

Modulation und Demodulation

Paul Becker Alina Nasr-Esfahani
(paul.becker@udo.edu) (alina.esfahani@udo.edu)

Durchführung: 22.01.2018, 3. Abgabe: 01.05.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Amplitudenmodulation	2
1.2	Frequenzmodulation	3
1.3	Modulationsschaltungen	5
1.3.1	Der Ringmodulator	5
1.3.2	Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub	6
1.4	Demodulationsschaltungen	7
1.4.1	Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen	7
1.4.2	Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen	10
2	Durchführung	10
3	Auswertung	11
3.1	Amplitudenmodulation mit Ringmodulator	11
3.2	Amplitudenmodulation mit Trägerabstrahlung	13
3.3	Frequenzmodulation	15
3.4	Proportionalität zwischen Gleichspannung am Ausgang und Phase der Wechselspannung zwischen den Eingängen am Ringmodulator	17
3.5	Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Ringmodu- lator	18
3.6	Demodulation mit Gleichrichterdiode	18
3.7	Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung	19
4	Diskussion	20
5	Anhang	21

1 Theorie

Um Informationen mit Hilfe von elektromagnetischen Wellen übertragen zu können, werden Verfahren benötigt um diesen Wellen Informationen aufprägen zu können. Solche Verfahren werden Modulationsverfahren genannt; das Rückgewinnen der Informationen aus der modulierten Welle nennt man Demodulation. Die Hochfrequenztechnik kennt eine Reihe von Modulationsverfahren, welche unter Ausnutzung einer periodischen Änderung von Amplitude, Frequenz oder Phase einer Trägerwelle dieser Informationen aufprägen.

1.1 Amplitudenmodulation

Die einfachste Form der Amplitudenmodulation lässt die Amplitude einer hochfrequenten Trägerwelle $U_T(t)$ im Rhythmus einer niederfrequenten Modulationswelle $U_M(t)$ variieren.

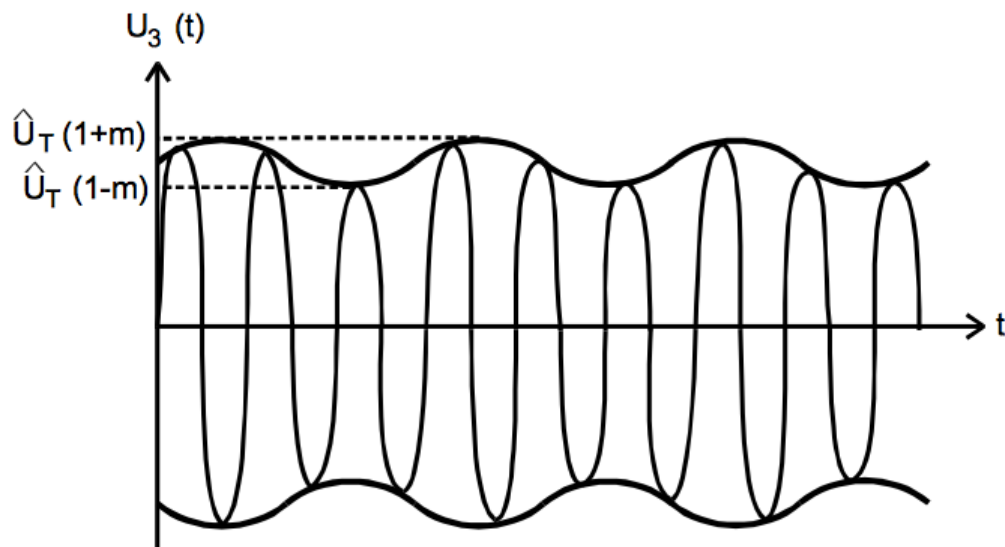


Abbildung 1: Zeitabhängigkeit der Signalspannung eines Amplitudenmodulierten Signals [3]

Die Trägerwelle besitzt die Frequenz ω_T und die Modulationswelle die Frequenz ω_M . Die amplitudenmodulierte Schwingung soll dann eine mit ω_M variiere Amplitude besitzen, wobei $m = \gamma U_M$ den Modulationsgrad der Schwingung beschreibt.

$$U_3(t) = U_T [1 + m \cos(\omega_M t)] \cos(\omega_T t) \quad (1.1.1)$$

Wird durch geeignete Umformung oder Fouriertransformation das Frequenzspektrum der Schwingung analysiert, fällt auf, dass in diesem einfachen Fall bereits drei Frequenzen beteiligt sind:

$$U_3(t) = U_T \left\{ \cos(\omega_T t) + \frac{1}{2} m \cos[(\omega_T + \omega_M)t] + \frac{1}{2} m \cos[(\omega_T - \omega_M)t] \right\}. \quad (1.1.2)$$

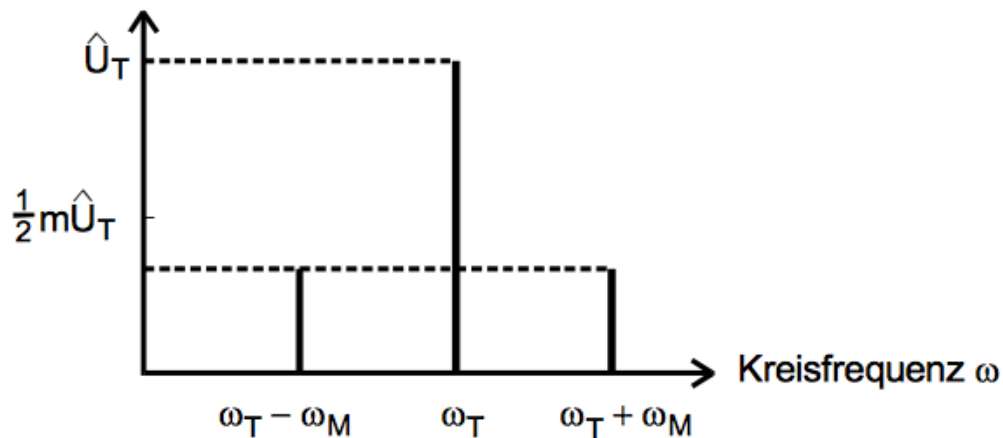


Abbildung 2: Frequenzspektrum einer Amplitudenmodulierten Schwingung [3]

Die Frequenz bei ω_T nennt man Trägerfrequenz, diese trägt keine Information und stellt einen parasitären Anteil dar, welcher in der Praxis unerwünscht ist. Auch beschreiben die beiden Seitenbänder bei $\omega_T - \omega_M$ und $\omega_T + \omega_M$ die gleichen Informationen. Somit ist es üblich, eines der beiden Seitenbänder durch geeignete Filter zu unterdrücken. Wird ein Seitenband und die Trägerfrequenz unterdrückt, wird auch von Einseitenbandmodulation mit Trägerunterdrückung gesprochen. Die großen Nachteile der Amplitudenmodulation bestehen in ihrer geringen Störsicherheit und geringen Verzerrungsfreiheit.

1.2 Frequenzmodulation

Anders als bei der Amplitudenmodulation wird bei der Frequenzmodulation die momentane Schwingungsfrequenz im Rhythmus des Modulationssignales variiert.

$$U(t) = U \sin \left[\omega_T t + m \frac{\omega_T}{\omega_M} \cos(\omega_M t) \right] \quad (1.2.1)$$

Durch Differentiation des Arguments des Sinuses ergibt sich die Momentanfrequenz

$$f(t) = \frac{\omega_T}{2\pi} [1 - m \sin(\omega_M t)] \quad (1.2.2)$$

der Schwingung, wobei m wieder den Modulationsgrad und $m\omega_T/2\pi$ den Frequenzhub beschreibt. Der Frequenzhub ist es Maß dafür, wie stark die Schwingungsfrequenz variiert. Im folgenden ist eine Schmalband-Frequenzmodulation zu sehen, welche sich durch 1.2.3 auszeichnet.

$$m \frac{\omega_T}{\omega_M} \ll 1 \quad (1.2.3)$$

Durch geeignete Umformung oder Fouriertransformation wird deutlich, dass auch das Frequenzspektrum der Frequenzmodulation aus drei Frequenzen zusammengesetzt ist.

