

# **Optisches Pumpen**

Paul Becker                      Alina Nasr-Esfahani  
(paul.becker@udo.edu)      (alina.esfahani@udo.edu)

Durchführung: 16.10.2017, 2. Abgabe: 22.12.2017

## Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Zielsetzung</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2 Theorie</b>   | <b>2</b>  |
| 2.1 Aufspaltung von Energieniveaus . . . . .                             | 2         |
| 2.2 Optisches Pumpen . . . . .   | 3         |
| 2.3 Messung der Zeeman-Aufspaltung . . . . .                             | 4         |
| 2.4 Quadratischer Zeeman-Effekt . . . . .                                | 4         |
| 2.5 Transiente Effekte . . . . .   | 5         |
| <b>3 Versuchsaufbau und Durchführung</b>                                 | <b>6</b>  |
| <b>4 Auswertung</b>  | <b>7</b>  |
| 4.1 Bestimmung der g-Faktoren und Horizontalkomponente der Erdmagnetfeld | 7         |
| 4.2 Bestimmung der Kernspins . . . . .                                   | 8         |
| 4.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses . . . . .                       | 8         |
| 4.4 Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes . . . . .             | 9         |
| 4.5 transiente Effekte . . . . .   | 10        |
| <b>5 Diskussion</b>  | <b>13</b> |

## 1 Zielsetzung

Durch Messung der Transmission von Licht durch Rubidiumgas bei Anlegen eines externen Magnetfeldes werden die Stärke des Erdmagnetfeldes, die Lande-Faktoren und die Spins der Elektronenhülle und des Kerns der Rubidiumisotope Rb-85 und Rb-87 berechnet. Für die beiden verwendeten Rubidiumisotope sind Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung unterschiedlich. Die damit verbundenen Kenngrößen - der Lande-faktor, das gyromagnetische Verhältnis und der Spin - können mit Hilfe optischen Pumpens aufgrund der unterschiedlichen Energidifferenzen sehr präzise gemessen werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Aufspaltung von Energieniveaus

Quantenzahlen beschreiben Zustand eines atomaren Systems. Das magnetische Moment der gesamten Elektronenhülle  $\vec{\mu}_J$  setzt sich aus den magnetischen Momenten von Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  und Spin  $\vec{S}$  zusammen:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_J| = \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad \text{und} \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (2.1.1)$$

Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle  $\vec{J}$  ist über

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad \text{bzw.} \quad |\vec{\mu}_J| = -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2.1.2)$$

mit einem magnetischen Moment verknüpft, dabei ist  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton.  $g_S$  ist der Lande-Faktor des freien Elektrons, der Zusammenhang der magnetischen Momente wird durch den Lande-Faktor  $g_J$  ausgedrückt. Dieser kann aus den Quantenzahlen über

$$g_J = \frac{3.0023J(J+1) + 1.0023[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)} \quad (2.1.3)$$

berechnet werden.

Der sogenannte Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung in  $2J+1$  Energieniveaus bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes. Liegt ein äußeres Magnetfeld  $\vec{B}$  an, kommt es zu einer Aufspaltung der durch  $L$ ,  $S$  und  $J$  definierten Feinstruktur-Energieniveaus, da das magnetische Moment  $\vec{\mu}$  mit dem Feld wechselwirkt; die Wechselwirkungsenergie ist

$$U_{\text{magn}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}. \quad (2.1.4)$$

