第三章
多维随机变量及其分布

第三节

多维随机变量函数的分布

Overview

前言

问题：已知二维随机变量 (X, Y) 的分布，

前言

问题：已知二维随机变量 (X, Y) 的分布，如何求出 X 和 Y 各自的分布?

问题: 已知二维随机变量 (X, Y) 的分布，

前言

问题：已知二维随机变量 (X, Y) 的分布，如何求出 X 和 Y 各自的分布?

问题: 已知二维随机变量 (X, Y) 的分布，如何求出 $Z = g(X, Y)$ 的分布?

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$ 是一维离散随机变量.

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$ 是一维离散随机变量.
- 多维离散随机变量函数的分布求解步骤:

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$ 是一维离散随机变量.
- 多维离散随机变量函数的分布求解步骤:
  - 对 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 的各种可能取值对

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$ 是一维离散随机变量.
- 多维离散随机变量函数的分布求解步骤:
  - 对 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 的各种可能取值对
  - 写出 Z 相应的取值

多维离散随机变量函数的分布

- 设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 是 n 维离散随机变量，则 $Z = g(X_1, ..., X_n)$ 是一维离散随机变量.
- 多维离散随机变量函数的分布求解步骤:
  - 对 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 的各种可能取值对
  - 写出 Z 相应的取值
  - 对 Z 的相同的取值，合并其对应的概率

最大值与最小值分布

例 3.3.1

设 X 与 Y 独立, 且 X, Y 等可能地取值 0 和 1, 求 $Z = \max(X, Y)$ 的分布列.

最大值与最小值分布

例 3.3.1

设 X 与 Y 独立, 且 X, Y 等可能地取值 0 和 1, 求 $Z = \max(X, Y)$ 的分布列.

一般情况

最大值与最小值分布

一般情况
设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$, 独立同分布，

最大值与最小值分布

一般情况
设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$.

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为 $p_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1} p_X(y)$

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为 $p_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1} p_X(y)$
- Z 的分布函数为

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为 $p_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1} p_X(y)$
- Z 的分布函数为 $F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)]^n$

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, \ldots, X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为 $p_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1} p_X(y)$
- Z 的分布函数为 $F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)]^n$
- Z 的密度函数为

最大值与最小值分布

一般情况

设 $X_1, X_2, ..., X_n$, 独立同分布，其分布函数和密度函数分别为 $F_X(x)$ 和 $p_X(x)$. 若记 $Y = \max(X_1, X_2, ..., X_n)$, $Z = \min(X_1, X_2, ..., X_n)$ 则

- Y 的分布函数为 $F_Y(y) = [F_X(y)]^n$
- Y 的密度函数为 $p_Y(y) = n[F_X(y)]^{n-1} p_X(y)$
- Z 的分布函数为 $F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)]^n$
- Z 的密度函数为 $p_Z(z) = n[1 - F_X(z)]^{n-1} p_X(z)$

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

设连续随机变量 X 与 Y 独立,

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

设连续随机变量 X 与 Y 独立，其密度函数分别为 $P_X(x)$ 和 $P_Y(y)$,

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

设连续随机变量 X 与 Y 独立，其密度函数分别为 $P_X(x)$ 和 $P_Y(y)$, 则 $Z = X + Y$ 的密度函数为

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

设连续随机变量 X 与 Y 独立，其密度函数分别为 $P_X(x)$ 和 $P_Y(y)$, 则 $Z = X + Y$ 的密度函数为

$$p_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) p_Y(z - x) dx$$

卷积公式

定理 3.3.1 连续场合的卷积公式

设连续随机变量 X 与 Y 独立，其密度函数分别为 $P_X(x)$ 和 $P_Y(y)$, 则 $Z=X+Y$ 的密度函数为

$$\begin{aligned} p_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)p_Y(z-x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_X(z-y)p_Y(y)dy \end{aligned}$$

卷积公式

离散场合的卷积公式

卷积公式

离散场合的卷积公式

设离散随机变量 X 与 Y 独立,

卷积公式

离散场合的卷积公式

设离散随机变量 X 与 Y 独立, 则 $Z = X + Y$ 的分布列为

卷积公式

离散场合的卷积公式

设离散随机变量 X 与 Y 独立, 则 $Z = X + Y$ 的分布列为

$$p(Z = z_l) = \sum_{i=1}^{\infty} P(X = x_i)P(Y = z_l - x_i)$$

卷积公式

离散场合的卷积公式

设离散随机变量 X 与 Y 独立, 则 $Z = X + Y$ 的分布列为

$$\begin{aligned} p(Z = z_l) &= \sum_{i=1}^{\infty} P(X = x_i) P(Y = z_l - x_i) \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} P(X = z_l - y_j) P(Y = y_j) \end{aligned}$$

卷积公式的应用

卷积公式

卷积公式的应用

例 3.3.2

X 与 Y 是独立同分布的标准正态变量, 求 $Z = X + Y$ 的分布.

