信息级联
（information cascades）

（第16章）

“随大流”（从众、跟风）

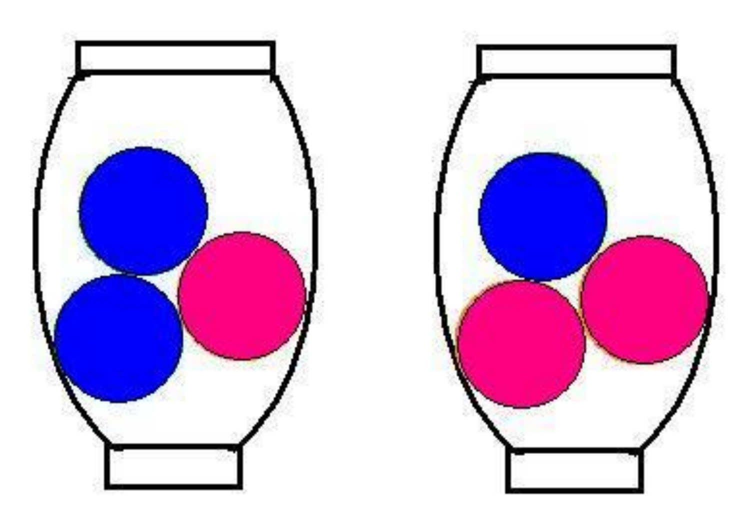
- 常见的社会心理现象
  - 如果在陌生城市选定了一个餐馆A，到达时发现该餐馆A空无一人，而旁边餐馆B顾客爆满，你会如何选择？
  - 产品的选择，委员会的抉择，政治观念的采纳

- 为什么会随大流？模范他人的原因
  - （1）直接获益
  - （2）好奇（信息）
- 感性的还是理性的？
  - 信息（私有信息，群体行为背后的信息）、推理与结果
  - 依据信号的决策 vs 依据结果的决策

一个简单的从众实验

- (a) 需要作出一个决策
  – 如，是否采纳新技术、是否穿一件新风格的衣服、是否尝试一个新餐馆等
- (b) 顺序作出决定，每一个人都可以观察到之前所有的选择决策
- (c) 每个人都拥有一些私人信息来指引决策
- (d) 每个人都不能直接观察到别人的私人信息，但是可以根据自己的私人信息进行推断

具体实验



- 两个坛子，以p=0.5的概率拿出一个来进行实验
- 参与人（1，2，3，…，N）顺序来到跟前，随机摸出一个球看看，然后大声宣布他认为坛子是“蓝多”还是“红多”
- 放回小球，离开

- 注意，每个人只公开宣布自己的判断，不告诉他看到的颜色（即不揭示自己的私有“信号”）。
- 判断对了有奖，错了受罚。

- *第一个人：*
  - 摸到篮球会认为篮多，摸到红球会认为红多，基本会传递出看到直观信息（遵循直观的自然法则）
- *第二个人：*
  - 如果摸到的颜色与第一个人相同，选择很简单，也会猜相同颜色
  - 如果摸到的球与第一个人不相同，也会传递出直观的信息，猜测他看到的颜色