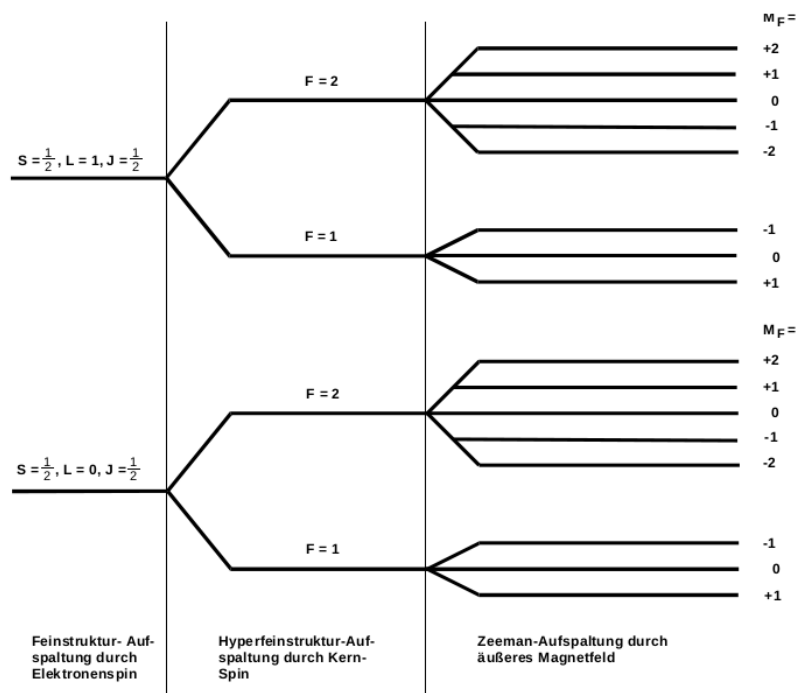
Da nur die zu  $\vec{B}$  parallele Komponente des magnetischen Moments zu diesem Effekt beiträgt, kommt es zu einer Aufspaltung der Energieniveaus gemäß

$$U_{\text{magn}} = M_J g_J \mu_B B, \quad (2.1.5)$$

wobei  $M_J$  ganzzahlig ist und aus  $-J, -J+1, \dots, J-1, J$  stammt.

Bei einem nicht-verschwindenden Kernspin  $\vec{I}$  kommt es zudem zu einer Aufspaltung in Hyperfeinstrukturniveaus. Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle  $\vec{J}$  koppelt an den Drehimpuls des Kerns  $\vec{I}$  zum Gesamtdrehimpuls des Atoms

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}. \quad (2.1.6)$$



**Abbildung 1:** Feinstruktur-, Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung, beispielhaft für ein Alkali-Atom mit  $I = \frac{3}{2}$ .

Die Energiedifferenz benachbarter Zeeman-Niveaus ist dann

$$U_{UF} = g_F \mu_B B. \quad (2.1.7)$$

Der Lande-Faktor ist in diesem Fall

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (2.1.8)$$

$F$  läuft von  $I+J$  bis  $|I-J|$ , jedes Hyperfeinniveau spaltet in einem äußeren Magnetfeld in weiter  $2F+1$  Zeeman-Niveaus auf. Für ein Alkali-Atom mit  $I = \frac{3}{2}$  ist dies in Abbildung 1 beispielhaft gezeigt.

## 2.2 Optisches Pumpen

Die Energieniveaus der inneren Schalen der Elektronenhülle sind vollständig besetzt, die Besetzung der äußeren Schalen ist temperaturabhängig. Im thermischen Gleichgewicht wird sie für zwei Niveaus mit den Energien  $W_1$  und  $W_2$  durch die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/kT)}{g_1 \exp(-W_1/kT)} \quad (2.2.1)$$

beschrieben.  $N_i$  sind die Besetzungszahlen der jeweiligen Zustände und die statistischen Gewichte  $g_i$  sind ein Maß dafür, wie viele Zustände es pro Energie  $W_i$  gibt.

Der Begriff Optisches Pumpen bezeichnet eine Methode, mit der eine Abweichung von der in Gleichung 2.2.1 gegebenen Verteilung erzielt werden kann - zum Beispiel in Form einer Inversion, bei der  $N_2 > N_1$  gilt. Dafür wird Licht eingestrahlt, das gerade die nötige Energie besitzt, um ein Hüllenelektron vom Grundzustand in einen angeregten Zustand zu versetzen. Für ein Alkali-Atom mit  $J = \frac{1}{2}$  beispielsweise kann  $M_J$  also nur  $\pm \frac{1}{2}$  werden. Da bei der Absorption und Emission eines Photons Drehimpulserhaltung gelten muss, sind nur bestimmte Übergänge zwischen unterschiedlichen Energieniveaus möglich; Diese Übergänge sind über Auswahlregeln definiert. Aufgrund dieser Auswahlregeln sind nur Übergänge mit  $\Delta M = 0, \pm 1$  möglich. Bei  $\pi$ -Übergängen mit  $\Delta M = 0$  wird linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert, für  $\sigma^\pm$ -Übergänge mit  $\Delta M = \pm 1$  ist es rechtszirkular- bzw. linkszirkular-polarisiertes Licht. Wird rechtszirkular-polarisiertes Licht in eine Zelle mit verdampftem Rubidium eingestrahlt, können aufgrund der Beschränkung  $\Delta M_J = 1$  nur Elektronen aus dem energetisch niedrigeren Grundzustand angeregt werden. Durch spontane Emission aus dem angeregten Zustand, werden aber beide Grundzustände bevölkert. Das energieärmere Niveau wird fortlaufend durch Einstrahlung von Licht geleert, das energetisch höhere, aus dem keine Elektronen angeregt werden können, wird gesättigt. Als Resultat steigt die Transmission mit der Zeit asymptotisch gegen den Wert 1, da keine Elektronen mehr verfügbar sind, die angeregt werden können.