卷积公式

卷积公式的应用

例 3.3.2

X 与 Y 是独立同分布的标准正态变量, 求 $Z = X + Y$ 的分布.

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

$$Z = X + Y \sim$$

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

$$Z = X + Y \sim b(n_1 + n_2, p)$$

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

$$Z = X + Y \sim b(n_1 + n_2, p)$$

注意：若 $X_i \sim b(1, p)$，且独立，

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

$$Z = X + Y \sim b(n_1 + n_2, p)$$

注意：若 $X_i \sim b(1, p)$，且独立，
则 $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_n \sim$

分布的可加性

若同一类分布的独立随机变量和的分布仍是此类分布，则称此类分布具有可加性.

二项分布的可加性

若 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且独立, 则

$$Z = X + Y \sim b(n_1 + n_2, p)$$

注意：若 $X_i \sim b(1, p)$，且独立，
则 $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_n \sim b(n, p)$

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1)$, $Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立,

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1)$, $Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim$

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$ ？泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

若 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且独立,

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

若 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且独立，则
$Z = X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

若 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且独立，则
$Z = X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
若:$X - Y$

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

若 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且独立，则
$Z = X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
若:$X - Y$? $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$,

分布的可加性

泊松分布的可加性

若 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$, 且独立, 则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.
若: $X - Y$? 泊松分布 $P(\lambda_1 - \lambda_2)$ 不服从

正态分布的可加性

若 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且独立，则
$Z = X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
若:$X - Y$? $N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$，不服从

分布的可加性

独立正态变量的线性组合

分布的可加性

独立正态变量的线性组合仍为正态变量

分布的可加性

独立正态变量的线性组合仍为正态变量

$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), i = 1, 2, \ldots n$，且 X_i 间相互独立，实数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ 不全为零，则

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i X_i \sim$$

分布的可加性

独立正态变量的线性组合仍为正态变量

$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), i = 1, 2, \ldots n$，且 X_i 间相互独立, 实数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ 不全为零, 则

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i X_i \sim N(\sum_{i=1}^{\infty} a_i \mu_i, \sum_{i=1}^{\infty} a_i^2 \sigma_i^2)$$

分布的可加性

伽玛分布的可加性

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim$

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$？ $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$,

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$？ $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$, 不服从

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$？ $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$, 不服从

卡方分布的可加性

$X \sim X^2(n_1), Y \sim X^2(n_2)$ 且独立, 则 $Z = X + Y \sim$

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$？ $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$, 不服从

卡方分布的可加性

$X \sim X^2(n_1), Y \sim X^2(n_2)$ 且独立, 则 $Z = X + Y \sim X^2(n_1 + n_2)$
注意：

1. $X - Y$ 不服从卡方分布

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$？ $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$, 不服从

卡方分布的可加性

$X \sim X^2(n_1), Y \sim X^2(n_2)$ 且独立, 则 $Z = X + Y \sim X^2(n_1 + n_2)$
注意：

1. $X - Y$ 不服从卡方分布
2. 若 $X_i \sim N(0, 1)$，且独立，则

分布的可加性

伽玛分布的可加性

$X \sim Ga(\alpha_1, \lambda), Y \sim Ga(\alpha_2, \lambda)$ 且独立，则 $Z = X + Y \sim Ga(\alpha_1 + \alpha_2, \lambda)$
$X - Y$? $Ga(\alpha_1 - \alpha_2, \lambda)$, 不服从

卡方分布的可加性

$X \sim X^2(n_1), Y \sim X^2(n_2)$ 且独立, 则 $Z = X + Y \sim X^2(n_1 + n_2)$
注意：

1. $X - Y$ 不服从卡方分布
2. 若 $X_i \sim N(0, 1)$，且独立，则
   $$Z = \sum_{i=1}^{\infty} X_i^2 \sim X^2(n)$$

