Der Operationsverstärker

Paul Becker
(paul.becker@udo.edu)

Alina Nasr-Esfahani
(alina.esfahani@udo.edu)

Durchführung: 18.06.2018, 1. Korrektur: 16.07.2018

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

1.1 Ideale und reale Operationsverstärker

Ein Operationsverstärker ist ein gleichstromgekoppelter Differenzverstärker. Die Spannung am Ausgang U_A entspricht der Differenz der Eingangsspannungen U_P (am nicht invertierenden Eingang) sowie U_N (am invertierenden Eingang), die um den Verstärkungsfaktor V verstärkt wird.

$$U_A = V(U_P - U_N) \tag{1.1.1}$$

Das Schaltbild mit den entsprechenden Anschlüssen ist in Abbildung 1 abgebildet. Die

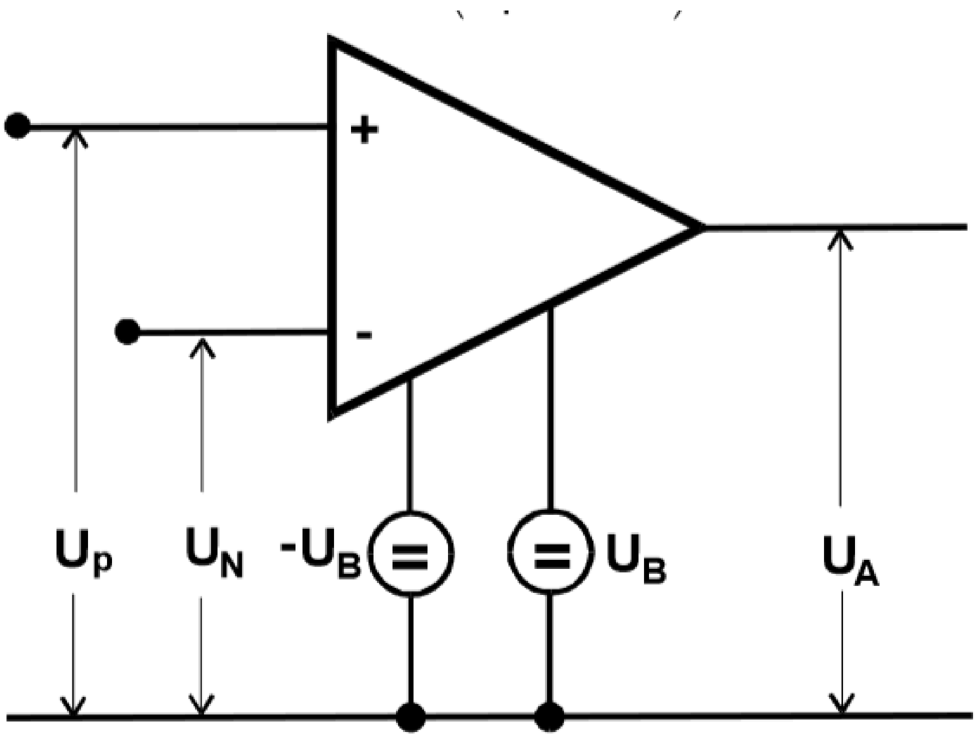

Abbildung 1: Schaltsymbol des Operationsverstärkers [3]

Ausgangsspannung des Operationsverstärkers kann im Bereich der Betriebsspannungen varrieren:

$$-U_B < U_A < U_B \tag{1.1.2}$$

Sollte U_A außerhalb des von den Betriebsspannungen definierten Bereich leigen, so nimmt die Ausgangspannung den nächstliegenden Wert, also $-U_B$ oder U_B an.

Um den Umgang mit realen Operationsverstärkern bei Berechnungen und in Schaltungen zu vereinfachen, wird das Modell des idealen Operationsverstärkers eingeführt: Der ideale Operationsverstärker zeichnet sich durch eine unendlich große Leerlaufverstärkung, einem unendlichen Eigangswiderstand, sowie einem verschwindenen Eingangswiderstand aus.

Für reale Operationsverstärker gibt es weitere Eigenschaften, die erläutert werden müssen: Sollte an beiden Eingängen die gleiche Spannung U_G anliegen, müsste theoretisch $U_A = 0$ sein. Jedoch beobachtet man auf Grund der Unsymmetrien der beiden

Kanäle eine Ausgangsspannung. Der Quotient aus U_G und U_A wird Gleichtacktverstärkung

$$V_G = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_G} \tag{1.1.3}$$

genannt und ist ein Maß für die Abweichung vom idealen Operationsverstärker. Ferner gibt es Eingangsströme auf Grund der endlichen Eingangswiderstände. Somit ist es möglich den Eingangsruhestrom

$$I_B = \frac{1}{2}(I_P + I_N) \tag{1.1.4}$$

aus den Eingangsströmen I_P (nicht invertierter Eingang) und I_N (invertierter Eingang) zu berechnen. Außerdem lässt sich der Offsetstrom definieren

$$I_0 = I_P - I_N. \tag{1.1.5}$$

Aus den definierten Größen lässt sich der Differenzeingangswiderstand r_D definieren:

$$r_D = \begin{Bmatrix} \frac{\Delta U_P}{\Delta I_P},\ U_N = 0 \\ \frac{\Delta U_N}{\Delta I_N},\ U_P = 0 \end{Bmatrix}. \tag{1.1.6}$$

Auch ist für $U_G = U_P = U_N$ und $I_G = I_P + I_N$ der Gleichtakteingangswiderstand

$$r_G = \frac{\Delta U_G}{\Delta I_G} \tag{1.1.7}$$

1.2 Schaltungen mit Operationsverstärker

1.2.1 Linearverstärker

Da der Operationsverstärker eine große Leerlaufverstärkung besitzt, kann er nur einen kleinen Eingangsspannungsbereich linear verstärken, bevor er an die Grenzen seiner Betriebsspannung stößt und in Sättigung geht. Um den Aussteuerungsbereich zu vergrößern, wird der Operationsverstärker nach Abbildung 2 mit einer Gegegenkopplung erweitert, mit der das Verstärkungsverhältnis eingestellt werden kann.

Die Verstärkung des Linearverstärkers hat somit die Form

$$V' = -\frac{R_N}{R_1} \tag{1.2.1}$$

bzw. unter Berücksichtigung der Eigenschaften eines realen Operationsverstärkers

$$\frac{1}{V'} = -\frac{U_1}{U_A} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N}\left(1 + \frac{1}{V}\right) \approx \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N}. \tag{1.2.2}$$

1.2.2 Elektrometerverstärker

Bei Messungen mit hochohmigen Spannungsquellen ist es möglich, dass der geringe Eingangswiderstand des Linearverstärkers die Messung Verfäschen. Die Elektrometerverstärkerschaltung nach Abbildung 3 besitzt diesen Nachteil nicht, da die Eingangsspannung direkt am invertierenden Eingang des Operationsverstärkers anliegt, was für einen hohen Eingangswiderstand sorgt. Hier berechet sich der Verstärkungsfaktor gemäß:

$$V' = \frac{U_A}{U_1} = \frac{R_N + R_1}{R_1}. \tag{1.2.3}$$

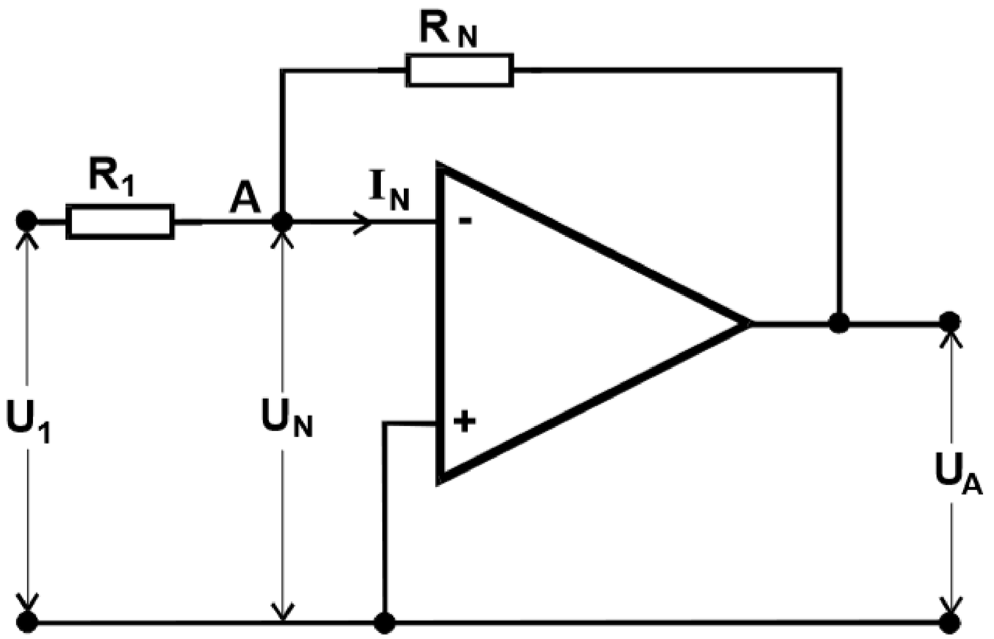

Abbildung 2: Gegengekoppelter invertierender Linearverstärker [3]

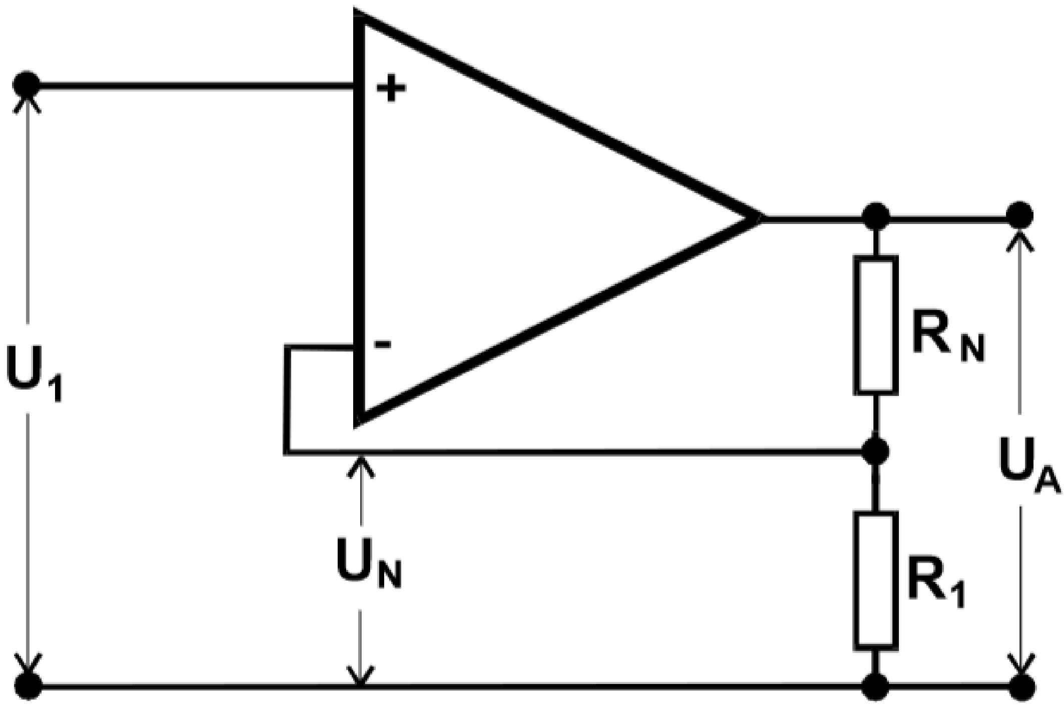

Abbildung 3: nicht-invertierender Elektrometerverstärker [3]

