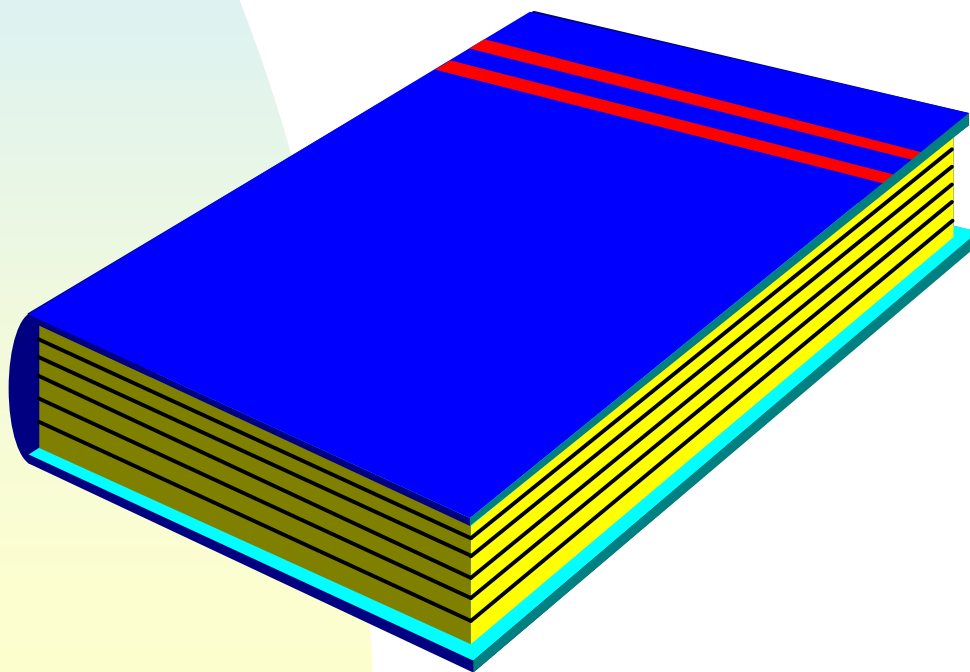


第12章 决策论

——单目标决策



和大自然决策。约束的系数由环境决定，如单位产品价格。由灵敏度分析，系数在一定范围在变化，最优解不变。不同范围，不同情景 S_i ，不同最优解。问题是决策时，不知道是哪个情景。

12.1 决策分析的基本概念

管理人员经常需要在具有大量不确定因素的环境下作出决策，决策分析技术为决策人提供了一套制定理性决策的框架和方法。

一些应用例子包括：

1. 制造商推出新产品决策 不同市场的需求量不确定

生产多少？是否需试销？需多少广告？

2. 金融公司投资有价证券决策

如何根据市场板块和单个有价证券前景确定最佳投资组合？

3. 农业公司为下一季节选择农作物和家畜的组合决策 必须在确定情景前决策，不能随机应变

如何根据天气状况、价格趋势和成本变化等因素确定最佳组合？

4. 石油公司是否在一个特定地区钻探石油的决策

是否钻探？钻探多深？是否需要做进一步的地质勘查？

● 决策问题类型

➤ 确定型决策

决策环境是完全确定的，作出选择的结果也是确定的。

➤ 风险型决策

决策环境中存在不确定性因素，但各种状态出现的概率是知道的。

➤ 不确定型决策

决策环境中存在不确定性因素，且决策人对各种状态出现的概率一无所知，只能凭主观倾向进行决策。

决策分析基本术语

- **决策人 (Decision Maker)** 一个人做决策目标是让自己的利益最大化，多个人则是让大家都能接受的结果，折中的妥协的结果。
是对一个决策（或一系列决策）负责的人或团体。即使每个人投票都遵从了自己的真实意愿，没有从众心理。结果也不一定反应了绝大多数人的意愿。
- **备选方案 (Alternatives)**
是决策者将作出的决策的选项。
- **自然状态 (State of nature)**
决策结果受到决策者无法控制的随机因素影响，这些随机因素决定了决策执行中的各种状况，称这些状况为自然状态。
- **先验概率 (Prior Probability)**
决策人对各种自然状态发生可能性（概率）的主观估计。
- **收益 (Payoff)** 取决于方案和状态
每一种决策的备选方案及自然状态的组合都会导致某种结果，收益是衡量决策结果对决策者的价值的量化指标。

案例1 Goferbroke石油公司问题

- Goferbroke公司购买了一些土地希冀发现大油田；
- 一位咨询地质学家认为该地域有25%的可能性有石油；
- 在该地域钻探石油需投资10万美元；
- 若有石油，可获纯利80万美元；净利润70万。
- 若不开采石油，将此地售出，可获利9万美元。

决策：在此开采石油还是出售此地？

● 预期收益

土地状况	利润	
	有石油	无石油（干涸）
备选方案		
钻探石油	\$700,000	-\$100,000
出售土地	90,000	90,000
可能性	25%	75%

决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$

● 收益表（单位：千美元）

步骤一：画表

备选方案	自然状态	
	有石油	干涸
钻探石油	700	-100
出售土地	90	90
先验概率可能性	0.25	0.75

12.2 基本决策准则

不同决策准则会导致不同的决策结果；而决策准则的选取则取决于决策人对决策的性格和态度，以及制定决策的环境。

对于不确定型决策（自然状态概率未知），常用的决策准则有乐观准则、悲观准则、等可能准则（**Laplace**准则）、最小机会损失准则等；对于风险型决策（自然状态概率已知），常用的决策准则有最大可能性准则，贝叶斯规则、最小期望机会损失等。

贝叶斯规则对于大多数决策者和大多数情况下是一个比较适合的准则。期望收益准则

不确定型决策——乐观准则

乐观准则着眼于未来状况对自己最为有利，因而采用了一种“好中取好”的思想。

其决策过程如下：

1. 对每个备选方案，在其所有自然状态中找出最大收益；
2. 在各方案最大收益中找出最大的一个，所对应的方案即为决策结果。

	自然状态		
备选方案	有油	干涸	方案的最大收益
钻探石油	700	-100	700 ← Max-Max
出售土地	90	90	90

按行取最大，按列取最大

不确定型决策——悲观准则

悲观准则着眼于未来状况对自己最为不利，因而采用了一种“坏中取好”的思想。

其决策过程如下：

1. 对每个备选方案，在其所有自然状态中找出最小收益；
2. 在各方案最小收益中找出最大的一个，所对应的方案即为决策结果。

	自然状态		
备选方案	有油	干涸	方案的最小收益
钻探石油	700	-100	-100
出售土地	90	90	90 ← Max-Min

按行取最小，按列取最大

● 乐观准则与悲观准则所存在的问题

仅考虑了各方案的最大（或最小）收益，而忽视了其它所有收益。

不确定型决策——最小机会损失准则

又称最小后悔值准则或Savage准则。

其决策过程如下：

1. 将收益表中的收益值换成机会损失值（后悔值），得到机会损失值矩阵（机会损失表）；
2. 根据机会损失值矩阵按悲观准则决策。

机会损失值 = 同一状态下最大收益值 - 相应的收益值

机会损失表

$$a'_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij} = a_j^* - a_{ij}$$

备选方案	自然状态		方案的最大机会损失
	有油	干涸	
钻探石油	0	190	190
出售土地	610	0	610

← Min-Max

机会损失值 a'_{ij}

不确定型决策——折中准则

将每个方案的最好与最坏情况加以折中考虑。
其决策过程如下：

1. 按乐观系数 α 对各方案的最好收益与最坏收益加权求和；
2. 选取加权收益最大的方案。

$$a_i = \alpha \max_j a_{ij} + (1 - \alpha) \min_j a_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

取乐观系数 $\alpha = 1/4$

备选方案	自然状态		方案的最大-最小加权收益
	有油	干涸	
钻探石油	700	-100	100 ← Max
出售土地	90	90	90

风险决策——最大可能性准则

最大可能性准则着眼于最可能发生的自然状态。
其决策过程如下：

1. 在所有自然状态中，找出先验概率最大的自然状态；
2. 在这种自然状态下收益最大的备选方案，即为决策结果。

备选方案	自然状态	
	有石油	干涸
钻探石油	700	-100
出售土地	90	90
先验概率	0.25	0.75

第二步：找最大收益

第一步：找最大概率

❖ 最大可能性准则所存在的问题

在很多自然状态的情况下，即便是最可能发生的状态，其发生概率也会很低，此时单就这一个状态作决策就失去意义了；

忽视了其它所有收益（即使是巨大的收益或致命的收益）；

如果最可能状态下各方案收益的差异远小于另一个具有一定可能性的自然状态下的收益差异，那么决策者往往会更加关注后者。

风险决策——最大期望收益准则（贝叶斯决策规则）

贝叶斯决策规则着眼于使方案的期望收益最大化。
其决策过程如下：

1. 对每一备选方案，将各自然状态的先验概率与相应的收益相乘，并对所有自然状态求和，即可得到各备选方案的期望收益（EP）；
2. 期望收益（EP）最大的备选方案，即为决策结果。

