第二章　牛顿力学基本定律

2.1 牛顿以前的力学

2.2 牛顿运动定律 量纲

2.3 几种常见的力

2.4 万有引力定律

2.5 力学相对性原理与伽利略变换

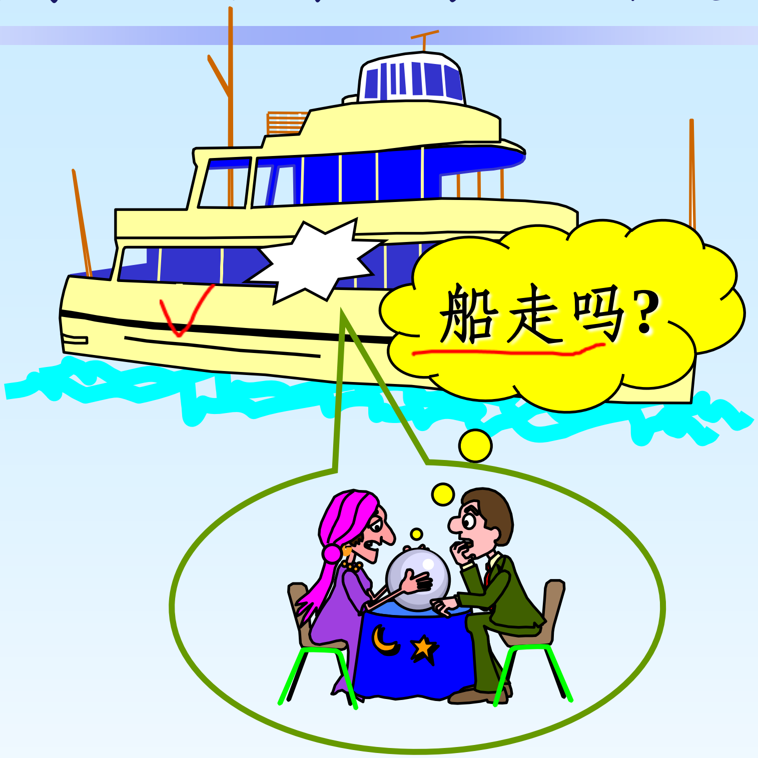
2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

2.5 力学相对性原理与伽利略变换

1. 力学相对性原理

有多种等价的表述:

- 用任何力学实验方法都无法确定所在惯性系相对于另一惯性系是作匀速直线运动还是静止;
- 任何惯性系对一切力学规律都是等价的(没有哪个惯性系更为优越);
- 用任何力学方法都不可能找到绝对静止的参照系。
- 一切力学规律在任何惯性系中都具有完全相同的形式.
- 物理量可以是相对的，但不同惯性系中力学定律的表达式则是绝对的;



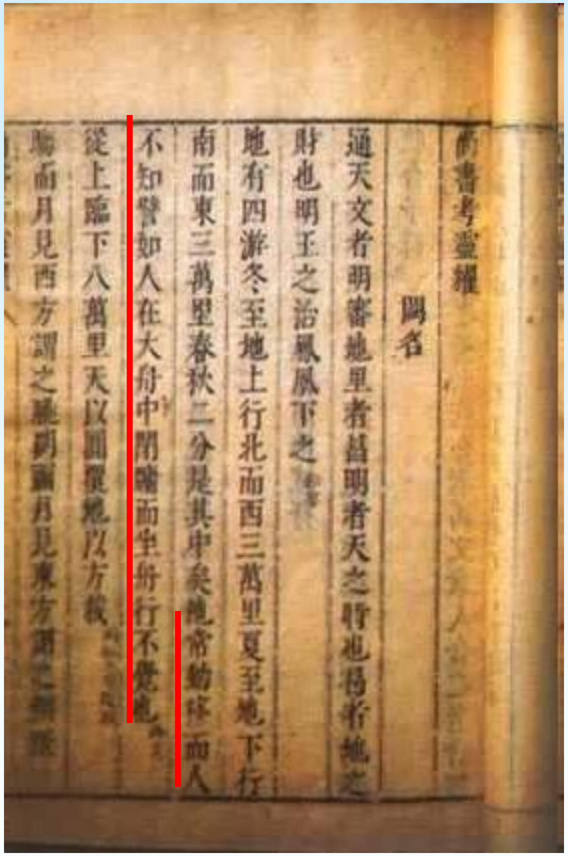
伽利略相对性原理

伽利略在1632年出版的著作《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》写到：

“把你和几个朋友关在一条大船甲板下的主舱里，再让你们带几只苍蝇、蝴蝶和其它小飞虫。舱内放一只大水碗，里面放几条鱼。然后挂上一个水瓶，让水一滴一滴地滴到下面的一个宽口罐儿里。船停着不动时，你留神观察，小虫都以等速向舱内各方向飞行，鱼向各个方向随便游动，水滴滴进下面的罐子中。你把任何东西扔给你的朋友时，只要距离相等，向这一方向不必比另一方向用更多的力；你双脚齐跳，无论向哪个方向跳过的距离都相等。

当你仔细地观察这些事情后，再使船以任何速度前进。只要运动是匀速的，也不互左忽右地摆动，你将发现，所有上述现象丝毫没有变化，你也无法从其中任何一个现象来确定，船是在运动还是停着不动。”

《尚书纬考灵曜(yào)》中关于相对性原理的概念



作者不详，成书于东汉，公元一世纪

地常动移而人不知，譬如人在大舟中闭牖（yǒu）而坐舟行不觉也。

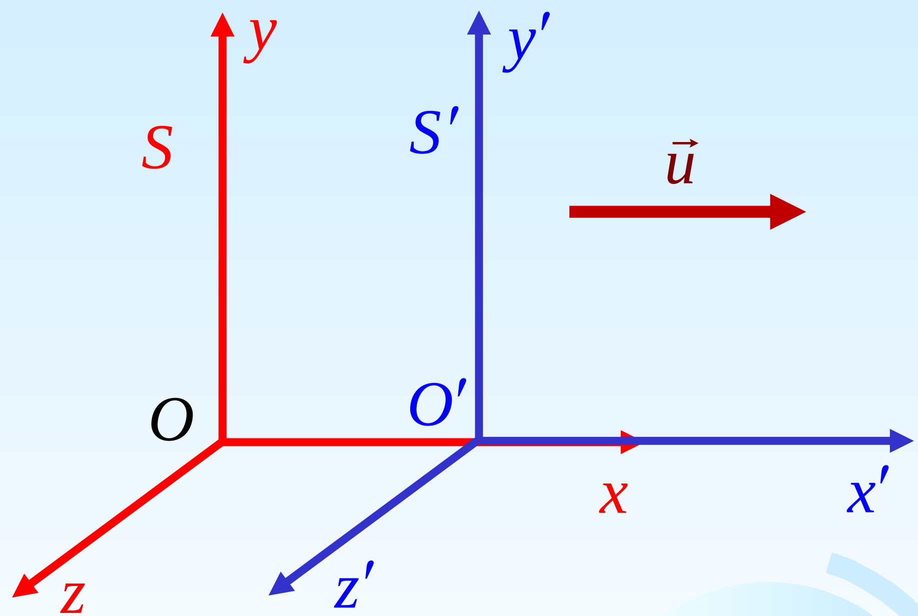
较伽利略早1500年！

2. 伽利略变换

(1)设两个作匀速直线运动的惯性参考系S和 S'，两坐标系各对应轴相互平行；

(2)令原点O 和O'重合的时刻为两个坐标系计时的起点： $t = t' = 0$

(3) S'相对 S 以速度 $\vec{u}$ 沿 x 轴正方向运动；
($\vec{u}$ 相当于牵连速度)