1.2.3 Amperemeter

Zur Messung von kleinen Strömen wird ein kleiner Eingangswiderstand benötigt. Dazu kann ein Amperemeter nach Abbildung 4 verwendet werden, bei dem die Ausgangsspannung proportional zum Eingangsstrom ist:

$$U_A = IR_N. \tag{1.2.4}$$

Der Eingangswiderstand der Schaltung ist

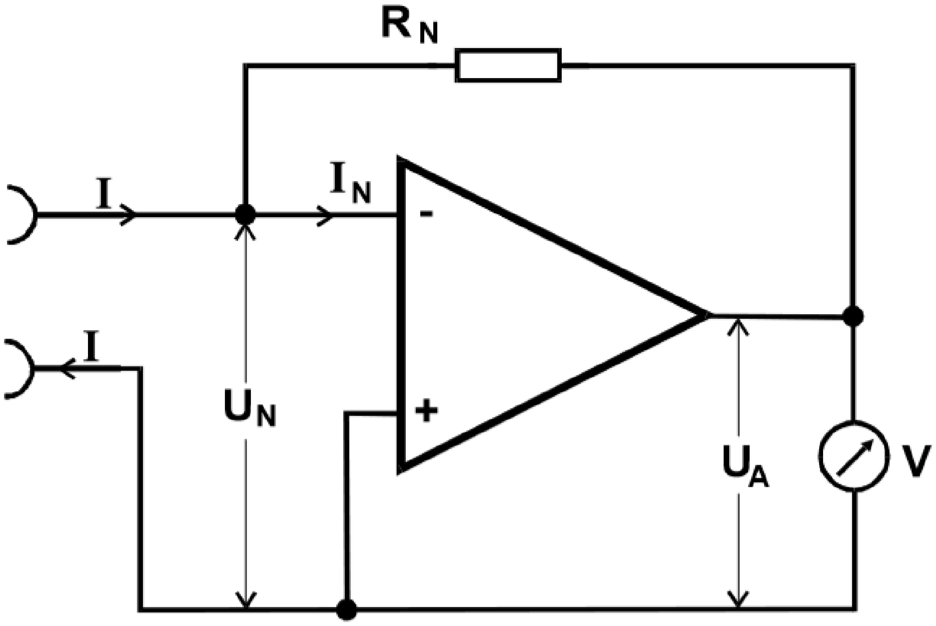

Abbildung 4: Amperemeter mit niedriegen Eingangswiderstand [3]

$$r_e = \frac{R_N}{V} \tag{1.2.5}$$

1.2.4 Integrator und Differentiator

Mit der in Abbildung 5 dargestellten Schaltung wird die Eingangsspannung integiert:

$$U_A = -\frac{1}{RC}\int U_1(t)\mathrm{d}t\,. \tag{1.2.6}$$

Beschreibt U_1 eine Sinusspannung $U_1 = U_0\sin(\omega t)$, so ist die Amplitude antiproportional zur Frequenz

$$U_A = \frac{U_0}{\omega RC}\cos(\omega t)\,. \tag{1.2.7}$$

Das Gegenstück zum Integrator ist der Differentiator. Dieser wird nach Abbildung 6 aufgebaut.

$$U_A = -RC\frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t}\,. \tag{1.2.8}$$

Für den Fall, dass das Eingangssignal wieder als Sinusspannung vorliegt ergibt sich:

$$U_A = -\omega RCU_0\cos(\omega t)\,. \tag{1.2.9}$$

Somit ist die Amplitude der Ausgangsspannung proportional zur Frequenz.

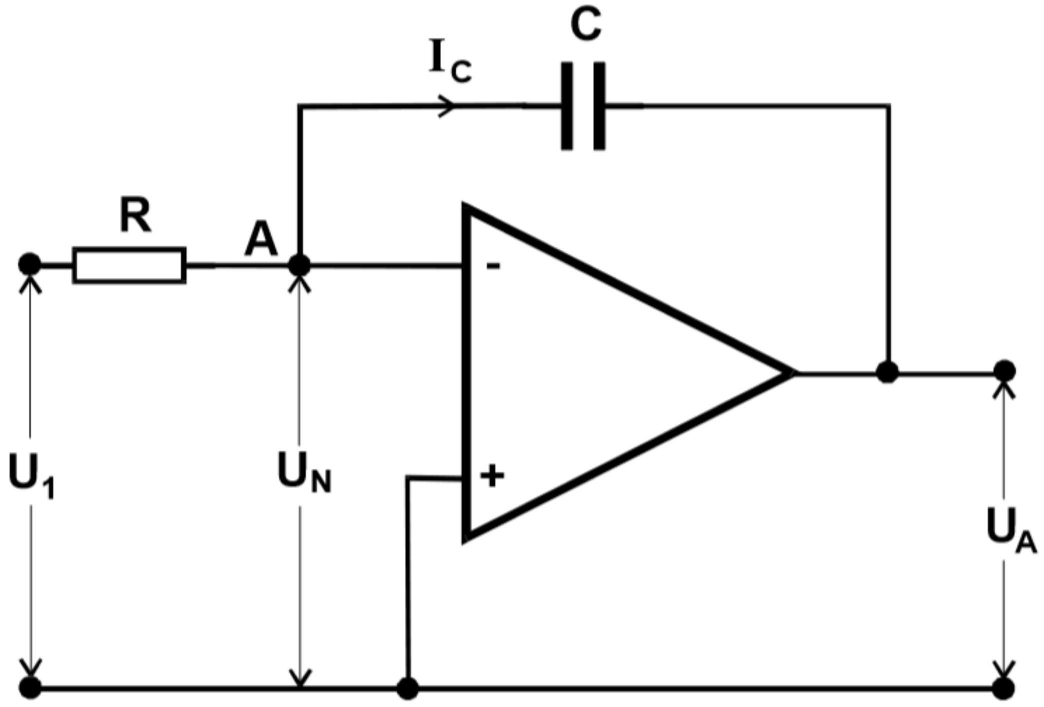

Abbildung 5: Umkehr-Integrator [3]

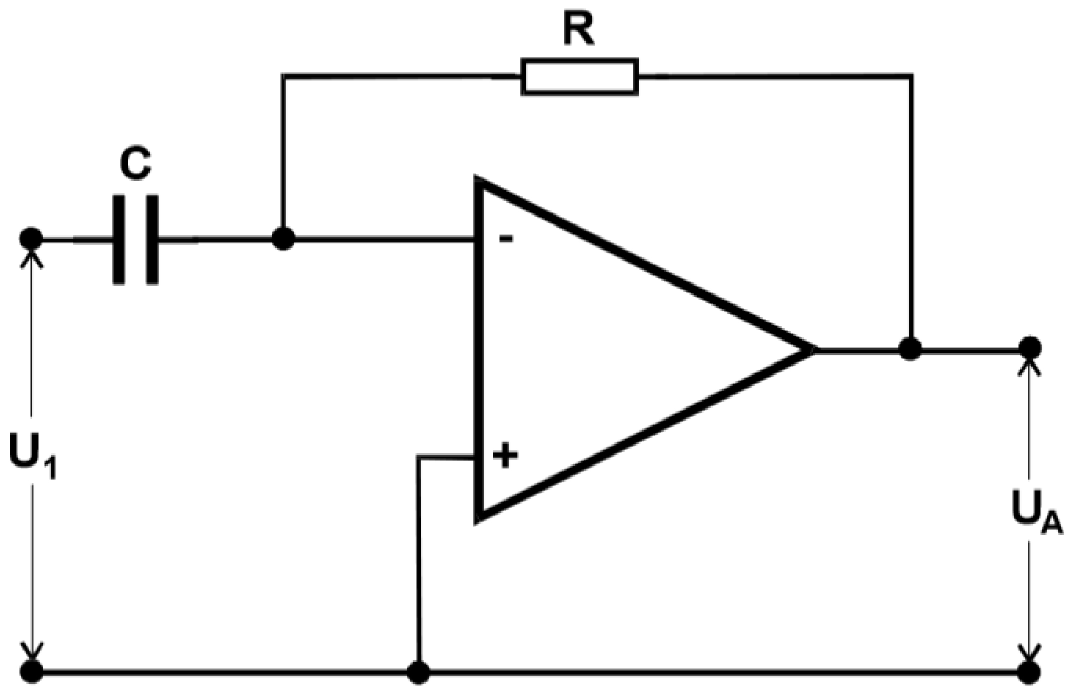

Abbildung 6: Umkehr-Differentiator [3]

1.2.5 Schmitt-Trigger

Der Schmitt-Trigger wird nach Abbildung 7 verschaltet. Hier liegt ein Teil der Ausgangsspannung wieder am nicht-invertierten Eingang an. Dadurch steigt die Ausgangsspannung immer weiter an. Die Schaltung bekommt somit ein instabiles Verhalten. Der Schmitt-Triger hat nur zwei Zusände, in denen seine Ausgangsspannung U_B beträgt, wenn die Eingangsspannung $(R_1/R_P) \cdot U_B$ überschreitet oder $-U_B$ wenn die Eingangsspannung $-(R_1/R_P) \cdot U_B$ unterschreitet. Der Schmitt-Trigger liefert nach Über- bzw. Unterschreiten des Schwellenwertes solange eine konstante Ausgangsspannung bis die jeweils andere Schwelle über- bzw. unterschritten wurde. Somit ist der Schmitt-Trigger als Schalter zu verstehen, welcher nicht nur einen Schwellenwert besitzt. Wird zum Beispiel eine Sinusspannung angelegt, ist das resultierende Ausgangssignal eine Rechteckspannung. Durch geeignete Wahl der Widerstände ist es möglich, das Hysterese-Fenster zu beeinflussen und somit Einfluss auf die Schwellenwerte der Schaltung zu nehmen. Der Schmitt-Trigger ist daher ein nützliches Element für binäre Logik und Signalgeneratoren.

