

Interferometrie

Paul Becker Alina Nasr-Esfahani
(paul.becker@udo.edu) (alina.esfahani@udo.edu)

Durchführung: 27.11.2017, Abgabe: 22.12.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	2
2 Theorie	2
2.1 Brechungsindex	2
2.2 Strahlengang durch ein Glasplättchen	3
2.3 Kontrast	3
3 Versuchsaufbau und Durchführung	5
3.1 Justage	5
3.2 Messung des Kontrastes	5
3.3 Messung des Brechungsindex der Glasplatte	6
3.4 Messung des Brechungsindex von Luft	6
4 Auswertung	7
4.1 Kontrast	7
4.2 Brechungsindex von Glas	7
4.3 Brechungsindex von Luft	9
5 Diskussion	12

1 Zielsetzung

Es soll mittels Sagnac Interferometer der Brechungsindex von Luft und Quarzglas bestimmt werden.,

2 Theorie

2.1 Brechungsindex

Der Brechungsindex n eines Mediums bestimmt sich aus dem Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit zur Phasengeschwindigkeit der durch das Medium propagierende Welle.

$$n = \frac{c}{v_{\text{ph}}} \quad (2.1.1)$$

wobei die Phasengeschwindigkeit einer Welle sich aus Kreisfrequenz ω und Wellenzahl k bestimmt.

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k} \quad (2.1.2)$$

Im allgemeinen ist eine Welle ein Objekt, welches sich in Ort und Zeit periodisch ändert. Mathematisch wird dieses Verhalten durch eine komplexe e-Funktion beschrieben

$$f(x, t) = A \exp\{i(kx - \omega t)\} = A \exp\{ikx\} \exp\{-i\omega t\} \quad (2.1.3)$$

wobei der erste Exponentialterm die Phasenänderung beschreibt und der zweite Exponentialterm, auch Phasor genannt, die zeitliche Änderung der Welle berücksichtigt. Wird zusätzlich die Kreisfrequenz durch die Wellenlänge im Vakuum ausgedrückt, können wir die Phasenänderung pro Länge durch die Brechzahl ausdrücken.

$$f(x, t) = A \exp\{-i\omega t\} \exp\left\{2\pi i \frac{n}{\lambda_{\text{vac}}} x\right\} \quad (2.1.4)$$

Die Phasendifferenz zweier Wellen, welche durch das Vakuum mit $n = 1$ und einem Medium mit der Brechzahl n und der Länge L propagiert, errechnet sich zu

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \delta n L = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} (n - 1) L. \quad (2.1.5)$$

Die Anzahl der Intensitätsmaxima N ergibt sich aus der Phasendifferenz

$$N = \frac{\delta\phi}{2\pi} = \frac{n - 1}{\lambda_{\text{vac}}} L. \quad (2.1.6)$$

Um die Auswirkung von Druck oder Temperaturänderungen auf die Brechzahl berücksichtigen zu können, wird das Lorenz-Lorentz Gesetz

$$n = \sqrt{1 + \frac{3Ap}{RT}} \quad (2.1.7)$$

genutzt.

2.2 Strahlengang durch ein Glasplättchen

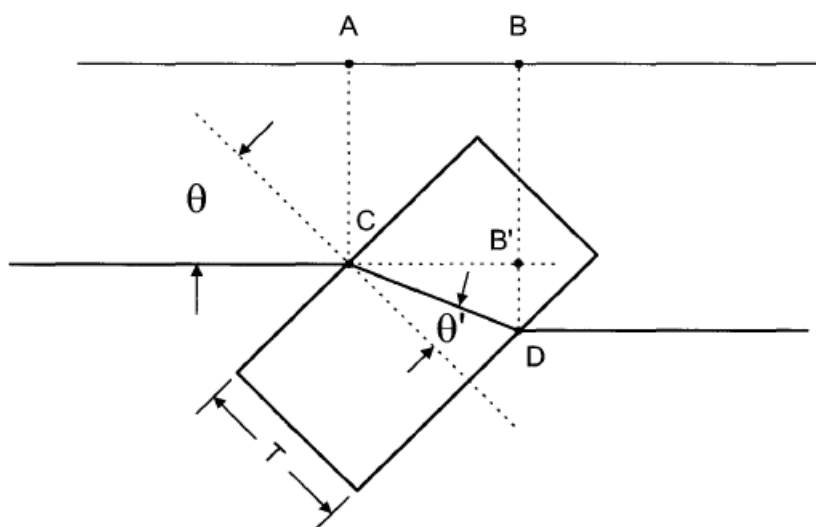


Abbildung 1: Strahlengang durch eine Glasplatte [3]