## 2.3 Messung der Zeeman-Aufspaltung

Ein Elektron im angeregten Zustand kann durch spontane oder durch angeregte Emission in seinen Grundzustand zurückkehren. Dabei ist letzteres bei Energien, die für Zeeman-Aufspaltung relevant sind, um 25 Größenordnungen wahrscheinlicher, da die Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission  $\propto \nu^3$  ist. Die Zeeman-Aufspaltung tritt nur bei angelegtem Magnetfeld auf, sodass auch nur bei externem Magnetfeld das optische Pumpen durch Einstrahlen einer geeigneten Lichtquelle in stattfinden kann. Wird ein Magnetfeld angelegt, dass das Erdmagnetfeld gerade ausgleicht, findet keine Aufspaltung statt, es tritt keine Inversion auf und der Transmissionskoeffizient sinkt. Ein solcher Einbruch in der Intensität des Lichts tritt auch auf, wenn ein frequenzvariables Hochfrequenzfeld an die Dampfzelle angelegt wird. Das Magnetfeld wird variiert und sobald es den Wert

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g J} \nu \quad (2.3.1)$$

erreicht, setzt induzierte Emission ein. Die Inversion wird aufgehoben, das eingestrahlte Licht kann wieder absorbiert werden und der Transmissionskoeffizient fällt ab. Die geschieht jeweils für die beiden Rubidiumisotope bei unterschiedlichem Magnetfeld.

## 2.4 Quadratischer Zeeman-Effekt

Wird die magnetische Flussdichte vergrößert, müssen bei der Berechnung der Übergangsenergie Terme höherer Ordnung von  $B$  berücksichtigt werden, da nun die Spin-Bahn-Wechselwirkung relevant wird. Die Zeeman-Übergänge haben eine unterschiedliche Energie und sind abhängig von  $M_F$ . Der Übergang von einem Zustand  $M_F$  zu  $M_F - 1$  mit einer

Hyperfeinstrukturaufspaltung  $\Delta E_{\text{Hy}}$  wird durch die Breit-Rabi-Formel beschrieben:

$$U_{\text{HF}} = g_{\text{F}} \mu_{\text{B}} B + g_{\text{F}}^2 \mu_{\text{B}}^2 B^2 \frac{1 - 2M_{\text{F}}}{\Delta E_{\text{Hy}}} \quad (2.4.1)$$

## 2.5 Transiente Effekte

Wird das Hochfrequenzfeld schnell ein- und ausgeschaltet, präzediert der Kernspin um das effektive Magnetfeld. Die Larmor-Frequenz

$\nu = \gamma B_{\text{RF}}$  mit dem gyromagnetischen Verhältnis  $\gamma = g_{\text{f}} \frac{\mu}{\hbar}$  ist vom Lande-Faktor abhängig und somit für die beiden Rubidiumisotope verschieden. Das Verhältnis der Relaxationsperioden  $T = 1/\gamma B_{\text{RF}}$  ist dann