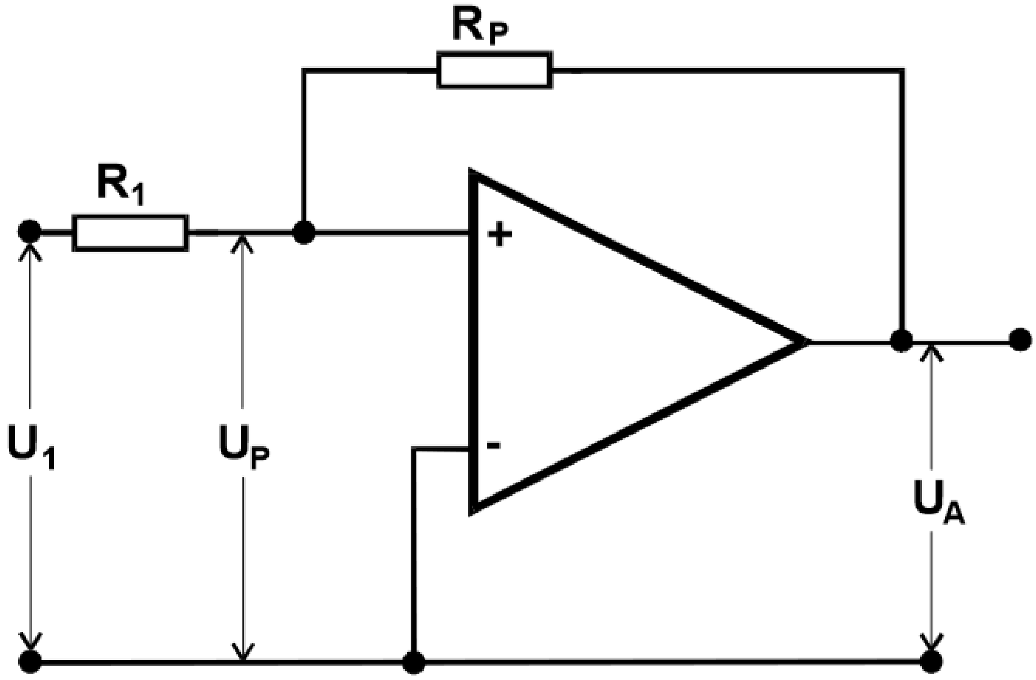

Abbildung 7: Schmitt-Trigger [3]

1.2.6 Signalgenerator

In Abbildung 8 ist der Aufbau eines Signalgenerators gezeigt. Dieser besteht aus einem Schmitt-Trigger und einem Integrator. Der Schmitt-Trigger liefert zu beginn eine kostante Ausgangsspannung U_B, welche vom Integrator integriert wird. Die Ausgangsspannung der Integrator fällt somit linear mit der Zeit bis diese die Triggerschwelle des Schmitt Triggers erreicht hat, sodass der Schmitt-Trigger Schaltet und eine konstante Ausgangsspannung $-U_B$ liefert. Diese wird vom Integrator wieder Integriert was dazu führt das seine Ausgangspannung mit der Zeit linear ansteigt, bis die andere Triggerschwelle erreicht wird. Sodann schaltet der Schmitt-Trigger erneut und ist wieder im Ausgangszustand.

Die Integration über eine halbe Periode mit dem Startzeitpunkt bei $U_A(t = 0) =$

erfolgt folgendermaßen:

$$U_A = -\frac{1}{RC}\int_0^{\frac{T}{2}} U_E(t')dt' = -\frac{1}{RC}U_B\frac{T}{2}. \tag{1.2.10}$$

Da diese Spannung der Differenz zwischen den beiden Schwellenwerten des Schmitt-Triggers entspricht, ist

$$U_A = 2U_B\frac{R_1}{R_P}. \tag{1.2.11}$$

Diese beiden Gleichung ergeben mit der Periodendauer T und der Frequenz f:

$$f = \frac{R_P}{4RCR_1}. \tag{1.2.12}$$

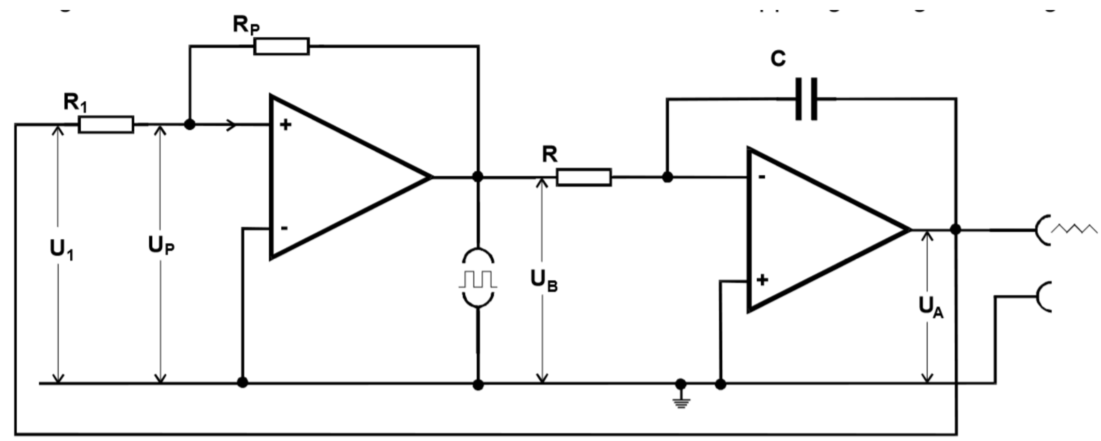

Abbildung 8: Dreiecks- und Rechteckgenerator [3]

1.2.7 Erzeugung von gedämpften Sinusschwingungen

Es wird ein Generator verwendet, der eine Sinusschwingung erzeugt, die mit einer abfallenden Exponentialfunktion überlagert ist. Die Schaltung ist in Abbildung 9 dargestellt.

Die Schaltung besitzt die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2U_A}{\mathrm{d}t^2} - \frac{\nu}{10RC}\frac{\mathrm{d}U_A}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R^2C^2}U_A = 0 \tag{1.2.13}$$

mit der näherungsweise Lösung

$$U_A(t) = U_0 \exp\left(\frac{\nu t}{20RC}\right)\sin\left(\frac{t}{RC}\right). \tag{1.2.14}$$

Mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi RC \tag{1.2.15}$$

und der Abklingdauer

$$\tau = \frac{20RC}{\nu}. \tag{1.2.16}$$

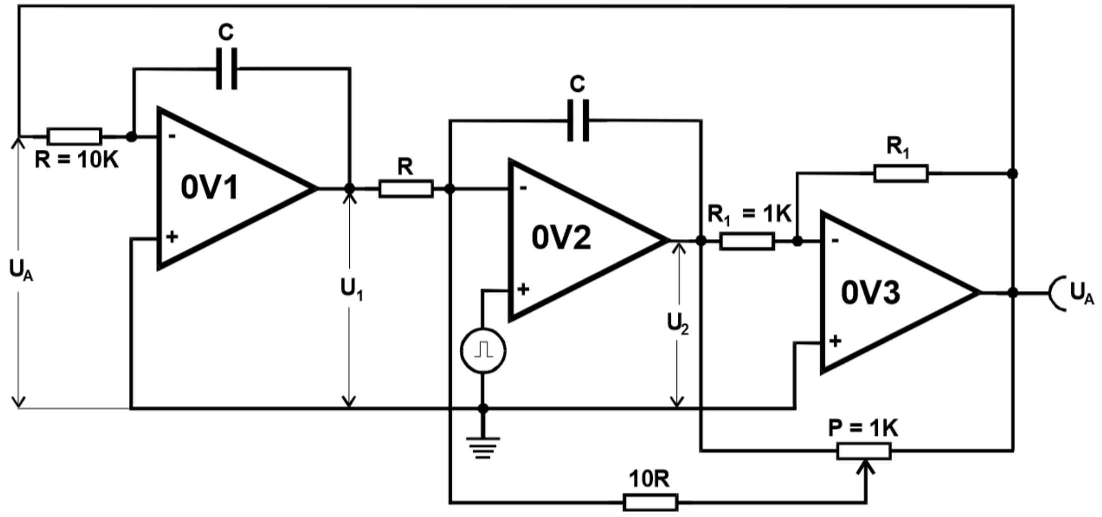

Abbildung 9: Nachbildung einer linearen Schwingungsdifferentialgleichung mit Operationsverstärkern [3]

2 Durchführung

Zuerst wird eine Schaltung nach Abbildung 2 aufgebaut und für vier verschiedene Verstärkungen (einstellbar über den Widerstand R_N in der Gegenkopplung oder den Eingangswiderstand R_1) die Frequenz über mehrere Größenordnungen variert. Es ist eine frequenzabhängige Abnahme der Verstärkung zu beobachten und eine Abhängigkeit der Phase von der Frequenz wird überprüft.

Als nächstes wird ein Umkehrintegrator nach Abbildung 5 aufgebaut, sodass die Frequenzabhängigkeit der Amplitude des Ausgangssignals untersucht werden kann. Es ist darauf zu achten, dass der Frequenzbereich so gewählt wird, das der Umkehrintegrator auch als solcher arbeitet. Dieses Vorgehen wiederholt man für den Differentiator nach Abbildung 6.

Als nächste Schaltung wird der Schmitt-Triger nach Abbildung 7 untersucht. An den Eingang des Schmitt-Triggers wird ein Funktionsgenrator angeschlosssen und an den Ausgang ein Oszilloskop. Die Amplitude des Eingangssignals wird von null ausgehend solange erhöht, bis die Schaltung anfängt zu kippen. Daraufhin wird der Scheitelwert dieser Spannung sowie sie Größe $2U_B$ gemessen.

Für den Dreiecksgenerator nach Abbildung 8 wird die Zeitabhängigkeit der Ausgangspannung mit einem Oszilloskop kontrolliert sowie die Frequenz und die Amplitude des erzeugten Signals gemessen.

Abschließend wird ein Signalgenerator nach Abbildung 9 aufgebaut. An den Ausgang der Schaltung wird ein Oszilloskop angeschlossen. Über das Potentiometer ist es möglich die Dämpfung der Schwingungs einzustellen. Das Potentiometer wird so eingestellt, dass das Ausgangssignal ungedämpft ist. Von diesem Signal wird die Frequenz bestimmt. Daraufhin wird die Dämpfung auf ein Maximum erhöht und die Schwingung mit einem Rechteck-Signal angeregt, wobei die Periodendauer des Eingangssignals groß ist gegenüber der Abklingdauer der gedämpften Schwingung. Von dem Ausgangssignal wird ein Bild erstellt.