备选方案	自然状态		期望收益（EP）
	有石油	干涸	
钻探石油	700	-100	100 (=700*0.25-100*0.75)
出售土地	90	90	90 (=90*0.25+90*0.75)
先验概率	0.25	0.75	

● 贝叶斯决策规则的特点和所存在的问题

□ 特点：

- 考虑了所有的自然状态及其先验概率；
- 期望收益可理解为在相同情况下，重复多次决策所得到的平均收益，因此，在重复决策情况下使用贝叶斯规则能带来最大的长期收益。

□ 问题：

- 在确定先验概率时，仍然有相当大的不确定性；
- 先验概率在相当大的程度上是主观的，然而安全的决策应当是基于客观数据和程序的；
- 贝叶斯规则没有考虑决策人对风险的承受能力。

风险决策——最小期望机会损失准则

又称最小期望后悔值准则。

其决策过程如下：

1. 将收益表中的收益值换成机会损失值（后悔值），得到机会损失值矩阵（机会损失表）；
2. 求各方案机会损失值的数学期望，选取期望值最小的方案。

机会损失表

备选方案	自然状态		方案的期望机会损失 (EOL_i)
	有油	干涸	
钻探石油	0	190	142.5
出售土地	610	0	152.5
先验概率	0.25	0.75	

机会损失值 a'_{ij}

● 最大期望值与最小期望机会损失的关系

$$a'_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij} = a_j^* - a_{ij}$$

收益矩阵第j列的最大值

$$\text{EOL}_i = \sum_{j=1}^n p_j a'_{ij} = \sum_{j=1}^n p_j a_j^* - \sum_{j=1}^n p_j a_{ij} = a_j^* - \sum_{j=1}^n p_j a_{ij}$$

常数 (与i无关)

常数

$$\text{EOL}_i = K - \text{EMV}_i$$

$$\text{EMV}_i = \sum_{j=1}^n p_j a_{ij}$$

$$\min_i \{\text{EOL}_i\} = K - \max_i \{\text{EMV}_i\}$$

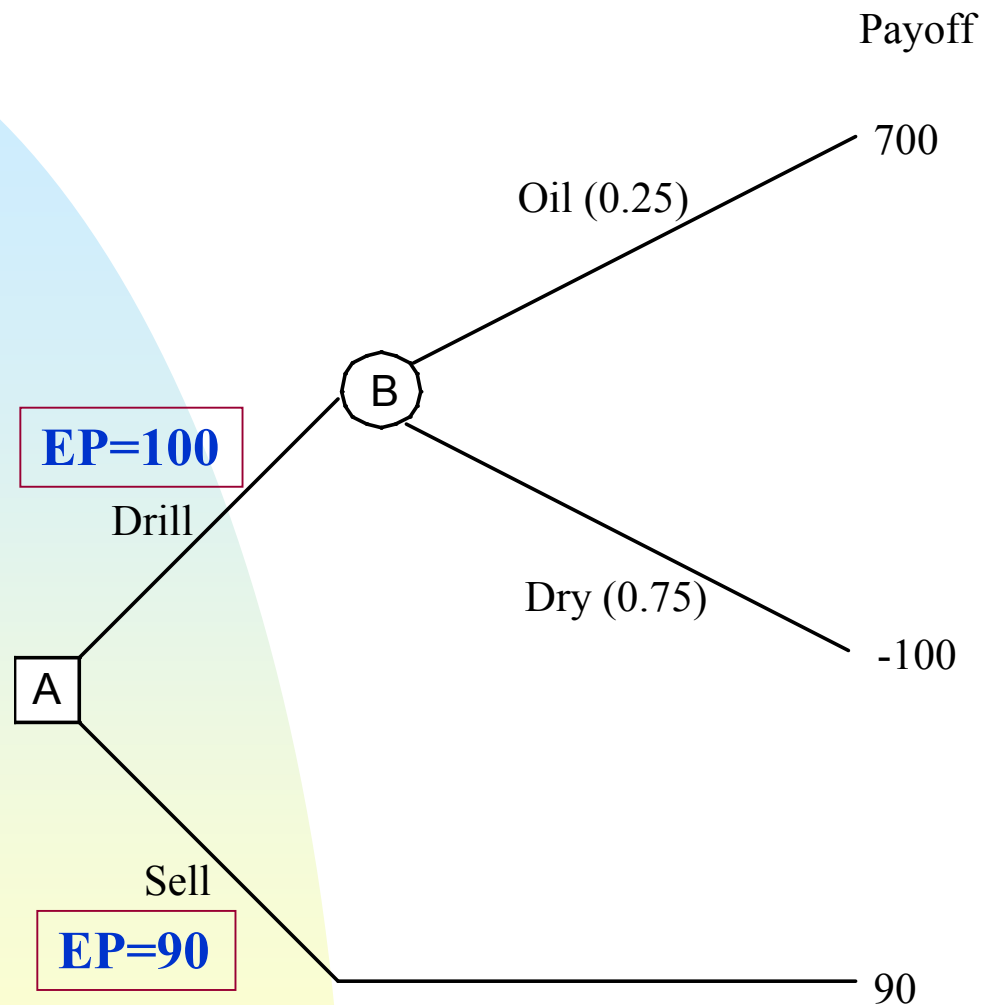
二者决策结果一致!

12.3 决策树

决策树是由决策节点、事件节点及结果构成的树形图，利用决策树可以以图形的方式显示和分析决策问题。

- **决策节点**：用矩形表示，表示在这一点上需作出决策；
- **事件节点（机会节点）**：用圆圈表示，表示在这一点上会发生随机事件；
- **分枝**：由决策节点发出的分枝表示决策；由事件节点发出的分枝表示随机事件（或自然状态）；
- **叶**：表示决策在特定自然状态下的结果

Goferbroke问题的决策树



★ 每个决策节点发出的分枝标有相应决策的期望收益，其值为其紧后节点的期望收益（若无节点，则为“叶子”值）；从后向前计算。

使用Excel建立和求解决策树

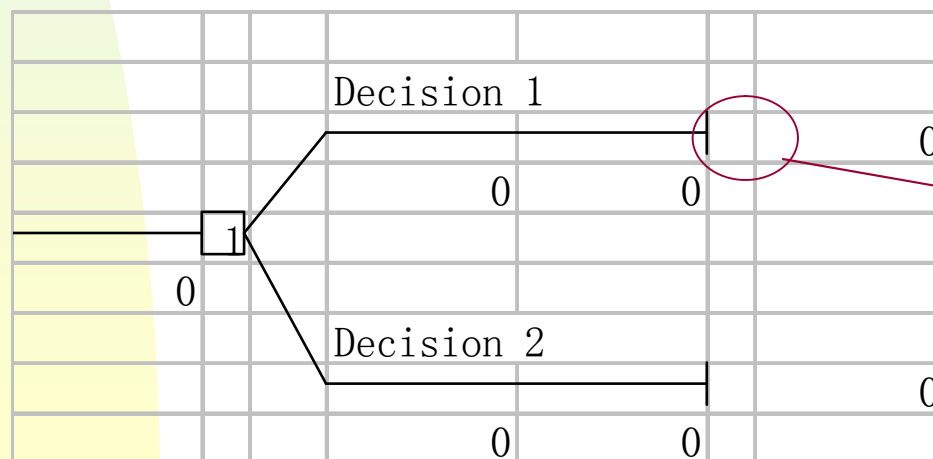
1. 运行treeplan.xla程序安装决策树软件；
2. 在“加载项”菜单下选择“**Decision Tree**”，弹出如下菜单

:



3. 选择“**New Tree**”建立决策树；

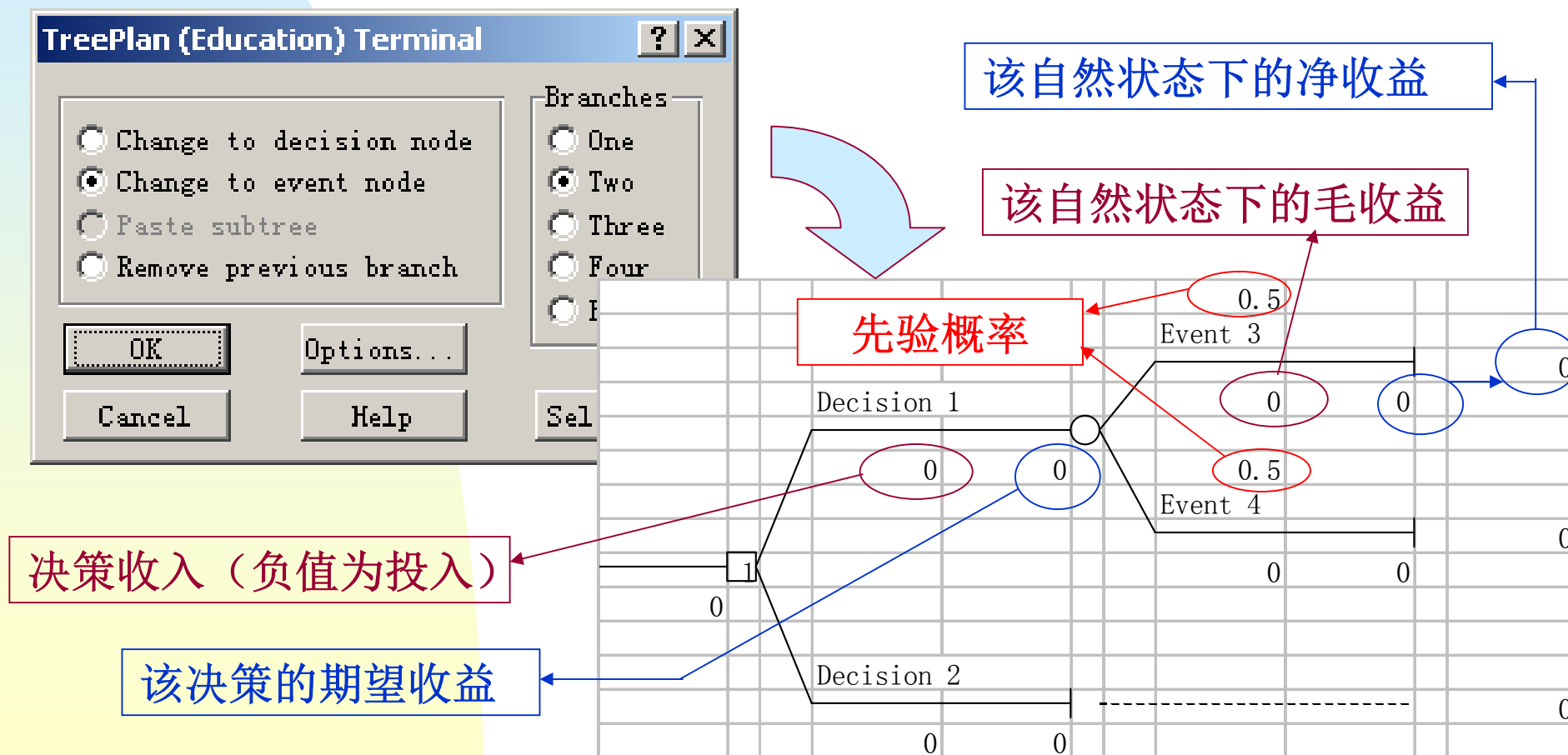
出现一个单决策节点、两个分枝的缺省决策树



决策树末端
(叶)

使用Excel建立和求解决策树

4. 若要改变节点类型或增删树枝，则选中相应的节点所在单元格，再选择“加载项”菜单中的**Decision Tree**；若从末端（叶）扩展决策树，只需选中叶节点所在单元格即可；



使用Excel建立和求解决策树

5. 在有关单元格输入相应数据，并修改相应节点名称；

决策收入：

“钻探石油” = -100;

“出售土地” = 90

净收益：

“有石油” = 800;

“干涸” = 0

先验概率：

“有石油” = 0.25;

“干涸” = 0.75

使用Excel建立和求解决策树

最终结果：

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.25			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	100			0.75			
7								Dry			
8											-100
9			1					0	-100		
10			100								
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						

第一个分枝的决策被选中

该决策的期望收益

12.4 敏感性分析

由于先验概率的确定带有很大的主观性，因此需要对其作进一步的敏感性分析。

- 考虑有石油的概率估计可能在15%和35%之间；
- 在以上范围内选择不同的先验概率加以观察。

Goferbroke问题的Excel模型

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.25			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	100			0.75			
7								Dry			
8											-100
9		1						0	-100		
10	100										
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						
15											
16											
17					Data						
18				Cost of Drilling	100						
19				Revenue if Oil	800						
20				Revenue if Sell	90						
21				Revenue if Dry	0						
22				Probability Of Oil	0.25						
23											
24				Action	Drill						
25											
26				Expected Payoff	100						

所有输入参量均采用变量形式。

在0.15到0.35范围内改变先验概率

Goferbroke问题对先验概率的敏感性分析结果

	I	J	K
16	Probability		Expected
17	of Oil	Action	Payoff
18		Drill	100
19	0.15	Sell	90
20	0.17	Sell	90
21	0.19	Sell	90
22	0.21	Sell	90
23	0.23	Sell	90
24	0.25	Drill	100
25	0.27	Drill	116
26	0.29	Drill	132
27	0.31	Drill	148
28	0.33	Drill	164
29	0.35	Drill	180

转折点

● 转折概率的确定

转折概率为先验概率的某一值，大于该值与小于该值会得到不同决策。

设 p = 有石油的概率，则

$$EP(\text{钻探石油}) = p * 700 + (1 - p) * (-100)$$

$$EP(\text{出售土地}) = 90$$

令 $EP(\text{钻探石油}) = EP(\text{出售土地})$

$$\text{求得 } p = 0.2375$$

结论：

当 $p < 0.2375$ 时，出售土地

当 $p > 0.2375$ 时，钻探石油

12.5 决策信息及其价值

由于先验概率估计的较粗略，因而将给决策带来较大不确定性；

事实上，可以用额外的费用获取更多的信息以更为精确地估计各自然状态发生的概率，从而带来更大的期望收益；

若获取信息的费用小于该信息带来的额外期望收益，则获取该信息的花费是值得的。

问题：

案例1中，进一步细致的地质勘察费用为3万美元，是否值得做？

● 完全情报价值 (EVPI)

拥有**完全情报** (**perfect information**)，意味着能够精确了解未来会出现哪种自然状态。

EP (拥有完全情报) = 如果知道真实自然状态进行决策得到的期望收益

EP (无完全情报) = 以原始的先验概率用贝叶斯规则决策得到的期望收益

完全情报价值EVPI (**expected value of perfect information**) :

$$\mathbf{EVPI} = \mathbf{EP} \text{ (拥有完全情报)} - \mathbf{EP} \text{ (无完全情报)}$$

● EP（拥有完全情报）

备选方案	自然状态	
	有石油	干涸
钻探石油	700	-100
出售土地	90	90
各状态下的最大收益	700	90
先验概率	0.25	0.75

$$\begin{aligned}\text{EP（拥有完全情报）} &= \text{各状态的先验概率与最大收益乘积之和} \\ &= 700 * 0.25 + 90 * 0.75 = 242.5\end{aligned}$$

● 初步结论

- $EVPI = EP$ （拥有完全情报） - EP （无完全情报）
 $= 242.5 - 100 = 142.5$ （千美元）
- 细致地质勘察的费用 $c = 30$ （千美元）
- $EVPI > c$

与最小期望机会损失的关系？

结论：值得进行地质勘探

新信息的采用 一

利用后验概率估计各自然状态出现的可能性

- 由于先验概率的确定带有很大的主观性，因此它们只是真实概率的一个粗略估计。
- 可以利用所采集到的额外信息来改进这些估计，改进后的概率估计称为后验概率（**Posterior Probability**）。
- 后验概率的形式： **P** （自然状态 | 实验结果）
 - 本例中为 **P** （Oil | 勘探结果）和 **P** （Dry | 勘探结果）

