



北京航空航天大学  
BEIHANG UNIVERSITY

经济管理学院



# 人工智能

## Artificial Intelligence

# 第五章 不确定推理

# 课 前 索 引

---

## 【学习目标】

本章了解不确定性推理的含义、思路和讨论的主要问题。理解不确定性和确定性的辩证统一关系。掌握确定性方法、主观Bayes方法、证据理论和Bayes网络等不确定性推理方法。

## 【课前思考】

- ◇ 什么是不确定性推理？
- ◇ 为什么要采取不确定性推理？
- ◇ 不确定性推理的理论依据是什么？
- ◇ 不确定性推理有那几种主要方法？

# 本章主要内容

## 【主要内容】

不确定性可以理解为在缺少足够信息的情况下做出判断，是智能问题的本质特征；推理是人类的思维过程，它是从已知事实出发，通过运用相关的知识逐步推出某个结论的过程。所谓不确定性推理就是从不确定性初始证据出发，通过运用不确定性的知识，最终推出具有一定程度的不确定性但却是合理或者近乎合理的结论的思维过程。

## 【知识点】

- ◇ 不确定性推理的定义和要解决的基本问题
- ◇ 可信度方法的推理
- ◇ 主观Bayes方法的推理

## 【需要了解】

- ◇ 证据理论的推理
- ◇ Bayes网络的推理方法

# 概述

由于知识本身的不精确和不完全，采用标准逻辑意义下的推理方法难以达到解决问题的目的。对于一个智能系统来说，知识库是其核心。在这个知识库中，往往大量包含模糊性、随机性、不可靠性或不知道等不确定性因素的知识。为了解决这种条件下的推理计算问题，不确定性推理方法应运而生。

归纳起来，不确定性推理方法研究产生的原因大致如下：

- 很多原因导致同一结果，如多种原因引起同一种疾病。
- 推理所需的信息不完备，如勘探得到的地质资料不完备。
- 背景知识不足，如疾病的发病原因不十分明确。
- 信息描述模糊，如“他不高不矮”，“今天不冷不热”。
- 信息中含有噪声，如语音信号中的噪音干扰使信息模糊。
- 规划是模糊的，无法找到一个清晰的标准。
- 推理能力不足，如计算机的能力，推理算法的能力有限等。
- 解题方案不唯一，没有最优方案，只有相对较优方案。

# 概述

在人类的知识和思维行为中，精确性只是相对的，不精确性才是绝对的。知识工程需要各种适应不同类的的不精确性特点的不精确性知识描述方法和推理方法。

由于以上某种或多种原因，人工智能系统常采用非标准意义下的不确定性推理方法。

**不确定性推理是指建立在不确定性知识和证据的基础上的推理。**它实际上是一种从不确定的初始证据出发，通过运用不确定性知识，最终推出既保持一定程度的不确定性，又是合理和基本合理的结论的推理过程。

例如：A发生的概率是0.7，A发生后B发生的概率是0.8。那么A发生引起B发生的概率是 $0.7 \times 0.8 = 0.56$

不确定性推理的方法大致可分为定量的数值计算方法和定性的非数值计算方法，当前研究和应用较多的是一种用数值对非精确性进行定量表示和处理的方法，主要有：基于概率理论的确定性理论方法、主观 Bayes 方法、证据理论等的推理方法和基于模糊理论的模糊推理方法。

# 概述

## 不确定推理方法的分类

- 形式化方法: 在推理一级扩展确定性方法.
  - 逻辑方法: 是非数值方法, 采用多值逻辑、非单调逻辑来处理不确定性
  - 新计算方法: 认为概率方法不足以描述不确定性, 出现了确定性理论, 确定性因子, 模糊逻辑方法等
  - 新概率方法: 在传统的概率框架内, 采用新的计算工具以确定不确定性描述
- 非形式化方法: 在控制一级上处理不确定性
  - 如制导回溯、启发式搜索等等

# 概述

- 不确定性推理的基本问题：
  - 表示问题: 即采用什么方法描述不确定性. 一般有数值表示和非数值的语义表示方法.
  - 计算问题: 主要指不确定性的传播和更新, 也即获得新信息的过程. 主要包括:
    - 已知 $C(A)$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $F(B, A)$ , 如何计算 $C(B)$
    - 已知 $C_1(A)$ , 又得到 $C_2(A)$ , 如何确定 $C(A)$
    - 如何由 $C(A_1)$ ,  $C(A_2)$  计算 $C(A_1 \wedge A_2)$ ,  $C(A_1 \vee A_2)$
    - $C(x)$  表示可信度或支持度
  - 语义问题: 指的是上述表示和计算的含义是什么, 如何进行解释.



# 确定性方法

MYCIN系统是由斯坦福(Stanford)大学建立的对细菌感染疾病的诊断和治疗提供咨询的计算机咨询专家系统。

MYCIN系统研制过程中产生了不确定推理方法，该方法是第一个采用了不确定推理逻辑的专家系统。这个系统提出该确定性方法时遵循了下面的原则：

- (1) 不采用严格的统计理论。使用的是一种接近统计理论的近似方法。
- (2) 用专家的经验估计代替统计数据
- (3) 尽量减少需要专家提供的经验数据，尽量使少量数据包含多种信息。
- (4) 新方法应适用于证据为增量式地增加的情况。
- (5) 专家数据的轻微扰动不影响最终的推理结论。