分布的可加性

注意点

- 独立的 0-1 分布随机变量之和

分布的可加性

注意点

- 独立的 0-1 分布随机变量之和? 服从二项分布

分布的可加性

注意点

- 独立的 0-1 分布随机变量之和? 服从二项分布
- 独立的指数分布随机变量之和

分布的可加性

注意点

- 独立的 0–1 分布随机变量之和? 服从二项分布
- 独立的指数分布随机变量之和？服从伽玛分布

分布的可加性

例 3.3.3

设 X 与 Y 独立,$X \sim U(0,1)$, $Y \sim Exp(1)$. 试求 $Z = X + Y$ 的密度函数.

变量变换法

已知 (X, Y) 的分布,(X, Y) 的函数

变量变换法

已知 (X, Y) 的分布,(X, Y) 的函数

$$\begin{cases} U = g_1(X, Y) \\ V = g_2(X, Y) \end{cases}$$

变量变换法

已知 (X, Y) 的分布,(X, Y) 的函数

$$\begin{cases} U = g_1(X, Y) \\ V = g_2(X, Y) \end{cases}$$

求 (U, V) 的分布

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

若 $\left\{\begin{array}{ll} u & = g_1(x,y) \\ v & = g_2(x,y) \end{array}\right.$ 有连续偏导,

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

若 $\begin{cases} u &= g_1(x,y) \\ v &= g_2(x,y) \end{cases}$ 有连续偏导,且存在反函数 $\begin{cases} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \end{cases}$ 则 (U,V) 的联合密度为

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

若 $\begin{cases} u &= g_1(x,y) \\ v &= g_2(x,y) \end{cases}$ 有连续偏导,且存在反函数 $\begin{cases} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \end{cases}$ 则 (U,V) 的联合密度为

$$P_{UV}(u,v) = P_{XY}(x(u,v), y(u,v))|J|$$

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

若 $\begin{cases} u &= g_1(x,y) \\ v &= g_2(x,y) \end{cases}$ 有连续偏导,且存在反函数 $\begin{cases} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \end{cases}$ 则 (U,V) 的联合密度为

$P_{UV}(u,v) = P_{XY}(x(u,v),y(u,v))|J|$

其中 J 为变换的雅可比行列式:

变量变换法

变量变换法的具体步骤:

若 $\begin{cases} u &= g_1(x,y) \\ v &= g_2(x,y) \end{cases}$ 有连续偏导,且存在反函数 $\begin{cases} x &= x(u,v) \\ y &= y(u,v) \end{cases}$ 则

(U,V) 的联合密度为

$P_{UV}(u,v) = P_{XY}(x(u,v),y(u,v))|J|$

其中 J 为变换的雅可比行列式: $J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = (\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)})^{-1}$

变量变换法

增补变量法

变量变换法

增补变量法

- 若要求 $U = g_1(X, Y)$ 的密度 $p_U(u)$

变量变换法

增补变量法

- 若要求 $U = g_1(X, Y)$ 的密度 $p_U(u)$
- 可增补一个变量 $V = g_2(X, Y)$

变量变换法

增补变量法

- 若要求 $U = g_1(X, Y)$ 的密度 $p_U(u)$
- 可增补一个变量 $V = g_2(X, Y)$
- 先用变量变换法求出 (U, V) 的联合密度 $p_{UV}(u, v)$

变量变换法

增补变量法

- 若要求 $U = g_1(X, Y)$ 的密度 $p_U(u)$
- 可增补一个变量 $V = g_2(X, Y)$
- 先用变量变换法求出 (U, V) 的联合密度 $p_{UV}(u, v)$
- 然后再由联合密度 $p_{UV}(u, v)$，去求出边际密度 $p_U(u)$

变量变换法

增补变量法

- 若要求 $U = g_1(X, Y)$ 的密度 $p_U(u)$
- 可增补一个变量 $V = g_2(X, Y)$
- 先用变量变换法求出 (U, V) 的联合密度 $p_{UV}(u, v)$
- 然后再由联合密度 $p_{UV}(u, v)$，去求出边际密度 $p_U(u)$

用此方法可以求出卷积公式、积的公式、商的公式

作业

课本 P 171：1，3，8，12，13，16