条件概率： $P(A|B) = P(AB) / P(B)$

●由自然状态推断试验结果的**条件概率**

通过地质勘查（采用地震勘探的方法），可能得到如下两种结果：

FSS：地震勘探回波良好，表明有石油的可能性很大

USS：地震勘探回波不好，表明有石油的可能性很小

根据地质学有关理论和实践，可以较为科学地估计出当有石油的情况下出现**FSS**与**USS**的概率，以及没有石油的情况下出现**FSS**与**USS**的概率。

称这种在给定自然状态条件下出现某种特定结果的概率为**条件概率**，记作

P （勘探结果 | 自然状态）

Goferbroke公司地震勘探结果的条件概率

自然状态	P (勘探结果 自然状态)	
	FSS	USS
有石油	$P(\text{FSS} \text{Oil}) = 0.6$	$P(\text{USS} \text{Oil}) = 0.4$
干涸	$P(\text{FSS} \text{Dry}) = 0.2$	$P(\text{USS} \text{Dry}) = 0.8$

联合概率的确定

可将自然状态的先验概率估计与条件概率相组合，得出自然状态与勘探结果同时出现的概率，即自然状态与勘探结果的联合概率：

$$P(\text{自然状态}, \text{勘探结果}) = P(\text{自然状态}) \times P(\text{勘探结果} | \text{自然状态})$$

P(Oil, FSS)	FSS	USS	P(Oil)
Oil	?	?	0.25
Dry	?	?	0.75
	?	?	1
	P(FSS)	P(USS)	P(Dry)

联合概率的确定

$$P(\text{FSS} | \text{Oil}) = 0.6 \quad P(\text{USS} | \text{Oil}) = 0.4$$

$$P(\text{FSS} | \text{Dry}) = 0.2 \quad P(\text{USS} | \text{Dry}) = 0.8$$

$$P(\text{Oil}, \text{FSS}) = P(\text{FSS} | \text{Oil}) \times P(\text{Oil}) = 0.6 \times 0.25 = 0.15$$

