

第四章 仿真数据的统计分析

4. 仿真实验比较

方法1和方法2都利用了统计量的渐近性质，适合大样本情形。在以往的仿真输出分析中，较多使用经典方法(方法1)进行置信区间估计。我们关心的是，在大样本情形中，方法2可否作为进行置信区间估计的另一种选择。已有文献探讨了两种方法关于总体分布的适用条件，但在大多数实际问题中根本不知道总体分布的具体形式。因此，希望通过仿真实验来比较在不同情况下两种方法的效果。

1

第四章 仿真数据的统计分析

(1) 实验描述

三种分布

- 伽玛分布
- 威布尔分布
- 对数正态分布

这三种分布的类型是相当丰富的，它们提供了各种各样的分布形状，形式和不同的偏斜度。

2

第四章 仿真数据的统计分析

(1) 实验描述

均值: 1

方差: 0.25, 1, 2, 3, 4, 5

样本量: 30, 40, 50, 100, 200

置信度: 95%, 99%

每次仿真运行可用方法1和方法2得到总体参数的置信区间

3

第四章 仿真数据的统计分析

(1) 实验描述

二种极端情形

- 正态分布
- 柯西分布

当总体分布为正态分布时，经典方法是最合适的方法而且有较好的效果。然而，我们有必要了解在这种情形中如果使用方法2，其损失有多大。同样，当总体分布为柯西分布时，从均方误差的角度来说，方法2优于方法1。我们也希望了解此时如果使用方法1，其损失有多大。

4

第四章 仿真数据的统计分析

柯西分布

$$C(x;\theta,\lambda)=\frac{1}{\pi\lambda\left[1+\left(\frac{x-\theta}{\lambda}\right)^2\right]}$$

5

第四章 仿真数据的统计分析

正态分布与柯西分布图形比较

6

第四章 仿真数据的统计分析

(2) 实验结果

为评价、比较某一估计方法的优劣，有必要给出该估计方法的有效性和效率。

有效性----覆盖率

效率(仿真精度)----置信区间的宽度

7

第四章 仿真数据的统计分析

表1 伽玛分布的仿真实验结果(置信度为99%)

	0.25	1	2	3	4	5
样本量n	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2
30 长度	0.49	0.56	0.98	0.94	1.34	1.00
置信度	98.9	98.6	95.7	98.6	95.6	97.9
40 长度	0.42	0.49	0.84	0.82	1.16	0.86
置信度	98.6	98.4	97.5	99.0	96.3	98.2
50 长度	0.37	0.43	0.75	0.73	1.03	0.77
置信度	98.3	98.5	97.9	98.7	95.6	98.2
100 长度	0.26	0.31	0.52	0.52	0.73	0.55
置信度	99.2	99.0	98.2	99.0	97.7	98.2
200 长度	0.18	0.22	0.37	0.36	0.52	0.39
置信度	99.0	99.1	98.6	98.8	98.6	98.7

8

第四章 仿真数据的统计分析

(2) 实验结果

从由表1可以看出，对伽玛分布来说，在30种情形中有27种方法2有较高的置信度，即方法2较方法1更有效；25种情形方法2的置信区间宽度较小，即方法2有较高的效率。事实上，除总体方差较小(0.25)的情况以外，从有效性和效率的角度来看，方法2均优于方法1，而且区间宽度改进的幅度随着总体方差的增大而增大，但随样本量的增大而减小。置信度为95%的有关伽玛分布的Monte Carlo仿真实验结果与置信度为99%时所得结果类似。

9

第四章 仿真数据的统计分析

表1 伽玛分布的仿真实验结果(置信度为99%)

	0.25	1	2	3	4	5
样本量n	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2
30 长度	0.49	0.56	0.98	0.94	1.34	1.00
置信度	98.9	98.6	95.7	98.6	95.6	97.9
40 长度	0.42	0.49	0.84	0.82	1.16	0.86
置信度	98.6	98.4	97.5	99.0	96.3	98.2
50 长度	0.37	0.43	0.75	0.73	1.03	0.77
置信度	98.3	98.5	97.9	98.7	95.6	98.2
100 长度	0.26	0.31	0.52	0.52	0.73	0.55
置信度	99.2	99.0	98.2	99.0	97.7	98.2
200 长度	0.18	0.22	0.37	0.36	0.52	0.39
置信度	99.0	99.1	98.6	98.8	98.6	98.7

10

第四章 仿真数据的统计分析

表2 按分布类型的仿真实验结果比较

分布类型	伽玛分布	威布尔分布	对数正态分布	总计
(1)方法2有较高的置信度和较小的平均区间长度	50(83%)	60(100%)	50(83%)	160(89%)
(2)方法2有较高的置信度但方法1有较小的平均区间长度	4(7%)	0(0%)	9(15%)	13(7%)
(3)方法2有较小的平均区间长度但方法1有较高的置信度	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
(4)方法1有较高的置信度和较小的平均区间长度	6(10%)	0(0%)	1(2%)	7(4%)
总 计	60(100%)	60(100%)	60(100%)	180(100%)

11

第四章 仿真数据的统计分析

表3 按总体类型的仿真实验结果比较

总体类型(方差)	0.25	1	2	3	4	5	总计
(1)方法2有较高的置信度和较小的平均区间长度	10 (33.3%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	160 (89%)
(2)方法2有较高的置信度但方法1有较小的平均区间长度	13 (43.3%)	0 (0%)	0 (0%)	0(0%)	0(0%)	0 (0%)	13 (7%)
(3)方法2有较小的平均区间长度但方法1有较高的置信度	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
(4)方法1有较高的置信度和较小的平均区间长度	7(23.3%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0(0%)	7 (4%)
总计	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	30 (100%)	180 (100%)