**\*\*确定性推理方法也称为可信度方法**

# 可信度方法

可信度方法是在确定性理论的基础上，结合概率论等提出的一种不确定性推理方法，简称**C-F**模型。该方法首先在医疗系统MYCIN中得到成功的应用。

## 可信度的概念

根据以往**经验**对一个事物或现象为真的相信程度称为可信度。

可信度具有较大的主观性和经验性，其准确度难以把握。但领域专家对相应领域的知识所给出的可信度具有一定的可信性。

# C-F模型

## 1、知识不确定性的表示

在该模型中，知识是用产生式规则表示的，形式为：IF E  
THEN H (CF(H, E) )

其中：

- (1) 前提E可以是命题的合取和析取组合
- (2) 结论H可为单一命题，也可以是复合命题
- (3) CF(H, E)为确定性因子，简称可信度，用以量度规则的确  
定性（可信）程度。取值于 $[-1, 1]$ ，表示E为真时，对H的支持程  
度。CF(H, E)值越大，E就越支持H为真。

---

在C-F模型中,  $CF(H, E) = MB(H, E) - MD(H, E)$ , 其中

$MB(H, E)$  指信任增长度, 表示因与E匹配的证据出现, 使H为真的信任增长度。

$MD(H, E)$  指不信增长度, 表示因与E匹配的证据出现, 使H为真的不信任增长度。

从这些定义中可见, 对于特定情况下的证据E, 其可以增加或减少结论H存在的可能性, 但不可兼有。

当 $p(H/E) > p(H)$ 时，表示证据E支持结论H，则有 $MB > 0$ ， $MD = 0$ ；

当 $p(H/E) < P(H)$ 时，表示E不支持H，则有 $MB = 0$ ， $MD > 0$ ；

当 $p(H/E) = p(H)$ 时，表示E对H无影响，则有 $MB = MD = 0$ 。

因此，MB和MD是互斥的。即：

当 $MB > 0$ 时， $MD = 0$

当 $MD > 0$ 时， $MB = 0$

**有的参考书用**  
 **$C(H,E), F(H,E), P(H/E)$**   
**表示E对H的支持情况**

根据 **$CF(H,E)$** 的定义及**MD**和**MB**的互斥性，可以得到 **$CF(H,E)$** 的计算公式：

$$CF(H, E) = \begin{cases} MB(H, E) - 0 = \frac{P(H/E) - P(H)}{1 - P(H)} & \text{若 } P(H/E) > P(H) \\ 0 & \text{若 } P(H/E) = P(H) \\ 0 - MD(H, E) = -\frac{P(H) - P(H/E)}{P(H)} & \text{若 } P(H/E) < P(H) \end{cases}$$

从 $CF(H,E)$ 的计算公式可以看出它的意义:

(1) 若 $CF(H,E) > 0$ , 则 $P(H/E) > P(H)$ ;  $MB > 0$ ,  $MD = 0$ 。说明 $CF(H,E)$ 的值越大, 增加H为真的可信度就越大。若 $CF(H,E) = 1$ ,  $P(H/E) = 1$ , 说明由于E所对应的证据出现使H为真。

(2) 若 $CF(H,E) < 0$ , 则 $P(H/E) < P(H)$ ;  $MB = 0$ ,  $MD > 0$ 。说明 $CF(H,E)$ 的值越小, 增加H为假的可信度就越大。若 $CF(H,E) = -1$ ,  $P(H/E) = 0$ , 说明由于E所对应的证据出现使H为假。

(3) 若 $CF(H,E) = 0$ , 则 $P(H/E) = P(H)$ ;  $MB = MD = 0$ 。说明E与H无关。

可信度 $CF(H, E)$  (即 $MB$ ,  $MD$ ) 的值通常并不是经由 $p(H/E)$ 和 $P(H)$ 来计算的, 而是在建立规则库时由领域专家凭经验主观确定的。