3 Auswertung

Ausgleichsrechnungen mit den dazugehörigen Fehlern werden mit dem `python`-Paket `SciPy` [1] erstellt, weitere Fehler werden mit dem `python`-Paket `uncertainties` [2] berechnet, welches eine automatische Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bereitstellt.

3.1 Frequenzgang eines gegengekoppelten Verstärkers

Die Frequenzabhängigkeit des Linearverstärkers wird untersucht, indem die Verstärkung bei verschiedenen Frequenzen über mehrere Zehnerpotenzen gemessen wird. Dies wird für vier verschiedene Kombinationen von Widerständen durchgeführt. Eine doppelt-logarithmische Darstellung der Frequenzgänge ist in Abbildung 10 gezeigt. Die durchgezogene Linie stellt dabei jeweils den linearen Fit der Form

$$\log_{10} \frac{V_0'}{1\,\mathrm{mV}} = A \cdot \log_{10} \frac{\nu}{1\,\mathrm{Hz}} + B \tag{3.1.1}$$

an den abfallenden Teil bei hohen Frequenzen dar, wobei der Plateauwert $V_0' = U_\mathrm{A}/U_\mathrm{E}$ der Mittelwert aus dem Quotienten aus Ausgangs- und Eingangsspannung für Frequenzen $\nu < 10\,\mathrm{Hz}$ ist. In Tabelle 1 werden die verwendeten Widerstände, die daraus resultierenden Fitparameter und die Grenzfrequenzen ν_G – also die Frequenz, bei der die Verstärkung auf $V'/\sqrt{2}$ abgefallen ist – zusammengefasst. Die Grenzfrequenz wird über

$$\nu_\mathrm{G} = 10^{\left[\log_{10}\left(V_0'/\sqrt{2}\right)-B\right]/A}$$

berechnet. Das Verstärkung-Bandbreite-Produkt $\nu_\mathrm{G} V_0'$ ist ebenfalls eingetragen. Der Mittelwert des Verstärkung-Bandbreite-Produkts der vier gemessenen Widerstandskombinationen ist

$$\nu_\mathrm{G}\bar{V_0}' = (833 \pm 37)\,\mathrm{Hz},$$

die Abweichungen der einzelnen Werte vom Mittelwert liegen zwischen 1.6% und 6.6%. Mit Gleichung 1.2.2 kann aus V_0' und den beiden Widerständen R_1 und R_N die Leerlaufverstärkung V mit

$$V = \frac{R_\mathrm{N} + R_1}{\frac{R_\mathrm{N}}{V_0'} - R_1} \tag{3.1.2}$$

abgeschätzt werden. Die entsprechenden Werte sind ebenfalls in Tabelle 1 eingetragen.

In Abbildung 11 werden beispielhaft ein Sinussignal als Eingangssignal (in grün) und das verstärkte Ausgangssignal (in gelb) als Oszilloskopaufnahme gezeigt. Da das Eingangssignal auf den invertierenden Eingang des Operationsverstärkers gegeben wird, beträgt die Phase zwischen Ein- und Ausgangssignal nahezu 180°, das Eingangssignal wird bei einer Frequenz von 99.90 Hz von 197 mV um einen Faktor von fast 5 auf 970 mV verstärkt.

Tabelle 1: Zusammenfassung der Messergebnisse des Linearverstärkers.

$R_1/\mathrm{k\Omega}$	$R_\mathrm{N}/\mathrm{k\Omega}$	A	B	V_0'	R_N/R_1	$\nu_\mathrm{G}/\mathrm{Hz}$	$\nu_\mathrm{G} V_0'/\mathrm{Hz}$	V
10.02	100.0	-0.83±0.01	2.47±0.03	10.20	9.98	80.74	862	-165.33
10.02	33.2	-0.80±0.02	2.27±0.06	3.13	3.31	262.07	820	226.91
0.20	1.0	-0.79±0.01	2.28±0.03	4.85	5.00	160.60	778	194.00
33.30	100.0	-0.94±0.04	2.70±0.10	3.127	3.00	269.00	873	-52.67

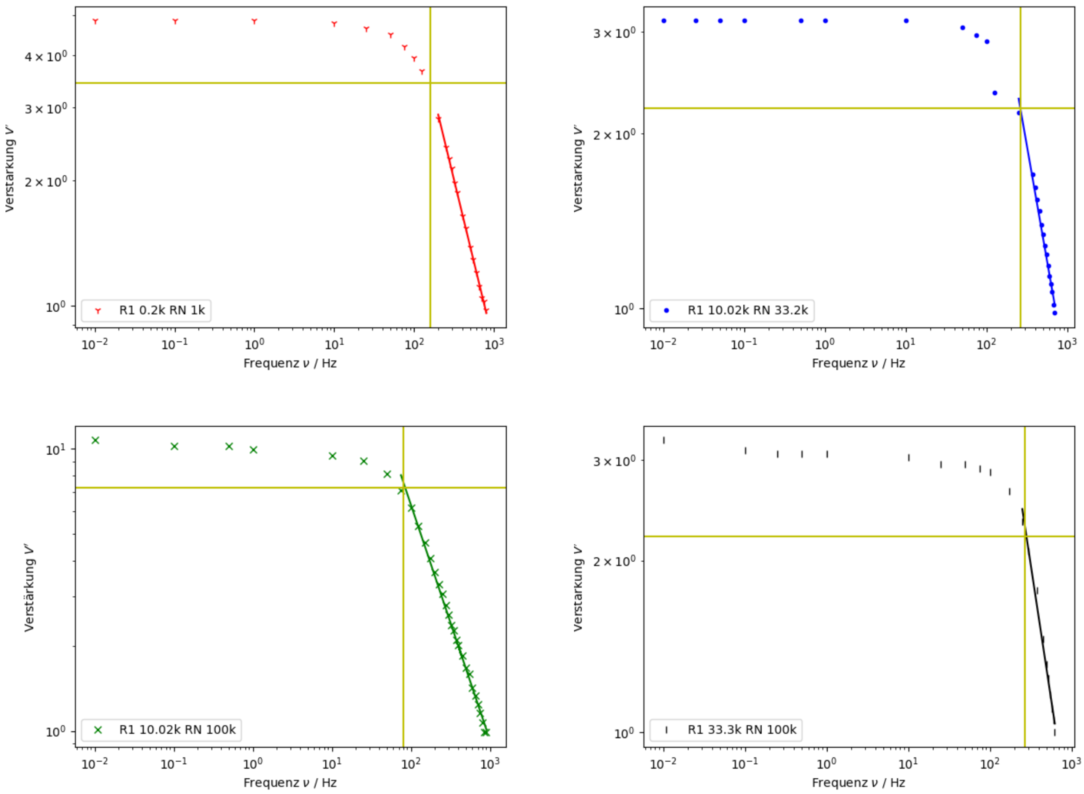

Abbildung 10: Frequenzgang eines gegengekoppelten Verstärkers - bei kleinen Frequenzen ist die Verstärkung in etwa konstant, nimmt dann aber mit größer werdenden Frequenzen in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear ab. Für die Berechnung der Verstärkung werden Frequenzen $\nu < 10\,\mathrm{Hz}$ genutzt.

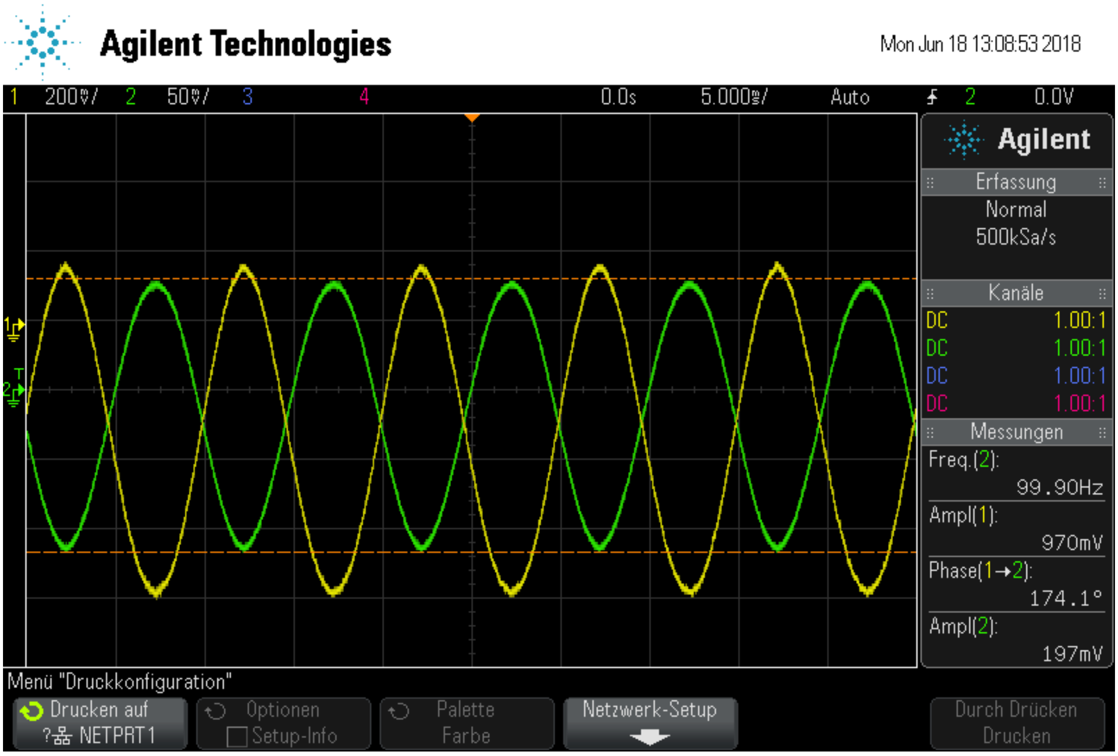

Abbildung 11: Im Plateaubereich bei kleinen Frequenzen ist die Verstärkung in etwa konstant, die Phase des Ausgangssignals ist gegenüber dem Eingangssignal um nahezu 180° gedreht.

3.1.1 Beziehung zwischen Frequenz und Phase

Die Phase zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz hat einen ähnlichen Verlauf, wie die Verstärkung, sie ist in Abbildung 12 zu sehen. Zunächst ist die Phase konstant und nahezu 180°. Nach einer Frequenz von 10 Hz fällt die die Phase ab. Das ist mit dem Einsetzen des Tiefpass-Verhaltens des Operationsverstärkers zu erklären; bei hohen Frequenzen sinkt die Verstärkung auf 1 ab. Die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses verläuft gemäß

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + i\frac{\omega}{\omega_\mathrm{g}}}, \tag{3.1.3}$$

das heißt, je näher die Frequenz gegen die Grenzfrequenz ω_g geht, desto größer ist die Phasendrehung zunächst, nähert sich dann aber einem Sättigungswert an. Der Phasengang eines Operationsverstärkers folgt nicht dem Verlauf eines reinen Tiefpasses, sondern ist abhängig vom inneren Aufbau, tendentiell lässt sich aber sagen, dass auch hier die Phasendrehung mit größerer Frequenz steigt.