类似得到

$$P(\text{Oil}, \text{USS}) = 0.25 - 0.15 = 0.1$$

	FSS	USS	
Oil	0.15	0.1	0.25
Dry	0.15	0.6	0.75
	0.3	0.7	1

$P(\text{Oil})$

$P(\text{Dry})$

$$P(\text{FSS}) = 0.15 + 0.15 = 0.3$$

$$P(\text{USS}) = 0.1 + 0.6 = 0.7$$

● 后验概率

由条件概率公式可得

$$P(\text{自然状态}|\text{勘探结果}) = P(\text{自然状态}, \text{勘探结果}) / P(\text{勘探结果})$$

$P(\text{自然状态}|\text{勘探结果})$ 即为自然状态的后验概率。

$$P(\text{Oil} \mid \text{FSS}) = 0.15 / 0.3 = 0.5.$$

$$P(\text{Oil} \mid \text{USS}) = 0.1 / 0.7 = 0.14.$$

$$P(\text{Dry} \mid \text{FSS}) = 0.15 / 0.3 = 0.5.$$

$$P(\text{Dry} \mid \text{USS}) = 0.6 / 0.7 = 0.86$$

● 计算后验概率的一般公式 — 贝叶斯定理

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A | B_i)}$$

其中 B_i 为各种自然状态， A 为试验结果。

12.6 序贯决策

实际决策过程通常是作一系列的决策；

在Goferbroke公司的决策问题中，需进行两次决策：

- 是否进行地震勘探
- 钻探石油还是出售土地

在一系列决策中，前面的决策结果是后续决策的基础和依据。

这种决策模式称为序贯决策。

利用决策树进行序贯决策

基本过程：

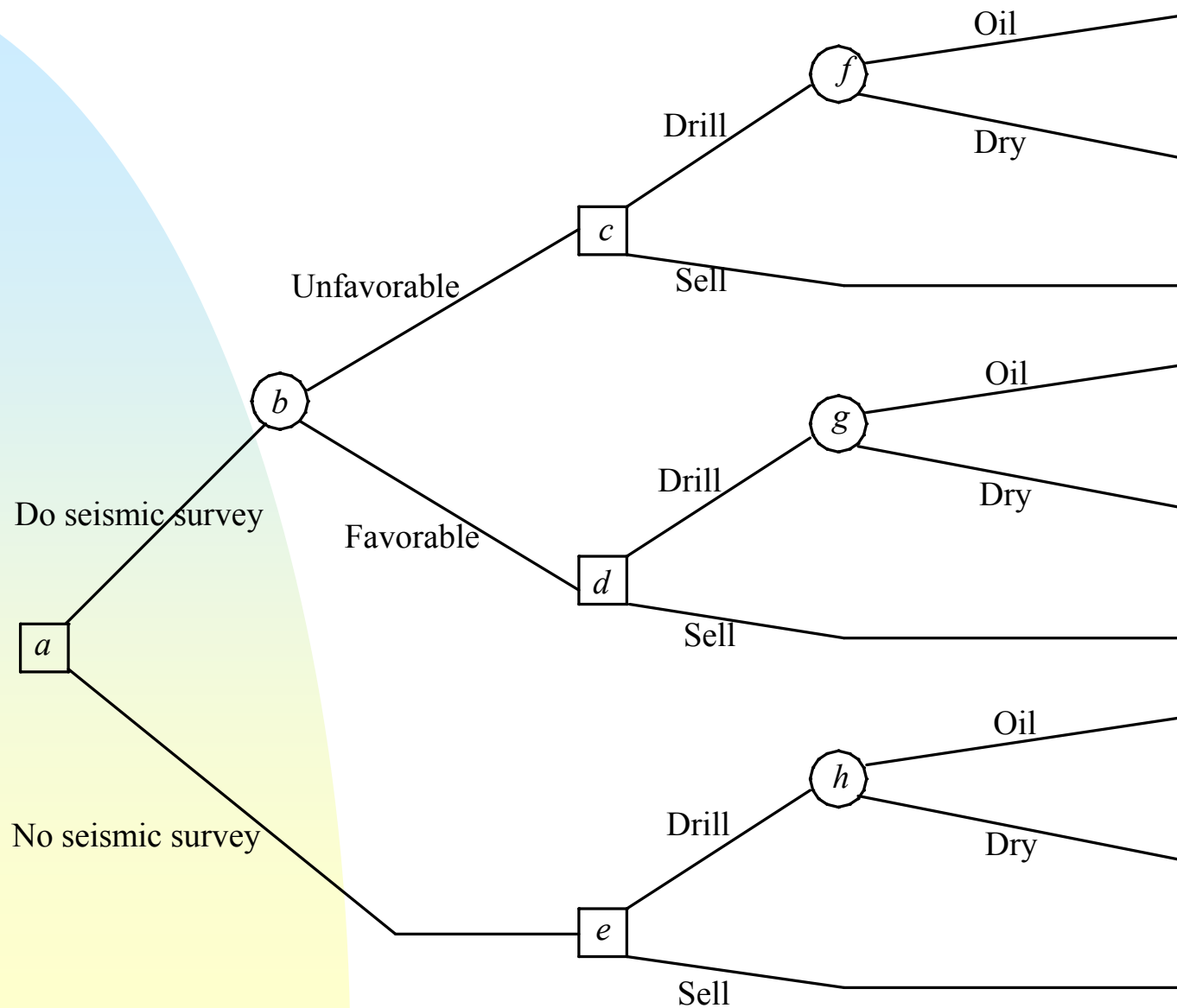
建立决策树；

确定现金流（决策收益或成本）、自然状态概率、收益；

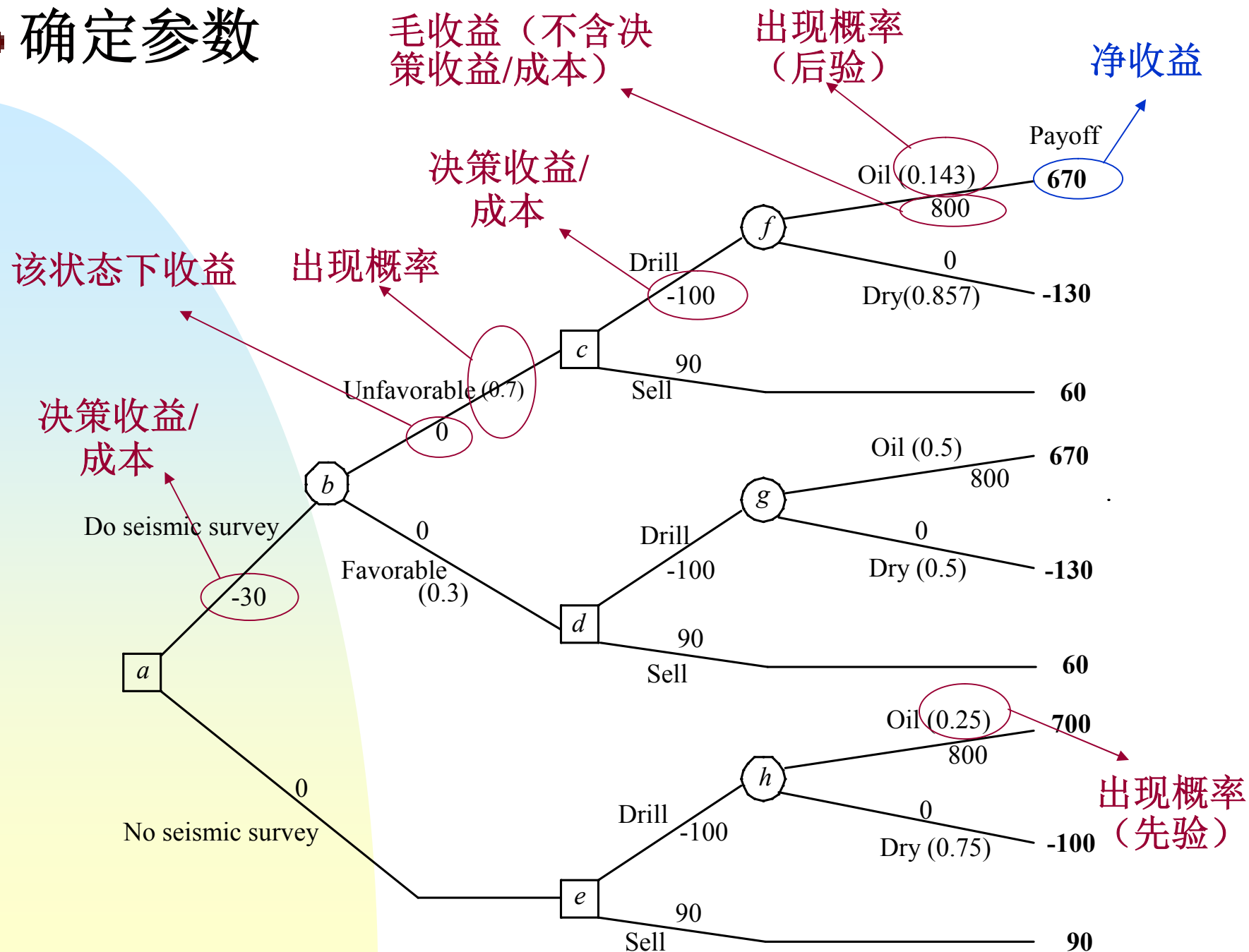
从后向前求取各决策的期望收益；

选取最佳策略。

构建决策树（多级）



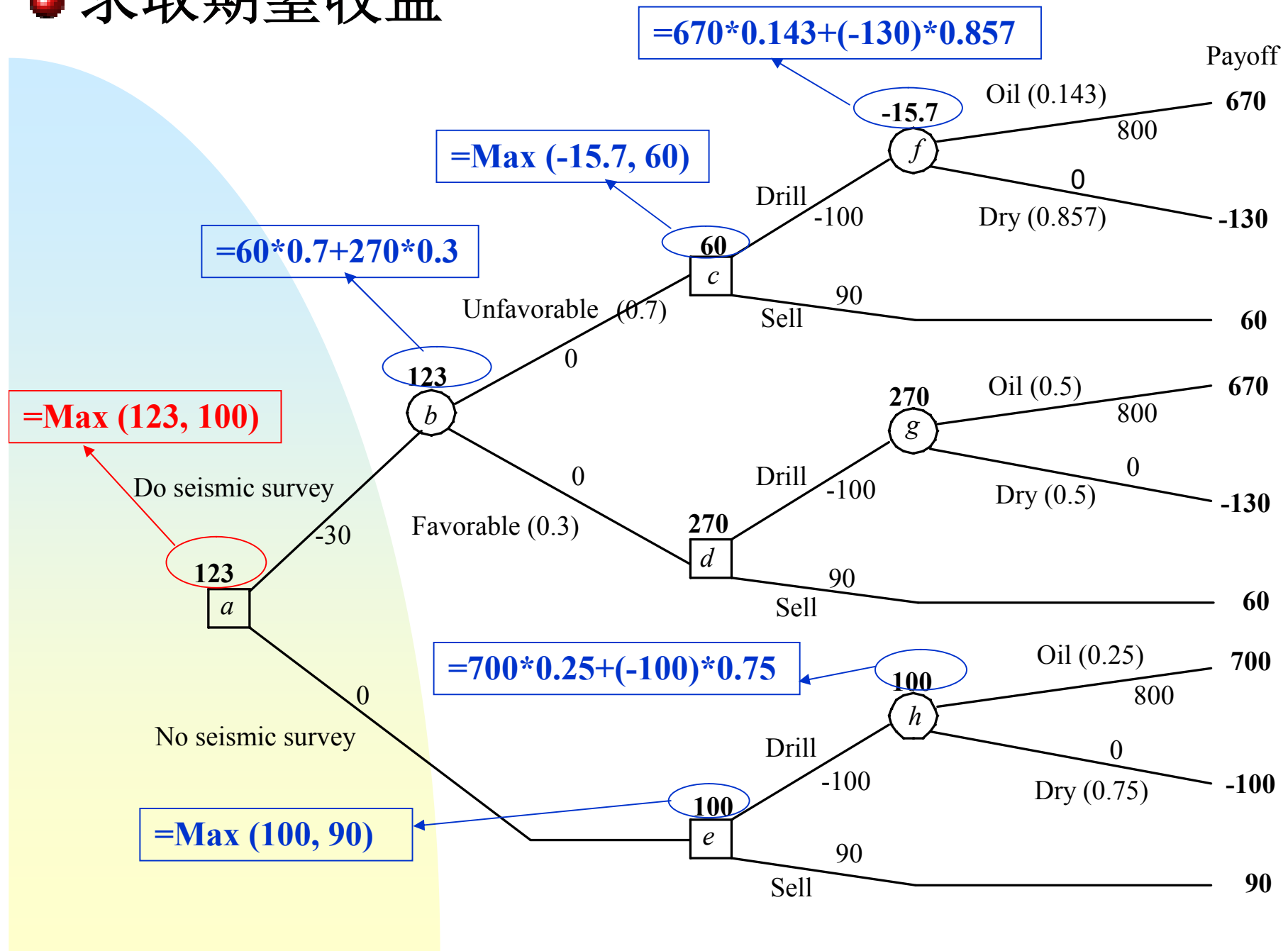
确定参数



● 求取期望收益

- 从后向前进行；
- 对于事件节点，将其后每一条分枝的期望收益（也即该分枝右边节点的期望收益）与该分枝的发生概率相乘，再对所有分枝求和，得到该事件节点的期望收益；
- 对于决策节点，对其后所有分枝的期望收益取最大值，作为该决策节点的期望收益，且选择相应的分枝作为本阶段决策；
- 以上过程一直进行到最左边的节点求得期望收益为止。

求取期望收益



- ## 1、作勘探试验

- ## 2、回波好，则钻探；

回波不好，则出售土地



-30

No seismic survey

“部分情报”价值如何估算？

Payoff

Oil (0.143)

800

Dry (0.857)

Oil (0.5)

Dry (0.5)

Oil (0.25)

25)

Dry (0.75)

75)