Die Messung der Brechzahl von Quarzglas basiert auf dem Gangunterschied, welcher das Licht erfährt, wenn es durch das Medium propagiert. Der Gangunterschied hängt im wesentlichen von dem Brechzahlssprung an der Grenzfläche des Mediums und dem Auslenkungswinkel ab.

$$\phi(\Phi) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \left(\frac{n_2 - n_1 \cos(\Phi - \Phi')}{\cos(\Phi')} - \frac{n_2 - n_1}{n_1} \right) \quad (2.2.1)$$

Und für die Anzahl an Maxima N folgt dann:

$$N(\Theta) = \frac{L}{\lambda_{\text{vac}}} \left[\frac{n_2 - n_1 \cos \left(10^\circ + \Theta - \arcsin \left(\frac{n_1 \sin(10^\circ + \Theta)}{n_2} \right) \right)}{\cos \left(\arcsin \left(\frac{n_1 \sin(10^\circ + \Theta)}{n_2} \right) \right)} - \frac{n_2 - n_1 \cos \left(10^\circ - \Theta - \arcsin \left(\frac{n_1 \sin(10^\circ - \Theta)}{n_2} \right) \right)}{\cos \left(\arcsin \left(\frac{n_1 \sin(10^\circ - \Theta)}{n_2} \right) \right)} \right] \quad (2.2.2)$$

2.3 Kontrast

Der Kontrast eines Interferometers ist ein Maß für die Interferenzfähigkeit des Lichtes. Der Kontrast ist durch

$$K = \frac{|I_{\max} - I_{\min}|}{|I_{\max} + I_{\min}|} \quad (2.3.1)$$

gegeben.

Die maximale bzw minimale Intensität berechnet sich aus dem Mittelwert beider Polarisationen aus

$$I \approx \langle |E_1 \cos(\omega t) + E_2 \cos(\omega t + \delta)|^2 \rangle. \quad (2.3.2)$$

Für die Feldstärken E_1 und E_2 ergibt sich nach dem Polarisator mit dem Winkel Φ

$$E_1 = E \cos \Phi \quad (2.3.3)$$

$$E_2 = E \sin \Phi. \quad (2.3.4)$$

Wird die Rechnung ausgeführt folgt für die maximale bzw minimale Intensität

$$I_{\max/\min} \approx I_{\text{Laser}} (1 \pm 2 \sin \Phi \cos \Phi). \quad (2.3.5)$$

Hierfür wurde ein Phasenversatz zwischen den beiden Polarisationen von 0 bzw π angenommen.

Wird $I_{\max/\min}$ in die Definition für den Kontrast eingesetzt folgt

$$K = C |\cos(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi + \delta)|. \quad (2.3.6)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