(4)两个观察者所使用的尺和钟完全相同。

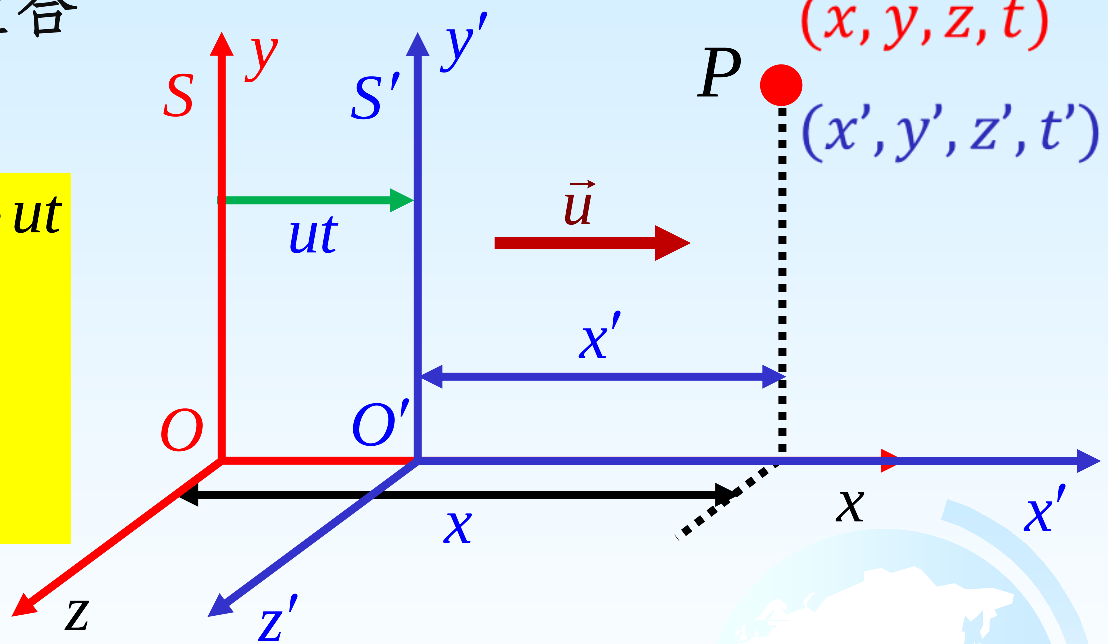
如图，分别从 S 和 S'系观察同一事件 P.

在S系中记为 (x,y,z,t)，在S'系中记为 (x',y',z',t')

设$t=t'=0$时两坐标系重合

它们之间的关系？

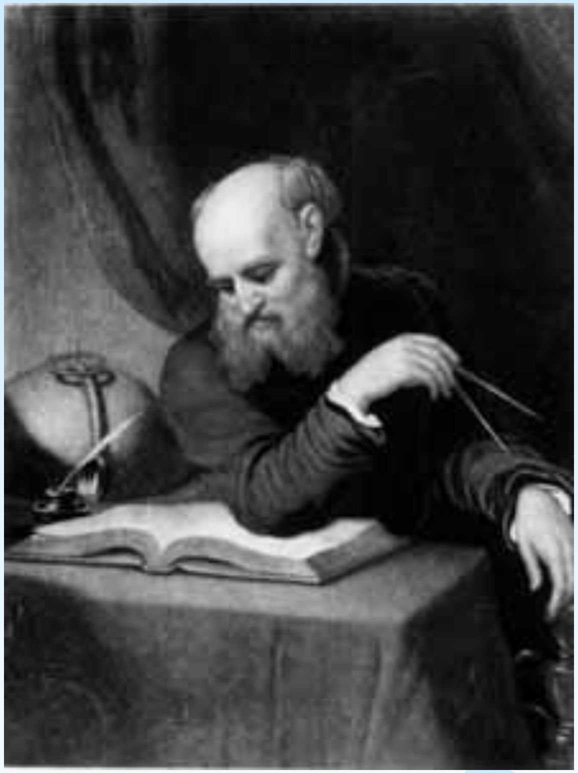
$$\begin{cases} x'=x-ut \\ y'=y \\ z'=z \\ t'=t \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} x=x'+ut \\ y=y' \\ z=z' \\ t=t' \end{cases}$$



这就是同一个事件在两个相对运动的惯性系中测得的空间坐标和时间坐标之间的关系。

——伽利略坐标变换

伽利略变换



- 时空坐标变换 $\begin{cases}\vec{r}(t)=\vec{r}'(t)+\vec{u}t\\ t=t'\end{cases}$
- 速度、加速度变换 $\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$　$\vec{a}=\vec{a}'$
- 速度是相对的
  同一质点对于不同参考系有不同的速度.
- 加速度是绝对的
  即同一质点对于不同参考系有相同的加速度。

牛顿运动定律在伽里略变换下的性质

(1). 加速度对伽里略变换不变

$$\because \quad a_x = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = a'_x$$

$$a_y = a'_y$$

$$a_z = a'_z$$

$$\therefore \quad \vec{a} = \vec{a}'$$

$\Rightarrow$ 加速度具有伽利略变换的不变性。

(2). 牛顿运动定律对伽里略变换不变

在牛顿的经典力学中，物体质量与其运动状态无关，是绝对的(即$m=m'$)；

因此物体间的相互作用(力)也与惯性参照系的选择无关。

故如果在S中有： $\vec{f}=m\vec{a}$

则在S'中也必然有： $\vec{f}'=m\vec{a}'$

$\Rightarrow$ 牛顿运动定律在不同的惯性系中具有完全相同的形式

即：牛顿运动定律具有伽利略变换的不变性。

3. 牛顿的绝对时空观（经典力学的绝对时空观）

牛顿《自然哲学之数学原理及其宇宙体系》：

“绝对空间就其本质而言，是与任何外界事物无关的，它从不运动，而且永远不变。”

“绝对的真实的数学时间就其本质而言，是永远均匀平静地流逝着，与任何外界事物无关。”

① 空间是绝对的：

空间间隔与参照系的运动无关，即 $\boxed{\Delta l = \Delta l'}$

② 时间是绝对的：

事件经历的时间间隔与惯性参照系的运动无关，即 $\boxed{\Delta t = \Delta t'}$

③ 同时性是绝对的：

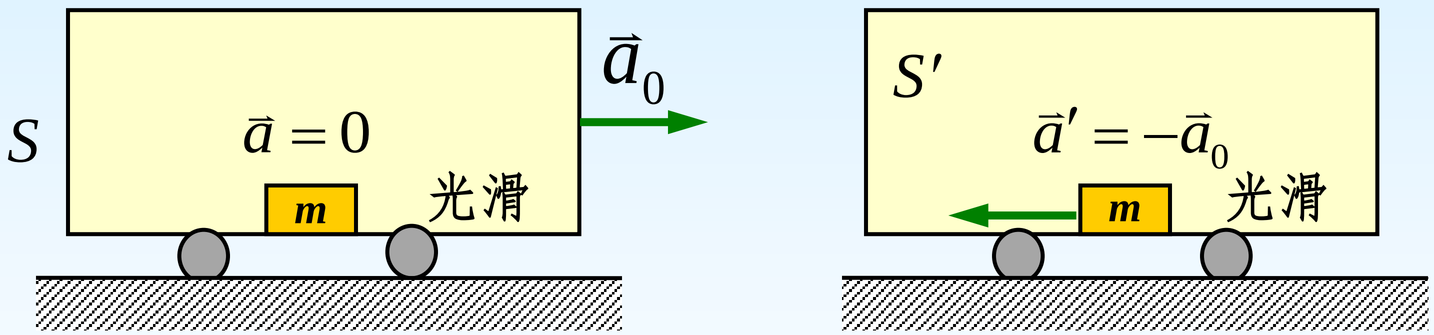
若两个事件在某惯性系同时，在其它惯性系中也必然同时。

2. 6 惯性系与非惯性系 惯性力

1. 惯性系与非惯性系

牛顿定律适用的参照系称为惯性系

牛顿定律不适用的参照系称为非惯性系



在S参考系(地面)中
m运动符合牛顿定律

在S'参考系(车厢)中
m运动不符合牛顿定律

- 相对于惯性系作匀速直线运动的参考系都是惯性系，作变速运动的参考系都是非惯性系。

2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

- 理论上：一切惯性系等价 ⇔ 各系中动力学定律形式相同.
  (但不同惯性系中观察到的现象可能不同).
- 实际上：一个参考系是否是惯性系，要依赖观测和实验的结果来判断。但理想惯性系并不存在!
- 有些问题需在非惯性系中研究;
- 有时非惯性系中研究问题较为方便.