$$\frac{T_{87}}{T_{85}} = \frac{\gamma_{85}}{\gamma_{87}}. \quad (2.5.1)$$

### 3 Versuchsaufbau und Durchführung

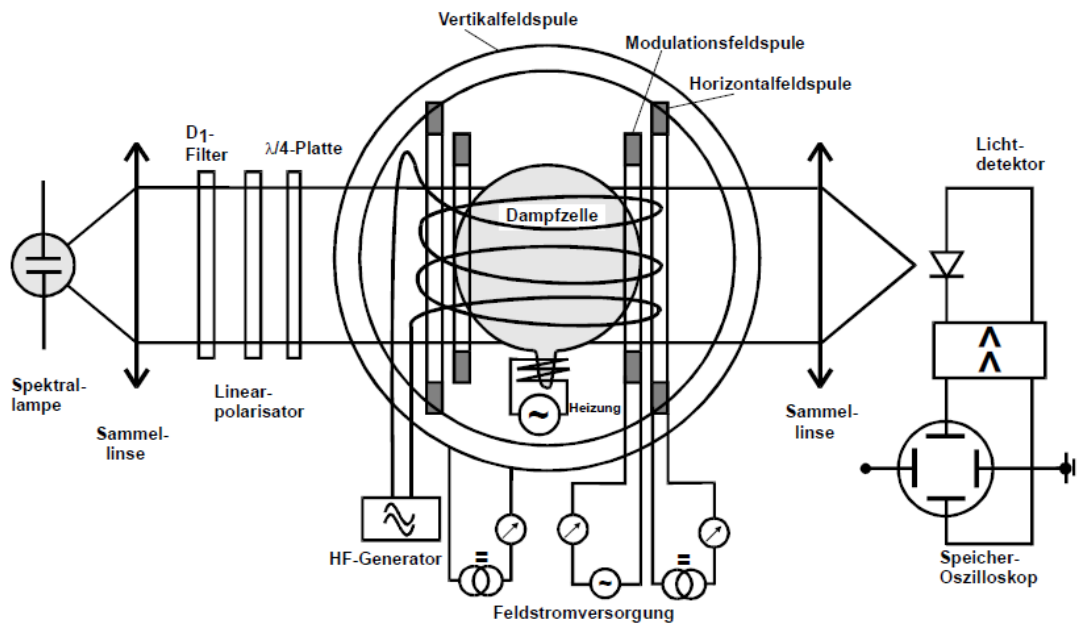


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [1]

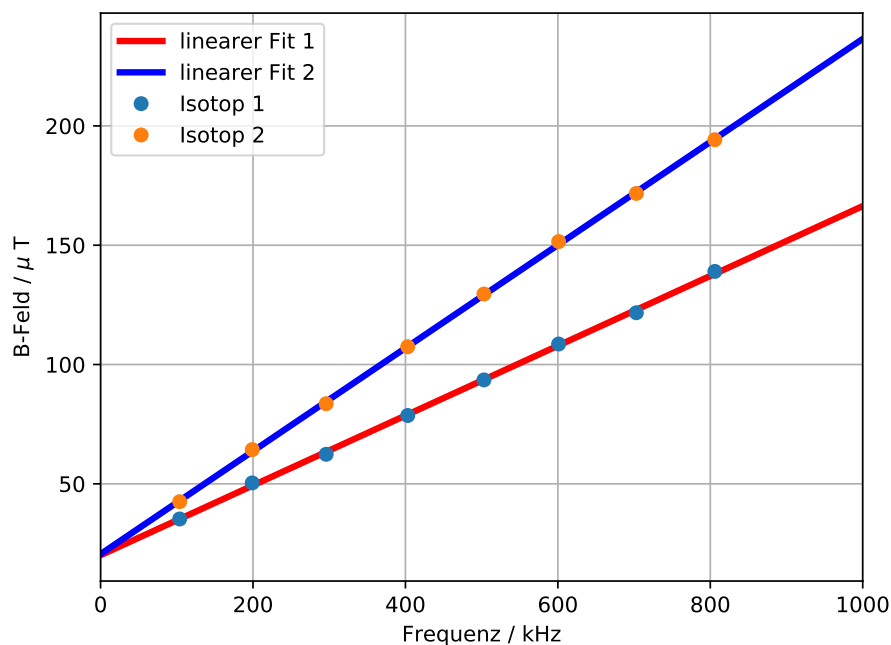
Der Versuch wird mit dem Aufbau, der in Abbildung 3 schematisch dargestellt ist, durchgeführt. Dafür wird zunächst Rubidium erhitzt, sodass sich die Dampfzelle damit füllt. Ein angelegtes Magnetfeld wird so lange variiert bis der Einbruch in der Intensität des eingestrahlten Lichts möglichst schmal wird. Dadurch wird der Effekt des Erdmagnetfeldes kompensiert. Zu diesem Zweck ist der gesamte Versuch parallel zum Erdmagnetfeld auszurichten. Das eingestrahlte Licht geht durch einen Interferenzfilter, einen Polarisationsfilter und eine  $\lambda/4$ -Platte, um rechtszirkular-polarisiertes  $D_1$ -Licht zu erhalten. Mit einer Sweep-Spule wird das Magnetfeld variiert, um die Stellen bestimmen zu können, wo induzierte Emission einsetzt und der Transmissionskoeffizient sinkt. Daraus wird die Stärke des Erdmagnetfeldes, die Lande-Faktoren und die Kernspins der Rubidiumisotope berechnet. Aus der Amplitude der Pulse an den Resonanzstellen wird das Isotopenverhältnis bestimmt. Durch Verändern der Amplitude des Hochfrequenzfeldes bei festgehaltener Frequenz wird das Verhältnis der Relaxationsperioden bestimmt.