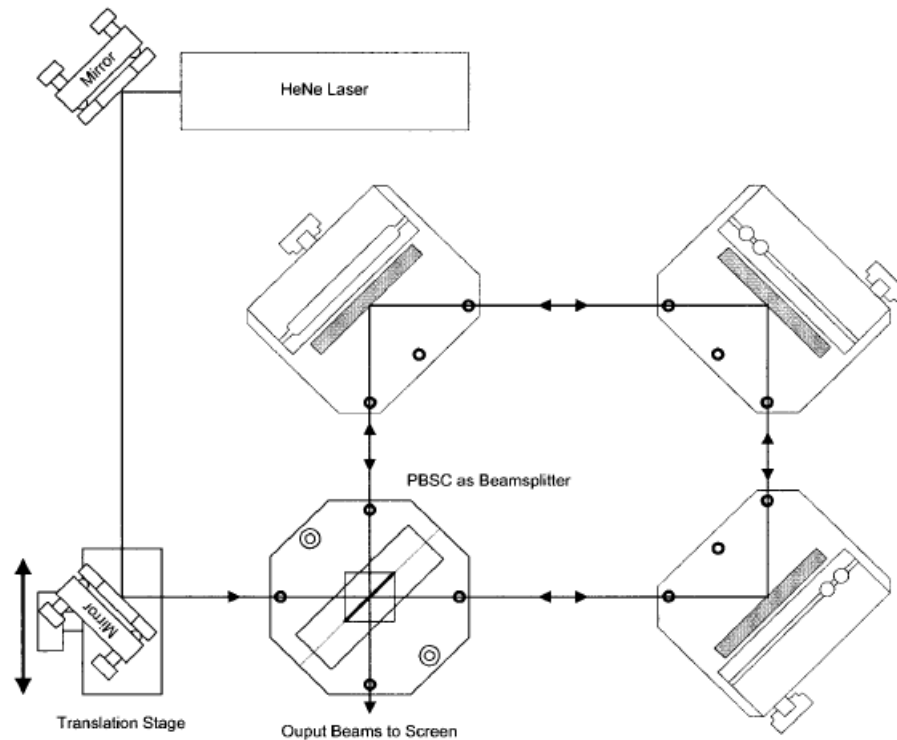


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [3]

In diesem Versuch wird ein Sagnac-Interferometer benutzt. Der Aufbau ist in 2 schematisch dargestellt.

3.1 Justage

Um das Interferometer korrekt zu Justieren, werden Plättchen welche über ein Loch verfügen, in den Strahlengang an den Positionen 1-9 positioniert. Durch den Stellschrauben an den Spiegeln wird der Strahl so eingestellt, dass er durch das Loch der Justageplättchen verläuft. Sind alle Spiegel justiert, sollen die beiden gegenläufigen Strahlen auf den Spiegeln übereinander liegen. Es ist darauf zu achten, dass der Strahl den Optiktisch nicht verlässt.

3.2 Messung des Kontrastes

Um den Kontrast zu messen, wird der Doppelglashalter zwischen dem PBSC und den Spiegeln M_C positioniert. Danach wird der Polarisator vor dem Interferometer von 0 bis 180 Grad gedreht. Für jede eingestellte Position wird durch Drehung des Doppelglashalters die maximale und minimale Intensität gesucht. Die Position mit dem maximalen Kontrast wird für die folgenden Messungen eingestellt.

3.3 Messung des Brechungsindex der Glasplatte

Die Messungen des Brechungsindex von Glas und Luft basieren auf einer Nullmessung. Es werden nach dem Ausgang des Interferometers ein zweiter PBSC positioniert und zwei Photodioden. Beide Photodioden werden an einen Zähler angeschlossen, welcher Nulldurchgänge der Intensitätsdifferenz der beiden Photodioden zählt. Der Doppelglashalter wird in 2 Grad Schritten von 0 Grad auf 8 Grad gedreht und die Nulldurchgänge in Abhängigkeit des Auslenkungswinkels notiert.

3.4 Messung des Brechungsindex von Luft

Der Doppelglashalter wird entfernt, zwischen dem PBSC und dem Spiegel M_A wird eine Vakuumkammer positioniert. Diese Kammer wird evakuiert und in 50 mBar Schritten mit Sauerstoff geflutet, bis der Atmosphärendruck erreicht ist. Es werden wieder die Nulldurchläufe der Intensitätsdifferenz in Abhängigkeit des Drucks in der Kammer gemessen.

4 Auswertung

Ausgleichsrechnungen mit Fehlerfortpflanzung werden mit `scipy.optimize.curve_fit` [1] aus dem Programm Python durchgeführt.

4.1 Kontrast

Der Kontrast gibt das Verhältnis zwischen dem Intensitätsminimum und -maximum an, vgl. Gleichung 2.3.1. Ein Fit nach der Gleichung für den Kontrast

$$K = a \cdot |\sin(2 \cdot \phi + b)|$$

liefert die Fitparameter $a = 1.06 \pm 0.05$ und $b = 1 \pm 2$. Ein Plot der Messwerte und der Ausgleichsrechnung sind in Abbildung 3 zu sehen. Die Messwerte sind zudem in Tabelle zusammengefasst.