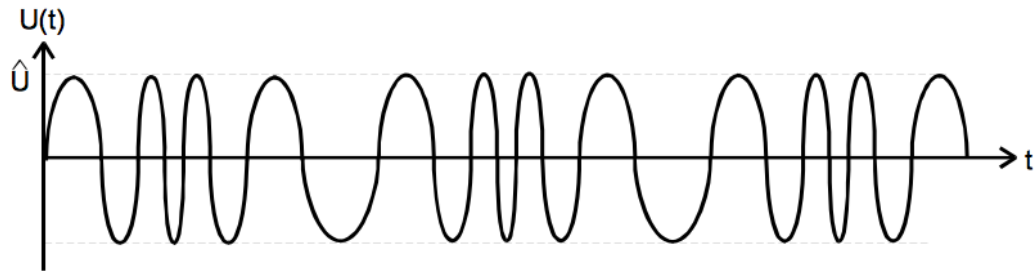


Abbildung 3: Zeitlicher Verlauf einer frequenzmodulierten Schwingung [3]

$$U(t) = U \left\{ \sin(\omega_T t) + \frac{m\omega_T}{2\omega_M} \cos[(\omega_T + \omega_M)t] + \frac{m\omega_T}{2\omega_M} \cos[(\omega_T - \omega_M)t] \right\} \quad (1.2.4)$$

Es fällt auf, dass die beiden Seitenbänder im Fall der Frequenzmodulation um $\pi/2$ gegenüber der Trägerschwingung verschoben sind. Es ist anzumerken, dass das o.g. Frequenzspektrum nur im Fall der schwach frequenzmodulierten Schwingung

$$\frac{m\omega_T}{\omega_M} \ll 1 \quad (1.2.5)$$

Gültigkeit besitzt. Im Fall der starken Frequenzmodulation

$$m\omega_T \approx \omega_M \quad (1.2.6)$$

besitzt das Frequenzspektrum eine komplexere Darstellung der Form

$$U(t) = U \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left(\frac{m\omega_T}{\omega_M} \right) \sin[(\omega_T + n\omega_M)t], \quad (1.2.7)$$

wobei J_n die Besselsche Funktion n-ter Ordnung ist. Es zeigt sich, dass für hohe Modulationsgrade das Frequenzspektrum im Prinzip bis zu beliebig hohen Frequenzen reicht. Es reicht jedoch in der Praxis nur Frequenzen in der Nähe der Trägerfrequenz zu berücksichtigen, da

$$J_{\pm n}(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{ex}{2n} \right)^n \quad (1.2.8)$$

mit wachsender Ordnungszahl n und $x \leq 1$ schnell gegen null geht.

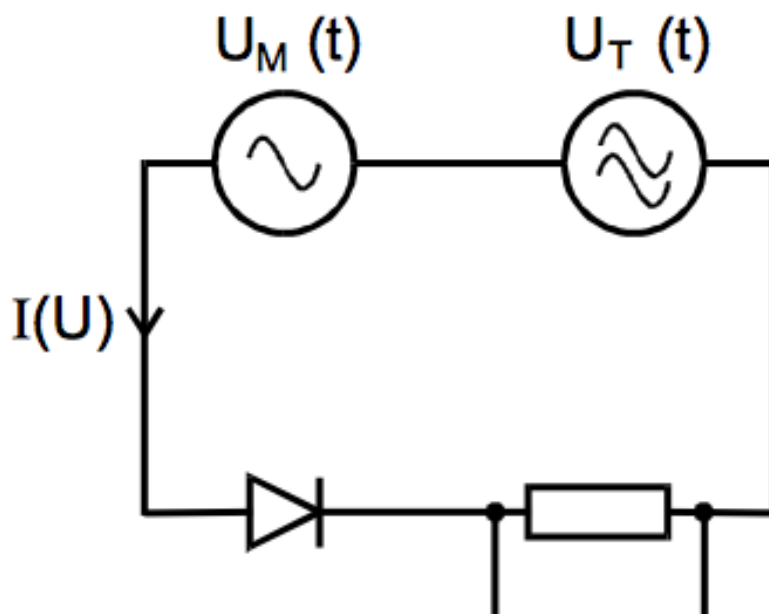


Abbildung 4: Primitive Modulatorschaltung [3]

1.3 Modulationsschaltungen

Um die Amplitude einer Trägerschwingung wie in Gleichung 1.1.1 zu modulieren, wird ein Bauteil benötigt, welches das Produkt aus zwei Eingangsspannungen bilden kann. Grundsätzlich ist das mit jedem Bauteil möglich, welches eine nichtlineare Kennlinie besitzt. Eine solche Schaltung kann z.B. mit Hilfe einer Diode gemäß Abbildung 4 realisiert werden. Wird die Summe von Träger- und Modulatorspannung für die Spannung in die Potenzenreihenentwicklung der Diodenkennlinie eingesetzt,

$$I(U_T + U_M) = a_0 + a_1(U_T + U_M) + a_2(U_T^2 + U_M^2) + 2a_2U_TU_M + \dots \quad (1.3.1)$$

liefert das vierte Reihenglied das geforderte Produkt. Es fällt auf, dass zusätzliche Störterme auftreten, deren Frequenzen ω_M , ω_M , $2\omega_T$, etc. allerdings weit außerhalb des zu übertragenden Frequenzbandes $\omega_T - \omega_M$ bis $\omega_T + \omega_M$ liegen, sodass diese mit einem geeigneten Bandfilter unterdrückt werden können. Durch das Erzeugen der vielen nicht genutzten Frequenzen ist so eine Schaltung sehr unökonomisch. Es ist wünschenswert das die störenden Frequenzanteile erst gar nicht erzeugt werden.

1.3.1 Der Ringmodulator

Der Ringmodulator besteht, wie der Name bereits andeutet, aus einem Ring von vier zusammengeschalteten Dioden. Die Schaltung in Abbildung 5 ist in der Lage, das Produkt von Träger und Modulationssignal zu bilden, ohne störende parasitäre Frequenzanteile zu erzeugen. Die abgenommene Spannung ist direkt proportional zum Produkt der Eingangsspannungen.

$$U_R(t) = \gamma U_M(t) \cdot U_T(t) \quad (1.3.2)$$

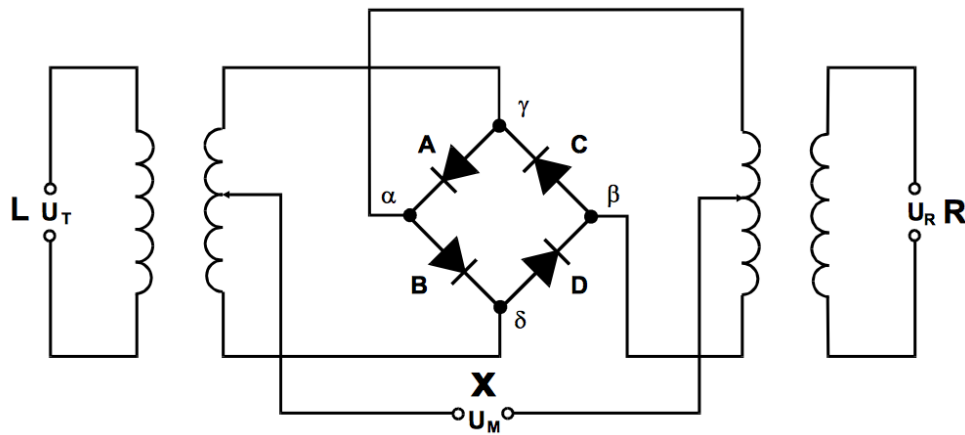


Abbildung 5: Schaltung eines Ringmodulators [3]

Es ist anzumerken, dass γ die Einheit $1/V$ besitzt. Es ist direkt ersichtlich, dass der Ringmodulator die Trägerabstrahlung unterdrückt. Werden zwei Cosinus-Signale für U_T und U_M mit den Frequenzen ω_T und ω_M in 1.3.2 eingesetzt, folgt

$$U_R(t) = \frac{1}{2} \gamma U_T U_M \{ \cos [(\omega_T + \omega_M)t + \phi] + \cos [(\omega_T - \omega_M)t - \phi] \}. \quad (1.3.3)$$

Wie bereits angesprochen, fehlt in diesem Frequenzspektrum der Trägeranteil ω_T .

1.3.2 Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub

Um einen Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub zu realisieren, wird ein Ringmodulator genutzt, jedoch wird, wie aus Gleichung 1.2.4 ersichtlich ist, ein $\pi/2$ Phasenschieber notwendig. Dieser wird mit Hilfe eines Iso-T Leistungsteiler parallel neben dem Ringmodulator angeordnet. Die Schaltung ist in Abbildung 6 abgebildet. Der Phasenschieber wird mit Hilfe eines Laufzeitkabels realisiert.

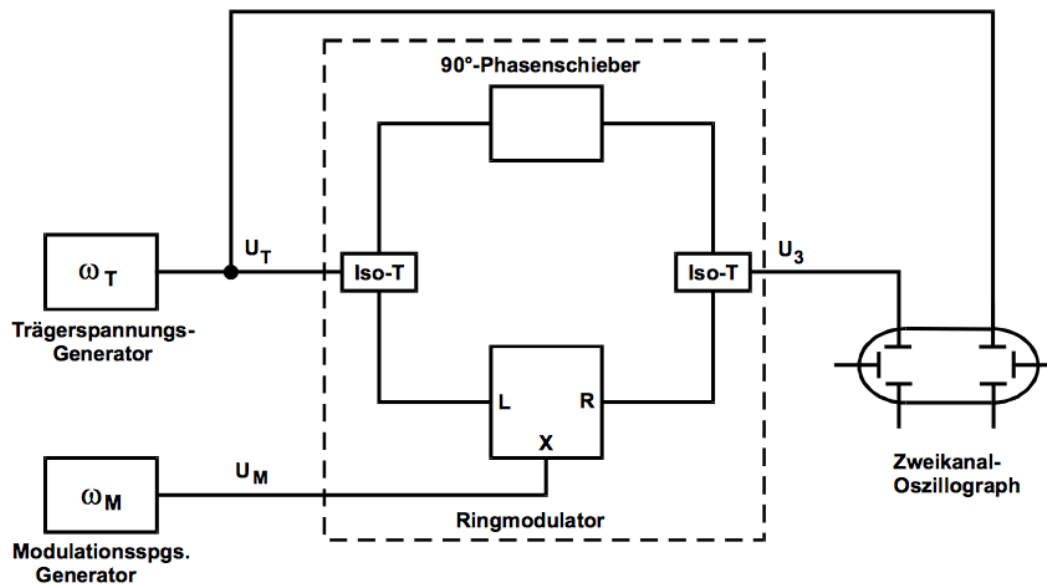


Abbildung 6: Frequenzmodulator mit geringem Frequenzhub [3]