## 2. 证据的不确定性表示

设证据H所在的环境为  $E$ ，则可用可信度  $CF(H, E)$  来表示H在  $E$  下的确定性程度，并有：

$$CF(H, E) = MB(H, E) - MD(H, E)$$

若  $E$  下H为真，则  $CF(H, E) = 1$ ；

若H为假，则  $CF(H, E) = -1$ ；

若  $E$  对H的真值无影响，则  $CF(H, E) = 0$ 。

类似于规则的不确定性，证据的可信度往往可由领域专家凭经验主观确定。

证据的可信度值来源于两种情况：

- (1) 初始证据由领域专家或用户给出；
- (2) 中间结论由不确定性传递算法计算得到。

### 3、组合证据不确定性的算法

(1)当组合证据是多个单一证据的合取时，即：

$$E = E1 \text{ AND } E2 \text{ AND } \dots \text{ AND } E_n$$

则  $CF(E) = \min\{CF(E1), CF(E2) \dots CF(E_n)\}$

(2)当组合证据是多个单一证据的析取时，即：

$$E = E1 \text{ OR } E2 \text{ OR } \dots \text{ OR } E_n$$

则  $CF(E) = \max\{CF(E1), CF(E2) \dots CF(E_n)\}$

### 4.不确定性的传递

不确定性的传递算法定义如下：

$$CF(H) = CF(H, E) \times \max[0, CF(E)]$$

由上式可以看出：

(1)  $CF(E) < 0$  时,  $CF(H) = 0$ , 说明该模型没有考虑证据为假时对结论H所产生的影响。

(2)  $CF(E) = 1$  时,  $CF(H) = CF(H, E)$ , 说明规则可信度  $CF(H, E)$  就是证据为真时的结论H的可信度。



## 5、结论不确定性的合成算法

若由多条不同知识推出了相同的结论，但可信度不同，则可用合成算法求出综合的可信度。由于对多条知识的综合可通过两两的合成实现，所以下面只考虑两条知识的情况。

设有如下知识：

**IF E1 THEN H (CF(H,E1))**

**IF E2 THEN H (CF(H,E2))**

则结论H的综合可信度可分为如下两步算出：

(1) 首先分别对每一条知识求出**CF(H)**

$$\text{CF1(H)} = \text{CF(H,E1)} \times \max\{0, \text{CF(E1)}\}$$

$$\text{CF2(H)} = \text{CF(H,E2)} \times \max\{0, \text{CF(E2)}\}$$

**(2)用如下公式求出E1和E2对H的综合影响所形成的可信度CF1,2 (H)**

$$CF_{1,2}(H) = \begin{cases} CF_1(H) + CF_2(H) - CF_1(H) \times CF_2(H) & \text{若 } CF_1(H) \geq 0 \\ & \text{若 } CF_2(H) \geq 0 \\ CF_1(H) + CF_2(H) + CF_1(H) \times CF_2(H) & \text{若 } CF_1(H) < 0 \\ & \text{若 } CF_2(H) < 0 \\ \frac{CF_1(H) + CF_2(H)}{1 - \min\{|CF_1(H)|, |CF_2(H)|\}} & \text{若 } CF_1(H) \text{ 与 } CF_2(H) \text{ 异号} \end{cases}$$

# 确定性方法

例：已知  $R1: A1 \rightarrow B1$   $CF(B1, A1) = 0.8$

$R2: A2 \rightarrow B1$   $CF(B1, A2) = 0.5$

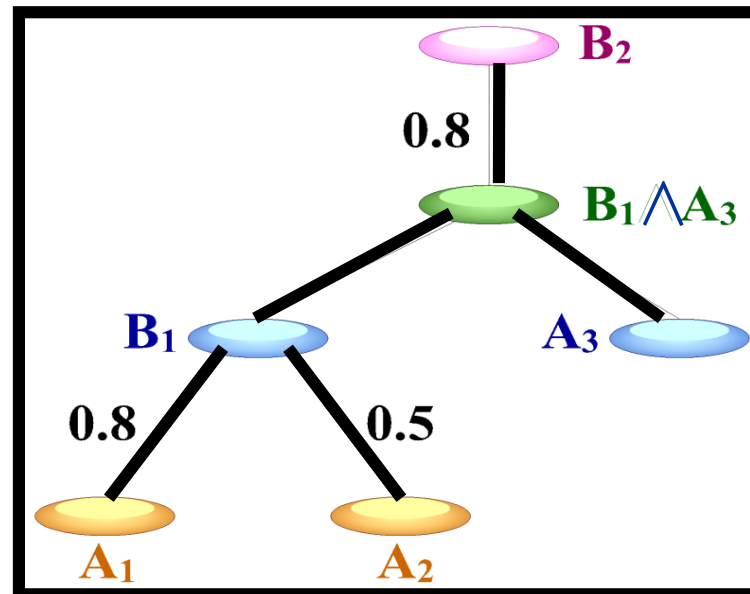
$R3: B1 \wedge A3 \rightarrow B2$   $CF(B2, B1 \wedge A3) = 0.8$

$CF(A1) = CF(A2) = CF(A3) = 1$ ;

$CF(B1) = CF(B2) = 0$ ;

计算执行规则后， $CF(B1)$ 、 $CF(B2)$ 的值

本题可图示为：



# 确定性方法

解：依规则R1，

$$CF(B1|A1) = CF(B1) + CF(B1, A1) \times (1 - CF(B1)) = 0.8,$$

即A1确定后，更新后的 $CF(B1) = 0.8$

依规则R2：

$$CF(B1|A2) = CF(B1) + CF(B1, A2) \times (1 - CF(B1)) = 0.9$$

即A2确定后，更新后的 $CF(B1) = 0.9$

依R3，先计算

$$CF(B1 \wedge A3) = \min(CF(A3), CF(B1)) = 0.9$$

由于 $CF(B1 \wedge A3) < 1$ ,

$$CF(B2|B1 \wedge A3) = CF(B2) + CF(B1 \wedge A3) \times CF(B2, B1 \wedge A3) \\ \times (1 - CF(B2)) = 0 + 0.9 \times 0.8(1 - 0) = 0.72$$

答：更新后的可信度分别是： $CF(B1) = 0.9$ ， $CF(B2) = 0.72$

确定性方法不是理论上的严密性，而是处理实际问题的可用性，同时也不可一成不变的用于任何领域。

# 确定性方法

## 练习1

$$r1: A_1 \rightarrow B_1 \quad CF(B_1, A_1)=0.8$$

$$r2: A_2 \rightarrow B_1 \quad CF(B_1, A_2)=0.5$$

$$r3: B_1 \wedge A_3 \rightarrow B_2 \quad CF(B_2, B_1 \wedge A_3)=0.8$$

初始证据  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  的CF值均设为1, 而初始未知证据  $B_1$ ,  $B_2$  的CF值为0, 即对  $B_1$ ,  $B_2$  是一无所知的。

求:  $CF(B_1)$ ,  $CF(B_2)$  的更新值

# 确定性方法

## 练习2

r1:  $A_1 \rightarrow B_1$   $CF(B_1, A_1)=0.8$

r2:  $A_2 \rightarrow B_1$   $CF(B_1, A_2)=0.6$

初始证据  $A_1$  ,  $A_2$  的CF值均设为0.5, 而初始未知证据  $B_1$  的CF值为0.1。

求:  $CF(B_1)$  的更新值

教材: P143, 4-9T

例：有下列一组知识（规则）：

$r_1$ : if  $E_1$  then  $H$  (0.8)

$r_2$ : if  $E_2$  then  $H$  (0.6)

$r_3$ : if  $E_3$  then  $H$  (-0.5)

