

计量经济学: 第一次作业

主讲教师: 崔文昊

截止日期: 2022 年 9 月 22 日

1. 请在指定日期当天课前提交作业。
2. 请用 A4 纸完成作业。如果作业为多页, 请于 A4 纸左上角装订。
3. 使用 Matlab 完成的作业, 请将代码, 连同结果一并打印提交。

第一题 (10 分)

我们有从 $N(\mu, \sigma^2)$ 中的独立同分布的观测值 $X_i, i = 1, 2, \dots, N$ 。同时定义 $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ 和 $s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$ 。根据充分统计量的定义, (\bar{X}, s^2) 是否是 (μ, σ^2) 的充分统计量?

第二题 (30 分)

10 个观测值 $X_i \sim N(\mu, 4), i = 1, 2, \dots, 10$ 独立同分布, 我们想要检验 $H_0: \mu = 2$ 和 $H_1: \mu \neq 2$ 。加入你用 $z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{4/10}}$ 统计量来检验原假设, 并将拒绝域设定为 $[1, 1 + \delta] \cup [-(1 + \delta), -1]$ (拒绝域是指当 z 统计量的值在区间范围内拒绝原假设的区域)

2.1 (10 分)

δ 等于多少时, 假设检验的 size 为 10%?

2.2 (10 分)

当 μ 的真实值为 2.3 时, 该假设检验的 power 是多少?

2.3 (10 分)

在假设检验的 size 为 10% 的情况下, μ 对应的置信区间是多少?

第三题 (20 分)

假设独立同分布的数据服从分布 $f(\theta)$, 并且存在关于 θ 的充分统计量, 不妨将该充分统计量记作 A 。

3.1 (10 分)

解释为什么最大似然估计量 $\hat{\theta}$ 一定是 A 的函数?

3.2 (10 分)

基于 Neyman-Pearson Lemma, 解释为什么对于 most powerful test 来说, 我们只需要考虑基于充分统计量 A 的假设检验?

第四题 (20 分)

我们考虑从一个指数分布 ($X \sim \exp(\theta), f(X) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$) 之中进行独立同分布的抽样, 并将观测值记作 X_i

4.1 (5 分)

\bar{X} 是否是 θ 的充分统计量

4.2 (5 分)

计算矩估计和最大似然估计量 $\hat{\theta}$

4.3 (5 分)

计算 $\hat{\theta}$ 的期望和方差

4.4 (5 分)

$\hat{\theta}$ 是否具有有效性