● 使用Excel的TreePlan构建决策树求解序贯决策

参见: **Goferbroke SensIt Graphs.xls**

12.7 效用及在决策分析中的应用

在应用贝叶斯决策规则时，假设以货币形式的期望收益对决策结果加以度量；但是在很多情况下，这个假设是不合适的：

➤ 两种选择：

- 一半的机会获得\$100000；
- 确定获得\$40000

- 购买保险的期望收益很低，但人们仍会购买
- 开发某种新产品的期望收益很高，但开发费用也很高（失败可能会导致破产），很多公司会拒绝投资

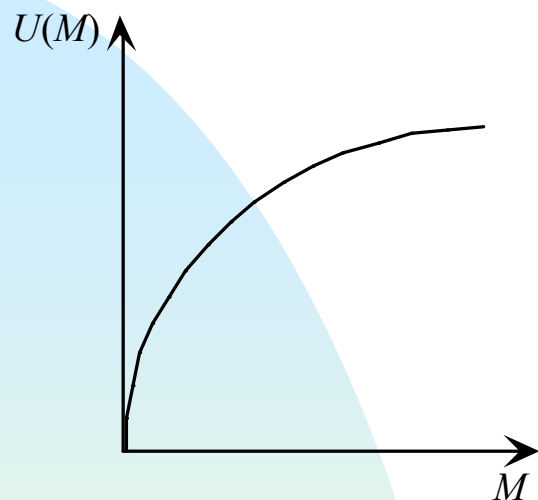
效用理论为以上问题的解决提供了一条可行之路

— 将货币值转换为反映决策人偏好的值

货币效用函数

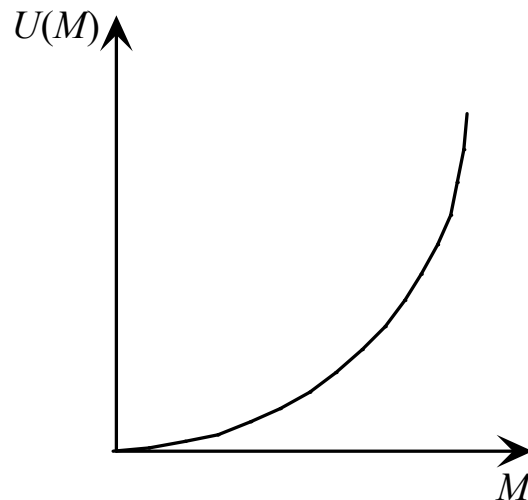
- **效用**是用来衡量人们对某些事物的主观价值、态度、偏爱、倾向等的指标值；
- 对于决策人，效用可以反映他们对风险的态度：
 - 风险偏好者
 - 风险回避者
 - 风险中性者
- 效用可以用**效用函数**和**效用曲线**来描述。

● 典型的效用函数曲线



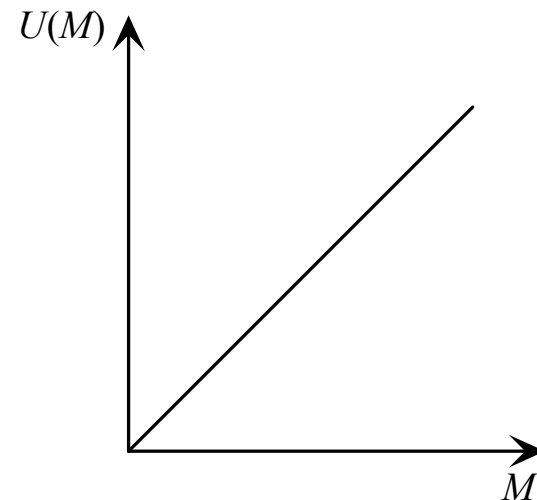
(a) Risk averse

货币边际效用递减



(b) Risk seeker

货币边际效用递增



(c) Risk neutral

货币效用与货币数量成比例

- 大多数人对于风险往往持回避态度；
- 有些人在涉及少量货币时可能体现出风险中性，但在对待大量货币时很少仍保持风险中性；
- 还有的人同时具有几种风险态度。

● 效用函数的基本性质

在效用理论的假设下，决策者的货币效用函数具有这样的性质：如果两个备选方案具有相同的期望效用（EU），则这两个备选方案对决策人是无差异的。

- 效用函数的取值标度是无关紧要的，习惯上，取 $U(0)=0$ ， $U(x)$ 与 x 具有相同的符号；
- 对于最大值 M ，设定 $U(M)=1$ 可以带来一些方便，但不是必须的。

● 效用函数基本性质示例

■ 以下三对方案分别是等价的：

- 25%的机会得到100000;
确定得到10000

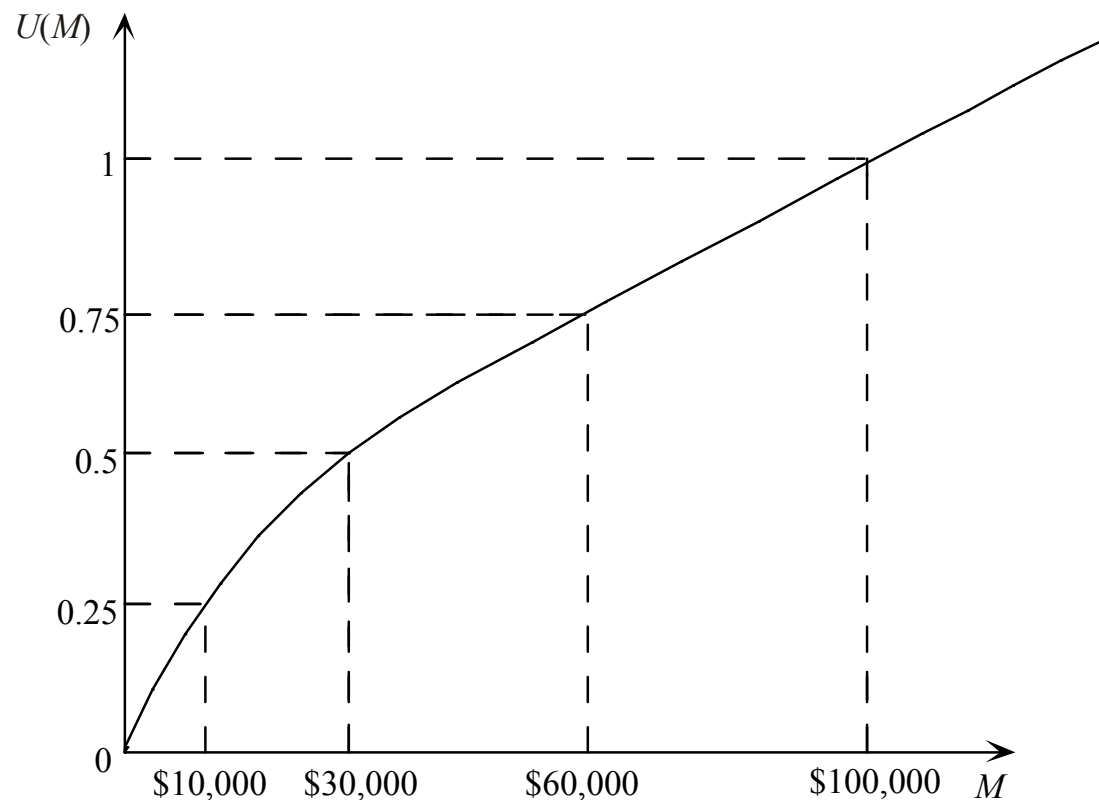
$$EU = 0.25$$

- 50%的机会得到100000;
确定得到30000

$$EU = 0.5$$

- 75%的机会得到100000;
确定得到60000

$$EU = 0.75$$



$$M = 100000$$

$$U(M) = 1$$

$$U(0) = 0$$

● 基于效用函数的决策

- 引入货币效用函数后，贝叶斯决策规则仍适用，只需将货币收益换成相应的效用即可；
- 最优策略是使期望效用（**EU**）最大的策略

$$EU = \sum_{i=1}^n p_i U(X_i)$$

★ 将贝叶斯规则中的收益 X_i 替换为相应的效用值 $U(X_i)$ 即可

效用函数曲线的确定

可利用一系列的“博彩程序”通过寻找无差异点来确定效用曲线。一般步骤如下：

1. 列出问题中所有可能的货币收益（包括0）；
2. 令 $U(0)=0$ ，然后任意设定另一个收益的效用值（负收益取负值，正收益取正值）；
3. 选择三个收益值，其中两个收益值的效用已知；
4. 应用博彩程序确定第三个收益值的效用；
5. 重复步骤3、4，得出所有未知收益值的效用；
6. 在直角坐标系中画出各（收益，效用）点，并连成光滑曲线，即得到效用函数 $U(M)$ 的曲线。

● 博彩程序

给定三个货币收益 $M_1 < M_2 < M_3$ ，已知其中两个收益的效用，现要确定第三个收益的效用：

1. 提供决策人两个备选方案：

A_1 ：以概率 p 获得收益 M_3 ；以概率 $1-p$ 获得收益 M_1 ；

A_2 ：获得确定收益 M_2 ；

2. 对决策人提出如下问题：

概率 p 为多少时方案 A_1 和 A_2 是无差异的？

3. 将 p 值代入效用基本性质等式 $EU(A_1)=EU(A_2)$ ，得到：

$$pU(M_3) + (1-p)U(M_1) = U(M_2)$$

4. 求解以上方程，得出未知效用。

Goferbroke公司决策人效用函数曲线的建立

- 从决策树中易看出， Goferbroke公司的货币收益值有： $-130, -100, 0, 60, 90, 670, 700$ （千美元）；
- 令 $U(0) = 0$ ；
- 任意设定 $U(-130) = -150$

● 确定 $U(700)$

1. 提供决策人两个备选方案:

A_1 : 以概率 p 获得收益 700; 以概率 $1-p$ 获得收益 -130;

A_2 : 获得确定收益 0;

2. 对决策人提出如下问题:

概率 p 为多少时方案 A_1 和 A_2 是无差异的?