$r_4$ : if  $E_4$  and ( $E_5$  or  $E_6$ ) then  $E_1$  (0.7)

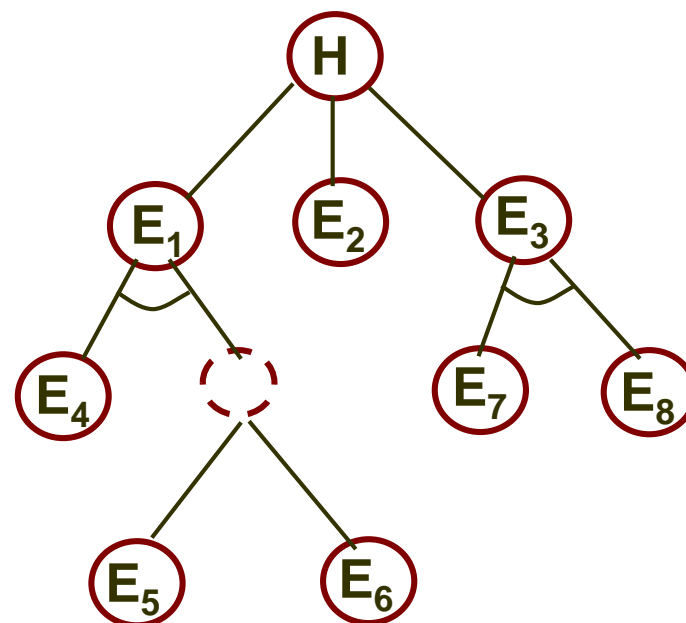
$r_5$ : if  $E_7$  and  $E_8$  then  $E_3$  (0.8)

已知：  $CF(E_2) = 0.8$ ,  $CF(E_4) = 0.5$ ,  $CF(E_5) = 0.6$ ,  $CF(E_6) = 0.7$ ,

$CF(E_7) = 0.6$ ,  $CF(E_8) = 0.9$ ,

求：  $CF(H) = ?$

解：由已知知识得到推理网络：



由  $r_4$  得到:

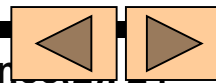
$$\begin{aligned}
 CF(E_1) &= 0.7 \times \max \{ 0, CF [ E_4 \text{ and } (E_5 \text{ or } E_6) ] \} \\
 &= 0.7 \times \max \{ 0, \min \{ CF(E_4), CF(E_5 \text{ or } E_6) \} \} \\
 &= 0.7 \times \max \{ 0, \min \{ CF(E_4), \max \{ CF(E_5), CF(E_6) \} \} \} \\
 &= 0.7 \times \max \{ 0, \min \{ 0.5, \max \{ 0.6, 0.7 \} \} \} \\
 &= 0.7 \times 0.5 \\
 &= 0.35
 \end{aligned}$$

由  $r_5$  得到:

$$\begin{aligned}
 CF(E_3) &= 0.8 \times \max \{ 0, CF(E_7 \text{ and } E_8) \} \\
 &= 0.8 \times 0.6 \\
 &= 0.48
 \end{aligned}$$

由  $r_1$  得到:

$$\begin{aligned}
 CF_1(H) &= 0.8 \times \max \{ 0, CF(E_1) \} \\
 &= 0.8 \times 0.35 \\
 &= 0.28
 \end{aligned}$$





由  $r_2$  得到:

$$\begin{aligned} CF_2(H) &= 0.6 \times \max \{ 0, CF(E_2) \} \\ &= 0.6 \times 0.8 \\ &= 0.48 \end{aligned}$$

由  $r_3$  得到:

$$\begin{aligned} CF_3(H) &= -0.5 \times \max \{ 0, CF(E_3) \} \\ &= -0.5 \times 0.48 \\ &= -0.24 \end{aligned}$$

结论不确定性的合成

$$\begin{aligned} CF_{1,2}(H) &= CF_1(H) + CF_2(H) - CF_1(H) \times CF_2(H) \\ &= 0.28 + 0.48 - 0.28 \times 0.48 \\ &= 0.63 \end{aligned}$$

$$CF_{1,2,3}(H) = \frac{CF_{1,2}(H) + CF_3(H)}{1 - \min \{ |CF_{1,2}(H)|, |CF_3(H)| \}} = 0.49$$

$$\text{即: } CF(H) = 0.49$$

# 可信度方法

• 例：有以下规则

R1: If e1 then h (0.9)

R2: If e2 then h (0.7)

R3: If e3 then h (-0.8)

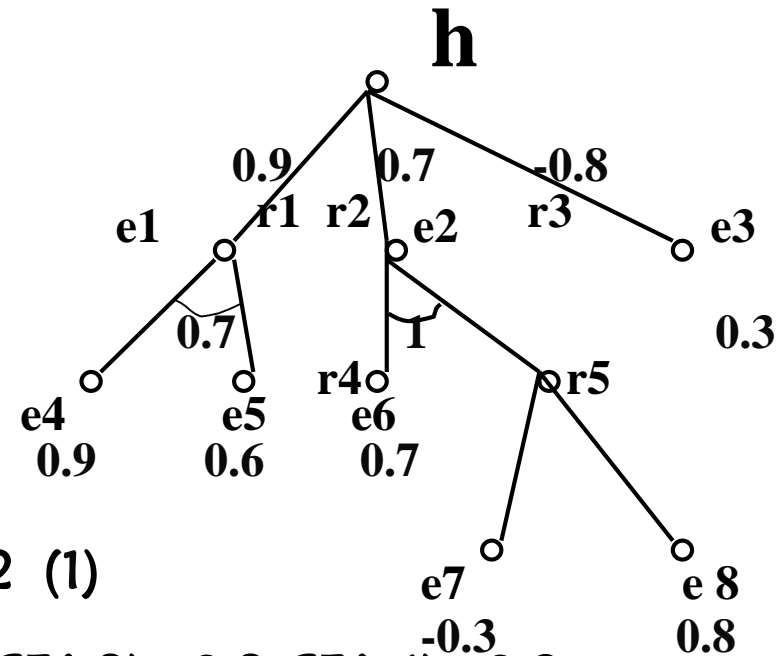
R4: If e4 and e5 then e1 (0.7)