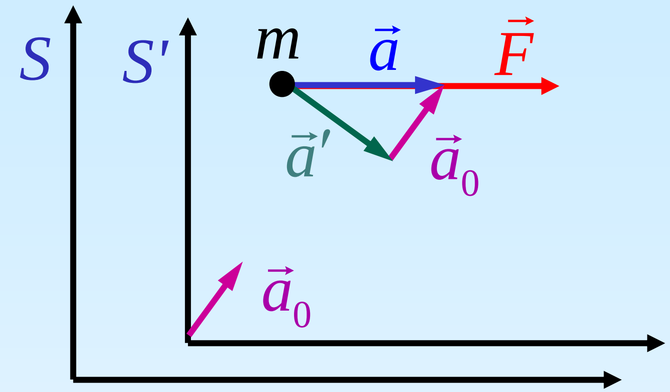
怎么办?

① 误差足够小 — 准惯性系；②引入假想力 — 惯性力

- 惯性力是参考系加速运动引起的附加力，本质上是物体惯性的体现。它不是物体间的相互作用，没有施力物体，也就没有反作用力。
- 在非惯性系中用它分析问题通常比较方便。

2. 惯性力(难点! ! !)

① 平动非惯性系中的惯性力



设:非惯性系S'相对惯性系S平动,

加速度为 $\vec{a}_0$

S: $\vec{F} = m\vec{a}$

S': $\vec{F}' = \vec{F}$ $\quad m' = m \quad \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0 \neq \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F}' \neq m\vec{a}'$ 牛顿第二定律在K'系中不成立!

由 $\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a}' + \vec{a}_0) = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$ 得 $\vec{F} - m\vec{a}_0 = m\vec{a}'$

定义: $\boxed{\vec{F}_\mathrm{i} = -m\vec{a}_0}$ 为惯性力(**inertial force**)

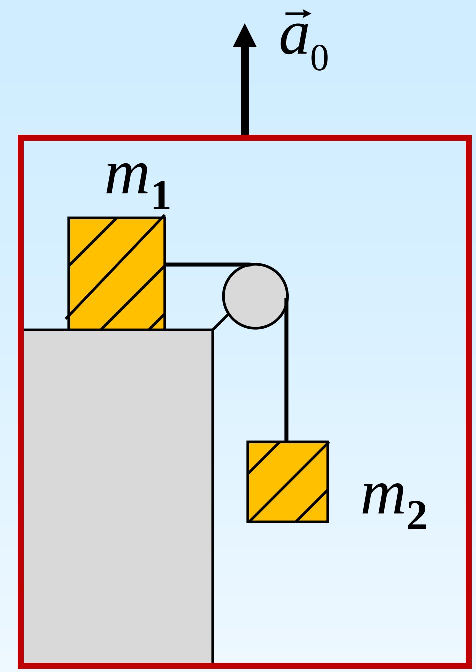
则有 $\boxed{\vec{F} + \vec{F}_\mathrm{i} = m\vec{a}'}$

在非惯性系S'中,只要将合外力再加上惯性力,则牛顿第二定律形式上仍然成立.

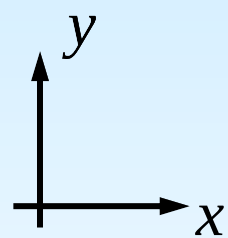
2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

例：求升降机内观察：$\vec{a}_1 = ?$ $\vec{a}_2 = ?$

升降机外观察：$\vec{a}_1 = ?$ $\vec{a}_2 = ?$



解：设m_1，m_2相对升降机的加速度大小为a'.



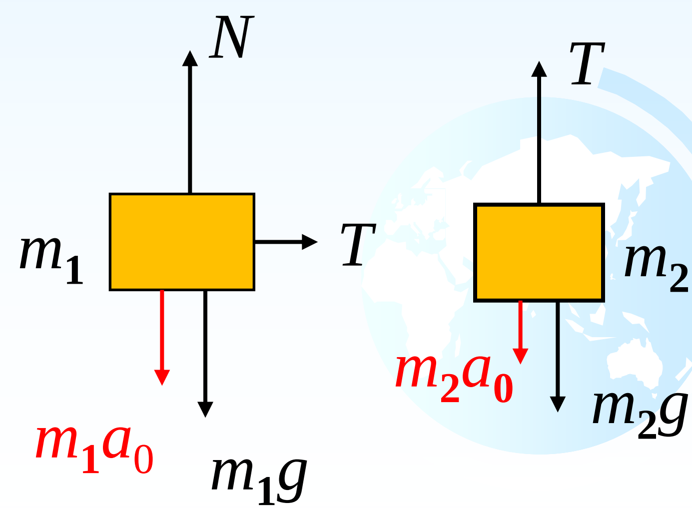
机内：

m_1：x方向：$T = m_1 a'$

m_2：y方向：$T - m_2 g - m_2 a_0 = -m_2 a'$

$$\therefore \quad a' = \frac{m_2(a_0 + g)}{m_1 + m_2}$$

$\therefore$ ……



② 匀速转动非惯性系中的惯性力

设S'系相对惯性系S 匀速转动

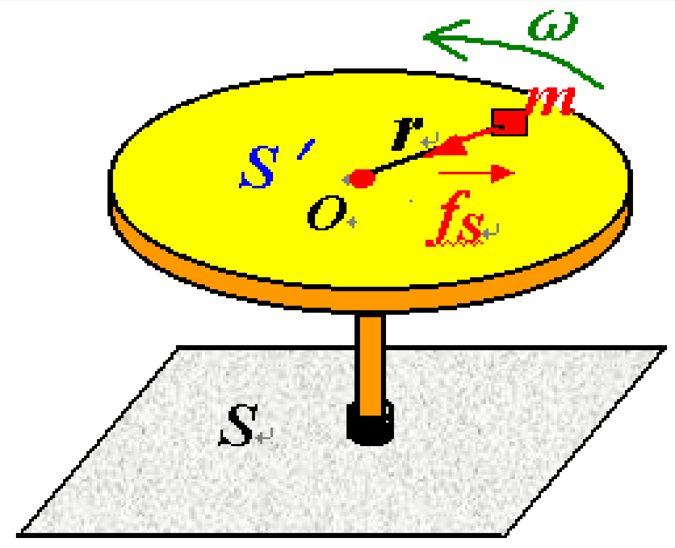
(1) 物体在非惯性系中**静止**——惯性离心力

S: $\vec{f}_s = m\vec{a}_n = m\omega^2(-\vec{r})$

S': $\vec{a}' = 0$

令 $\vec{f}_s + \vec{F}_i = m\vec{a}' = 0$

则 $\vec{F}_i = m\omega^2\vec{r}$



$\boxed{\vec{F}_i = m\omega^2\vec{r}}$——惯性离心力

(inertial centrifugal force)