接下来，第三个人的猜测会是什么？

- *第三个人：*
  - 如果前面两个人所猜颜色不一致，直接传达信息
  - 如果前面两个人的猜测一致，忽略私有信息，选择从众

形成信息级联

- *第四个人及以后的人：*
  - 面临的情形与第三个人相同
  - 如果前面的人都猜测篮多，同样会忽略私有信息，猜测篮多

从上述实验归纳出
信息级联的一般原则

- （1）已知正确的结构条件，信息级联很容易发生
- （2）信息级联会导致非最优的结果
- （3）信息级联从根本上说是很脆弱的

接下来，通过建立数学模型来了解信息级联如何发生

贝叶斯规则：不确定条件下的决策模型

- 条件概率

$$\Pr[A \mid B] = \frac{\Pr[A \cap B]}{\Pr[B]}$$

$$\Pr[B \mid A] = \frac{\Pr[B \cap A]}{\Pr[A]} = \frac{\Pr[A \cap B]}{\Pr[A]}$$

$$\Pr[A \mid B] \cdot \Pr[B] = \Pr[A \cap B] = \Pr[B \mid A] \cdot \Pr[A]$$

$$\Pr[A \mid B] = \frac{\Pr[A] \cdot \Pr[B \mid A]}{\Pr[B]}$$

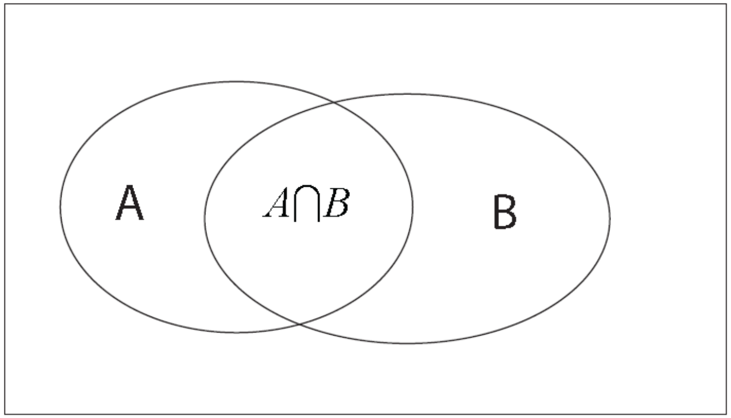


Figure 16.1: Two events A and B in a sample space, and the joint event $A \cap B$.

贝叶斯规则举例

- **第一个例子：出租车**

- 设一个城市，出租车的颜色有两种，其中黑色占80％，黄色占20％。
- 出现了一个交通事故，肇事出租车逃离，现场目击者说是“黄色”，但他可能看错了
- 目击者猜对的概率是80%

- 用ture来代表出租车的真实颜色，用report来代表出租车报告的颜色；用Y来代表黄色，用B来代表黑色，得到如下概率：

$$\Pr[true = Y \mid report = Y] = \frac{\Pr[true = Y] \cdot \Pr[report = Y \mid true = Y]}{\Pr[report = Y]}$$

$$\Pr[true = Y] \cdot \Pr[report = Y \mid true = Y] = 0.2 \cdot 0.8 = 0.16$$

$$\Pr[true = B] \cdot \Pr[report = Y \mid true = B] = 0.8 \cdot 0.2 = 0.16$$

$$\begin{aligned} \Pr[report = Y] &= \Pr[true = Y] \cdot \Pr[report = Y \mid true = Y] + \\ &\quad \Pr[true = B] \cdot \Pr[report = Y \mid true = B] \\ &= 0.2 \cdot 0.8 + 0.8 \cdot 0.2 = 0.32. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr[true = Y \mid report = Y] &= \frac{\Pr[true = Y] \cdot \Pr[report = Y \mid true = Y]}{\Pr[report = Y]} \\ &= \frac{0.2 \cdot 0.8}{0.32} \\ &= 0.5. \end{aligned}$$

结果显示，即使目击者报告出租车为黄色，事实上出租车是黄色或黑色的概率相同

- **第二个例子：垃圾邮件过滤**

- 如果你收到了主题包含“点击查看”（check it out）的邮件，该邮件是垃圾邮件的概率有多大?
- 假设你收到的邮件中有40%是垃圾邮件，60%为正常邮件
- 其中，垃圾邮件中包含“点击查看”的概率为1%，正常邮件中包含“点击查看”的概率为0.4%