R5: If e6 and (e7 or e8) then e2 (1)

设系统在问题求解过程中已经获得  $CF(e3)=0.3, CF(e4)=0.9,$

$CF(e5)=0.6, CF(e6)=0.7, CF(e7)=-0.3, CF(e8)=0.8$

求  $CF(H)=?$



# 可信度方法

---

- 评论

- 可信度方法的宗旨不是理论上的严密性，而是处理实际问题的可用性。
- 不可一成不变地用于任何领域，甚至也不能适用于所有科学领域。推广至一个新领域时必须根据情况修改。

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

在上一节的CF方法中,  $CF(A) < 0.2$  就认为规则不可使用, 实际上是忽视了A不出现的影响, 而主观Bayes方法则考虑了A不出现的影响。在该方法中, 引入两个数值(LS, LN)来作度量, LS 表现规则成立的充分性, LN 表现规则成立的必要性, 这种表示既考虑了A的出现对 B 的支持, 又考虑了A的不出现对 B 的影响。

**Bayes定理:**

设事件  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  中任意两个事件都不相容, 则对任何事件B有下式成立:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i) \times P(B | A_i)}{P(B)},$$

$$\text{或者 } P(A_i | B) \times P(B) = P(A_i) \times P(B | A_i) \\ i = 1, 2, \dots, n$$

**该定理就叫Bayes定理, 上式称为Bayes公式。**

$P(X)$ 表示在没有任何证据时, 事件X发生的概率, 为先验概率。

$P(A|B)$ 含义: 事件B (证据)已经存在的情况下, 事件A (结论)发生的条件概率。

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

全概率公式: 
$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) \times P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j) \times P(B|A_j)}, i = 1, 2, \dots, n$$

这是Bayes定理的另一种形式。

Bayes定理给出了一种用先验概率 $P(B|A)$ ，求后验概率 $P(A|B)$ 的方法。例如用B代表发烧，A代表感冒，显然，求发烧的人中有多少人是感冒了的概率 $P(A|B)$ 要比求因感冒而发烧的概率 $P(B|A)$ 困难得多。

对规则 $A \rightarrow B$ 的不确定性度量 $f(B,A)$ 以因子(LS, LN)来描述：

$$LS = \frac{P(A|B)}{P(A|\sim B)} \quad LN = \frac{P(\sim A|B)}{P(\sim A|\sim B)}$$

LS表示A真时对B的影响，即规则成立的充分性

LN表示A假时对B的影响，即规则成立的必要性

实际应用中概率值不可能求出，所以采用的都是专家给定的LS, LN值。从LS, LN的数学公式不难看出，LS表征的是A的发生对B发生的影响程度，而LN表征的是A的不发生对B发生的影响程度。

# 主观Bayes方法理解

在主观Bayes方法中， $P(A)$ 是专家对结论给出的先验概率，是在没有考虑任何证据时给出的，随着证据的获得，对A的信任度应有所改变，主观Bayes方法就是根据证据B的概率 $P(B)$ 及LS、LN的值，把A的先验概率 $P(A)$ 改为后验概率 $P(A|B)$ 或 $P(A|\neg B)$ 。

$$P(A) \xrightarrow[\text{LS, LN}]{P(B)} P(A|B) \text{ 或 } P(A|\neg B)$$

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

## 1.分析一下LS, LN 的意义

先建立几率函数:

$$O(X) = \frac{P(X)}{1-P(X)}$$

即, 表示证据X的出现概率和不出现的概率之比, 显然 $O(X)$ 是 $P(X)$ 的增函数, 且有:

$$P(X)=0, \quad O(X)=0$$

$$P(X)=0.5, \quad O(X)=1$$

$$P(X)=1, \quad O(X)=\infty,$$

几率函数实际上表示了证据X的不确定性。

几率函数与LS, LN的关系:

$$O(B|A) = LS \cdot O(B)$$

$$O(B|\sim A) = LN \cdot O(B)$$

几个特殊值:

LS, LN  $\geq 0$ , 不独立。

LS, LN不能同时  $> 1$  或  $< 1$

LS, LN可同时  $= 1$

$$LS = \begin{cases} 1, & \text{当 } O(B|A) = O(B), \text{ 即 } A \text{ 对 } B \text{ 没有影响。} \\ > 1, & \text{当 } O(B|A) > O(B), \text{ 即 } A \text{ 支持 } B。 \\ < 1, & \text{当 } O(B|A) < O(B), \text{ 即 } A \text{ 不支持 } B。 \end{cases}$$

$$LN = \begin{cases} 1, & \text{当 } O(B|\sim A) = O(B), \text{ 即 } \sim A \text{ 对 } B \text{ 没有影响。} \\ > 1, & \text{当 } O(B|\sim A) > O(B), \text{ 即 } \sim A \text{ 支持 } B。 \\ < 1, & \text{当 } O(B|\sim A) < O(B), \text{ 即 } \sim A \text{ 不支持 } B。 \end{cases}$$

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

2.证据的不确定性度量用几率函数来描述:

$$O(A) = \frac{P(A)}{1-P(A)} = \begin{cases} 0 & \text{当 } A \text{ 为假。} \\ \infty & \text{当 } A \text{ 真} \\ (0, \infty) & \text{一般情形。} \end{cases}$$