(2) 物体在非惯性系中运动——科里奥利力

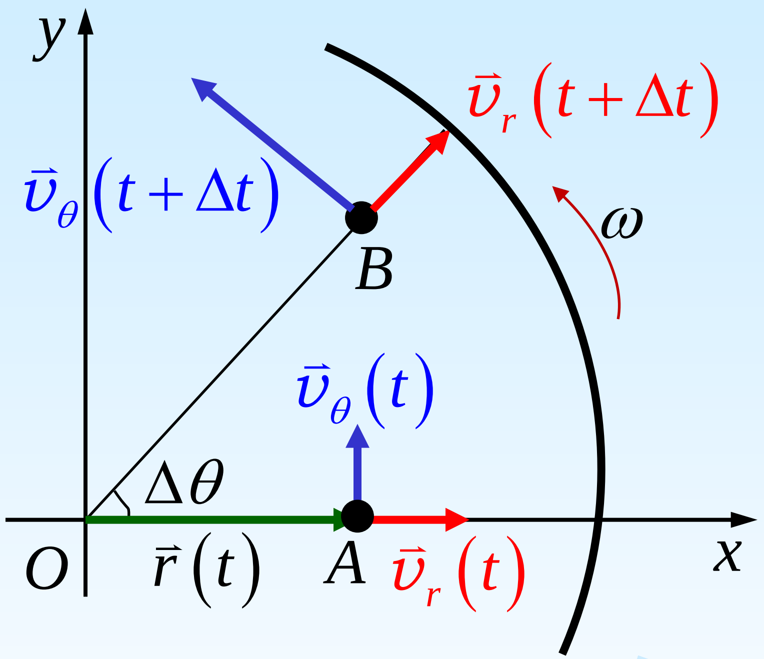
设m在S'中沿径向匀速运动

S中： $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_r + \Delta\vec{v}_\theta$

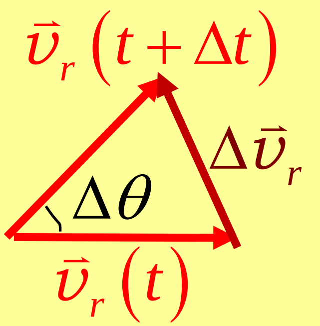
S'相对S以角速度ω旋转，Δt后

$\Delta t \to \mathrm{d}t$ 极限：

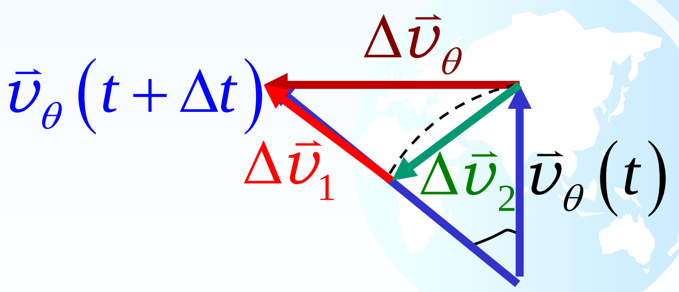
$$\Delta\vec{v}_r = \begin{cases} \text{大小：}\ v_r \cdot \Delta\theta = v_r \cdot (\omega \Delta t) \\ \text{方向：}\ \vec{e}_\theta \end{cases}$$



$$\therefore \Delta\vec{v}_r = v_r \omega \Delta t \vec{e}_\theta$$



$$\Delta\vec{v}_\theta = \Delta\vec{v}_1 + \Delta\vec{v}_2$$

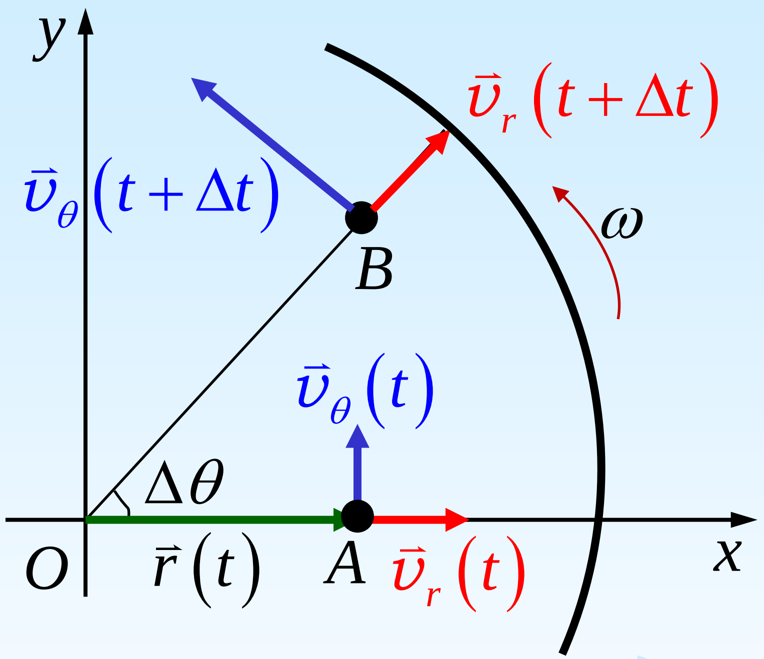


2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

$$\Delta\vec{\upsilon}_\theta = \Delta\vec{\upsilon}_1 + \Delta\vec{\upsilon}_2$$

$\Delta t \to \mathrm{d}t$极限：

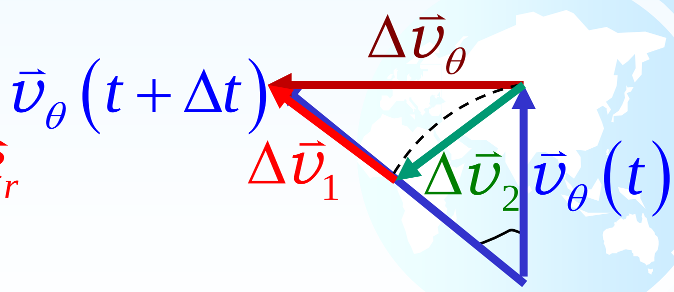
$$\Delta\vec{\upsilon}_1 = \begin{cases} 大小：\omega\cdot\Delta r = \omega\cdot(\upsilon_r\Delta t) \\ 方向：\vec{e}_\theta \end{cases}$$



$$\Delta\vec{\upsilon}_1 = \upsilon_r\omega\Delta t\,\vec{e}_\theta$$

$$\Delta\vec{\upsilon}_2 = \begin{cases} 大小：\upsilon_\theta\cdot\Delta\theta = r\omega\cdot(\omega\Delta t) \\ 方向：-\vec{e}_r \end{cases}$$

$$\Delta\vec{\upsilon}_2 = -r\omega^2\Delta t\,\vec{e}_r$$



$$\therefore \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}_r}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}_\theta}{\mathrm{d}t} = 2\upsilon_r\omega\vec{e}_\theta - r\omega^2\vec{e}_r$$

$$\boxed{\therefore \vec{F}_s = -2m\vec{\upsilon}_r\times\vec{\omega} - m\omega^2\vec{r}}$$

2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

$$\boxed{\vec{F}_s = -2m\vec{\upsilon}_r \times \vec{\omega} - m\omega^2\vec{r}}$$ ——S系中质点受到的力

在非惯性系S'中为匀速直线运动 ⇒ 受到两个惯性力作用：

$$\boxed{\vec{F}_c = 2m\vec{\upsilon}_r \times \vec{\omega}}$$ ——科里奥利力

$$\boxed{\vec{F}_r = m\omega^2\vec{r}}$$ ——惯性离心力

S'系： $\vec{F}_s + \vec{F}_r + \vec{F}_c = 0 = m\vec{a}'$ 牛顿定律形式上成立.