$$\Pr\left[\text{“check this out”} \mid spam\right] = .01$$

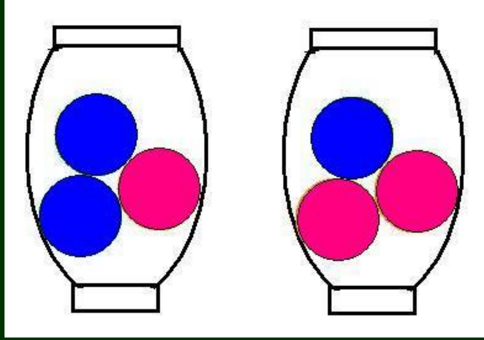
$$\Pr\left[\text{“check this out”} \mid not\ spam\right] = .004$$

$$\Pr[spam \mid \text{“check this out”}] = \frac{\Pr[spam] \cdot \Pr[\text{“check this out”} \mid spam]}{\Pr[\text{“check this out”}]}$$

$$\begin{aligned}\Pr[\text{“check this out”}] &= \Pr[spam] \cdot \Pr[\text{“check this out”} \mid spam] + \\ &\quad \Pr[not\ spam] \cdot \Pr[\text{“check this out”} \mid not\ spam] \\ &= .4 \cdot .01 + .6 \cdot .004 = .0064.\end{aligned}$$

$$\Pr[spam \mid \text{“check this out”}] = \frac{.004}{.0064} = \frac{5}{8} = .625.$$

- 这就意味着，在邮件主题中包含“点击查看”字样的邮件很大程度上为垃圾邮件



回到开始的实验，你要考虑的问题是

$$\Pr[\text{maj-blue} \mid \text{given information}] > 0.5 \quad ?$$

- 工具——贝叶斯公式

$$\Pr[A \mid B] = \frac{\Pr[B \mid A] \times \Pr[A]}{\Pr[B]}$$

$$= \frac{\Pr[B \mid A] \times \Pr[A]}{\Pr[B \mid A] \times \Pr[A] + \Pr[B \mid \overline{A}] \times \Pr[\overline{A}]}$$

信息：蓝多(B)、蓝多(B)、红球(r)

- 第一个人为什么报“蓝多”？他一定是抓到了一个蓝球。因为他会如下判断：

$$
\begin{aligned}
\Pr[\mathrm{B} \mid \mathrm{b}] &= \frac{\Pr[b \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b]} \\
&= \frac{\Pr[b \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}] + \Pr[b \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}]} \\
&= \frac{(2/3)(1/2)}{(2/3)(1/2) + (1/3)(1/2)} = \frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Pr[\mathrm{B} \mid r] &= \frac{\Pr[r \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[r]} \\
&= \frac{\Pr[r \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[r \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}] + \Pr[r \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}]} \\
&= \frac{(1/3)(1/2)}{(1/3)(1/2) + (2/3)(1/2)} = \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

信息：蓝多(B)、蓝多(B)、红球(r)

- 第二个人为什么报“蓝多”？他一定也是抓到了一个蓝球。因为他除了会反推出第一个人拿了个蓝球，还会做如下计算：

$$\Pr[\mathrm{B}\,|\,\mathrm{b,b}] = \frac{\Pr[b,b\,|\,\mathrm{B}]\times\Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b,b]}$$

$$= \frac{\Pr[b,b\,|\,\mathrm{B}]\times\Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b,b\,|\,\mathrm{B}]\times\Pr[\mathrm{B}]+\Pr[b,b\,|\,\mathrm{R}]\times\Pr[\mathrm{R}]}$$

$$= \frac{(2/3)(2/3)(1/2)}{(2/3)(2/3)(1/2)+(1/3)(1/3)(1/2)} = \frac{4}{5}$$

注意，我们也需要看Pr[R|b,r]，得到的结果是0.5，在那种两可情况下，合理假设他会选择自己的信号，即R。但他选择了B，因此抓到的不可能是红球。

信息：蓝多(B)、蓝多(B)、红球(r)