虽然几率函数与概率函数有着不同的形式,但是变化趋势是相同的:当A为真的程度越大 ( $P(A)$ 越大) 时,几率函数的值也越大。

由于几率函数是用概率函数定义的,所以,在推理过程中经常需要通过几率函数值计算概率函数值时,此时可用如下等式:

$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$



# 主观贝叶斯(Bayes)方法

## 3.推理计算

由于是不确定性推理，所以必须讨论证据发生的各种可能性

① A必出现时（即 $P(A) = 1$ ）：

$$O(B|A) = LS \cdot O(B)$$

$$O(B|\sim A) = LN \cdot O(B)$$

② 当A不确定时即 $P(A) \neq 1$ 时

设A'代表与A有关的所有观察，

$$P(B|A') = P(B|A)P(A|A') + P(B|\sim A)P(\sim A|A')$$

$$\text{当 } P(A|A') = 1 \text{ 时, } P(B|A') = P(B|A) = \frac{LS \cdot P(B)}{(LS - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (1)$$

证据A必然出现

$$\text{当 } P(A|A') = 0 \text{ 时, } P(B|A') = P(B|\sim A) = \frac{LN \cdot P(B)}{(LN - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (2)$$

证据A必然不出现

当 $P(A|A') = P(A)$ 时，观察A'对A没有影响：

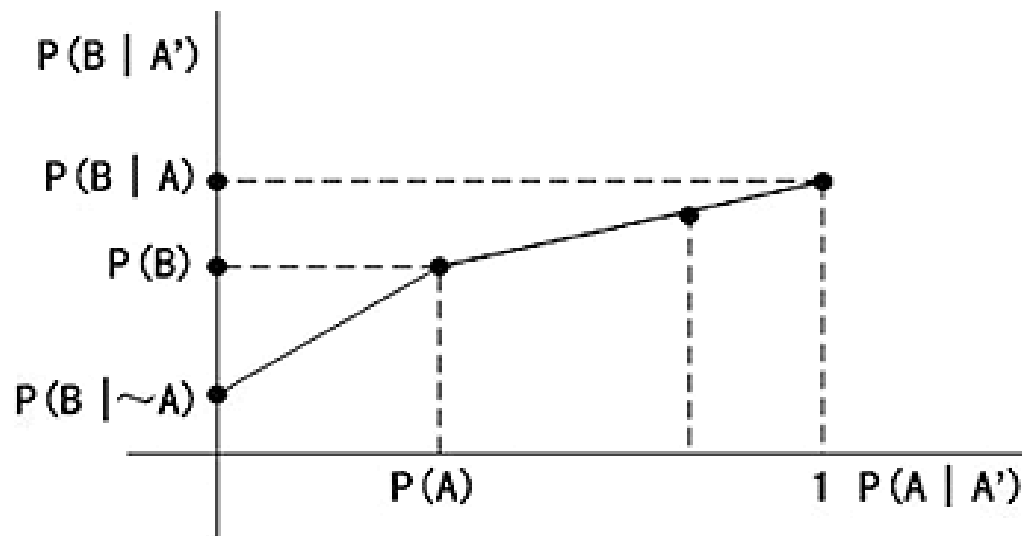
$$P(B|A') = P(B)$$

这样可得 $P(A|A')$ 为1，0， $P(A)$ 时相应的 $P(B|A')$ 的值。

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

根据这三点可以得到线性插值图，见下图。P(A|A')的其它取值下的P(B|A')可根据此图通过线性插值法得到。

线性插值图



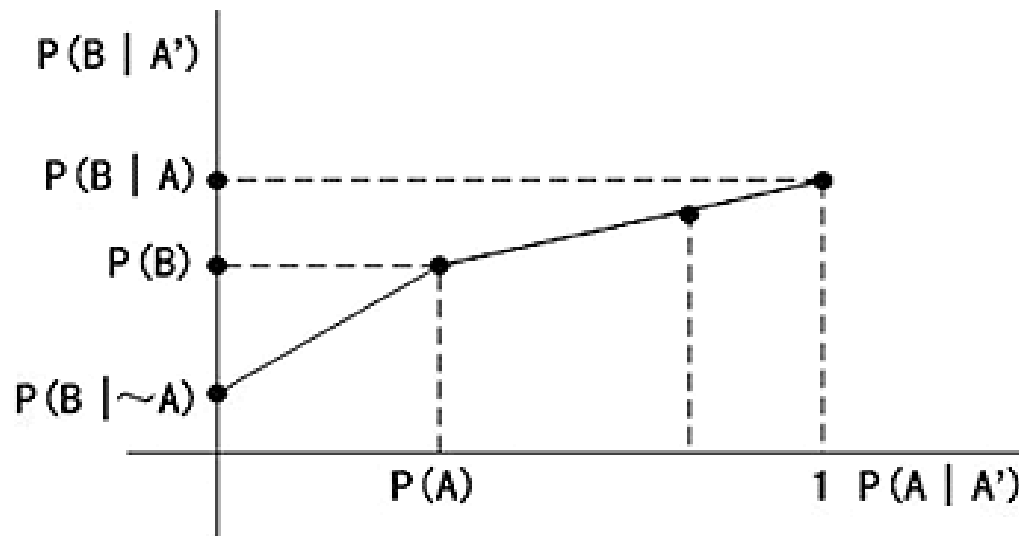
总结：主观Bayes方法优点：直观，明了。

问题：要求 $B_j$ 个事件相互独立（无关），实际上是不可能的。  
 $P(A|B_i)$ 和 $P(B_i)$ 难以计算。实际应用中，为了避开这一点采用LS, LN的专家给定值。