1.4 Demodulationsschaltungen

1.4.1 Demodulation amplitudenmodulierter Schwingungen

Mit Demodulationsschaltungen ist es möglich aus einem modulierten Signal die Modulationsfrequenz ω_M zurück zu gewinnen. Wird am einen Eingang eines Ringmodulators ein Signal mit den Frequenzen $\omega_T - \omega_M$ und $\omega_T + \omega_M$ angelegt und am anderen Eingang das Trägersignal mit ω_T , so liefert der Ausgang der Schaltung ein Signal mit ω_M , $2\omega_T - \omega_M$ und $2\omega_T + \omega_M$. Alle von der Modulationsfrequenz abweichenden Signalanteile lassen sich mit Hilfe eines geeigneten Bandpasses gut unterdrücken, sodass am Ausgang nur noch ein Signal mit der Modulationsfrequenz ω_M anliegt. Ein Problem, welches sich bei der Demodulation stellt, ist, dass ein Trägersignal benötigt wird, welches phasenstarr mit dem Trägersignal des Senders gekoppelt sein muss. Um eine solche Kopplung zu gewährleisten wird i.A. ein Phasenregelkreis oder eine PLL-Schaltung verwendet. Es ist möglich die Problematik der festen Phasenbeziehung zwischen der Signal- und Referenzspannung mit Hilfe einer Gleichrichter-Diode zu vermeiden.

Die Gleichrichter-Diode in Abbildung 9 schneidet sämtliche negative Halbwellen ab, sodass nach der Diode eine gleichgerichtete, modulierte Hochfrequenz-Spannung abgegriffen werden kann. Die enthaltenen hochfrequenten Anteile mit den Frequenzen ω_T , $2\omega_T$, $4\omega_T$ u.v.m. lassen sich mit einem Tiefpass unterdrücken, so dass am Ausgang die Modulationsspannung abgegriffen werden kann.

Problematisch ist jedoch, dass die Diode eine exponentielle Kennlinie besitzt. Die Abweichung vom gewünschten linearen Verhalten begründet Verzerrungen in der Rückgewinnung des Modulationssignales. Dieses Problem lässt sich verringern, indem mit geringen Modulationsgraden, also kleinen Auslenkungen gearbeitet wird oder eine Gentaktschaltung verwendet wird.

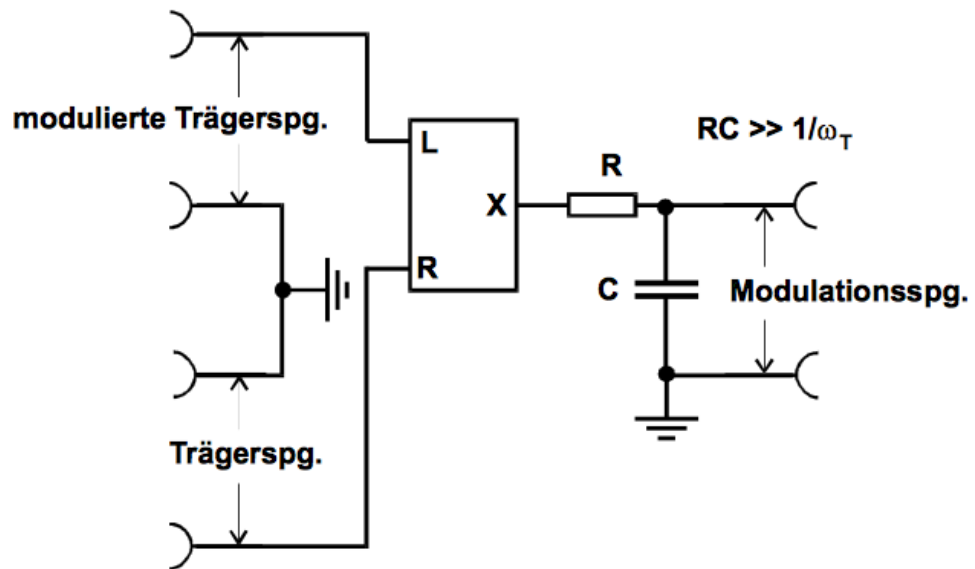


Abbildung 7: Demodulation mit Gleichrichter und Iso-T [3]

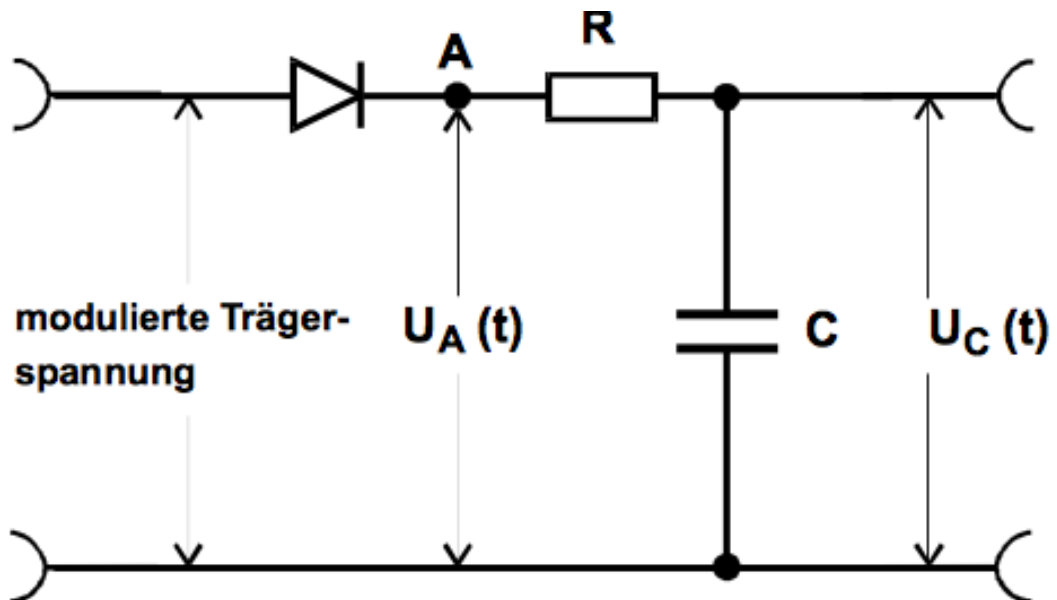


Abbildung 8: Demodulation mit Gleichrichter-Diode [3]

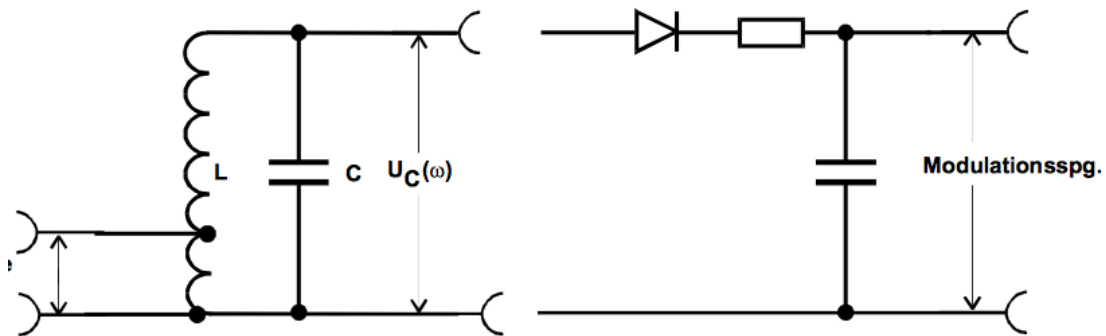


Abbildung 9: Negative Halbwellen werden mit der Diode abgeschnitten, der Tiefpass entfernt hochfrequente Anteile. [3]

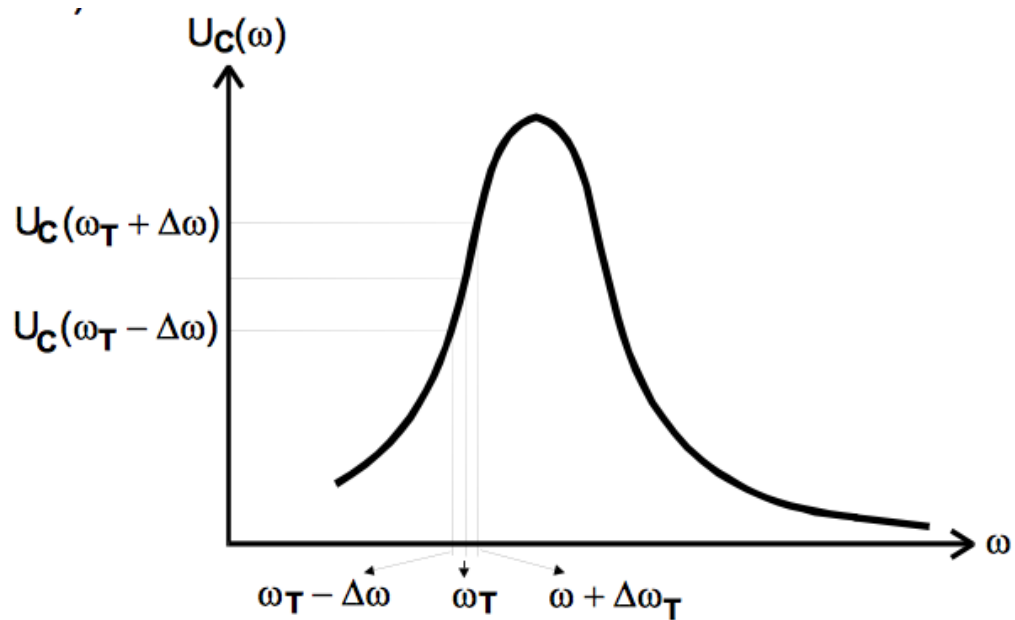


Abbildung 10: Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises wird so eingestellt, dass die Trägerfrequenz auf der steilen Flanke der Resonanzkurve liegt. [3]