- 轮到第三个人了！抓的是红球，坛子为“红多”的概率是多少？

$$\Pr[\mathrm{R} \mid \mathrm{b,b,\ r}] = \frac{\Pr[b,b,r \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}]}{\Pr[b,b,r]}$$

$$= \frac{\Pr[b,b,r \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}]}{\Pr[b,b,r \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}] + \Pr[b,b,r \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}$$

$$= \frac{(1/3)(1/3)(2/3)(1/2)}{(1/3)(1/3)(2/3)(1/2) + (2/3)(2/3)(1/3)(1/2)} = \frac{1}{3}$$

- 这说明，即使你抓了红球，但坛子为“红多”的概率小于0.5，因此应该忽略自己得到的信号，理性地选择随大流——宣布“蓝多”！

信息：蓝多(B)，蓝多(B)，蓝多(B)，红球(r)

- 现在看第四个人，假设她也摸到红球，但她已经不能推断出第三个人抓的什么球，只会做如下计算：

$$\Pr[\mathrm{B} \mid \mathrm{b},\ \mathrm{b},\ *,\ \mathrm{r}] = \frac{\Pr[b,b,*,r \mid \mathrm{B}] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b,b,*,r]}$$

$$= \frac{\Pr[b,b,*,r \mid B] \times \Pr[\mathrm{B}]}{\Pr[b,b,*,r \mid B] \times \Pr[\mathrm{B}] + \Pr[b,b,*,r \mid \mathrm{R}] \times \Pr[\mathrm{R}]}$$

$$= \frac{\Pr[b,b,*,r \mid B]}{\Pr[b,b,*,r \mid B] + \Pr[b,b,*,r \mid \mathrm{R}]}$$

$$= \frac{\Pr[b,b,r \mid B]}{\Pr[b,b,r \mid B] + \Pr[b,b,r \mid \mathrm{R}]}$$

$$= \frac{(2/3)(2/3)(1/3)(1/2)}{(2/3)(2/3)(1/3)(1/2) + (1/3)(1/3)(2/3)(1/2)} = \frac{2}{3}$$

这说明她也应该忽略自己抓的红球，跟着喊“蓝多”！

类似地，后面所有人的理性选择都是随大流了，无论拿到什么球。

也就是说，从第三个人之后

- 人们听到了（B， B， B, …），能分析得知前面两个人对应拿的是蓝色的球，但不知道你（第三人）当时拿的是什么颜色的球
  - 如果你拿的是蓝球，计算结果当然更会显示不可能是“红多”了
- 这样，每个人面对的都是和你一样的情形，于是只能和你一样——无论拿到的是什么颜色的球，都宣布“蓝多”→级联形成

尽管也都知道这判断可能一开始就是错的！也知道拿到红球的人实际上可能要比拿到蓝球的多！

级联模型的构成

- *第一个模型成份：*状态（States of the world）
  - 存在两种状态G和B
  - Pr[G]=p; Pr[B]=1-Pr[G]=1-p
- *第二个模型成份：*报酬（Payoffs）
  - 如果选项是好想法G，接受G所获得的报酬$v_g>0$；
  - 如果选项是坏想法B，获得报酬$v_b<0$
  - 在信息缺失的情况下，接受和拒绝的期望报酬相同，即$V_g p+v_b(1-p)=0$

- *第三个模型成份：*信号（Signals）
  - 私人信息并不是完美的确定信息，但是是有用信息
  - 一种高信号由H代表，表明接受G
  - 一种低信号由L代表，表明接受B