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$

$$O(X) = \frac{P(X)}{1 - P(X)}$$



利用

$$O(B|A) = LS \cdot O(B)$$

$$O(B|\sim A) = LN \cdot O(B)$$

求 $P(B|A)$ , 并将2式 代入②, 可得下式

$$P(B | A') = P(B | A) = \frac{LS \cdot P(B)}{(LS - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (1)$$

$$P(B | A') = P(B | \sim A) = \frac{LN \cdot P(B)}{(LN - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (2)$$

②设 $A'$ 代表与 $A$ 有关的所有观察,  
 $P(B|A') = P(B|A)P(A|A') + P(B|\sim A)P(\sim A|A')$

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

例：已知：  $P(A)=1, P(B1)=0.04, P(B2)=0.02$

$R1: A \rightarrow B1 \quad LS=20 \quad LN=1$

$R2: B1 \rightarrow B2 \quad LS=300 \quad LN=0.001$

计算：  $P(B2|A)$

分析：当使用规则R2时，证据B1并不是确定的发生了，即  $P(B1) \neq 1$ ，因此要采用插值方法。

解：

先依照A必然发生，由定义和R1得：

$$O(B1)=0.04/(1-0.04)=0.0417$$

$$O(B1|A)=LS*O(B1)=0.834$$

$$P(B1|A)=0.834/(1+0.834)=0.454$$

然后假设  $P(B1|A)=1$ ，计算：

$$P(B2|B1)=300*0.02/(299*0.02+1)=0.857$$

最后进行插值：

$$P(B2|A)=0.02+(0.857-0.02)*(0.454-0.04)/(1-0.04)=0.410$$

$$P(B|A') = P(B|A) = \frac{LS \cdot P(B)}{(LS - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (1)$$

$$P(B|A') = P(B|\sim A) = \frac{LN \cdot P(B)}{(LN - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (2)$$

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

例：已知：证据A1,A2必然发生, 且 $P(B1)=0.03$ ,  $P(B2)=0.01$

规则：R1:  $A1 \rightarrow B1$  ;  $LS=20$   $LN=1$

R2:  $A2 \rightarrow B1$  ;  $LS=300$   $LN=1$

R3:  $B1 \rightarrow B2$  ;  $LS=300$   $LN=0.0001$

求：执行规则后, B1, B2的更新值。

解：先求B1的更新值：

依R1,  $P1(B) = 0.03$

$$O(B1) = 0.03 / (1 - 0.03) = 0.030927$$

$$O(B1|A1) = LS \times O(B1) = 20 \times 0.030927 = 0.61855$$

$$P(B1|A1) = 0.61855 / (1 + 0.61855) = 0.382$$

使用规则R1后, B1的概率从0.03上升到0.382

依R2:

$$O(B1|A1 \mid A2) = 300 \times O(B1|A1) = 185.565$$

$$P(B1|A1 \mid A2) = 185.565 / (1 + 185.565) = 0.99464$$

使用规则R2后, B1的概率从0.382上升到0.99464

$$\begin{aligned} O(B|A) &= LS \cdot O(B) \\ O(B|\sim A) &= LN \cdot O(B) \end{aligned}$$

$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$

# 主观贝叶斯(Bayes)方法

再求B2的更新值：

由于B1不确定所以讨论其前项证据A，  
证据A必然发生时，由以上计算可知 $P(B1) = 0.03$ ，规则

**R1:  $A1 \rightarrow B1$  LS=20 LN=1**

对于规则R1，证据A必然发生，可得

**$P(B1|A) = 0.382$ ;**

使用规则R2后，B1的概率从0.382上升到0.99464

但是使用规则R3时，B1并非确定地发生，因此要用插值法。

先假设 $P(B1|A1, A2) = 1$ ，此时

$$P(B2|B1) = 300 * 0.01 / ((300 - 1) * 0.01 + 1) \text{ (公式 (1)) } \\ = 0.75188$$