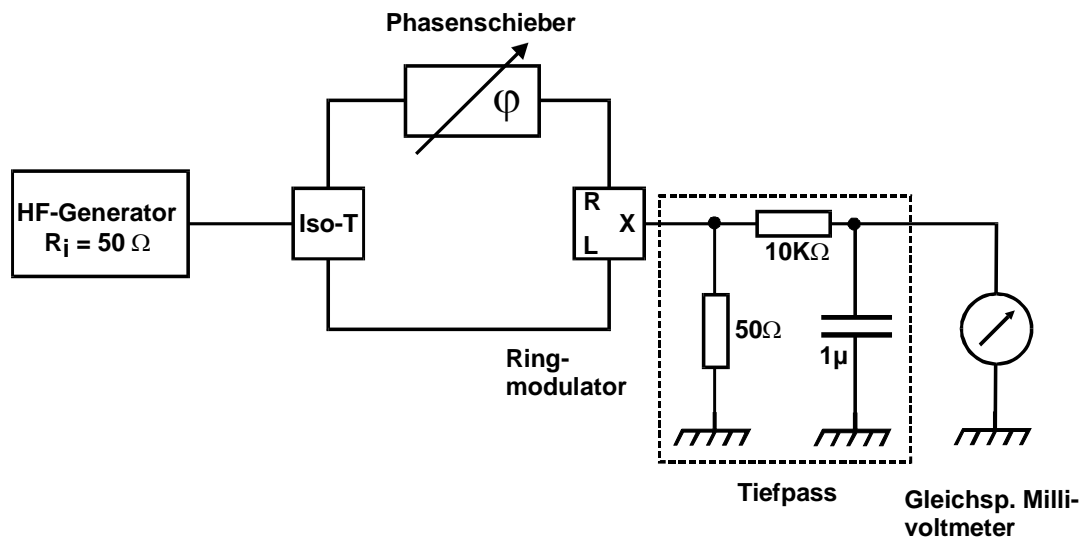


Abbildung 11: Schaltung zum Aufnehmen der Beziehung zwischen Gleichspannung und Phase der Wechselspannung. [3]

1.4.2 Demodulation frequenzmodulierter Schwingungen

Um das Modulationssignal aus einer frequenzmodulierten Schwingung gewinnen zu können, bietet sich ein sog. Flankenmodulator an. Der Flankenmodulator besteht im wesentlichen aus einem Schwingkreis, in welchem die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung im Falle erzeugener Schwingung ausgenutzt wird. Hierfür wird die Resonanzfrequenz des Schwingkreises so eingestellt, dass die Trägerfrequenz ω_T mitten in der steilen Flanke der Resonanzkurve liegt (Abbildung 10). Außerdem wird ω_M so gewählt, dass für jede mögliche Auslenkung ein linearer Zusammenhang bestehen bleibt. Ändert sich nun in Folge der Frequenzmodulation die Momentanfrequenz der modulierten Schwingung, so entsteht am Ausgang des Schwingkreises eine hochfrequente Spannung, deren Amplitude im Rhythmus der Modulation schwangt. Somit wurde die Frequenzmodulation in eine Amplitudenmodulation überführt, welche bereits behandelt wurde.

2 Durchführung

1. Mit Hilfe eines Ringmodulators wird ein amplitudenmoduliertes Signal erzeugt. Die dabei entstehende Schwebung wird anschließend mit einem Oszilloskop visualisiert. Auch wird mit Hilfe eines Frequenzanalysators das Frequenzspektrum des erzeugten Signals sichtbar gemacht.
2. Der erste Aufgabenteil wird mit einer Diode zur Modulation wiederholt und die selben Signaleigenschaften untersucht. Außerdem wird der Modulationsgrad m aus dem Zeitsignal und aus dem Spektrum gewonnen und gezeigt, dass zusätzlich Oberwellen von ω_T auftreten.
3. Mithilfe einer Schaltung gemäß Abbildung 11 und eines Multimeters wird die Proportionalität am Ausgang X mit dem Cosinus der Phase zwischen Ein- und Ausgang eines Ringmodulators gezeigt.

4. Mit der Schaltung in Abbildung 7 wird ein amplitudenmoduliertes Signal demoduliert und das demodulierte Signal anschließend auf einem Oszilloskop sichtbar gemacht.
5. Mit Hilfe einer Gleichrichterdiode wird ein amplitudenmoduliertes Signal demoduliert. Außerdem wird die Zeitabhängigkeit vor und hinter dem Tiefpass dargestellt.
6. Es wird ein frequenzmoduliertes Signal erzeugt, welches auf einem Oszilloskop dargestellt wird. Anschließend wird der Frequenzhub und der Modulationsgrad ermittelt und das Frequenzspektrum untersucht.
7. Abschließend wird ein frequenzmoduliertes Signal demoduliert und das Ergebnis visualisiert.

3 Auswertung

Fehler und Ausgleichsrechnungen werden mit den Python-Paketen SciPy [1] und uncertainties [2] berechnet.

3.1 Amplitudenmodulation mit Ringmodulator

Mit dem Ringmodulator wird die Amplitude eines Signals moduliert. Das Eingangs- und Ausgangssignal sind in Abbildung 12 zu sehen. Das Trägersignal hatte eine Amplitude von $U_T = 980 \text{ mV}$ und die Frequenz $\omega_T = 1 \text{ MHz}$, das Modulationssignal hatte eine Amplitude von $U_M = 116 \text{ mV}$ und die Frequenz $\omega_M = 50 \text{ kHz}$. Es entsteht eine Schwebung, es wird also keine Leistung zur Übertragung des Trägersignals verbraucht; die Trägerfrequenz ist als hochfrequenter Anteil im gelben Signal zu erkennen.

Die prominentesten Linien in dem Frequenzspektrum in Abbildung 13 sind die ersten Seitenbänder der um die Modulationsfrequenz verschobenen Trägerfrequenz $f_T \pm f_M$. Sie liegen bei $f_T - f_M = 951.9 \text{ kHz}$ und $f_T + f_M = 1.0521 \text{ MHz}$. Erwartet werden $f_T - f_M = 950 \text{ kHz}$ und $f_T + f_M = 1.05 \text{ MHz}$. Dazwischen ist als kleinerer Peak auch die Trägerfrequenz $f_T = 1.002 \text{ MHz}$ zu sehen, die mit dem Ringmodulator nicht komplett unterdrückt wird, aber signifikant kleiner als die Seitenbänder ist. Die Werte werden mit größerer Genauigkeit gemessen, als sie eingestellt werden konnten und stimmen gut mit den jeweils eingestellten Frequenzen überein.

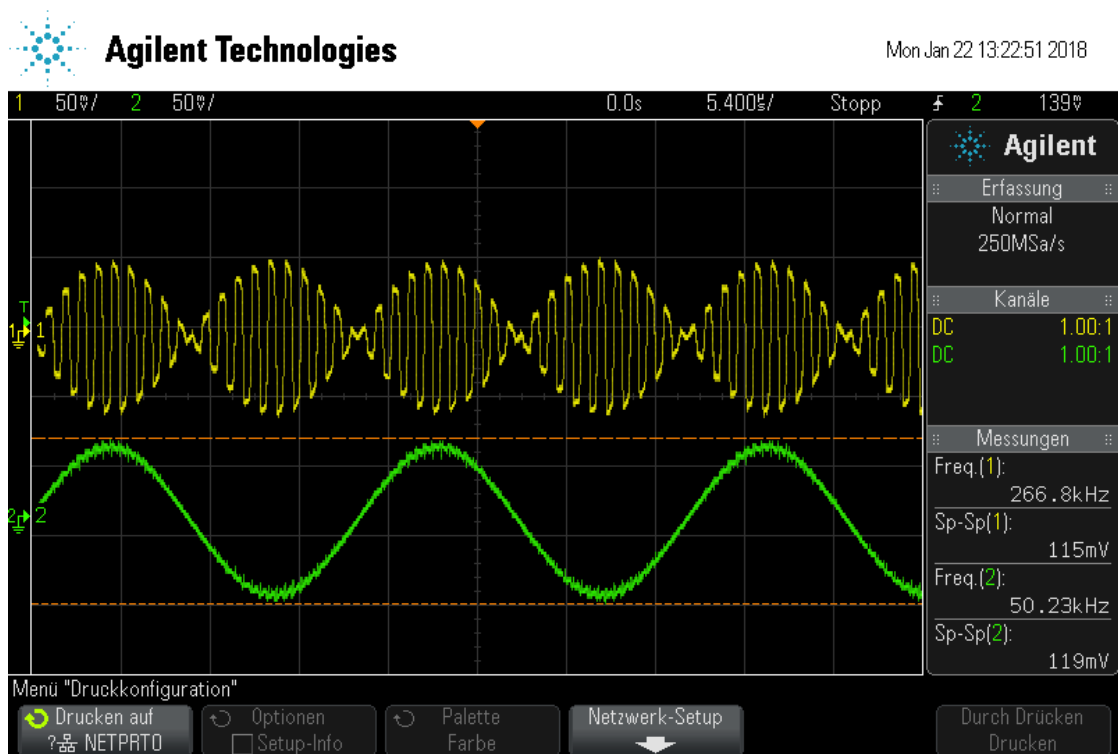


Abbildung 12: Amplitudenmodulation ohne Trägerabstrahlung - grün das Eingangssignal, gelb das amplitudenmodulierte Signal