|          | A / $\mu\text{T}/\text{kHz}$ | B / $\mu\text{T}$ |
|----------|------------------------------|-------------------|
| Isotop 1 | $0.146 \pm 0.001$            | $20.1 \pm 0.7$    |
| Isotop 2 | $0.216 \pm 0.001$            | $20.5 \pm 0.6$    |

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung der g-Faktoren und Horizontalkomponente der Erdmagnetfeld

Zu Beginn wird die lokale horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes und die Lande-Faktoren  $g_F$  der Rb-Isotope, welche in der Dampfzelle enthalten sind, ermittelt. Dafür werden die verschiedenen Frequenzen gegen die magnetischen Feldstärken in der jeweiligen Resonanz aufgetragen. Mittels einer linearen Ausgleichsrechnung werden die  $g_F$  als Steigung und die horizontal Komponente als Ordinate identifiziert.



**Abbildung 3:** Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Lande Faktoren der Rb-Isotope und der lokalen horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes

Mit dem Ansatz

$$f(x) = Ax + B \quad (4.1.1)$$

folgt aus der Ausgleichsrechnung folgende Werte für die Koeffizienten A und B.

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung 0.10 folgt für die Lande Faktoren

$$g_{F1} = 0.488 \pm 0.005 \quad (4.1.2)$$

und



$$g_{F2} = 0.331 \pm 0.002 \quad (4.1.3)$$

Außerdem lässt sich aus der Ordinate die horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes bestimmen, welche sich zu

$$B_h = 20.3 \pm 0.5 \mu\text{T} \quad (4.1.4)$$

errechnet.

## 4.2 Bestimmung der Kernspins

Zur Bestimmung des Kernspins muss Gleichung 2.8 für die zwei berechneten g-Faktoren gelöst werden. Dafür werden beide Seiten der Gleichung in Abhängigkeit des Kernspins I aufgetragen. Der Punkt an den sich beide Kurven schneiden, zeigt den Kernspin des zu Untersuchenden Isotops an.