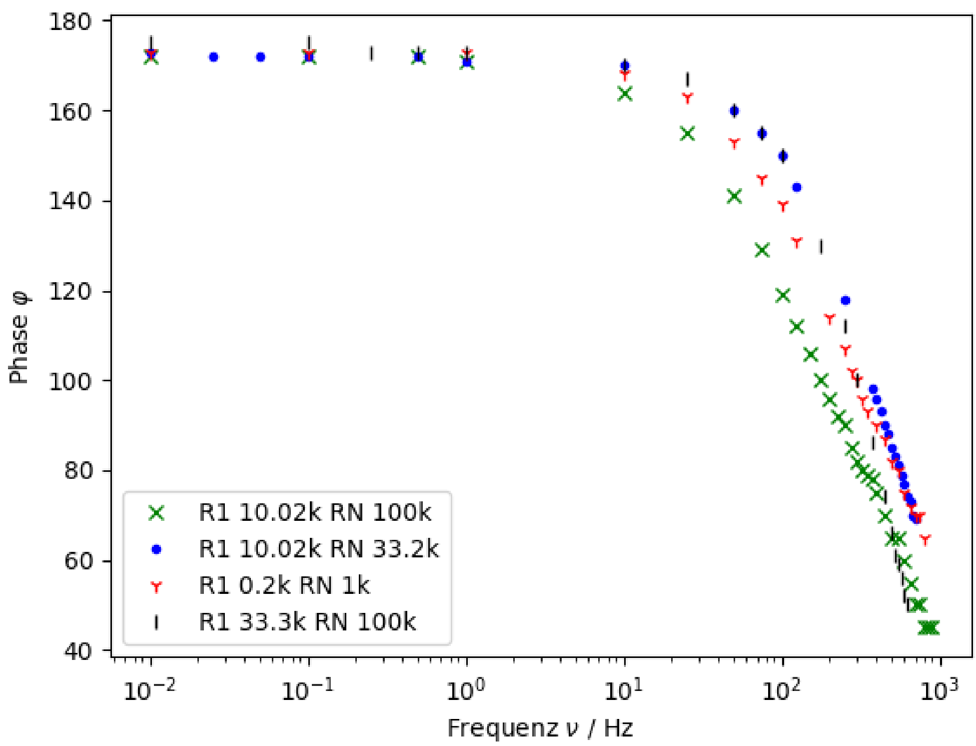

Abbildung 12: Bis zu einer Frequenz von 10 Hz ist die Phase relativ konstant bei knapp 180°, danach fällt sie in der halblogarithmischen Darstellung nahezu linear ab.

3.2 Umkehr-Integrator und Differentiator

3.2.1 Umkehr-Integrator

Der Fit der Form

$$\log_{10} \frac{U_\mathrm{A}}{1\,\mathrm{mV}} = A \cdot \log_{10} \frac{\nu}{1\,\mathrm{Hz}} + B \tag{3.2.1}$$

liefert die Parameter

$$A = -0.920 \pm 0.006 \quad \text{und} \quad B = 0.798 \pm 0.002, \tag{3.2.2}$$

die Messwerte mit der linearen Ausgleichsgeraden sind in Abbildung 13 zu sehen. In

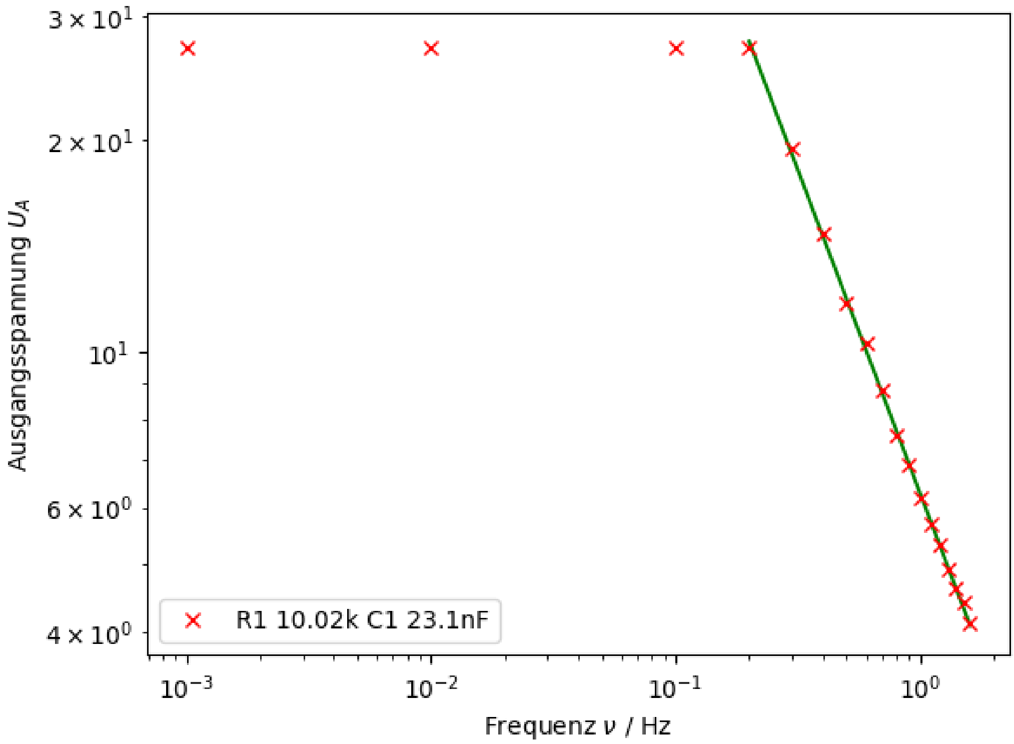

Abbildung 13: In dem dargestellten Frequenzbereich fällt die Ausgangsspannung nach dem Umkehr-Integrator in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear mit der Frequenz ab; die ersten drei Messwerte werden für die lineare Ausgleichsrechnung nicht genutzt.

Abbildung 14, Abbildung 15 und Abbildung 16 ist jeweils zu sehen, welches Ausgangssignal der Umkehr-Integrator liefert, wenn ein Sinus-, Rechteck- bzw. Dreiecksignal auf den Eingang gegeben wird.

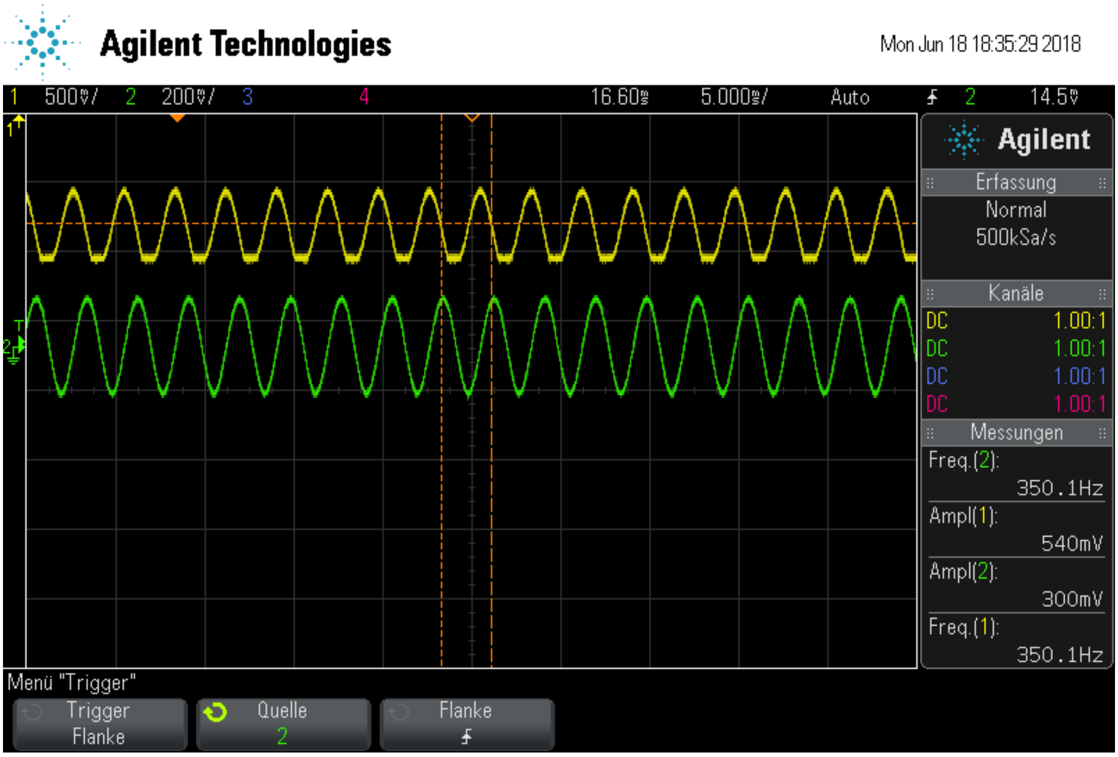

Abbildung 14: Der Umkehr-Integrator liefert bei einem Sinussignal einen Cosinus mit einer Phasendrehung von 90° gegenüber dem Eingangssignal.