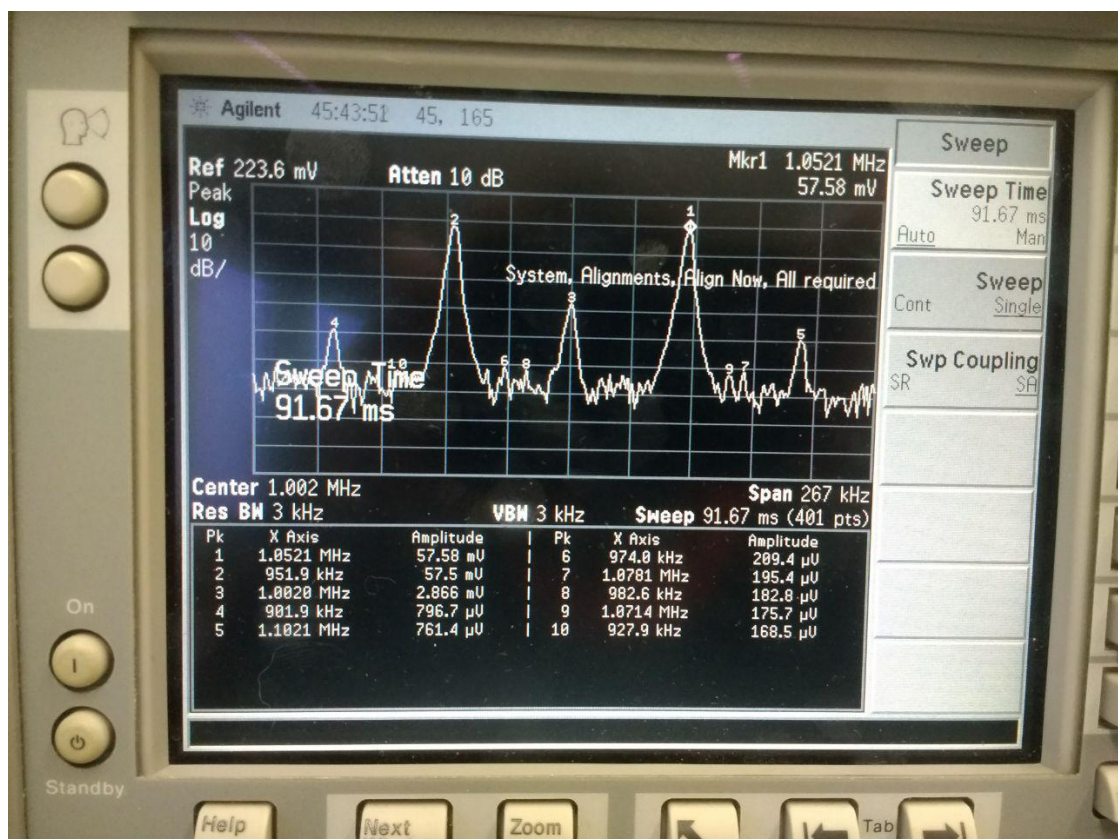


Abbildung 13: Amplitudenmodulation ohne Trägerabstrahlung - Peak 3 mit der Trägerfrequenz, Peak 1 und 2 die Seitenbänder

3.2 Amplitudenmodulation mit Trägerabstrahlung

In Abbildung 14 ist das Frequenzspektrum einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Trägerabstrahlung zu sehen. Das Trägersignal hatte eine Amplitude von $U_T = 1.17\text{ V}$ und die Frequenz $\omega_T = 1.55\text{ MHz}$, das Modulationssignal hatte eine Amplitude von $U_M = 159\text{ mV}$ und die Frequenz $\omega_M = 63\text{ kHz}$. Abbildung 15 zeigt von dem gleichen Signal eine Oszilloskop-Aufnahme. In Abbildung 15 lässt sich der Modulationsgrad aus dem Verhältnis der Amplitude der Maxima und der Minima bestimmen. Da die Amplitude zwischen $U_{\min} = U_T(1 - m)$ und $U_{\max} = U_T(1 + m)$ schwankt, ist der Modulationsgrad nach

$$m = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}$$

mit $U_{\min} = 24\text{ mV}$ und $U_{\max} = 54\text{ mV}$, wobei die Spannungswerte mit einer Unsicherheit von $\pm 2\text{ mV}$ angegeben werden,

$$m = 0.38 \pm 0.04.$$

Der Modulationsgrad kann auch mit der Pulshöhe der Träger- und Modulationsfrequenz bestimmt werden, welche an dem Frequenzanalysator abgelesen werden kann. Dazu wird die Pulshöhe, die in der Einheit eines Leistungspegels L_P angegeben wird, mit $P = 10^{L_P/10} \cdot 1\text{ mW}$ in eine Leistung umgerechnet. L_P wird mit einer Genauigkeit von 0.01 dBm gemessen. Die Leistung hängt mit der Spannung über $P = U^2/2R$ zusammen. Die Leistung des Trägersignals P_T und der Seitenbänder P_S ist

$$P_T = \frac{U_T^2}{2R} \quad \text{und} \quad P_S = \frac{\left(\frac{m \cdot U_T}{2}\right)^2}{2R} = \frac{m^2 \cdot U_T^2}{8R}.$$

Dann ist der Modulationsgrad

$$m = \sqrt{4 \cdot \frac{P_M}{P_T}} = \sqrt{4 \cdot \frac{10^{L_{P,M}/10}}{10^{L_{P,T}/10}}}$$

mit $P_{M,1} = -44.62\text{ dBm}$, $P_{M,2} = -44.70\text{ dBm}$ und $P_T = -33.68\text{ dBm}$ $m_1 = 0.5676 \pm 0.0009$ bzw. $m_2 = 0.5624 \pm 0.0009$. Daraus ergibt sich der Mittelwert

$$m = 0.5650 \pm 0.0006$$

Der Unterschied zwischen dem berechneten Modulationsgrad mit beiden Methoden beträgt 68% .

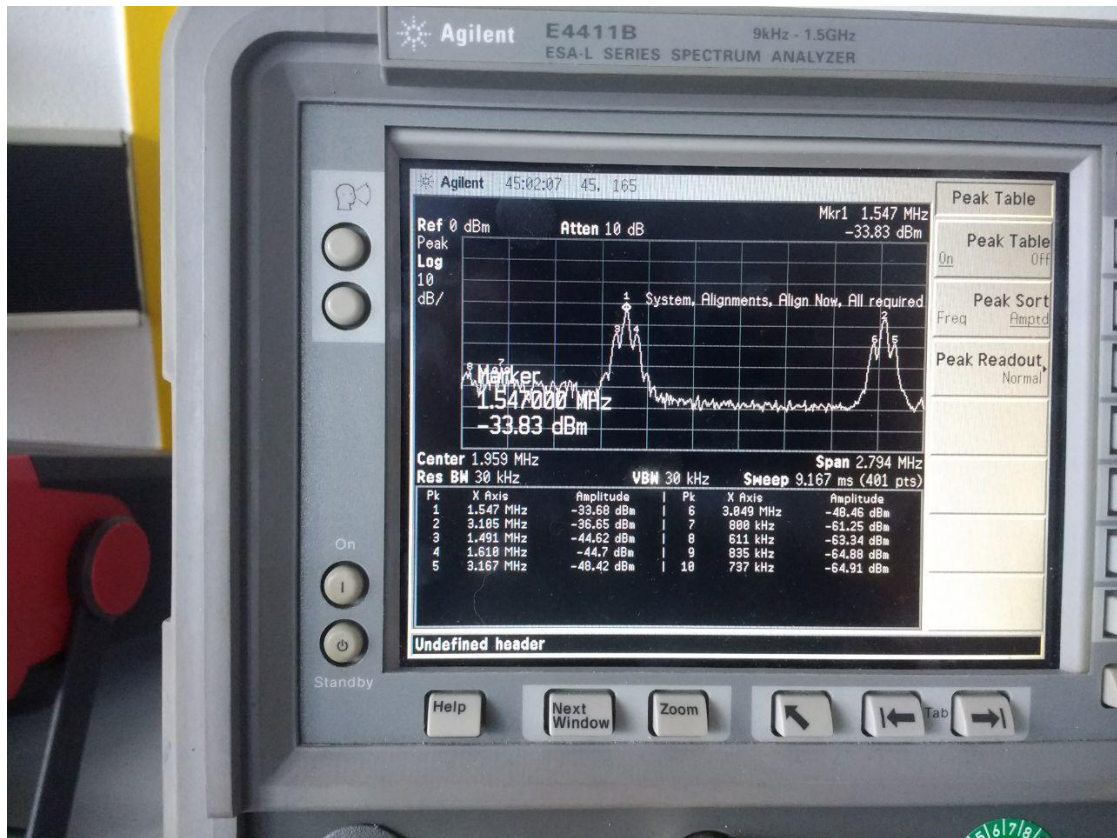


Abbildung 14: Amplitudenmodulation mit Trägerabstrahlung – es sind Oberwellen und Seitenbänder zu sehen.