		States	
		B	G
Signals	L	q	$1-q$
	H	$1-q$	q

信息级联现象的一种通用模型

- 某事物以两种状态之一随机出现，好（G）状态与差（B）状态，概率分别为p和1-p
- 基于某种随机“探测”，得到关于事物状态的两种信号之一，高（H）信号与低（L）信号
  - 信号的概率取决于状态：如果G状态，则H信号出现的概率大，否则L信号出现的概率大。假设两种情况的较大概率相等，记作q（这样，对应较低概率就是1-q）
- 任务：根据已知信息，判断事物处于什么状态

$$\Pr[G \mid \text{known information}] > p$$

则判断状态为G

在人们依次做判断的设定下，已知信息可以是先前人们的信号或者判断（后者使问题变得有意思起来）。

模型上的推理之一

考虑 “条件信息”都是探测到的具体信号

- $\Pr[G|s_1, s_2, \ldots, s_N] >=< p$?
  - 结论，若$S=(s_1, s_2, \ldots, s_N)$中 H 的个数多于 L 的个数，则“>”；相等则“=”，少于则“<”
- 也是根据贝叶斯公式，其中用到了
  - 先验概率p，信号探测独立性，q>1-q 的假设

$$\Pr[G \mid s_1, s_2, \ldots, s_n] = \frac{\Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid G] \times \Pr[G]}{\Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n]}$$

$$= \frac{\Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid G] \times p}{\Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid G] \times \Pr[G] + \Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid B] \times \Pr[B]}$$

$$= \frac{\Pr[s_1 \mid G] \times \Pr[s_2 \mid G] \times \ldots \times \Pr[s_n \mid G] \times p}{\Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid G] \times p + \Pr[s_1, s_2, \ldots, s_n \mid B] \times (1-p)}$$

$$= \frac{q^{n_1}(1-q)^{n_2} p}{q^{n_1}(1-q)^{n_2} p + (1-q)^{n_1} q^{n_2} (1-p)} = \frac{p}{p + \left(\frac{1-q}{q}\right)^{n_1} \left(\frac{q}{1-q}\right)^{n_2} (1-p)}$$

$$= \frac{p}{p + \left(\frac{1-q}{q}\right)^{n_1 - n_2} (1-p)}$$

令：n_1和n_2分别为高低信号个数（$n=n_1+n_2$，），由模型假设，有$q>1-q$，讨论n_1和n_2的相对大小

模型上的推理之二　　k =?

考虑　“条件信息”是前面的人的判断结果

- $\Pr[G|r_1, r_2, \ldots, r_N]$ >=< p ?
- $\Pr[G|r_1, r_2, \ldots, r_N] = \Pr[G|s_1, s_2, \ldots, s_k, *, \ldots *, s_N]$

$= \Pr[G|s_1, s_2, \ldots, s_k, s_N]$

为什么有第一个等号？理性假设＋推理
为什么有第二个等号？概率性质结果

k的性质：满足s_1 ～s_k 中H和L个数之差为2的最小数

证明：N→∞，产生级联的概率→1

- 洞察：在模型过程中，一旦有相继的三个人都拿到同样的信号，级联一定（已）开始了
- 于是，证明如下就够了：对N个信号的序列，当N足够大时，存在连续3个相同信号的概率为1。
- 事实上，考虑将N个信号的序列按每3个分一组，其中任何一组的3个信号相同的概率是$q^3+(1-q)^3$，于是没有任何一组的3个信号相同的概率就是$(1-q^3-(1-q)^3)^{N/3}$，随N增大趋向0。

- ***个人选择：***基于所拥有的私人信息，并考虑别人决策的影响
- 假设获取的一个高信号

$$\begin{aligned}
\Pr[G \mid H] &= \frac{\Pr[G] \cdot \Pr[H \mid G]}{\Pr[H]} \\
&= \frac{\Pr[G] \cdot \Pr[H \mid G]}{\Pr[G] \cdot \Pr[H \mid G] + \Pr[B] \cdot \Pr[H \mid B]} \\
&= \frac{pq}{pq + (1-p)(1-q)} \\
&> p,
\end{aligned}$$