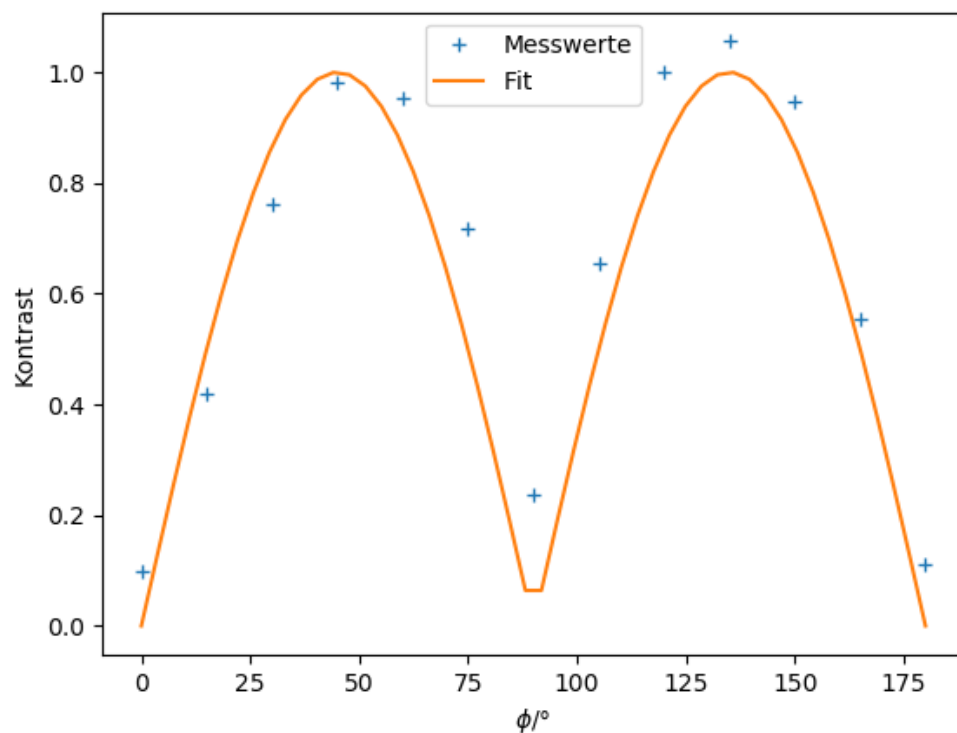


Abbildung 3: Ausgleichsrechnung für den Zusammenhang zwischen dem Winkel ϕ und dem Kontrast K .

4.2 Brechungsindex von Glas

Die Ausgleichsrechnung nach der Funktion in Gleichung (2.2.2) liefert den Fitparameter $a = 1.553 \pm 0.009$, was auch bereits der Brechungsindex von Glas ist. Der lineare Zusammenhang zwischen dem Winkel θ der Anzahl der Intensitätsmaxima mit dem Brechungsindex n als Steigung ist zusammen mit den gemessenen Werten in Abbildung dargestellt. In Tabelle 2 sind die dazugehörigen Messwerte zu sehen.

Tabelle 1: Messwerte für I_{\min} und I_{\max} bei dem Winkel ϕ .

$\phi/^\circ$	V_{\max}/mV	V_{\min}/mV
0	-287.5	-350.0
15	-212.5	-518.8
30	-87.5	-650.0
45	-6.25	-668.8
60	-12.5	-537.5
75	-56.25	-343.8
90	-100.0	-162.5
105	-31.25	-150.0
120	0.0	-162.5
135	6.25	-231.2
150	-8.75	-325.0
165	-112.5	-393.8
180	-300.0	-375.0

Tabelle 2: Messwerte für den Zusammenhang zwischen dem Winkel θ und der Anzahl der Intensitätsmaxima.