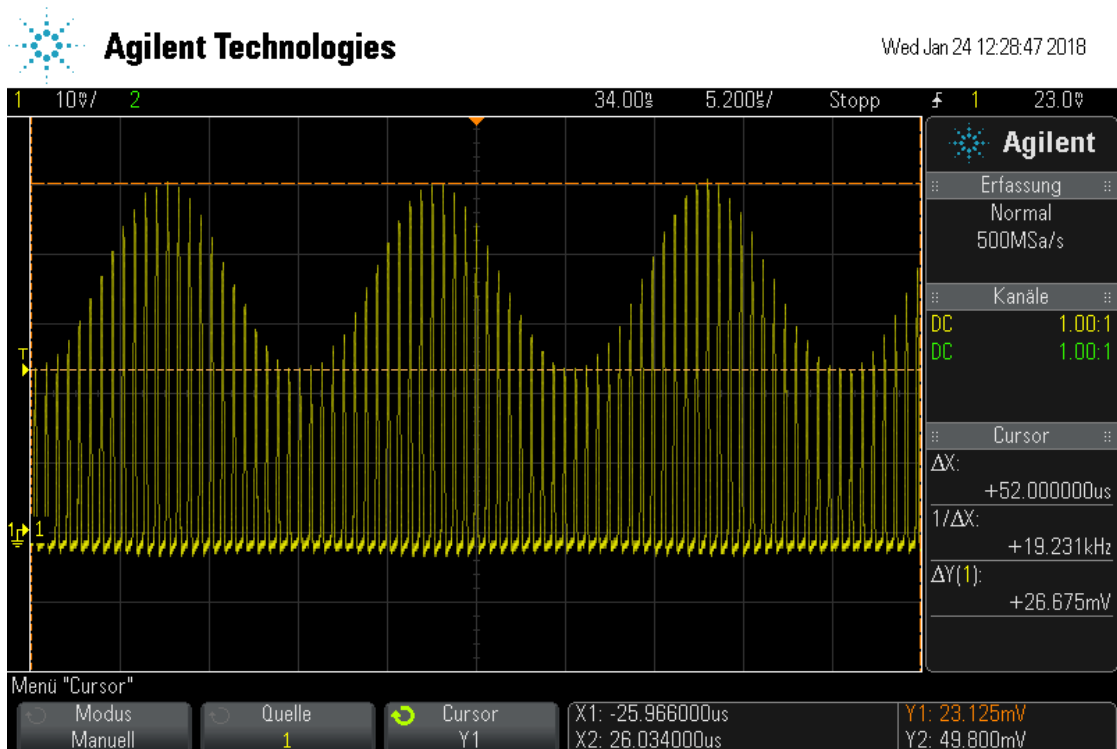


Abbildung 15: Amplitudenmodulation mit Trägerabstrahlung – Bestimmung des Modulationsgrades

3.3 Frequenzmodulation

Das Trägersignal hatte eine Amplitude von $U_T = 320 \text{ mV}$ und die Frequenz $\omega_T = 875 \text{ kHz}$, das Modulationssignal hatte eine Amplitude von $U_M = 320 \text{ mV}$ und die Frequenz $\omega_M = 180 \text{ kHz}$. Die Breite der Verschmierung in Abbildung 16 ist an der maximalen Stelle $\Delta t = 196 \text{ ns}$. Dies verteilt sich auf 2.5 Perioden, also $\Delta \bar{t} = 78.4 \text{ ns}$. Die aus Gleichung 1.2.2 modifizierte Momentanfrequenz ist

$$f_{\text{mom}} = f_T [1 - m \cdot \sin(\omega_M t + \varphi_i)], \quad (3.3.1)$$

wobei die Phase φ_i den Umstand beschreibt, dass durch die Variation der Frequenz bei gleichbleibendem Triggerpunkt des Oszilloskops nach einiger Zeit ein Versatz bzw. eine Verschmierung entsteht, der bei dem Maximum $\varphi_{\text{max}} = \pi$ bzw. Minimum $\varphi_{\text{min}} = 0$ der Momentanfrequenz nach einer halben Periode maximal ist und sich danach wieder verringert. Die Mittelung der Momentanfrequenz aus Gleichung 1.2.2 über das Intervall von 0 bis $T_M/2$ ergibt für die Phase φ_{max} bzw. φ_{min} jeweils die extremale, über eine halbe Periode gemittelte Momentanfrequenz

$$\bar{f}_{\text{mom}} = \frac{2}{T_M} \cdot f_T \int_0^{T_M/2} [1 - m \cdot \sin(\omega_M t + \varphi)] dt = f_T \left(1 \pm \frac{2m}{\pi} \right).$$

Aus der Differenz des Kehrwerts der beiden gemittelten Momentanfrequenzen ergibt sich die mittlere Verschmierung $\Delta \bar{t}$

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = \Delta \bar{t}.$$

Dies lässt sich umformen zu

$$m(\Delta \bar{t}) = \frac{\pi}{2f_T \Delta \bar{t}} \left(-1 \pm \sqrt{1 + f_T^2 \Delta \bar{t}^2} \right),$$

wobei nur die positive Lösung als physikalisch sinnvoll betrachtet wird. Daraus ergibt sich der Modulationsgrad

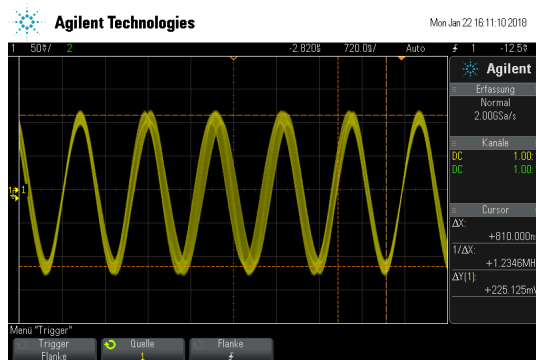
$$m = 0.054 \pm 0.001.$$

Für $\Delta \bar{t}$ wurde eine Unsicherheit von 5 ns angenommen und für f_T eine Unsicherheit von 2 kHz .

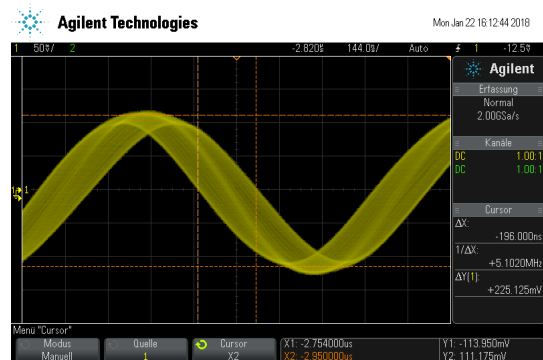
Der Modulationsgrad kann auch anhand des Frequenzspektrums in Abbildung 17 bestimmt werden. Hier wurden die Peakhöhen bereits mit dem Frequenzanalysator als Spannungen angegeben, sodass der Modulationsgrad durch $m = 2U_S/U_T$ berechnet wird. Mit den Werten $U_T = 34.51 \text{ mV}$ bei $f_T = 880 \text{ kHz}$, $U_{S,1} = 4.096 \text{ mV}$ bei $f_{S,1} = 700 \text{ kHz}$ und $U_{S,2} = 3.999 \text{ mV}$ bei $f_{S,2} = 1.05 \text{ MHz}$ ergibt sich jeweils $m_1 = 0.23738 \pm 0.00009$ bzw. $m_2 = 0.23176 \pm 0.00009$. Der Mittelwert daraus ist

$$m = 0.23457 \pm 0.00008.$$

Die Abweichung zum zuvor berechneten Modulationsgrad beträgt 534%.



Frequenzmodulation



Frequenzmodulation – Detailansicht zur Bestimmung der Breite der Verschmierung

Abbildung 16: Frequenzmodulation eines sinusförmigen Trägersignals.