决策人的回答: $p = 0.2$

3. 将 p 值代入效用基本性质等式

$$pU(M_3) + (1-p)U(M_1) = U(M_2) \Rightarrow 0.2 \times U(700) + 0.8 \times (-150) = 0$$

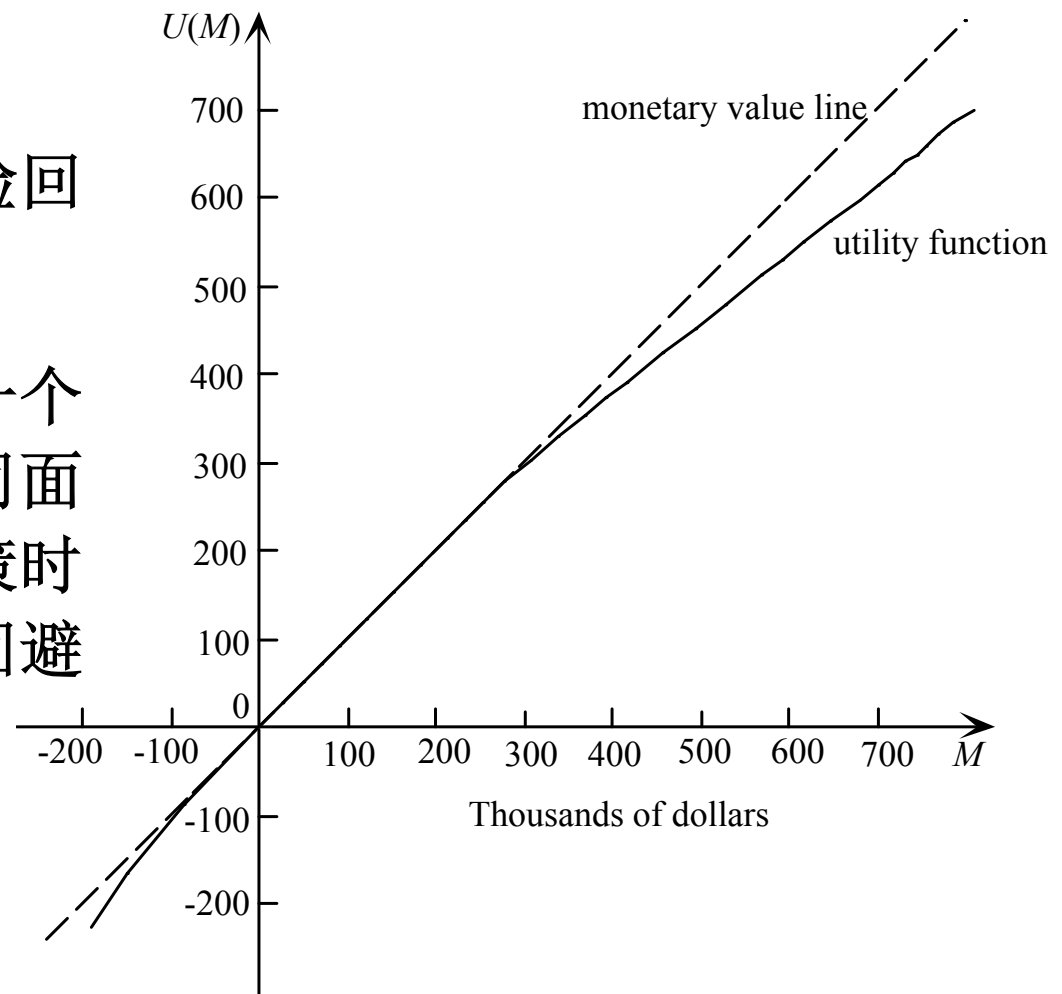
得到:

$$U(700) = 600$$

● 效用函数曲线

- 应用博彩程序，得出5个有代表性的收益值（-130， -100， 0， 90， 700）的效用：-150， -105， 0， 90， 600；
- 用一条光滑曲线连结以上各点。

- 这是一条典型的中等风险回避者的效用曲线；
- 本例中的决策人原本是一个风险偏好者，但由于公司面临财务困境，因此在决策时变成了一个中等的风险回避者。



指数效用函数

- 构建效用函数的一般方法要求多次使用博彩程序，反复让决策人回答一些困难的问题，决策人经常难以接受；
- 另一种方法先假设效用函数具有某种特定的函数形式，再通过选取相关参数使其尽量反映决策人的风险态度。

一种广泛使用的效用函数形式是指数函数：

$$U(M) = R(1 - e^{-\frac{M}{R}})$$

其中 R 代表决策人的风险容忍度

- ★ 具有这种形式效用函数的决策人属于风险回避型；
 R 越大，风险回避程度越小（越接近风险中性）

● 估计 R 的方法

选择 R ，使得以下两个方案无差异：

A_1 ：以50%的概率获得收益 R ；以50%的概率损失 $R/2$ ；

A_2 ：没得到什么，也不损失什么

● 指数效用函数存在的问题

指数效用函数的 R 值是恒定的，即决策人对待风险的态度是不变的；而事实上，在很多情况下决策人对待风险的态度是会发生变化的（尤其是涉及大量资金和可能的重大损失的时候）。

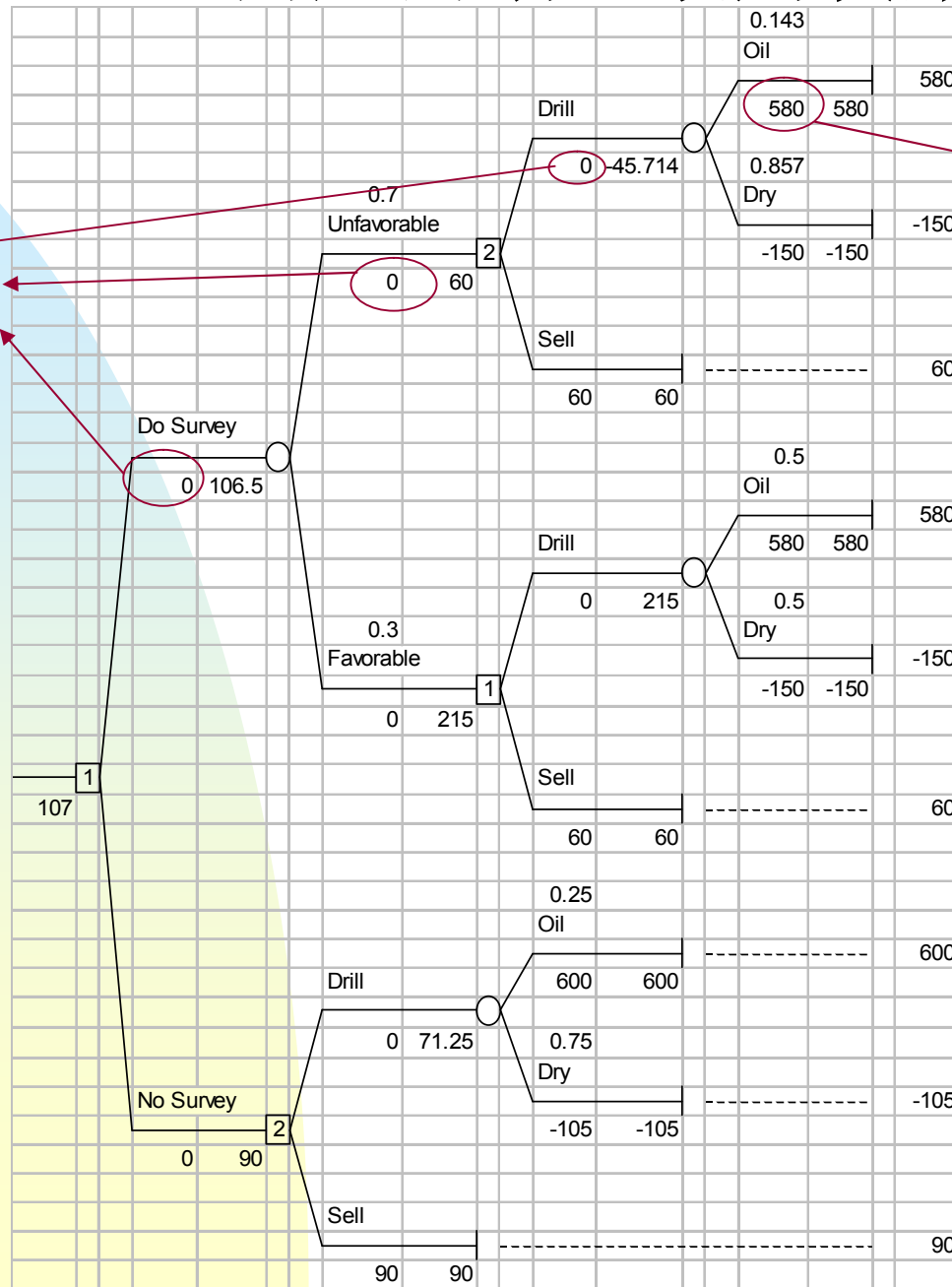
- **Goferbroke**公司的问题中，当货币收益值在-100到300之间时，决策人具有很低的风险规避性（近似风险中性），此时 R 值较大；
- 当货币收益值在-100到300之外时，决策人的风险规避程度变高，此时 R 值较小；