如果物体m在S'中有速度υ_r，则在S'中看，m除受惯性离心力外，还要附加一个与速度υ_r有关的惯性力(科里奥利力)

1. 惯性离心力沿径向向外，与质点速度无关。
   无论质点静止还是运动都存在于非惯性系中；
2. 科里奥利力与质点速度有关。只要 $\vec{\upsilon}', \vec{\omega}$不共线都存在。

③一般转动非惯性系中的惯性力

如果m在S'中运动速度为$\vec{v}'$, 加速度为$\vec{a}'$

S: $\vec{F}_s = m\vec{a}_s$ $$\boxed{\vec{a}_s = \vec{a}' + \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}\times\vec{r} - (\vec{\omega}\times\vec{r})\times\vec{\omega} - 2\vec{v}'\times\vec{\omega}}$$

若 $\vec{\omega} = \vec{C}$， $\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = 0,$ $\vec{a}_S = \vec{a}' - \omega^2\vec{r} - 2\vec{v}'\times\vec{\omega}$

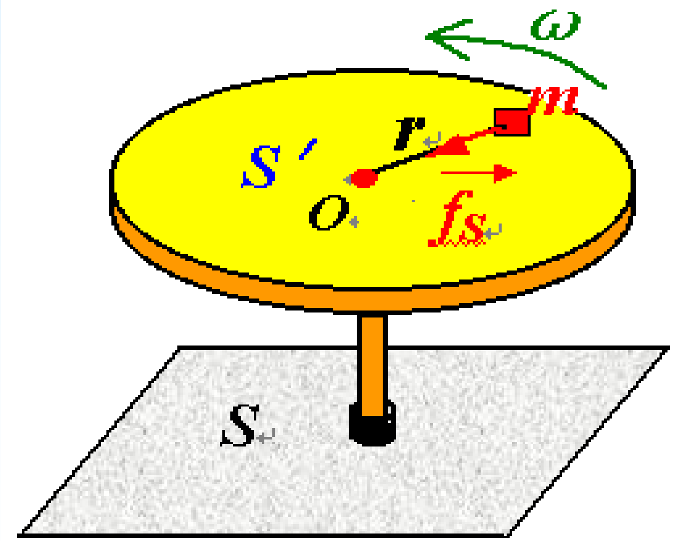
则： $\vec{F}_s = m\vec{a}' - m\omega^2\vec{r} - 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

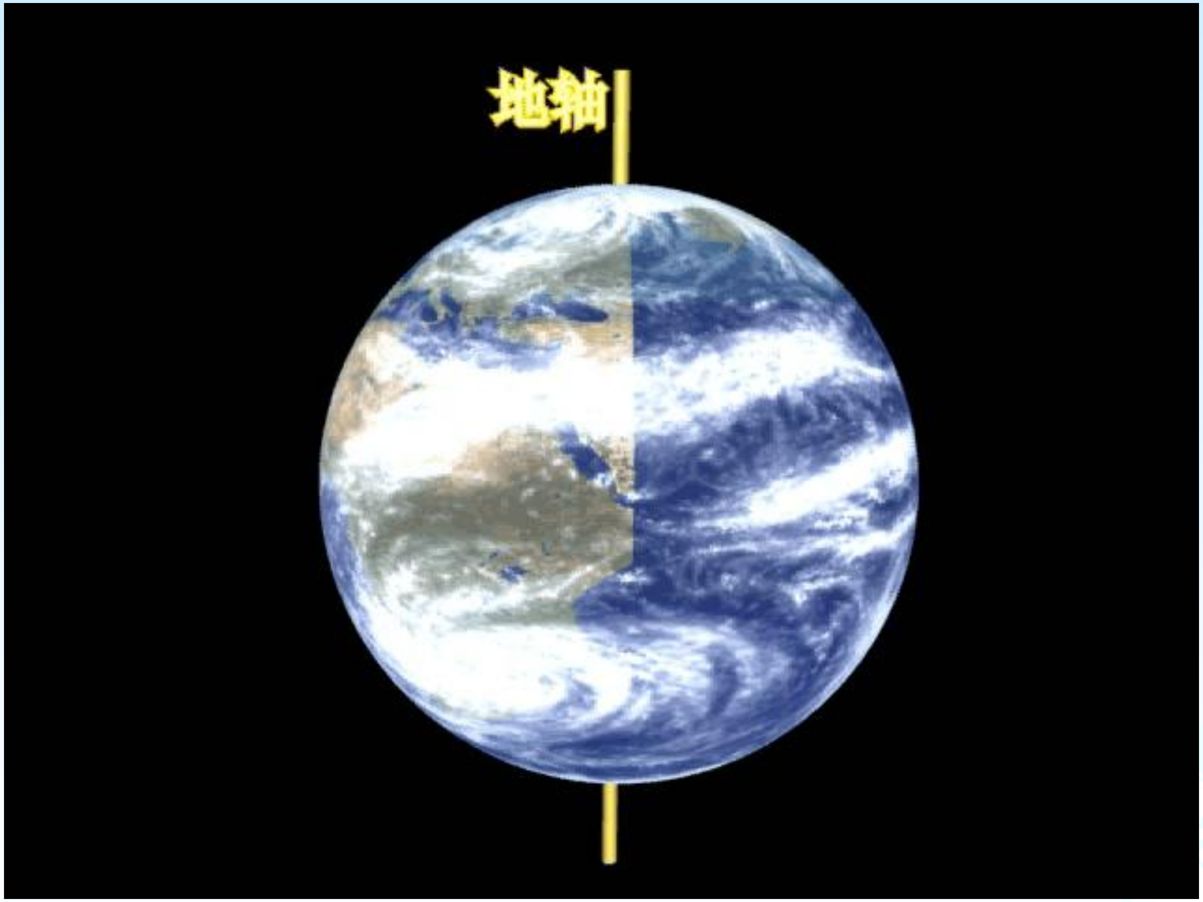
S': $\vec{F}_s + m\omega^2\vec{r} + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega} = m\vec{a}'$

令： $\vec{F}_r = m\omega^2\vec{r}$ ——惯性离心力

则： $\vec{F}_s + \vec{F}_r + \vec{F}_c = m\vec{a}'$

牛顿定律形式上成立.





$$|\vec{\omega}| = 7.29 \times 10^{-5}\ \ \mathrm{rad/s}$$

- 一般情况下的惯性离心力

$$\vec{F}_r = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}') = m\omega^2\vec{r}'_\perp$$

