分布列.
- 分布列也可用表格形式表示：

离散随机变量的分布列

- 设离散随机变量 X 的可能取值为：$x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ 称 $p_i = p(x_i) = P(X = x_i), i = 1.2, \ldots$ 为 X 的概率分布列或简称分布列.
- 分布列也可用表格形式表示：

X	x_1	x_2	...	x_n	...
P	p_1	p_2	...	p_n	...

分布列的基本性质

离散随机变量的分布列

分布列的基本性质

1. 非负性:

离散随机变量的分布列

分布列的基本性质

1. 非负性: $p_i \geq 0$

离散随机变量的分布列

分布列的基本性质

1. 非负性: $p_i \geq 0$
2. 正则性:

离散随机变量的分布列

分布列的基本性质

1. 非负性: $p_i \geq 0$
2. 正则性: $\sum_i p_i = 1$

注意点 (1)

求离散随机变量的分布列应注意:

离散随机变量的分布列

分布列的基本性质

1. 非负性: $p_i \geq 0$
2. 正则性: $\sum_i p_i = 1$

注意点 (1)

求离散随机变量的分布列应注意:

1. 确定随机变量的所有可能取值;

分布列的基本性质

1. 非负性: $p_i \geq 0$
2. 正则性: $\sum_i p_i = 1$

注意点 (1)

求离散随机变量的分布列应注意:

1. 确定随机变量的所有可能取值;
2. 计算每个取值点的概率.

注意点 (2)

注意点 (2)

1. $F(x)$ 是递增的阶梯函数

离散随机变量的分布列

注意点 (2)

1. $F(x)$ 是递增的阶梯函数
2. 其间断点均为右连续的

注意点 (2)

1. $F(x)$ 是递增的阶梯函数
2. 其间断点均为右连续的
3. 其间断点即为 X 的可能取值点

注意点 (2)

1. $F(x)$ 是递增的阶梯函数
2. 其间断点均为右连续的
3. 其间断点即为 X 的可能取值点
4. 其间断点的跳跃高度是对应的概率值

离散随机变量的分布列

例 2.1.1

已知 X 的分布列如下：

X	0	1	2
P	$1/3$	$1/6$	$1/2$

求 X 的分布函数

解：

离散随机变量的分布列

例 2.1.1

已知 X 的分布列如下：

X	0	1	2
P	$1/3$	$1/6$	$1/2$

求 X 的分布函数

解：

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,x<0 \\ 1/3 & ,0\le x<1 \\ 1/2 & ,1\le x<2 \\ 1 & ,2\le x \end{cases}$$

例 2.1.2

已知 X 的分布函数如下，求 X 的分布列

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ 0.4 & ,0\le x<1\\ 0.8 & ,1\le x<2\\ 1 & ,2\le x\end{cases}$$

解：

离散随机变量的分布列

例 2.1.2

已知 X 的分布函数如下, 求 X 的分布列

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,x<0 \\ 0.4 & ,0\leq x<1 \\ 0.8 & ,1\leq x<2 \\ 1 & ,2\leq x \end{cases}$$

解：

X	0	1	2
P	0.4	0.4	0.2

连续随机变量的密度函数

- 连续随机变量 X 的可能取值充满某个区间 (a, b).

连续随机变量的密度函数

- 连续随机变量 X 的可能取值充满某个区间 (a, b).
- 因为对连续随机变量 X. 有 $P(X = x) = 0$, 所以无法仿离散随机变量用 $P(X = x)$ 来描述连续随机变量 X 的分布.

连续随机变量的密度函数

- 连续随机变量 X 的可能取值充满某个区间 (a, b).
- 因为对连续随机变量 X. 有 $P(X = x) = 0$, 所以无法仿离散随机变量用 $P(X = x)$ 来描述连续随机变量 X 的分布.
- 注意离散随机变量与连续随机变量的差别

连续随机变量的密度函数

定义 2.1.4

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 若存在非负可积函数 $p(x)$, 满足

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

则称 $p(x)$ 为 X 的概率密度函数, 简称密度函数或称密度.

连续随机变量的密度函数

定义 2.1.4

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 若存在非负可积函数 $p(x)$, 满足

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

则称 $p(x)$ 为 X 的概率密度函数, 简称密度函数或称密度.

密度函数的基本性质

定义 2.1.4

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 若存在非负可积函数 $p(x)$, 满足

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(t)dt$$

则称 $p(x)$ 为 X 的概率密度函数, 简称密度函数或称密度.

密度函数的基本性质

1. $p(x)\geq 0$（非负性）

连续随机变量的密度函数

定义 2.1.4

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 若存在非负可积函数 $p(x)$, 满足

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

则称 $p(x)$ 为 X 的概率密度函数, 简称密度函数或称密度.

密度函数的基本性质

1. $p(x) \geq 0$（非负性）
2. $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$（正则性）

连续随机变量的密度函数

定义 2.1.4

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 若存在非负可积函数 $p(x)$, 满足

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

则称 $p(x)$ 为 X 的概率密度函数, 简称密度函数或称密度.