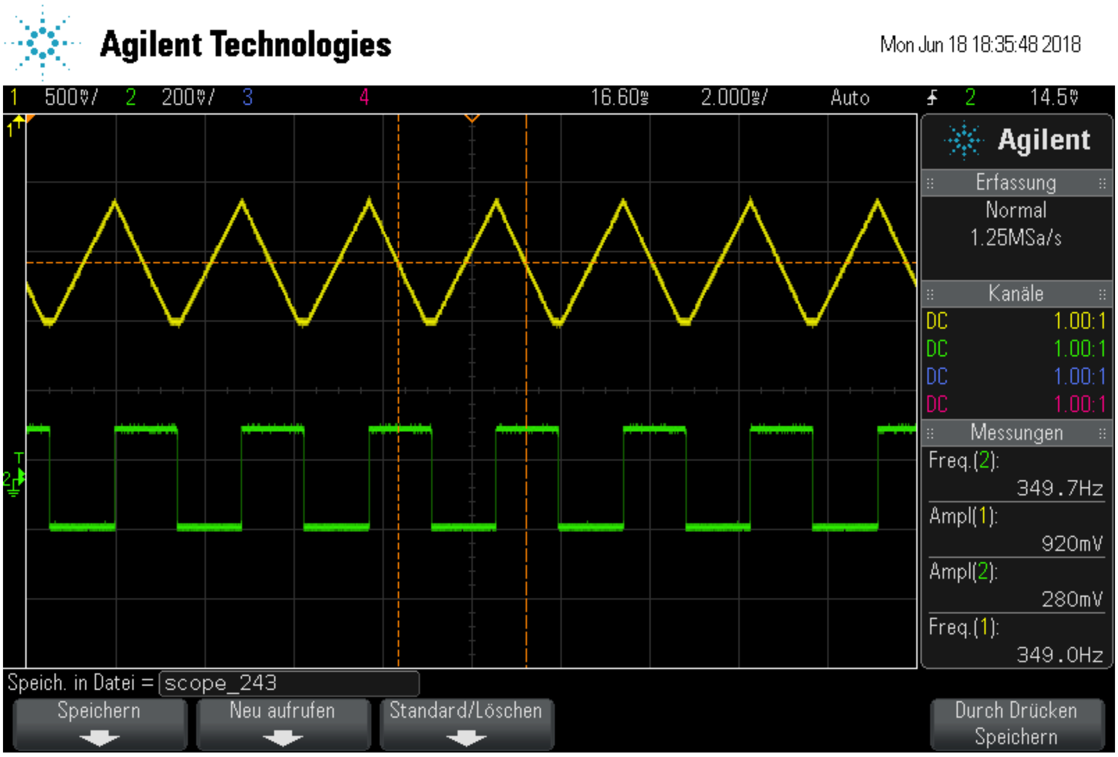

Abbildung 15: Der Umkehr-Integrator liefert bei einem Rechtecksignal ein Dreiecksignal.

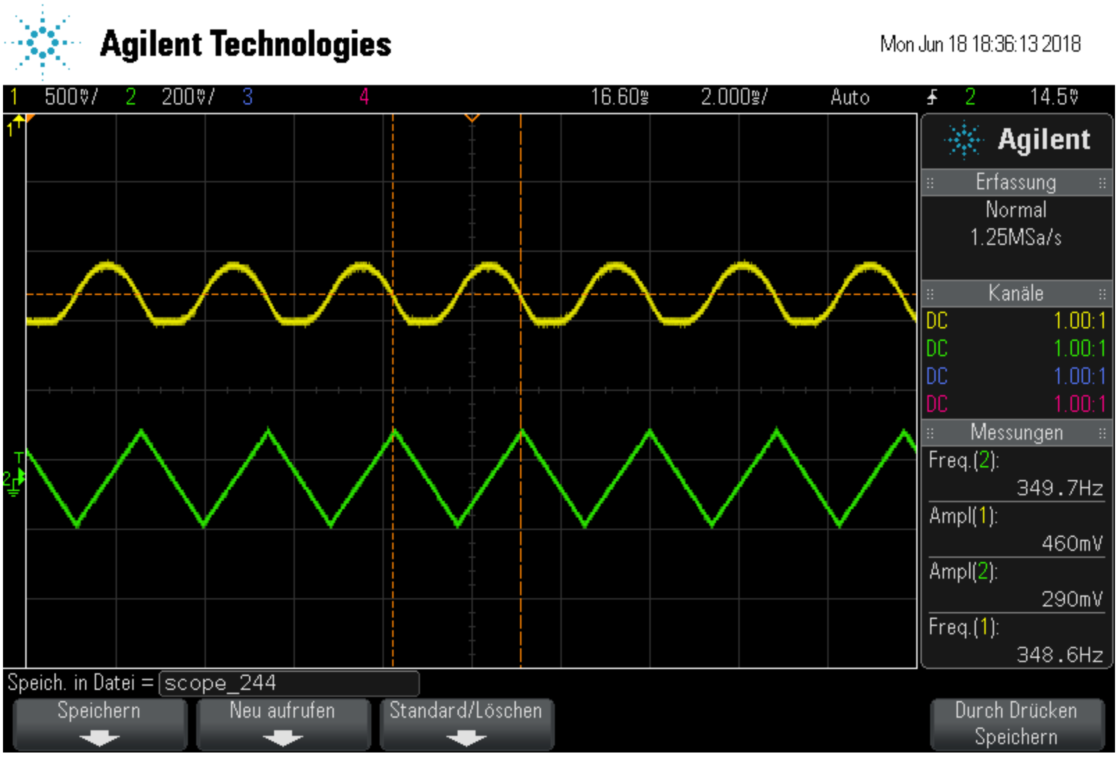

Abbildung 16: Der Umkehr-Integrator liefert bei einem Dreiecksignal näherungsweise eine Abfolge von Parabeln.

3.2.2 Umkehr-Differentiator

Der Fit der Form

$$\log_{10} \frac{U_\mathrm{A}}{1\,\mathrm{mV}} = A \cdot \log_{10} \frac{\nu}{1\,\mathrm{Hz}} + B \tag{3.2.3}$$

liefert die Parameter

$$A = 0.76 \pm 0.01 \quad \text{und} \quad 1.108 \pm 0.003, \tag{3.2.4}$$

die Messwerte mit der linearen Ausgleichsgeraden sind in Abbildung 17 zu sehen. In

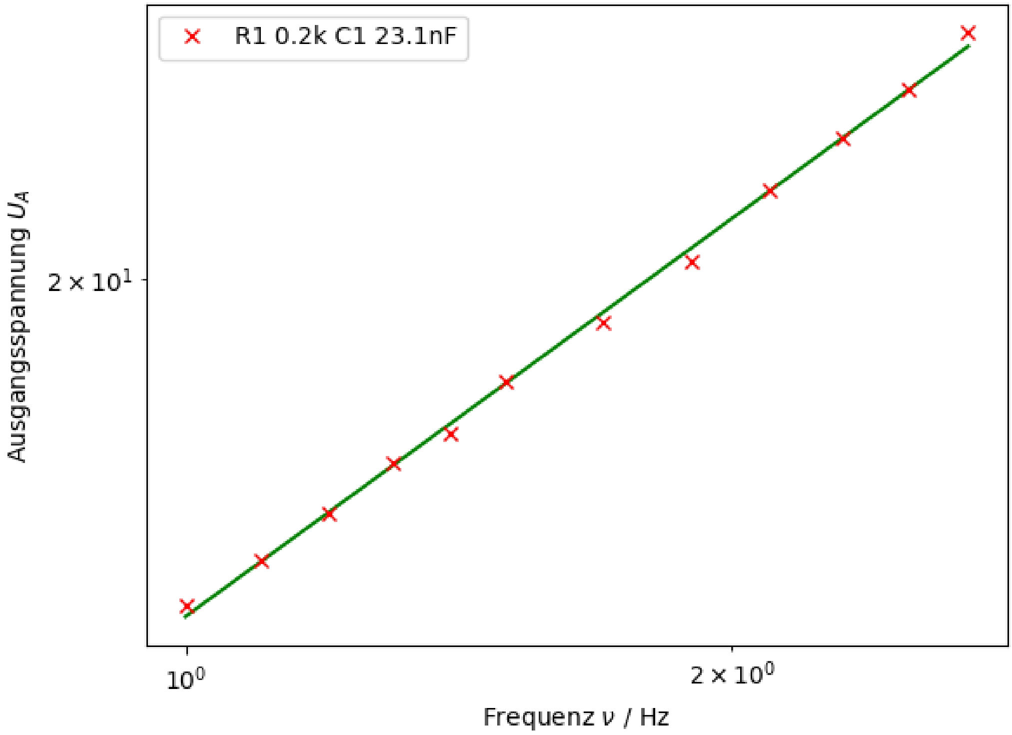

Abbildung 17: In dem dargestellten Frequenzbereich steigt die Ausgangsspannung nach dem Umkehr-Differentiator in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear mit der Frequenz an.

Abbildung 18, Abbildung 19 und Abbildung 20 ist jeweils zu sehen, welches Ausgangssignal der Umkehr-Integrator liefert, wenn ein Sinus-, Rechteck- bzw. Dreiecksignal auf den Eingang gegeben wird.

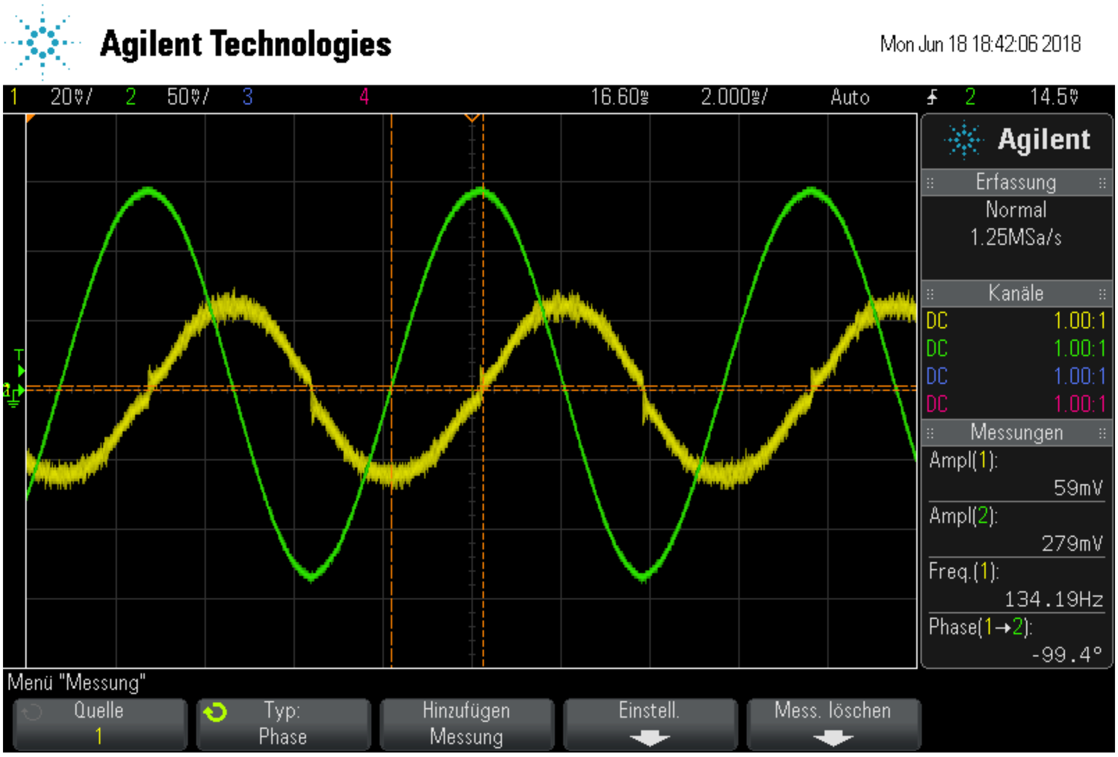

Abbildung 18: Der Umkehr-Differentiator liefert bei einem Sinussignal einen Cosinus mit einer Phasendrehung von 90° gegenüber dem Eingangssignal.