在决策树中应用效用函数

- 将相关的收益改为效用即可；
- 在应用**TreePlan**求解时，将决策树最后一级分枝的收益值改为相应的效用值；将前面树枝的收益或成本均置为0。

Goferbroke问题的期望效用决策树

其余
分枝收益
或成本均为0



末尾分枝收益值改为
相应的效用值

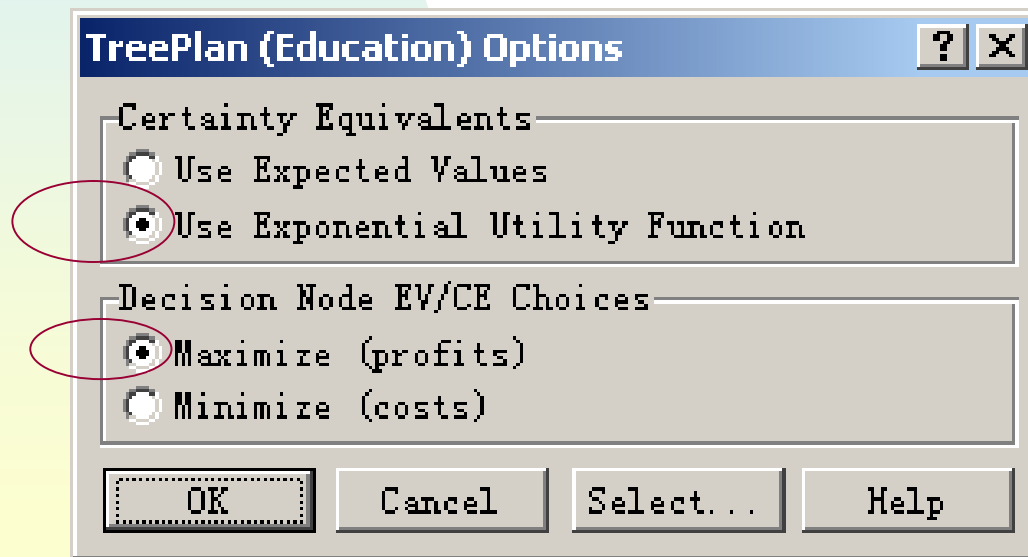
(各效用值见p514)

参见: Goferbroke
Max's Utilities.xls

● 在TreePlan中应用指数效用

1. 建立期望收益决策树；
2. 在某单元格中输入 **R** 值，并为该单元格命名为 **RT** ；
3. 选择“加载项\Decision Tree”

单击“Option”按钮，弹出如下对话框：



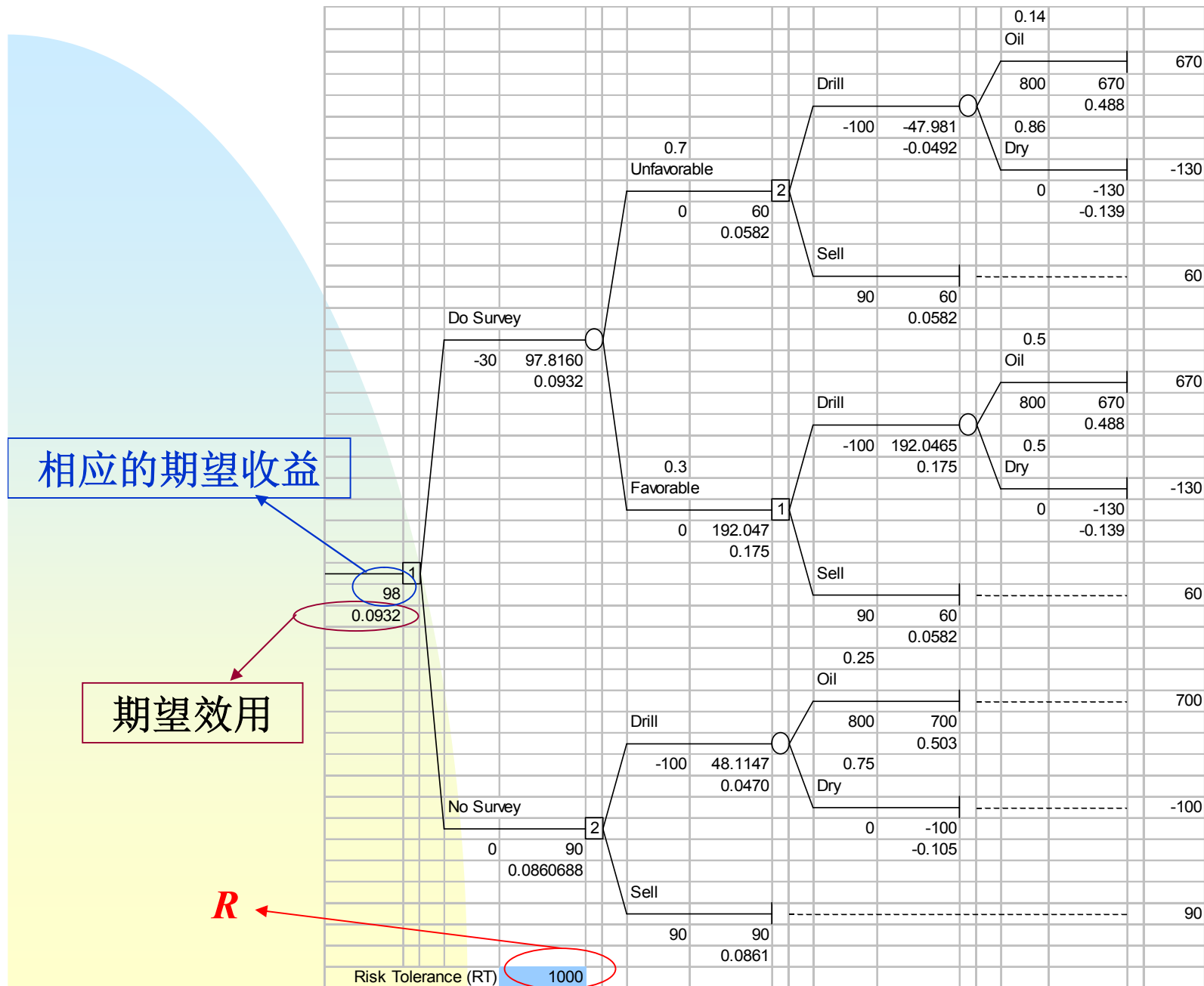
随着 **R** 值的不同，会得到不同的决策结果：

$R=1000$

$R=720$

参见：Goferbroke Exponential Util.xls

Goferbroke问题的期望指数效用决策树



本章小结

- 决策分析的基本概念
 - 作用
 - 分类、自然状态、先（后）验概率、收益
- 基本决策准则
 - 乐观、悲观、等可能、最小机会损失准则、折中准则
 - 最大可能性、贝叶斯决策规则、最小期望机会损失准则
- 决策信息及其价值
 - 完全情报价值
- 决策树与序贯决策
 - **TreePlan**、新信息的引入
- 效用理论