- 其中，$pq + (1-p)(1-q) < pq + (1-p)q = q$

结果表明，如果选项是好想法G，一个高信号H发生的可能性更大，期望收益也就从零变为正值，从而接受选项

多重信号（Multiple signals）

- 利用贝叶斯规则，当一个人排序为S时，可能面对a个高信号和b 个低信号
- （1）当a>b时，Pr[G|S]>Pr[G]
- （2）当a<b时，Pr[G|S]<Pr[G]
- （2）当a=b时，Pr[G|S]=Pr[G]

$$\Pr[G \mid S] = \frac{\Pr[G] \cdot \Pr[S \mid G]}{\Pr[S]}$$

- 已知a的概率为p，b的概率为1-p

$$\Pr[S \mid G] = q^a(1-q)^b.$$

$$\begin{aligned}\Pr[S] &= \Pr[G] \cdot \Pr[S \mid G] + \Pr[B] \cdot \Pr[S \mid B] \\ &= pq^a(1-q)^b + (1-p)(1-q)^a q^b.\end{aligned}$$

$$\Pr[G \mid S] = \frac{pq^a(1-q)^b}{pq^a(1-q)^b + (1-p)(1-q)^a q^b}$$

将上述表达式与p相比较，结果会如何？

$$\Pr[G \mid S] = \frac{pq^a(1-q)^b}{pq^a(1-q)^b + (1-p)(1-q)^a q^b}$$

- 将上式中的第二项用 $(1-p)q^a(1-q)^b$ 代替

$$pq^a(1-q)^b + (1-p)q^a(1-q)^b = q^a(1-q)^b$$

$$\frac{pq^a(1-q)^b}{q^a(1-q)^b} = p$$

（1）当a>b时，Pr[G|S]>p=Pr[G]

（2）当a<b时，Pr[G|S]<p=Pr[G]

（2）当a=b时，Pr[G|S]=p=Pr[G]