地面上物体的表观重力w是万有引力和惯性离心力之和

$$\omega = 2\pi/(24\times 3600s)$$

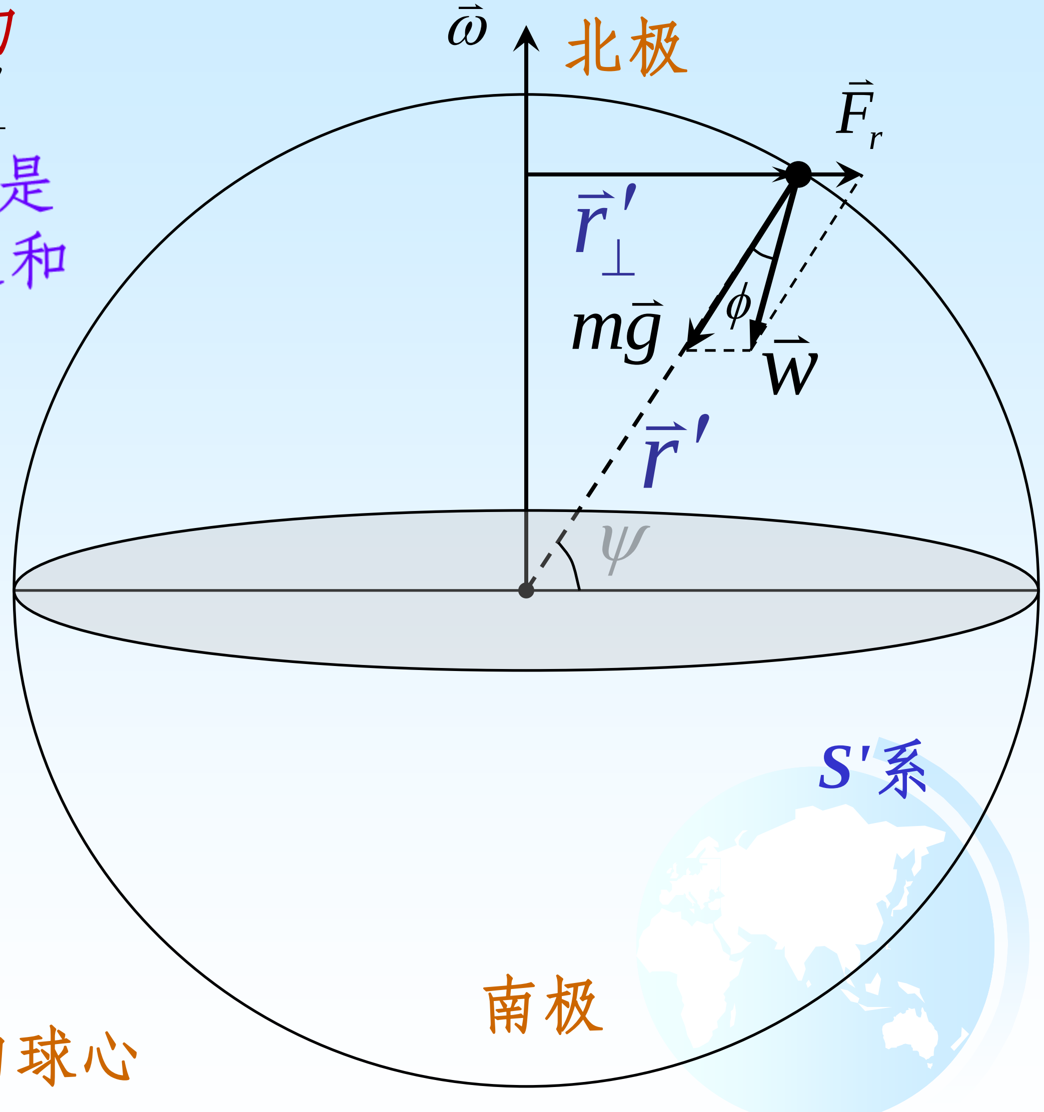
$$F_r = m\omega^2 R\cos\psi$$

$$\frac{F_r}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g}\cos\psi < \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$\approx 0.35\%$$

$$\psi = 45°, \phi_{\max} = 6'$$

偏向角ϕ最大



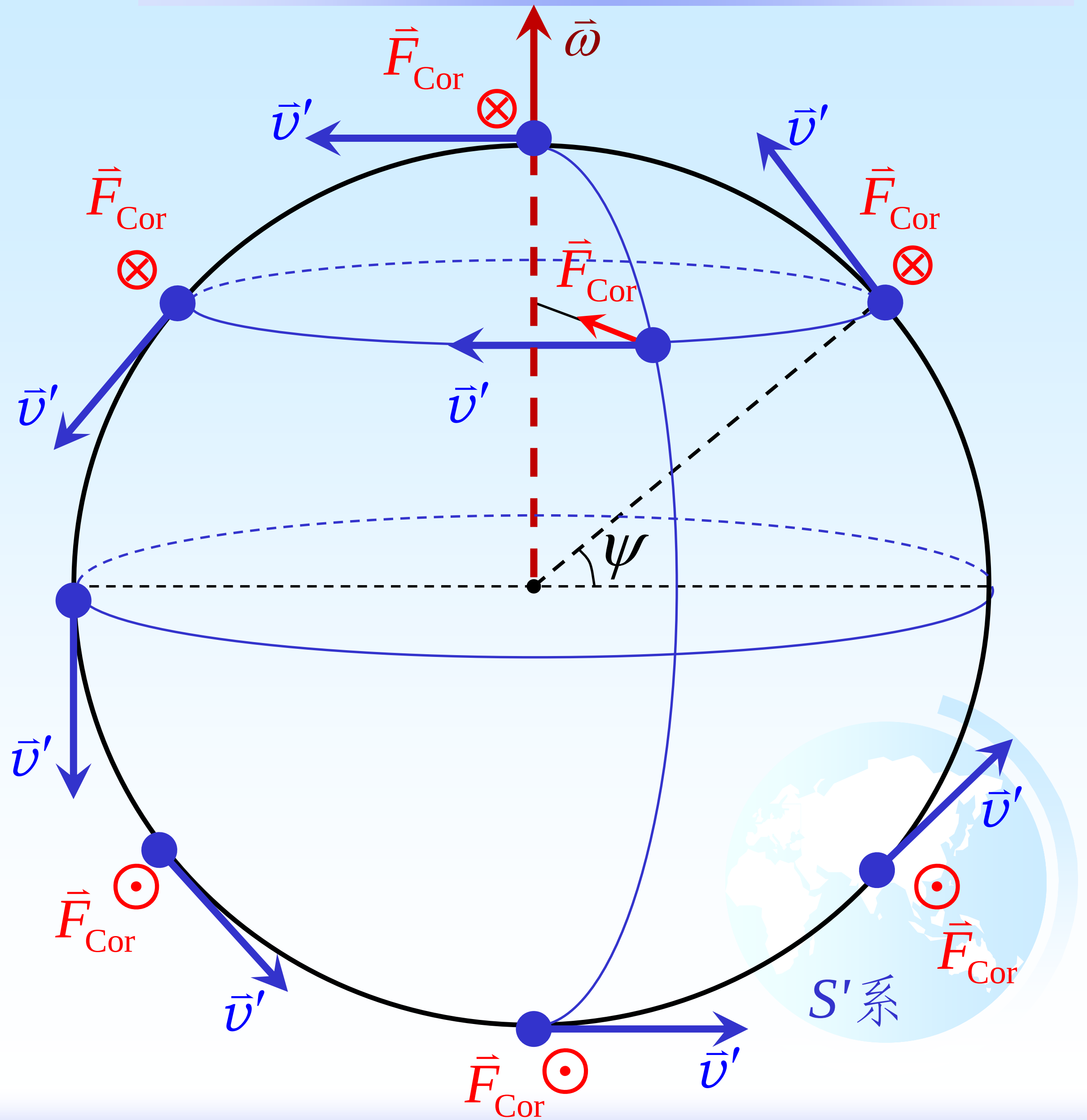
即：表观重力和并不指向球心而是有一个很小的偏向角。

2.6 惯性系与非惯性系 惯性力

科里奥利力

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{F}_{\text{Cor}} &= -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' \\ &= 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}\end{aligned}}$$