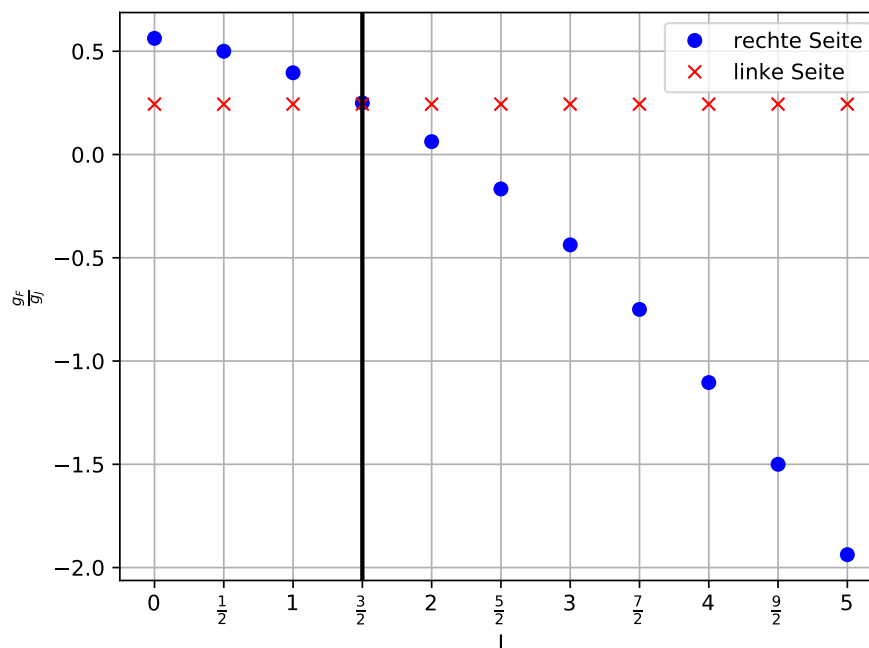
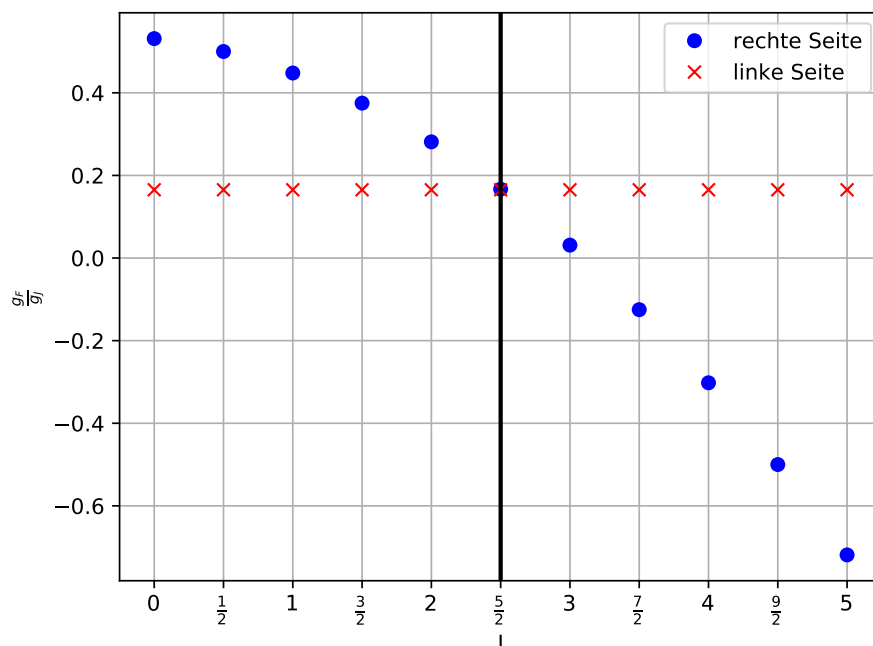


Abbildung 4: grafische Lösung zur Berechnung des Kernspins von Isotop 1

Aus den errechneten g-Faktoren und Kernspins können wir Isotop 1 als Rb87 und Isotop 2 als Rb85 identifizieren.

## 4.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

In Abbildung 6 ist das Signalbild dargestellt, welches die Resonanzen zu festen Feldstärken zeigt.



**Abbildung 5:** grafische Lösung zur berechnung des Kernspins von Isotop 2

Aus dem Amplitudenverhältnis der Resonanzen wird das Isotopenverhältnis in der Dampfzelle ermittelt. Dafür wird die Tiefe der Resonanzen in Pixel bestimmt. Eine Messung der Tiefe der Resonanzen mit gimp liefert für die erste Resonanz (von links)

$$h_1 = 108.0 \pm 1.1 \text{ px} \quad (4.3.1)$$

für die zweite Resonanz

$$h_2 = 213.0 \pm 2.1 \text{ px} \quad (4.3.2)$$

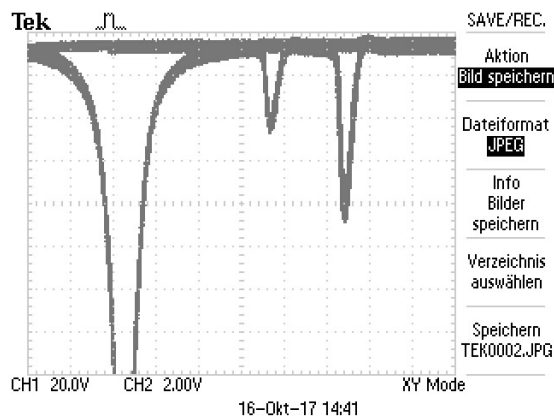
und für das Amplitudenverhältnis

$$r = 0.507 \pm 0.007 \quad (4.3.3)$$

Bei der Kalkulation des Amplitudenverhältnisses wurde ein Ablesefehler von 1 Prozentpunkt angesetzt.