级联开始的条件

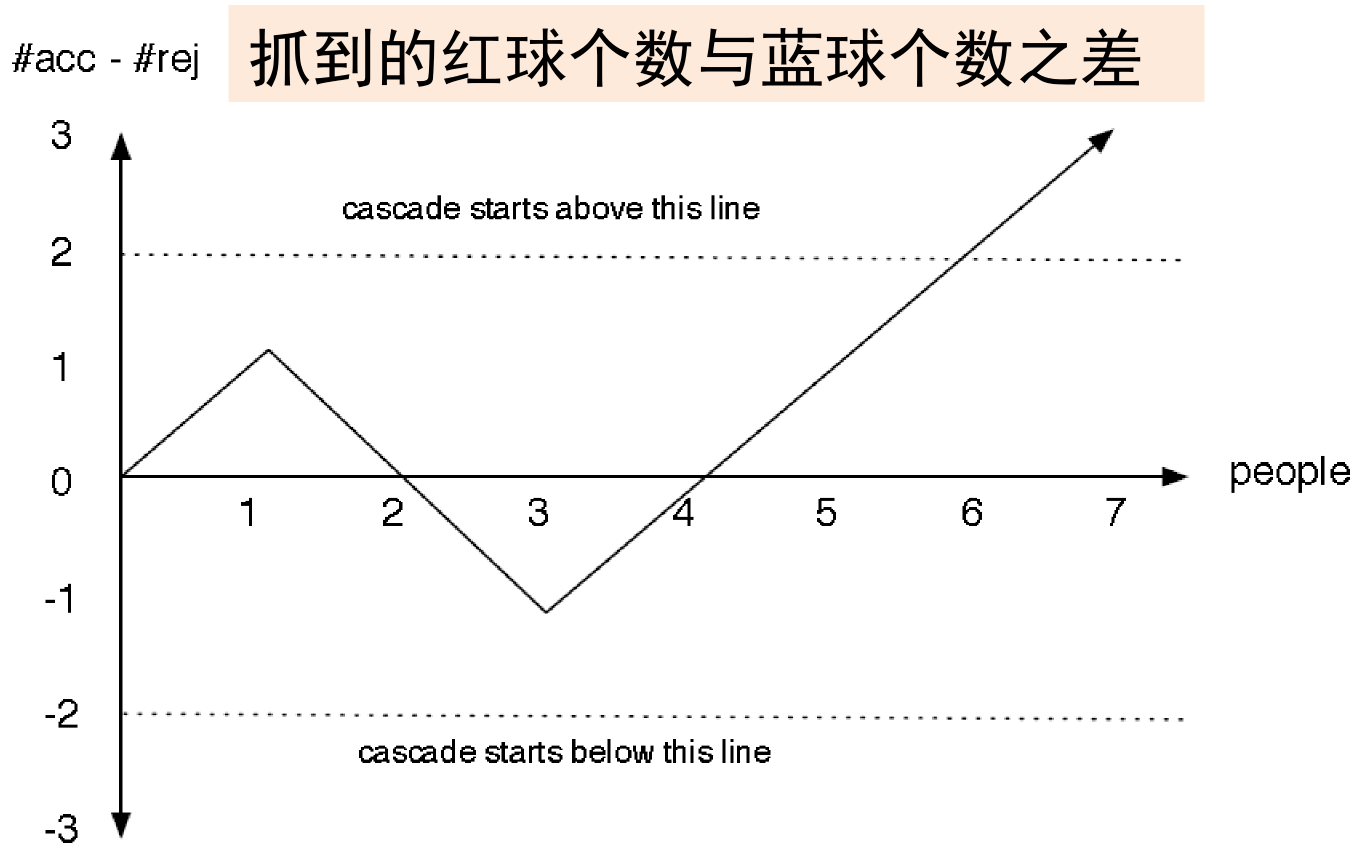


Figure 16.3: A cascade begins when the difference between the number of acceptances and rejections reaches two.

- 如果N之前的接受和拒绝数量相等，N的信号就会打破平局（tie-breaker），会遵循其信号
- 如果N之间的接受和拒绝数量相差1，N会遵循其信号
- 如果N之前的接受和拒绝数量相差2以上，N会忽略其私有信息，而选择遵循大多数人的选择

当接受和拒绝数量相差达到2时，信息级联开始

信息级联现象

- 信号: b, r, b, r, r, b, b, r, b
- 判断: B, R, B, R, R, B, B, R, B

- 信号: b, b, r, r, b, r, r, r, b, r, …
- 判断: B, B, B, B, B, B, B, B, B, B, …

- 信号: b, r, b, r, r, r, b, b, …
- 判断: B, R, B, R, R, R, R, R, …

关于信息级联的认识

- 级联可能是错误的（虚假的“火”）
- 基于很少的信息，级联也可能开始（级联效应，可以看起来声势很大）
- 级联是脆弱的，中间若有信息的微小扰动就可能终止甚至改变级联方向
- 级联现象与“群体智慧”不矛盾
- 级联现象的防止和利用
  – 独立决策与商讨决策的平衡
  – 新产品的推广，虚假火爆的终止

练习

- 我们知道，上述信息级联现象是脆弱的，即在已经形成级联的过程中有一个“小小的扰动”(例如某人揭示了他的私有信息)就可能终止级联，甚至导致级联走向相反的方向。这里将上述认识具体化，还是在我们的例子模型下，假设目前已经听到前面 9 个人的判断是：R, B, B, B, B, B, B, B, B，你是第 10 个人，拿到了一个红球(r)，并且第 9 个人悄悄告诉你她其实拿到的也是红球(r)，你该怎么判断？如果接着第 11 个人拿到的也是红球，他会如何判断？第 12 个人拿的是蓝球，她该如何判断呢？（假设第 11 和 12 个人都看到第 9 个人给你嘀咕了点什么，但不清楚具体内容）

扰动对信息级联的影响

- Signal: r,b,b,b,*,*,*,*,r,r,r,b
- Decision: R,B,B,B,B,B,B,B,B,?,?,?

- 试确定三个“?”

- Signal: r,b,b,b,*,*,*,*,r,r,r,b
- Decision: R,B,B,B,B,B,B,B,B,R,R,B