科里奥利力的方向按矢量叉乘的右手螺旋定则判定

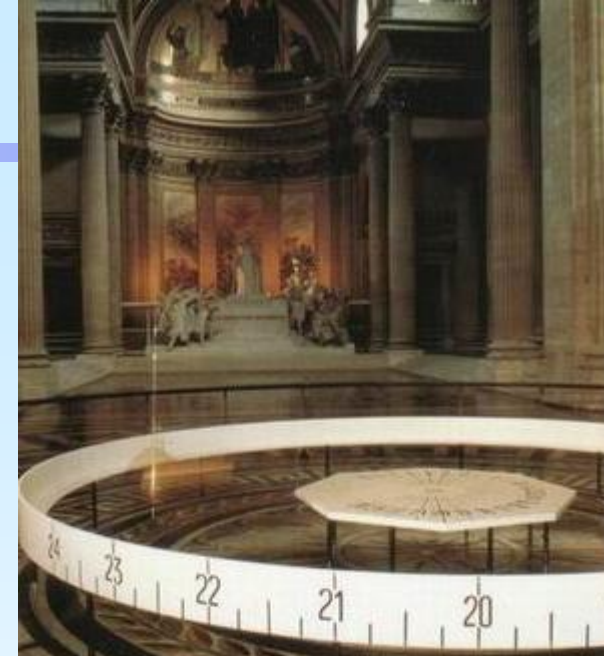


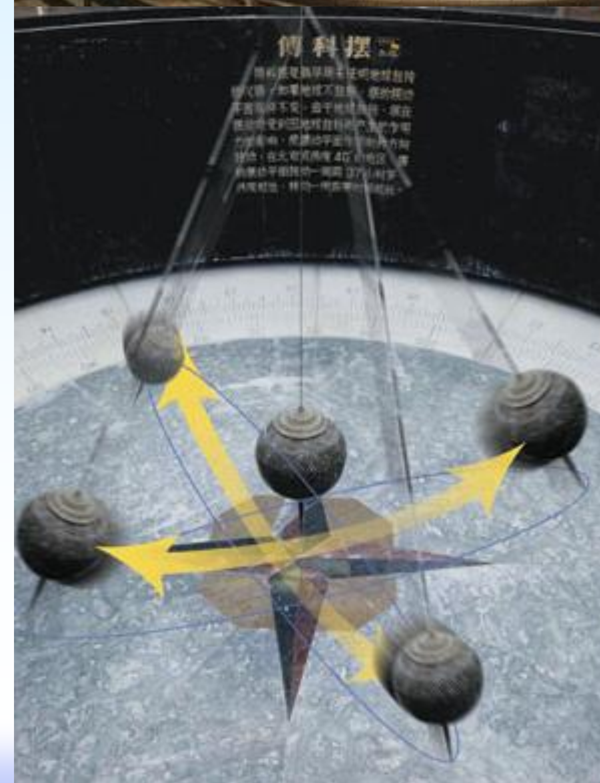
3.地球上的科里奥利力现象..\..\新素材s\科里奥利力-滚球游戏.flv

(北半球+南北向)

- 河床被冲刷
- 落体偏东与火箭轨道的偏向
- 大气环流与信风
- 水漏流场的旋汇
- 单向行使的铁轨右轨磨损较多
- 傅科摆的运动

- 傅科摆（J. B. L. Foucault)





1851,法国物理学家让·傅科（Jean Foucault）(1819～1888)，在巴黎国葬院的大厅里67米长的绳索，28千克的摆锤，下方是巨大的沙盘。发现在摆动过程中，摆动平面不断地做瞬时间方向的偏转，从而证明了地球在不断地自转。

“地球真的是在转动啊！”

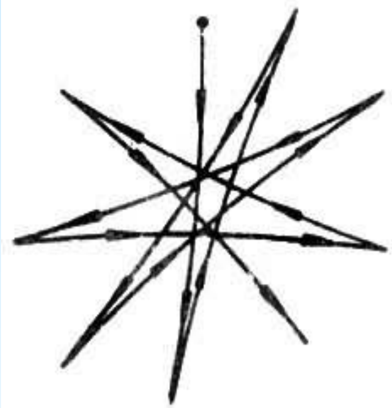
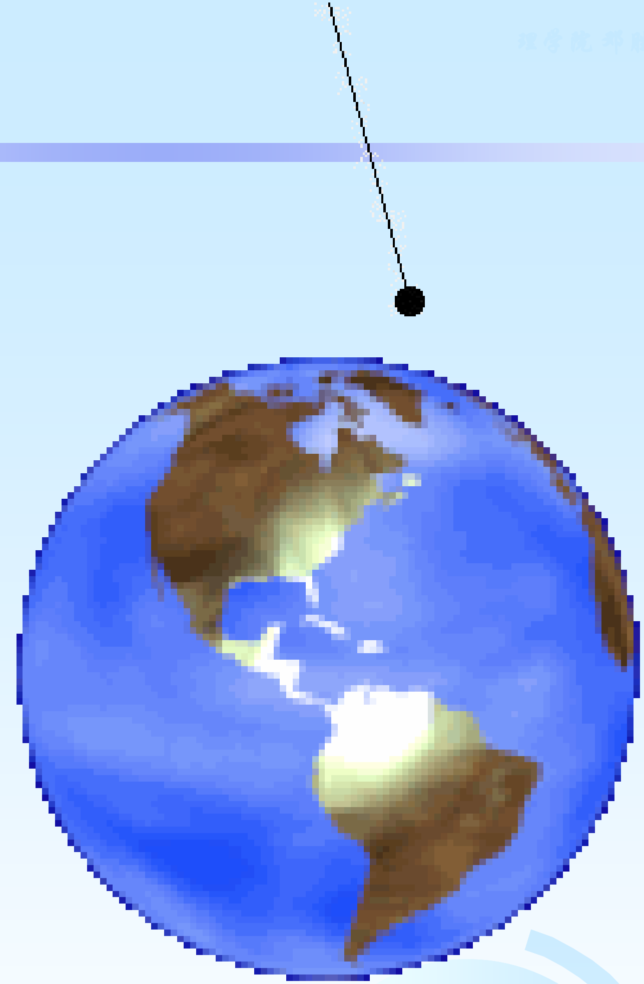
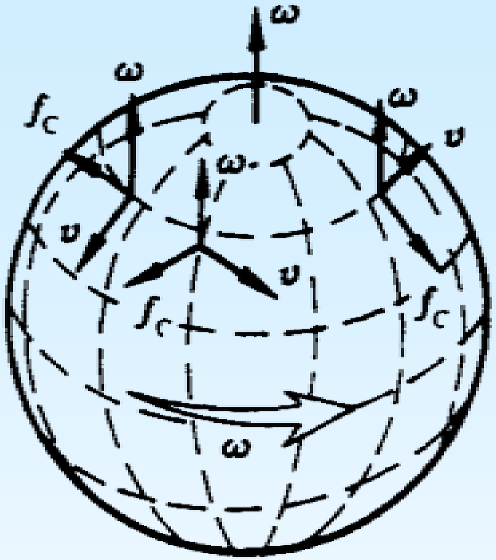


图 2　傅科摆摆锤运动轨迹



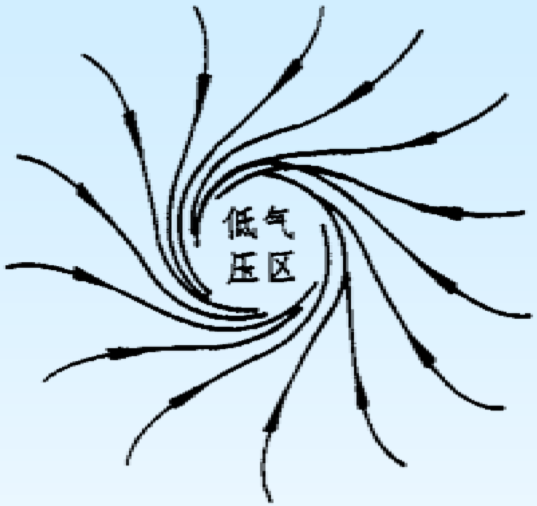
在北半球时，摆动平面顺时针转动；在南半球时，摆动平面逆时针转动，而且纬度越高，转动速度越快；在赤道上的摆几乎不转动。