$\theta/^\circ$	M_1	M_2	M_3
2	8	8	6
4	14	15	15
6	20	21	21
8	27	28	28
10	34	35	36

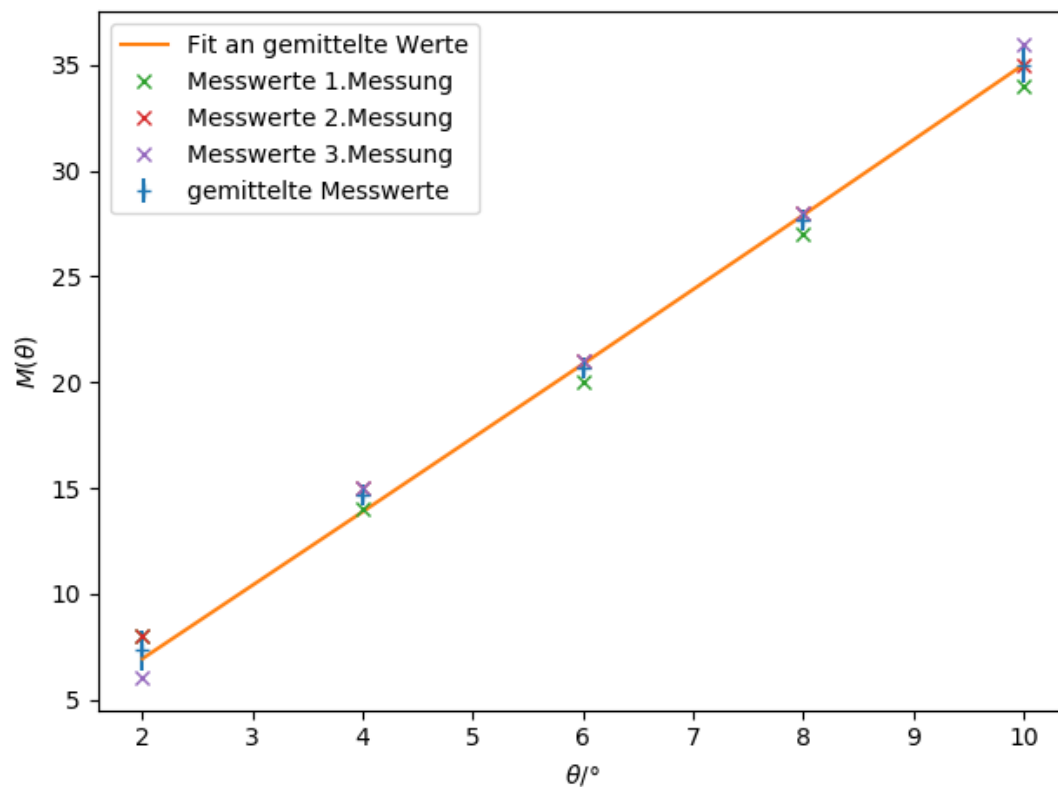


Abbildung 4: Lineare Ausgleichsrechnung für den Zusammenhang zwischen dem Winkel θ und der Anzahl der Intensitätsmaxima.

4.3 Brechungsindex von Luft

In Anlehnung an Gleichung 2.1.7 wird ein Fit der Form

$$n = \sqrt{a \cdot p + 1}$$

mit $a = 3A/RT$ durchgeführt. Dieser liefert den Fitparameter $a = 6.05 \cdot 10^{-7} \pm 0.04 \cdot 10^{-7}$. Dieser Faktor wird mit der gemessenen Temperatur $T = 22.2^\circ\text{C}$ auf Normaltemperatur $T_0 = 15^\circ\text{C}$ skaliert. Daraus ergibt sich mit dem Normaldruck $p_0 = 1013 \text{ mbar}$ der Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen nach

$$n = \sqrt{1 - a \cdot \frac{T}{T_0} \cdot p_0} = 0.999547 \pm 0.000003.$$

bestimmt. Die entsprechenden Messwerte sind in Tabelle 3 die Ausgleichsrechnung wird in Abbildung 5 gezeigt. Die letzten fünf Werte konnten bei der 3. Messung nicht aufgenommen werden, da der Zähler auf einen Wert >60 gesprungen ist. Sie wurden