12

第四章 仿真数据的统计分析						
表4 按样本量的仿真实验结果比较						
样本量	30	40	50	100	200	总计
(1)方法2有较高的置信度和较小的平均区间长度	32 (89%)	32 (89%)	32 (89%)	32 (89%)	32 (89%)	160 (89%)
(2)方法2有较高的置信度但方法1有较小的平均区间长度	2 (5.5%)	2 (5.5%)	3 (8%)	2 (5.5%)	4 (11%)	13 (7%)
(3)方法2有较小的平均区间长度但方法1有较高的置信度	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
(4)方法1有较高的置信度和较小的平均区间长度	2 (5.5%)	2 (5.5%)	1 (3%)	2 (5.5%)	0 (0%)	7 (4%)
总计	36 (100%)	36 (100%)	36 (100%)	36 (100%)	36 (100%)	180 (100%)

第四章 仿真数据的统计分析	
<p>结果表明：</p> <p>在变异性较大(方差≥1)及样本量增大时，方法2的性能更好。总之，由表2—表4知在所考虑的情形中有89%方法2优于方法1。</p> <p>有关正态分布的仿真实验结果见表5。对正态分布来说，从均方误差的角度分析方法1应优于方法2，仿真实验结果与此分析是一致的。</p>	
14	

第四章 仿真数据的统计分析														
表5 正态分布的仿真实验结果(置信度为99%)														
	置信度		0.25		1		2		3		4		5	
n	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2
30	98.6	99.4	0.50	0.59	1.00	1.18	1.41	1.67	1.73	2.04	2.00	2.36	2.23	2.64
40	98.5	99.3	0.43	0.51	0.85	1.02	1.20	1.44	1.47	1.77	1.70	2.04	1.90	2.28
50	98.8	99.3	0.38	0.46	0.75	0.91	1.07	1.29	1.31	1.58	1.51	1.83	1.69	2.04
100	98.7	99.1	0.26	0.32	0.52	0.65	0.74	0.91	0.91	1.12	1.05	1.29	1.17	1.44
200	99.2	98.5	0.18	0.23	0.37	0.46	0.52	0.65	0.64	0.79	0.73	0.91	0.82	1.02
15														

第四章 仿真数据的统计分析	
<p>从表5可以看出，此时方法1也不完全占优势。因为方法2的实际置信水平略高于方法1，只是平均区间长度略大于方法1，方法2的平均区间长度是方法1的1.1792到1.278倍。</p> <p>另一种极端情形是当总体分布为柯西分布时，总体均值发散到<math>+\infty</math>。与其它分布不同的是柯西分布没有均值和方差，此处位置参数为1，尺度参数分别为0.25, 1, 2, 3, 4, 5)。</p>	
16	

第四章 仿真数据的统计分析														
表6 柯西分布的仿真实验结果(置信度为99%)														
	置信度		0.25		1		2		3		4		5	
n	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2	方法1	方法2
30	99.9	98.5	10.04	0.37	40.16	1.48	80.33	2.95	120	4.43	161	5.91	201	7.38
40	99.8	98.7	8.71	0.32	34.82	1.28	69.64	2.56	104	3.84	139	5.12	174	6.39
50	99.8	98.8	7.45	0.29	29.81	1.14	59.62	2.29	89.4	3.43	119	4.58	149	5.72
100	100	99.1	5.48	0.20	21.91	0.81	43.81	1.62	65.7	2.43	87.6	3.24	110	4.04
200	99.6	98.8	5.03	0.14	20.10	0.57	40.20	1.14	60.3	1.72	80.4	2.29	101	2.86
17														

第四章 仿真数据的统计分析	
<p>从表6可以看出，方法2的平均区间长度比方法1要小得多，方法1的平均区间长度是方法2的25.69到35.93倍，也就是说方法2的仿真精度比方法1有极大的改进。易见对于柯西分布，方法1比方法2有较高的置信水平。</p> <p>实际上，从表5、表6可以看出，对于正态分布方法1的实际置信水平接近其名义置信水平，而对于柯西分布方法2实际置信水平接近其名义置信水平。因此，在这两种极端情形中，可以从仿真精度的角度来评价两种方法的性能。从表5、表6可以看出，即使总体分布为正态分布时，误用了方法2，其损失也不大；但如果总体分布为柯西分布时，误用了方法1，其损失较大。</p>	
18	

第四章 仿真数据的统计分析						
由于置信区间的长度与估计量的方差有关，表7计算了两种方法估计量方差的比值。显然当该比值大于1时，从仿真精度的角度分析，方法2优于方法1；反之，方法1优于方法2。上述仿真实验结果与此结论是一致的。当总体分布的方差未知时，可以考虑用其估计值代替。						
表7 两种方法估计量的方差比值: $\text{var}(\bar{X}_n)/\text{var}(\tilde{X}_n)$						
	0.25	1	2	3	4	5
正态分布	0.637	0.637	0.637	0.637	0.637	0.637
伽玛分布	0.704	1.000	1.776	3.515	7.638	17.955
威布尔分布	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
对数正态分布	0.892	1.838	3.479	5.513	7.915	10.665
19						

第四章 仿真数据的统计分析	
参考文献	
1. 邹志红, 冯允成. 仿真输出中位置参数的区间估计方法比较[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(3): 41~47	
20	