2.6 惯性系与非惯性系 惯性力



北半球上的科里奥利力

信风的形成



旋风的形成

轨道的磨损和河岸的冲刷

- **第二章作业**
- 14、16、20、22、23

- 小结

惯性系S $m\vec{a}=\vec{F}$

非惯性系S' $m\vec{a}'=\vec{F}'$ $\vec{F}'=\vec{F}+\vec{F}_{惯性力}$

$$m\vec{a}'=\vec{F}-m\vec{a}_0-m\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}'-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')-2m\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}'$$

平移惯性力 $\vec{F}_i=-m\vec{a}_0$

惯性离心力 $\vec{F}_c=-m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}'\right)=m\omega^2\vec{r}'$ if $\vec{\omega}\perp\vec{r}'$

科里奥利力 $\vec{F}_{\mathrm{Cor}}=-2m\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}'$

横向惯性力 $-m\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}'$ （力学课程不考虑）

③一般转动非惯性系中的惯性力

如果m在S'中运动速度为$\vec{v}'$, 加速度为$\vec{a}'$

S: $\vec{F}_s = m\vec{a}_s$ $\boxed{\vec{a}_s = \vec{a}' + \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} - (\vec{\omega}\times\vec{r})\times\vec{\omega} - 2\vec{v}'\times\vec{\omega}}$

若 $\vec{\omega} = \vec{C}$, $\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$, $\vec{a}_S = \vec{a}' - \omega^2\vec{r} - 2\vec{v}'\times\vec{\omega}$

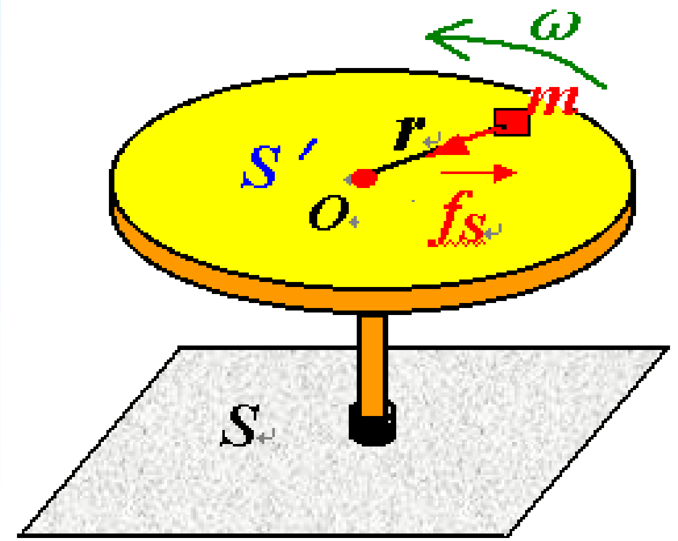
则： $\vec{F}_s = m\vec{a}' - m\omega^2\vec{r} - 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

S': $\vec{F}_s + m\omega^2\vec{r} + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega} = m\vec{a}'$

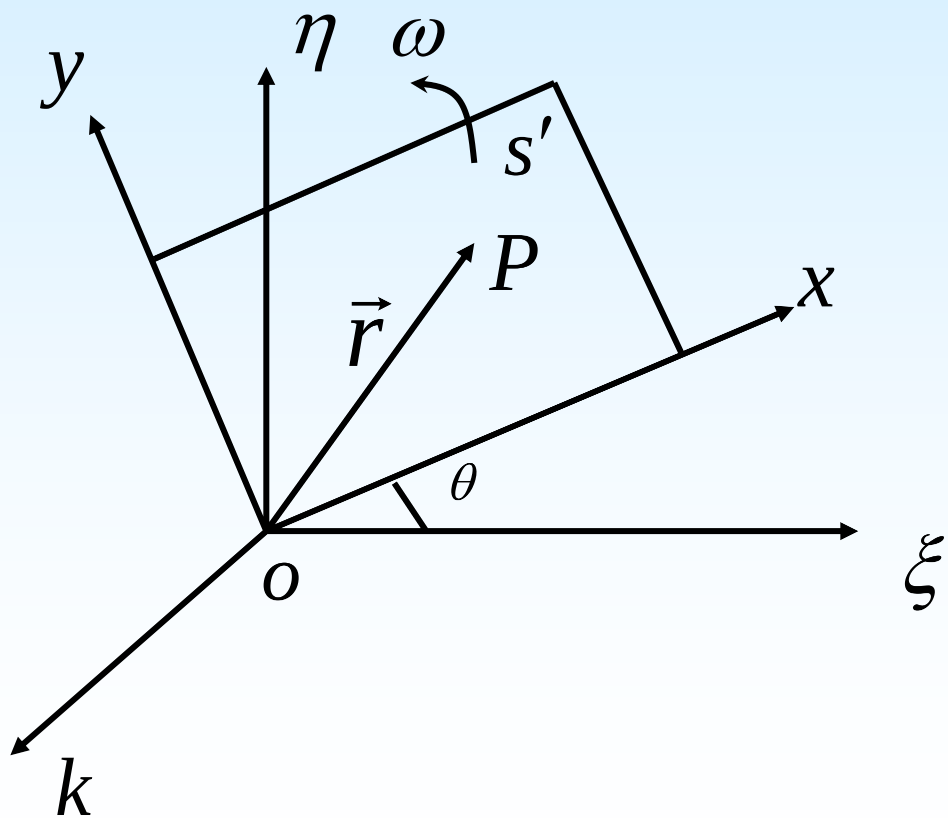
令： $\vec{F}_r = m\omega^2\vec{r}$ ——惯性离心力

则： $\vec{F}_s + \vec{F}_r + \vec{F}_c = m\vec{a}'$

牛顿定律形式上成立.



定点转动参照系中质点的速度和加速度



速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt};\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}) + \vec{\omega}\times(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$$

$$= \frac{d^*\vec{r}}{dt} + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$= \vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$\vec{v}'$ －－－－相对速度；

$\vec{\omega}\times\vec{r}$ －－牵连速度，（轴向分量）

由于物体转动而使物体相对于固定坐标系的速度。

补充转动系统中加速度推导

加速度

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$=\frac{d^*\vec{v}}{dt}+\vec{\omega}\times\vec{v}$$

$$=\frac{d^*}{dt}(\vec{v}'+\vec{\omega}\times\vec{r})+\vec{\omega}\times(\vec{v}'+\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$=\frac{d^*\vec{v}'}{dt}+\frac{d^*\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times\frac{d^*\vec{r}}{dt}+\vec{\omega}\times\vec{v}'+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$=\vec{a}'+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times\vec{v}'+\vec{\omega}\times\vec{v}'+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$=\vec{a}'+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})+2\vec{\omega}\times\vec{v}'$$

补充转动系统中加速度推导

$$\vec{a}=\vec{a}'+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})+2\vec{\omega}\times\vec{v}'$$

$\vec{a}'$ ————相对加速度；

$$\left.\begin{array}{l}\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}\text{——切向加速度；}\\ \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})\text{——向轴加速度，指向}\vec{\omega}\text{轴，}\\ \qquad\qquad\text{向心加速度；}\end{array}\right\}\text{牵连加速度}a_e\text{;}$$

$2\vec{\omega}\times\vec{v}'$ ———科氏加速度, 科里奥利加速度，（Coridis）

由于动坐标系的运动及刚体转动所产生的加速度；

由于牵连运动与相对运动相互影响所产生的。

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_e+\vec{a}_c}$$