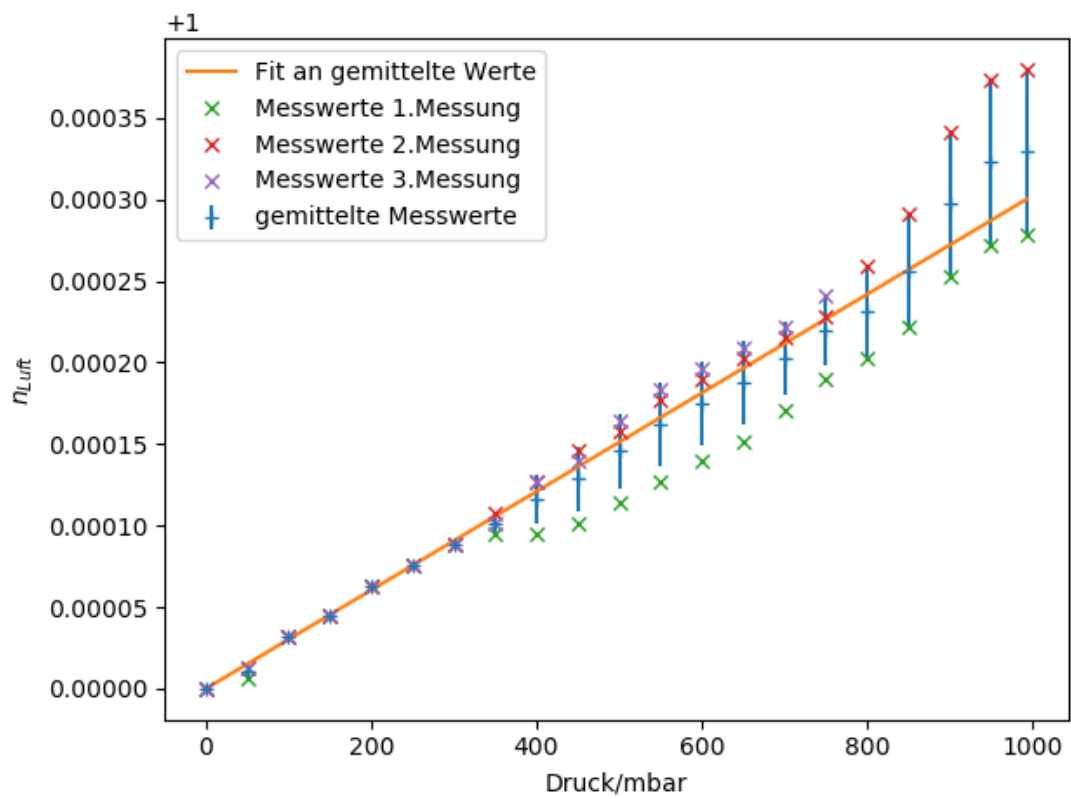


Abbildung 5: Lineare Ausgleichsrechnung für den Zusammenhang zwischen dem Druck p und dem Brechungsindex.

Tabelle 3: Messwerte für den Zusammenhang zwischen dem Druck p und der Anzahl der Intensitätsmaxima.

p/mbar	M_1	M_2	M_3
0	0	0	0
50	1	2	2
100	5	5	5
150	7	7	7
200	10	10	10
250	12	12	12
300	14	14	14
350	15	17	16
400	15	20	20
450	16	23	22
500	18	25	26
550	20	28	29
600	22	30	31
650	24	32	33
700	27	34	35
750	30	36	38
800	32	41	-
850	35	46	-
900	40	54	-
950	43	59	-
993	44	60	-

5 Diskussion

Der Kontrast wurde zu $K = a \cdot |\sin(2 \cdot \phi + b)|$ mit $a = 1.06 \pm 0.05$. Das würde bedeuten, dass bei einer optimalen Justage und dem optimalen Winkel am Polarisationsfilter von 45° mehr Licht an der Photodiode ankommt, als durch den Laser emittiert wird. Das kann dadurch zustande kommen, dass eine externe Lichtquelle benutzt wurde, um den Versuchsaufbau zu beleuchten und die Winkelskalen abzulesen und durch unterschiedliche Ausleuchtung verschieden viel Streulicht auf die Photodioden gefallen ist. Ein solches Ergebnis ist in dem Fall nur realistisch, wenn die Justage extrem genau war. Der maximale Kontrast wird sowohl in den Messergebnissen als auch im Fit bei einem Winkel von 45° erreicht.

Der theoretische Wert für den Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen ist $n_{\text{Luft, theo}} = 1.00027667$ [2], der gemessene Wert beträgt $n_{\text{Luft, exp}} = 0.999547 \pm 0.000003$. Das bedeutet eine Abweichung vom Theoriewert um 0.07%. Die Abweichung entsteht durch Schwankungen bei der Spannung der Photodioden. Diese führt dazu, dass mal mehr oder weniger Nulldurchgänge der Differenzspannung gezählt werden. Auch der Abbruch der Messung vergrößert die Unsicherheit der Messung. Durch eine bessere Justage der Instrumente kann das Signal stabilisiert werden.

Bei der Bestimmung des Brechungsindex von Glas liefert die Ausgleichsrechnung den Wert $n_{\text{Glas}} = 1.553 \pm 0.009$. Fehler zum Theoriewert können nicht angegeben werden, da der Brechungsindex von Glas zwischen $n = 1.4 \dots 1.8$ [2] liegen kann. Damit besitzt der bestimmte Wert eine realistische Größenordnung. Der Fehler auf den bestimmten Brechungsindex von Glas ist trotz der scheinbar kleinen Fehlerbalken in der linearen Ausgleichsrechnung größer als bei dem Brechungsindex für Luft; das deutet darauf hin, dass auch hier eine genauere Einstellung das Messergebnis verbessern kann.

Literatur

- [1] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [2] Mikhail Polyanskiy. *RefractiveIndex.INFO*. URL: <https://refractiveindex.info/>.
- [3] Fortgeschrittenen Praktikum. *Versuchsanleitung Versuch 64*. TU Dortmund. Dortmund, Deutschland, 2017. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html.