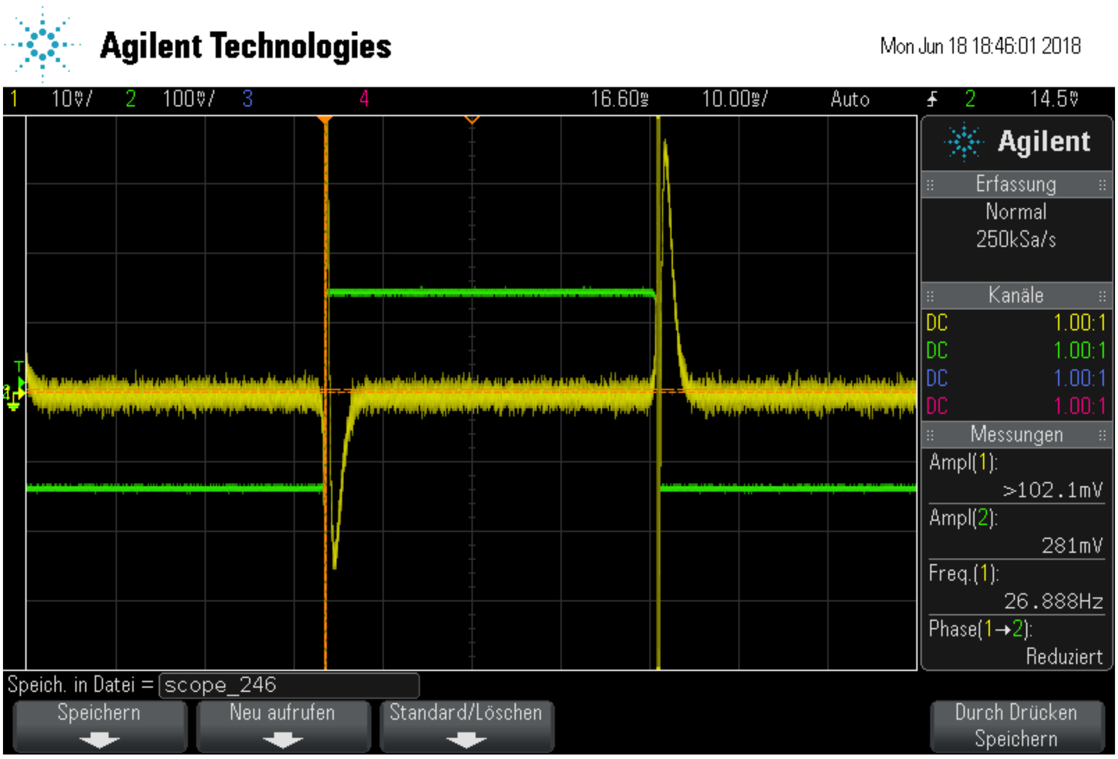

Abbildung 19: Der Umkehr-Differentiator liefert bei einem Rechtecksignal eine Abfolge von Deltapeaks.

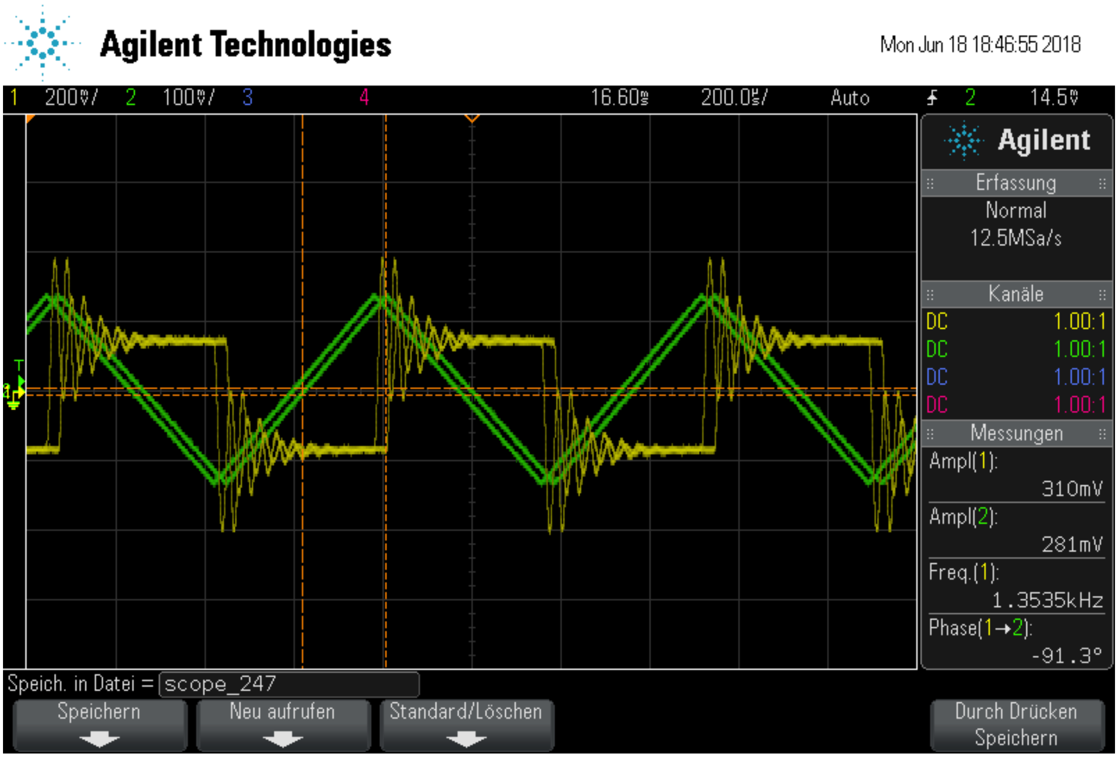

Abbildung 20: Der Umkehr-Differentiator liefert bei einem Dreiecksignal ein Rechtecksignal.

3.3 Schmitt-Trigger

Mit Hilfe der Schaltung in Abbildung 7 wird ein Schmitt-Trigger implementiert. Es werden die Widerstände $R_\mathrm{P} = 10\,\mathrm{k\Omega}$ und $R_1 = 0.2\,\mathrm{k\Omega}$ bei einer Frequenz von $f = 1\,\mathrm{kHz}$ benutzt, die doppelte Betriebsspannung ist $2U_\mathrm{B} = 7.86\,\mathrm{V}$. Mit

$$U_\mathrm{trig,theo} = U_\mathrm{B} \cdot \frac{R_1}{R_\mathrm{P}} \tag{3.3.1}$$

wird die theoretische Triggerschwelle als

$$U_\mathrm{trig,theo} \approx 78.6\,\mathrm{mV}$$

berechnet. Der gemessene Wert ist

$$U_\mathrm{trig,exp} \approx 82\,\mathrm{mV}.$$

Die Abweichung zwischen theoretischem und experimentellen Wert beträgt 4.3%. Die entsprechende Oszilloskopaufnahme ist in Abbildung 21 zu sehen.

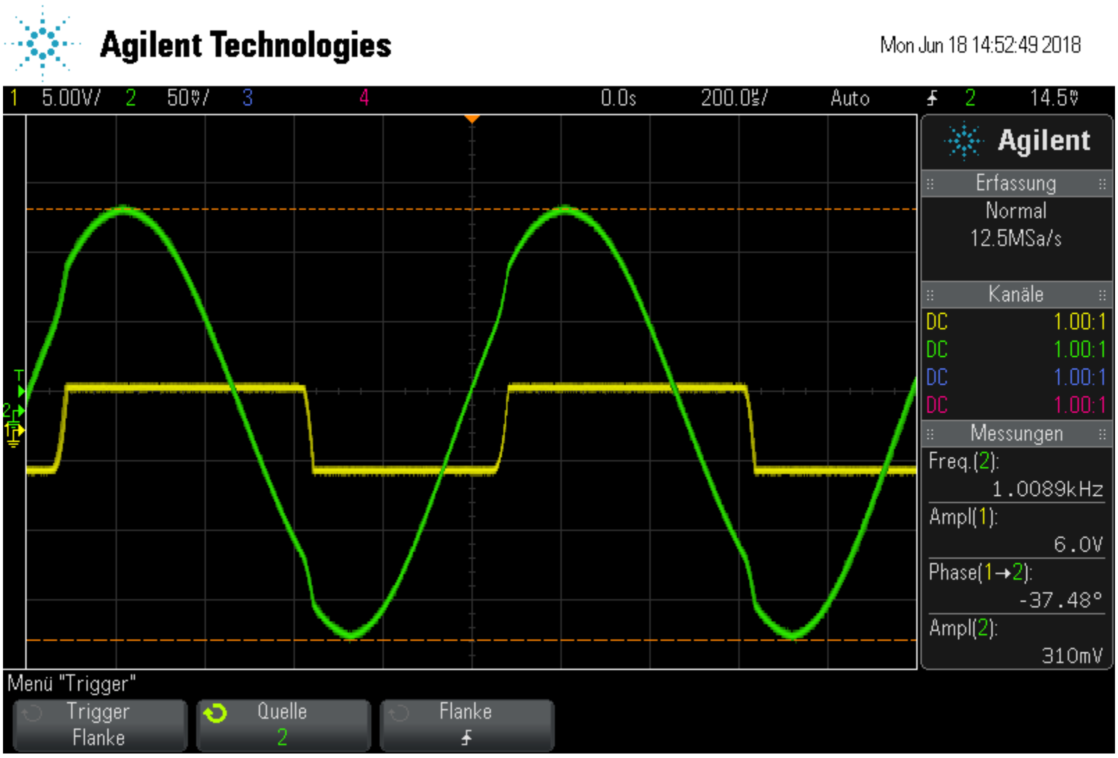

Abbildung 21: Durch den Schmitt-Trigger wird ein Ausgangssignal generiert, sobald das Eingangssignal die Triggerschwelle überschritten hat.

3.4 Dreiecksgenerator

Zunächst wird eine Sinusschwingung mit der Frequenz $f_\mathrm{Sinus} = 1\,\mathrm{kHz}$ auf einen Schmitt-Trigger gegeben. Bei einer Triggerschwelle von $U_\mathrm{E} = 165\,\mathrm{mV}$ entsteht ein Rechtecksignal. Ein Integrator macht daraus ein Dreiecksignal, welches bei der Triggerschwelle eine Amplitude von $U_\mathrm{Dreieck} = 2.09\,\mathrm{V}$ und ebenfalls eine Frequenz von $f_\mathrm{Dreieck} = 1\,\mathrm{kHz}$ hat. Abbildung 22 zeigt das Dreiecksignal bei einer höheren Eingangs- und Ausgangsspannung.