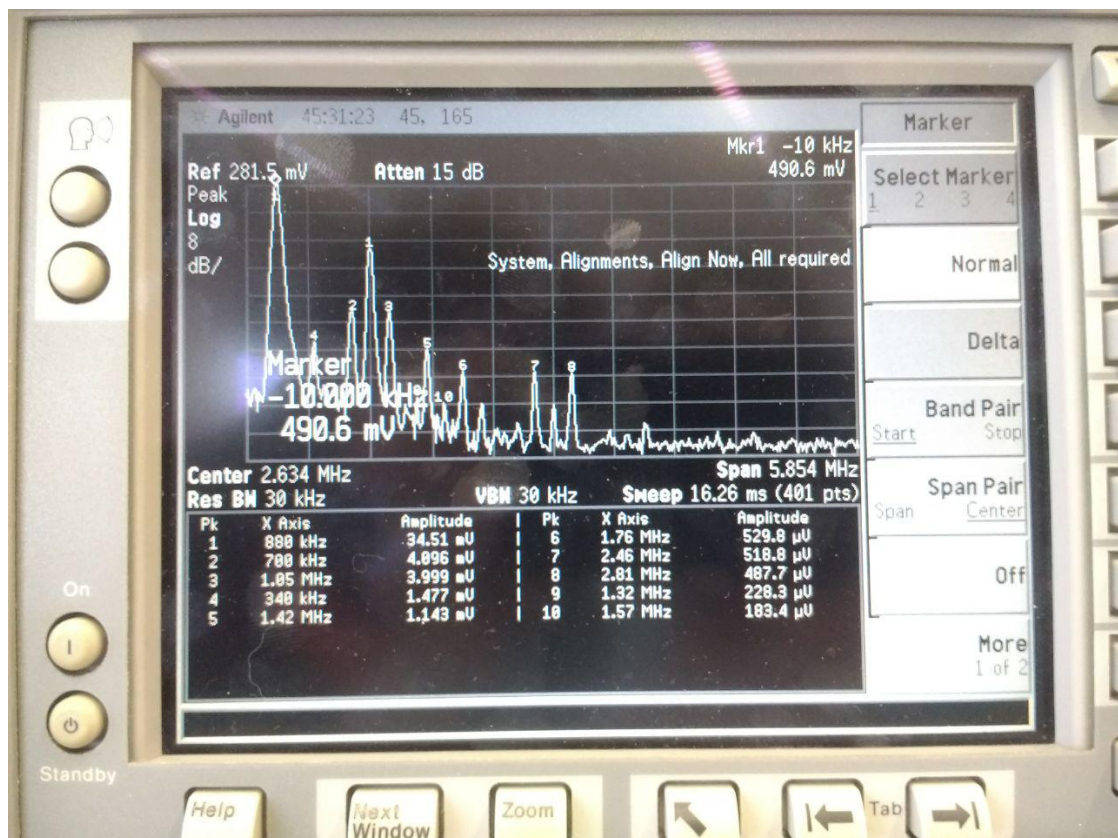


Abbildung 17: Frequenzmodulation – Frequenzspektrum

3.4 Proportionalität zwischen Gleichspannung am Ausgang und Phase der Wechselspannung zwischen den Eingängen am Ringmodulator

Die Annahme ist, dass eine Proportionalität zwischen der Gleichspannung U_A am Ausgang X des Ringmodulators in Abbildung 11 und der Phase φ der Wechselspannung an den Eingängen R und L des Ringmodulators besteht. Um diesen Zusammenhang zu überprüfen, wird die Gleichspannung in Abhängigkeit des Arguments des Cosinus gemessen. Es kann entweder die Laufzeit ΔT oder die Frequenz ω_T des Trägersignals variiert werden. In diesem Fall wird die Frequenz verändert, sodass

$$U_A = \gamma U_0 \cos(\omega_T \cdot \Delta T + \varphi_0)$$

$$\arccos \frac{U_A}{\gamma U_0} = \omega_T \cdot \Delta T + \varphi_0 \quad (3.4.1)$$

gelten muss.

Eine lineare Ausgleichsrechnung der Form $\arccos(\hat{U}) = \omega_T \cdot \Delta T + \varphi_0$ mit $\hat{U} = U_A/\gamma U_0$ an die Messwerte in Tabelle 1 ergibt den Parameter $\varphi_0 = 2.86 \pm 0.02$ und ist in Abbildung 18 dargestellt. φ_0 ist ein konstanter Phasenoffset. Die geringen Fehler des linearen Fits von 0.7% für den y-Achsenabschnitt zeigen, dass die Annahme eines linearen Zusammenhangs gerechtfertigt ist.

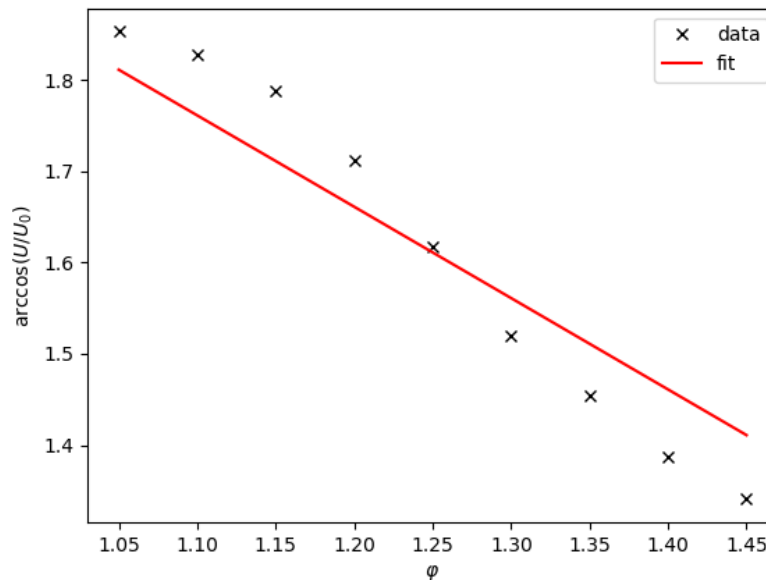


Abbildung 18: Lineare Ausgleichsrechnung zur Veranschaulichung des linearen Zusammenhangs zwischen $\cos \varphi$ und U .

3.5 Demodulation einer amplitudenmodulierten Schwingung mit Ringmodulator

In Abbildung 19 ist die Oszilloskop-Aufnahme eines Signals zu sehen, dessen Amplitude zunächst moduliert und daraufhin wieder demoduliert wird. Das in gelb dargestellte Signal ist das Eingangssignal, die grüne Kurve ist das um einen festen Faktor phasenverschobene und in der Amplitude reduzierte demodulierte Signal. Das Eingangssignal wurde mit einem Ringmodulator gemäß der Schaltung in Abbildung 7 demoduliert.

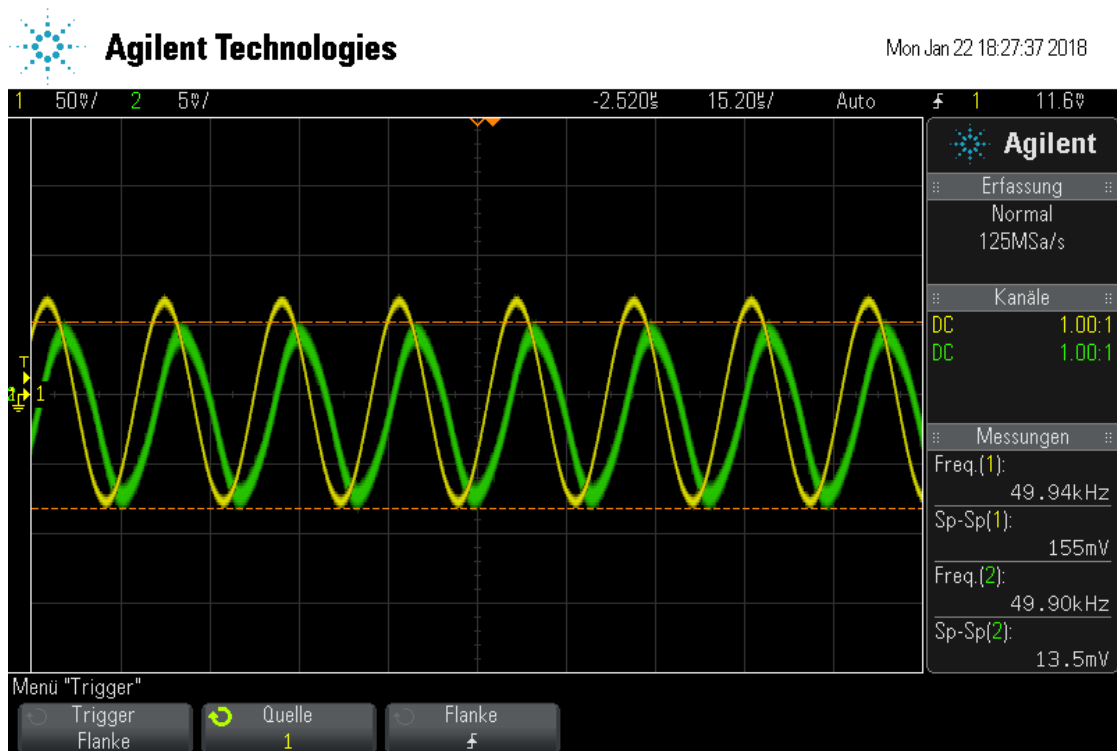
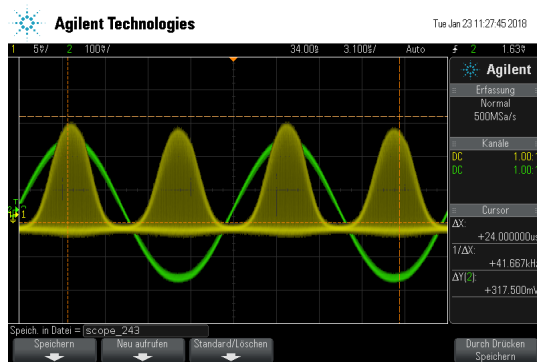