再假设 $P(B1|A) = P(B1) = 0.03$ 时，即A对B1无影响

**$P(B2) = 0.01$**

根据这两个值可进行插值计算：

$$P(B2|A) = 0.01 + (0.75188 - 0.01) * (0.99464 - 0.03) / (1 - 0.03) = ?$$

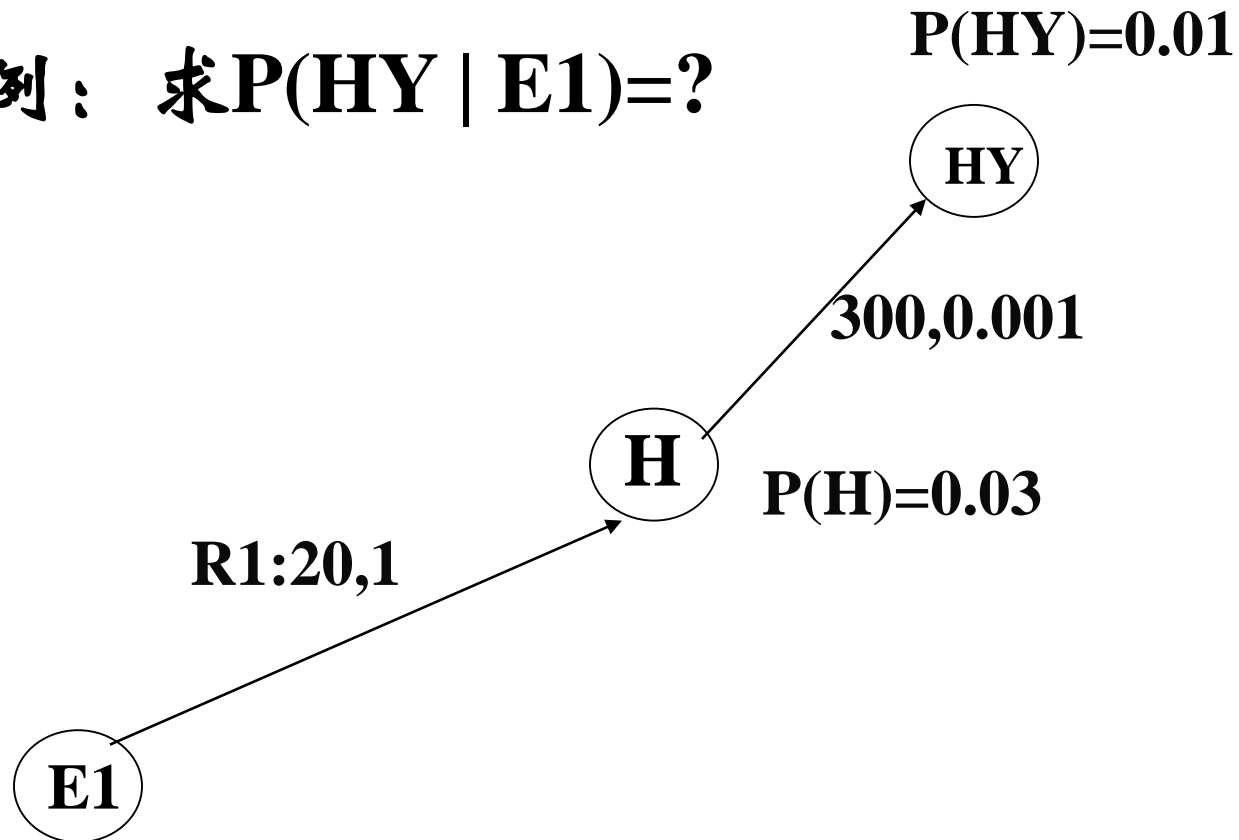
**B2的概率更新为0.74778**

$$P(B|A') = P(B|A) = \frac{LS \cdot P(B)}{(LS - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (1)$$

$$P(B|A') = P(B|\sim A) = \frac{LN \cdot P(B)}{(LN - 1) \cdot P(B) + 1} \quad (2)$$

# 主观贝叶斯方法 (推理计算2)

► 例：求  $P(HY | E1) = ?$



# 主观贝叶斯方法

---

- **主观Bayes方法的评价**
  - **优点：**
    - 计算方法直观、明了。
  - **缺点：**
    - 要求 $H_j$ 相互无关（实际不可能）。
    - $P(E|H_i)$ 与 $P(H_i)$  很难计算。
    - 应用困难。



# 作业

例题的数据变化:

例1. 已知  $R_1: A_1 \rightarrow B_1$   $CF(B_1, A_1) = 0.8$

$R_2: A_2 \rightarrow B_1$   $CF(B_1, A_2) = 0.5$

$R_3: B_1 \wedge A_3 \rightarrow B_2$   $CF(B_2, B_1 \wedge A_3) = 0.8$

$CF(A_1) = CF(A_2) = CF(A_3) = 1;$

$CF(B_1) = CF(B_2) = 0;$

计算  $CF(B_1)$ 、 $CF(B_2)$

例2.  $R_1: \text{IF } A \text{ THEN } X, CF(X, A) = 0.8;$

$R_2: \text{IF } B \text{ THEN } X, CF(X, B) = 0.6;$

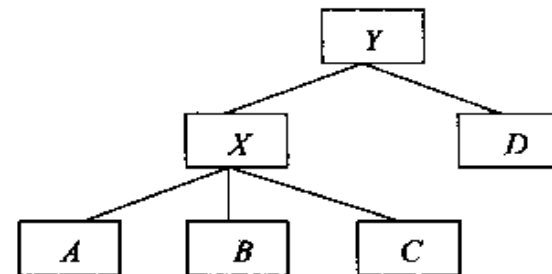
$R_3: \text{IF } C \text{ THEN } X, CF(X, C) = 0.4;$

$R_4: \text{IF } X \wedge D \text{ THEN } Y, CF(X, X \wedge D) = 0.3。$

$CF(A) = CF(B) = CF(C) = CF(D) = 0.5。$

$X, Y$  的初始可信度  $CF_0(X) = 0.1$  ,  $CF_0(Y) = 0.2。$

要求计算结论  $X$  和  $Y$  的可信度  $CF(X), CF(Y)。$



# 作业

例题的数据变化:

例3. 已知:  $P(A)=1, P(B1)=0.04, P(B2)=0.02$

$R1: A \rightarrow B1 \quad LS=20 \quad LN=1$

$R2: B1 \rightarrow B2 \quad LS=300 \quad LN=0.001$

计算:  $P(B2|A)$

例4. 已知: 证据A1, A2必然发生, 且 $P(B1)=0.03, P(B2)=0.01$

规则:  $R1: A1 \rightarrow B1 ; \quad LS=20 \quad LN=1$

$R2: A2 \rightarrow B1 ; \quad LS=300 \quad LN=1$

$R3: B1 \rightarrow B2 ; \quad LS=300 \quad LN=0.0001$

求: B1, B2的更新值。

主要是LS, LN, P的变化

# 习题

---

- 当证据  $E$  必然发生,  $H_1$  的先验概率 0.03,  $H_2$  的先验概率 0.01, 且有规则:

$r_1$ : if  $E$  then (20,1)  $H_1$

$r_2$ : if  $H_1$  then (300, 0.0001)  $H_2$

求:  $P(H_2|E)$