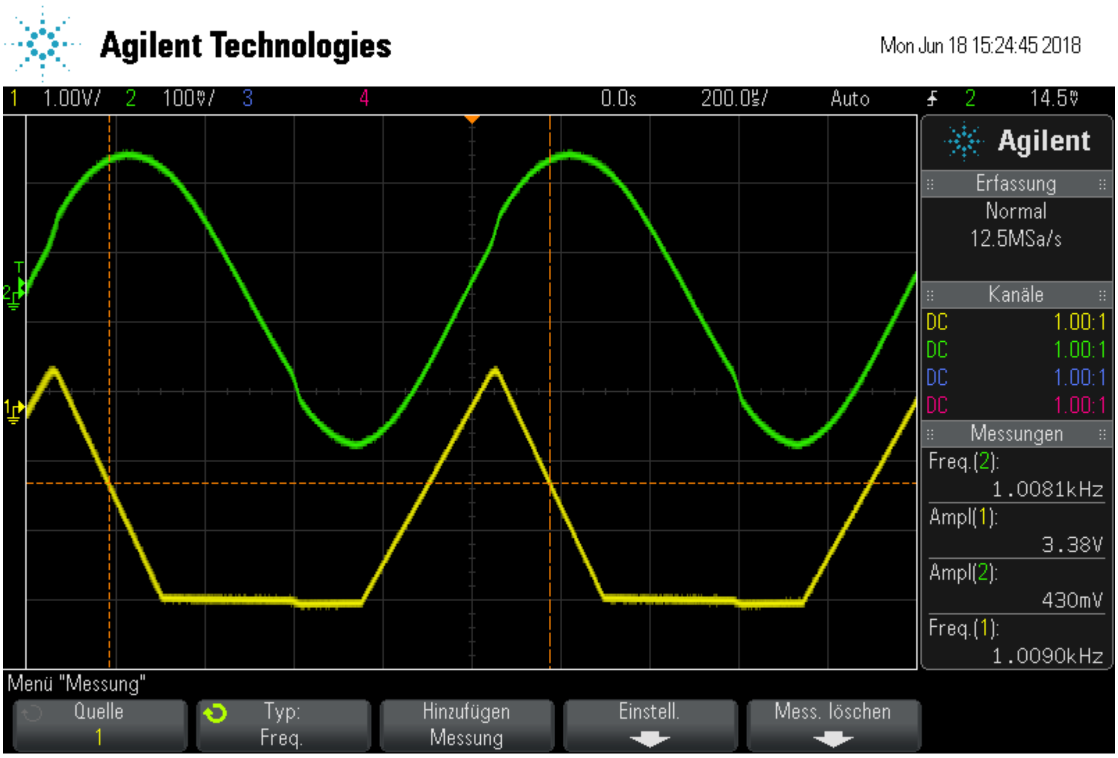

Abbildung 22: Mit Hilfe des Schmitt-Triggers wird aus einer Sinusschwingung (grün) zunächst ein Rechtecksignal generiert, aus welchem dann mit einem Integrator ein Dreiecksignal (gelb) gemacht wird.

3.5 Gedämpften und ungedämpfte Schwingung

In Abbildung 23 ist die ungedämpfte Schwingung mit einer charakteristischen Frequenz von $f = 758\,\mathrm{Hz}$ dargestellt. Die Amplitude bleibt nahezu konstant.

Theoretisch ergibt sich bei der gedämpften Schingung nach $f = 1/2\pi RC$ und $\tau = 20RC$ eine Schwingungsfrequenz von

$$f_{\text{theo}} = 796\,\mathrm{Hz}$$

und eine Abklingdauer von

$$\tau = 0.004\,\mathrm{s}\,.$$

Eine lineare Ausgleichsrechnung entlang der Peakwerte der Spannungsamplitude der Form

$$\log_{10}\frac{\hat{U}}{1\,\mathrm{mV}} = At + B, \quad \text{mit} \quad A = \frac{1}{\tau} \tag{3.5.1}$$

ergibt die Fitparameter

$$A = (-110 \pm 5)\,\mathrm{s}^{-1}, \quad \text{also} \quad \tau = (0.0091 \pm 0.0004)\,\mathrm{s} \quad \text{und} \quad B = -0.22 \pm 0.05\,.$$

Die Ausgleichsrechnung zusammen mit den Messwerten ist in Abbildung 24 zu sehen.

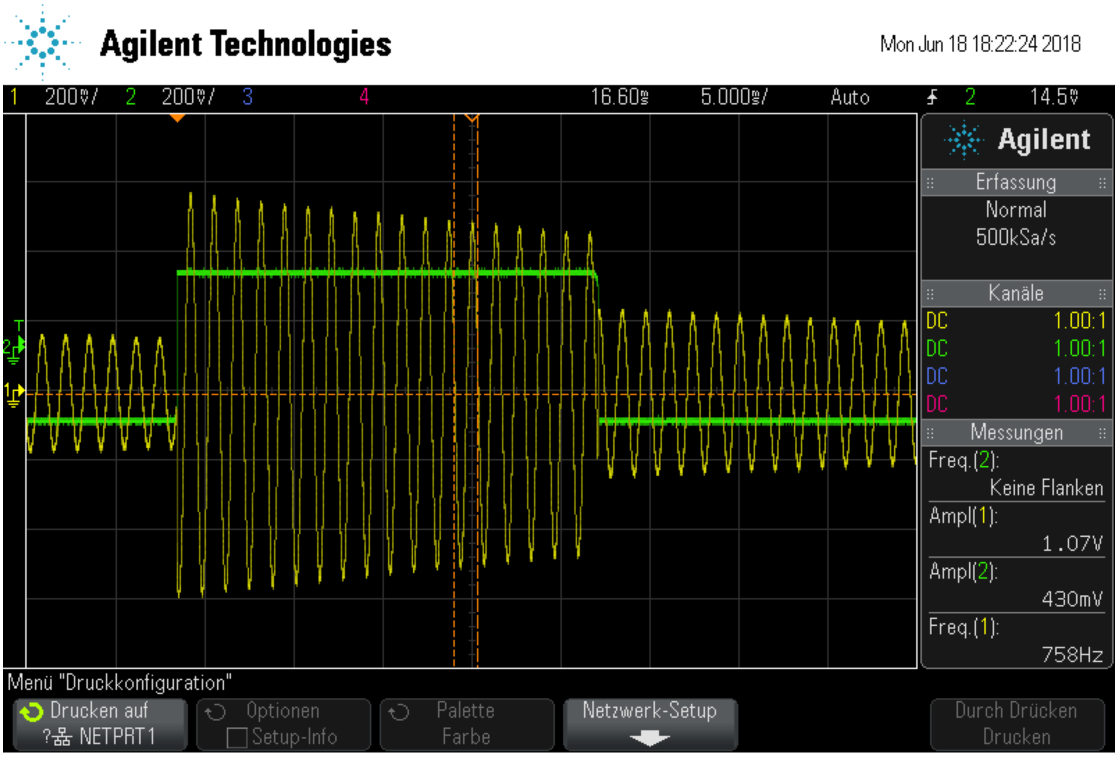

Abbildung 23: Die ungedämpfte Schwingung hat eine Frequenz von $f = 758\,\mathrm{Hz}$.

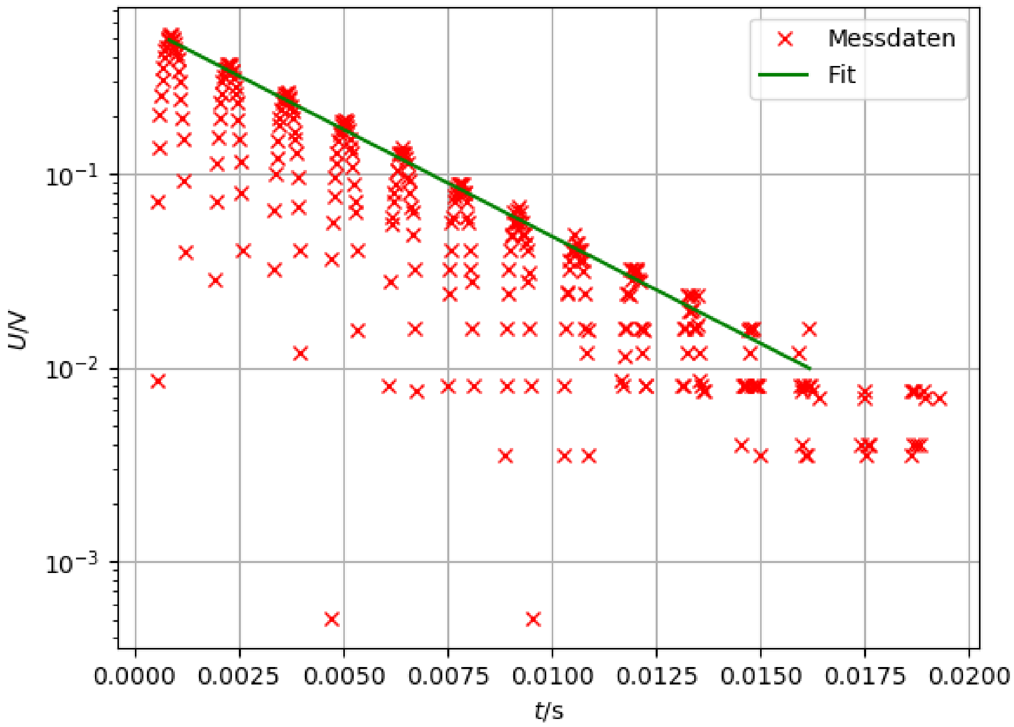

Abbildung 24: Die gedämpfte Schwingung klingt mit der Zeitkonstanten τ ab.

4 Diskussion

Alle Fehler sind unter 10%, also unterhalb der Fehlertoleranz der elektronischen Bauteile. Fehlerquellen sind dennoch möglich, so besitzen die Ausgleichsrechnungen die angegebenen Fehler. Zum Anderen entstehen Abweichungen durch ohmsche Verluste und Ablesefehler. Bei den generierten Dreieck- und Rechtecksignalen sind zudem die Überschwinger, die aus dem Gibbschen Phänomen resultieren, zu erkennen. In Abbildung 20 scheint es bei der Oszilloskopaufnahme außerdem zu Reflexionen gekommen zu sein.

Bei der Abklingdauer der gedämpften Schwingung ist eine weitere bedeutende Fehlerquelle, dass die Kapazitäten der Kondensatoren nicht exakt übereinstimmen.

Literatur

[1] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. [Online; accessed 31. Juli 2018]. 2001–. URL: `http://www.scipy.org/`.

[2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. [Online; accessed 31. Juli 2018]. 2010–. URL: `http://uncertainties-python-package.readthedocs.io/en/latest/#`.

[3] Fortgeschrittenen Praktikum. *Versuchsanleitung Versuch 51*. TU Dortmund. Dortmund, Deutschland, Juni 2018. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V59.pdf`.