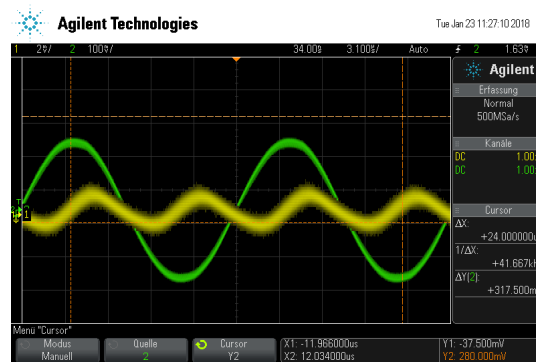
Abbildung 19: Amplituden(de-)modulation – gelb das Eingangssignal, grün das amplitudenmodulierte und daraufhin mit einem Ringmodulator demodulierte Signal

3.6 Demodulation mit Gleichrichterdiode

Die Diode in der Schaltung in Abbildung 8 schneidet die negativen Halbwellen ab, wie in Abbildung 20a zu sehen und das RC-Element filtert als Tiefpass die hohen Frequenzen aus dem Signal, dies ist in Abbildung 20b zu sehen. Wie zu erwarten ist die Amplitude des Ausgangssignal nach dem Tiefpass stark reduziert und das Ausgangssignal ist gegenüber dem Eingangssignal phasenverschoben. Es ist außerdem durch die Modulation eine Verdopplung der Frequenz zustande gekommen. Diese entsteht dadurch, dass bei der Modulation der Amplitude eine Schwebung entsteht, deren Knoten bei jedem Nulldurchgang des Eingangssignals liegen, während sich die Bäuche an den Stellen der Minima und Maxima befinden. Werden nun durch die Diode die untere Einhüllende abgeschnitten und mittels des Tiefpasses die hochfrequenten Anteile herausgefiltert, bleiben von der Einhüllenden nur noch die Maxima jeweils an den Maxima und Minima des Eingangssignals.



Das Eingangssignal ist in grün abgebildet, in gelb das Signal nach der Diode in der Schaltung in Abbildung 8.

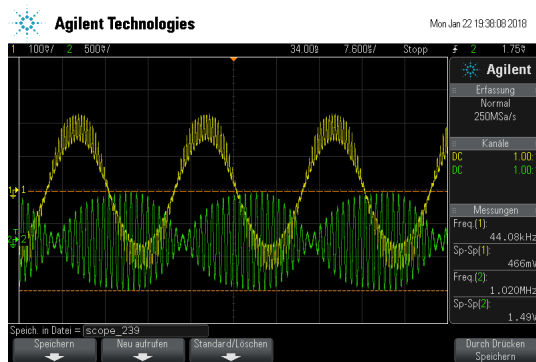


Das Eingangssignal ist wieder in grün, in gelb das demodulierte Ausgangssignal nach dem Tiefpass.

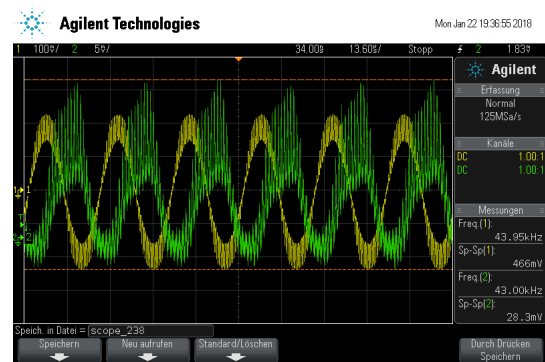
Abbildung 20: Demodulation eines amplitudenmodulierten Signals mit einer Gleichrichterdiode.

3.7 Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung

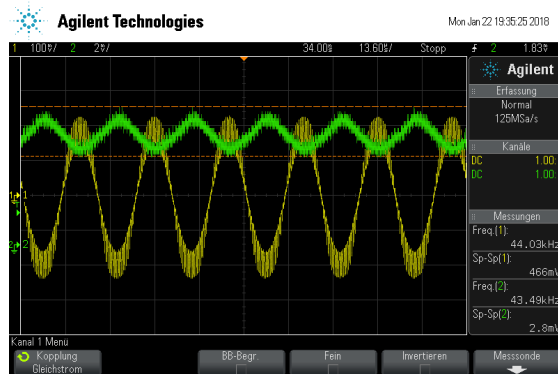
In Abbildung 21a ist mit der Schaltung in Abbildung 9 aus dem frequenzmodulierten Signal eine Amplitudenmodulation gemacht worden. Abbildung 21b und Abbildung 21c zeigen die anschließende Demodulation mit einer Gleichrichterdiode und einem RC-Tiefpass wie bereits in Unterabschnitt 3.6 durchgeführt. Anhand der Variation der Amplitude und der nun konstanten Frequenz, dass die Umwandlung von Frequenz- zu Amplitudenmodulation erfolgreich war. Mit der Gleichrichterdiode werden die negativen Halbwellen abgeschnitten, es sind allerdings noch hochfrequente Störungen im Signal vorhanden. Diese werden mit einem Tiefpass herausgefiltert, was jedoch zu einer starken Abnahme der Amplitude führt.



In gelb ist das Eingangssignal gezeigt, in grün das modulierte Signal – durch den LC-Kreis wird aus der frequenzmodierten Spannung ein amplitudenmoduliertes Signal.



Mit einer Gleichrichterdiode werden die negativen Halbwellen abgeschnitten.



Das in grün dargestellte Signal ist demoduliert und wurde nach dem Tiefpass abgegriffen.

Abbildung 21: Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung.

4 Diskussion

An den Oszilloskopaufnahmen und den Bildern des Frequenzanalysators ist zu erkennen, dass die Amplitudenmodulation ohne Trägerabstrahlung prinzipiell funktioniert. Dies ist an der Schwebung im modulierten Signal zu erkennen; die Trägerunterdrückung ist nicht perfekt, es ist immernoch ein Peak bei der Trägerfrequenz in der Aufnahme des Frequenzanalysators zu sehen.

Bei der Amplitudenmodulation mit Trägerabstrahlung ist die Diskrepanz des Modulationsgrades zwischen den unterschiedlichen Berechnungsarten mit 68% zu groß, als dass sie mit Messungenauigkeiten oder Schwierigkeiten beim Ablesen erklärt werden könnte. Dies kann dadurch erklärt werden, dass sich die Leistung der Seitenbänder auf unendlich viele Oberwellen verteilt, was im Frequenzraum berücksichtigt wird, im Zeitraum jedoch nicht, da hier nicht zwischen den Oberwellen unterschieden werden kann. Dies wird auch dadurch bestätigt, dass der Modulationsgrad aus der Bestimmung durch minimale und maximale Spannungsamplitude kleiner ausfällt, als durch die Bestimmung über die Leistungspegel im Frequenzspektrum.

Bei der Frequenzmodulation wird ein Modulationsgrad von $m = 0.134 \pm 0.003$ bestimmt, was realistisch scheint. Hauptursache für Fehler sind hier die ungenaue Messung der Verschmierung Δt und die Abweichungen der Trägerfrequenz ω_T vom eingestellten

Wert.

Auch die Proportionalität zwischen Gleichspannung und Phase der Wechselspannung am Ringmodulator kann durch die kleinen Fehler von 2.8% bzw. 5% bei Durchführung einer linearen Ausgleichsrechnung gezeigt werden. Auch hier ist eine Fehlerquelle, dass die Trägerfrequenz nicht exakt eingestellt werden kann und das in den elektrischen Komponenten Effekte auftreten, die Phase, Frequenz und Laufzeit beeinflussen, die in diesem Rahmen jedoch nicht näher untersucht und beschrieben werden.

Die Demodulation von einem amplitudenmodulierten Signal mit einem Ringmodulator funktioniert sehr gut. Das Signal wird mit einer konstanten Phasenverschiebung und leicht verkleinerten Amplitude rekonstruiert.

Bei der Demodulation eines amplitudenmodulierten Signals mit einer Gleichrichterdiode wird die Amplitude des demodulierten Signals durch den Tiefpass stark reduziert. Weiterhin tritt durch die Modulation eine Verdopplung der Frequenz auf.

Auch bei der Demodulation eines frequenzmodulierten Signals wird die Amplitude des demodulierten Signals durch den Tiefpass stark reduziert. Es wird dennoch gezeigt, dass das Verfahren funktioniert, da die Frequenzmodulation erfolgreich in eine Amplitudenmodulation überführt wird.

Literatur

- [1] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. 2018. URL: <http://uncertainties-python-package.readthedocs.io/en/latest/#>.
- [3] Fortgeschrittenen Praktikum. *Versuchsanleitung Versuch 59*. TU Dortmund. Dortmund, Deutschland, 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V59.pdf>.

5 Anhang

Tabelle 1: Messwerte für den linearen Zusammenhang zwischen Gleichspannung und Phase der Wechselspannung.

ω_T/MHz	U/mV	U_0/mV	φ/rad
4.2	-138	496	1.05
4.4	-116	456	1.10
4.6	-86	400	1.15
4.8	-51	362	1.20
5.0	-16	348	1.25
5.2	20	388	1.30
5.4	52	446	1.35
5.6	89	488	1.40
5.8	116	509	1.45