密度函数的基本性质

1. $p(x) \geq 0$（非负性）
2. $\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$（正则性）

满足 (1)(2) 的函数都可以看成某个连续随机变量的概率密度函数.

注意点

连续随机变量的密度函数

注意点

1. $P(a \leq X \leq b) =$

注意点

1. $P(a \le X \le b) = \int_a^b p(x)dx$

连续随机变量的密度函数

注意点

1. $P(a \le X \le b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数

连续随机变量的密度函数

注意点

1. $P(a \le X \le b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) =$

连续随机变量的密度函数

注意点

1. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) = F(x) - F(x-0) = 0$

注意点

1. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) = F(x) - F(x - 0) = 0$
4. $P(a < X \leq b) =$

注意点

1. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) = F(x) - F(x - 0) = 0$
4. $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

注意点

1. $P(a \le X \le b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) = F(x) - F(x - 0) = 0$
4. $P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$
5. 当 $F(x)$ 在 x 点可导时, $p(x) = F'(x)$

连续随机变量的密度函数

注意点

1. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p(x)dx$
2. $F(x)$ 是 $(\infty, +\infty)$ 上的连续函数
3. $P(X = x) = F(x) - F(x - 0) = 0$
4. $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
5. 当 $F(x)$ 在 x 点可导时, $p(x) = F'(x)$
   当 $F(x)$ 在 x 点不可导时, 可令 $p(x) = 0$.

连续随机变量的密度函数

离散型
1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$

连续随机变量的密度函数

离散型

1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)

连续随机变量的密度函数

离散型
1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)
2. $F(x) =$

连续随机变量的密度函数

离散型
1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)
2. $F(x) = \sum\limits_{x_i \le x} P(X = x_i)$

离散型
1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)
2. $F(x) = \sum\limits_{x_i \le x} P(X = x_i)$
3.$F(a+0) = F(a); P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$

连续随机变量的密度函数

离散型

1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)
2. $F(x) = \sum\limits_{x_i \leq x} P(X = x_i)$
3. $F(a+0) = F(a); P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
4. 点点计较

离散型

1. 分布列:$p_n = P(X = x_n)$ (唯一)
2. $F(x) = \sum_{x_i \le x} P(X = x_i)$
3.$F(a+0) = F(a); P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$
4. 点点计较
5. $F(x)$ 为阶梯函数 $F(a-0) \ne F(a)$

连续型

1. 密度函数 $X \sim p(x)$

连续型
1. 密度函数 $X \sim p(x)$ (不唯一)

连续随机变量的密度函数

连续型
1. 密度函数 $X \sim p(x)$ (不唯一)
$2. F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt$

连续型
1. 密度函数 $X \sim p(x)$ (不唯一)
$2.F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt$
$3.F(a+0) = F(a); P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

连续随机变量的密度函数

连续型
1. 密度函数 $X \sim p(x)$ (不唯一)
$2.F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt$
$3.F(a+0) = F(a); P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
$4.P(X = a) = 0$

连续型
1. 密度函数 $X \sim p(x)$ (不唯一)
$2. F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt$
$3. F(a+0) = F(a); P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$
$4. P(X = a) = 0$
$5. F(x)$ 为连续函数 $F(a-0) = F(a)$

连续随机变量的密度函数

例 2.1.3

设 $X \sim p(x) = \begin{cases} ke^{-3x} & ,x > 0 \\ 0 & ,x \leq 0 \end{cases}$ 求 (1) 常数 k.(2)$F(x)$.

解:

例 2.1.3

设 $X \sim p(x) = \begin{cases} ke^{-3x} & ,x > 0 \\ 0 & ,x \leq 0 \end{cases}$ 求 (1) 常数 k.(2)$F(x)$.

解:

1. k=3
2. $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-3x} & ,x > 0 \\ 0 & ,x \leq 0 \end{cases}$

例 2.1.4

设 $X \sim p(x) = \begin{cases} 1+x & ,-1 \leq x < 0 \\ 1-x & ,0 \leq x < 1 \\ 0 & Others \end{cases}$ 求 $F(x)$

解:

连续随机变量的密度函数

例 2.1.4

设 $X \sim p(x) = \begin{cases} 1+x & ,-1 \leq x < 0 \\ 1-x & ,0 \leq x < 1 \\ 0 & Others \end{cases}$ 求 $F(x)$

解:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < -1 \\ \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} & ,-1 < x \leq 0 \\ -\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} & ,0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$

连续随机变量的密度函数

例 2.1.5

设 X 与 Y 同分布，X 的密度为 $p(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2 & ,0 < x < 2 \\ 0 & Others \end{cases}$
已知事件 $A = \{X > a\}$ 和 $B = \{Y > a\}$ 独立，
且 $P(A \cup B) = 3/4$, 求常数 a

解：

- $a = \sqrt[3]{4}$

作业

课本 P: 1，3，4，8，9，15，16