#### 4.4 Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes

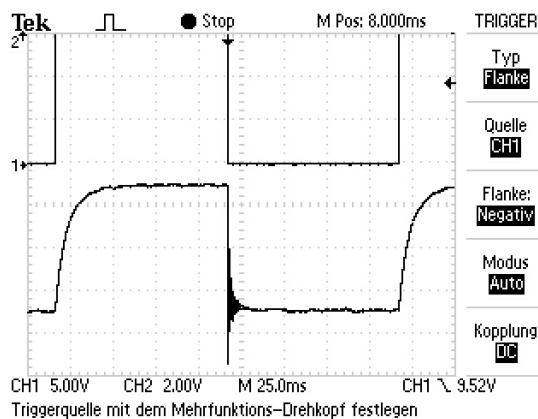
Für starke Magnetfelder verhält sich die Übergangsenergie  $U_{HF}$  nicht mehr proportional zu  $B$ , um diese Abweichung zu berücksichtigen, ist es notwendig Terme höherer Ordnung zu betrachten. Im folgenden wird die Größe des quadratischen Termes für die genutzten Feldstärken abgeschätzt. Wird der quadratische Term explizit ausgewertet zeigt sich, dass der quadratische Zeeman-Effekt in diesem Fall proportional zu  $10^{-33}$  ist.



**Abbildung 6:** Abbildung der Resonanzen

## 4.5 transiente Effekte

Im folgenden werden die transienten Effekte betrachtet. Ein typisches Signalbild ist Abbildung 7 zu entnehmen.



### Abbildung 7: Signalbild

Es wird die RF-Amplitude gegen die Periode aufgetragen und anschließend eine Ausgleichsrechnung mit Hilfe der Funktion

$$f(x) = A + \frac{B}{(C-1)^{-1}} \quad (4.5.1)$$

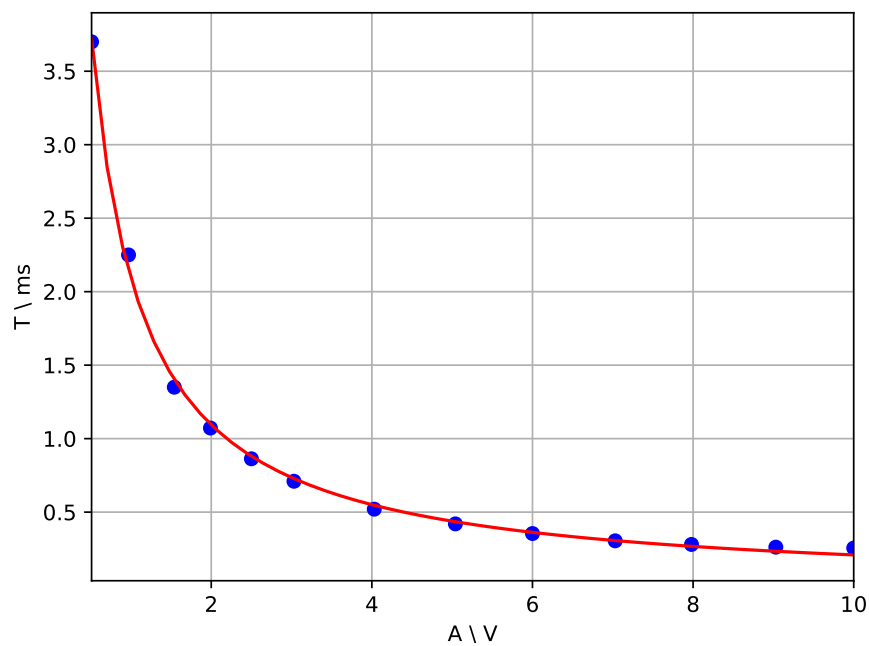
durchgeführt.

Es ergeben sich die Abbildungen 8 und 9

Die Ausgleichsrechnung liefert für 8

|   |                  |
|---|------------------|
| A | $-0,03 \pm 0,03$ |
| B | $2,4 \pm 0,1$    |
| C | $-0,13 \pm 0,03$ |

und für 9



**Abbildung 8:** Ausgleichsrechnung Isotop 1

|   |                 |
|---|-----------------|
| A | $0,07 \pm 0,01$ |
| B | $2,79 \pm 0,07$ |
| C | $0,09 \pm 0,02$ |

Der Quotient der Fitparameter B der beiden Ausgleichsrechnungen liefert

$$\frac{b_2}{b_1} = 1,17 \pm 0,06 \quad (4.5.2)$$

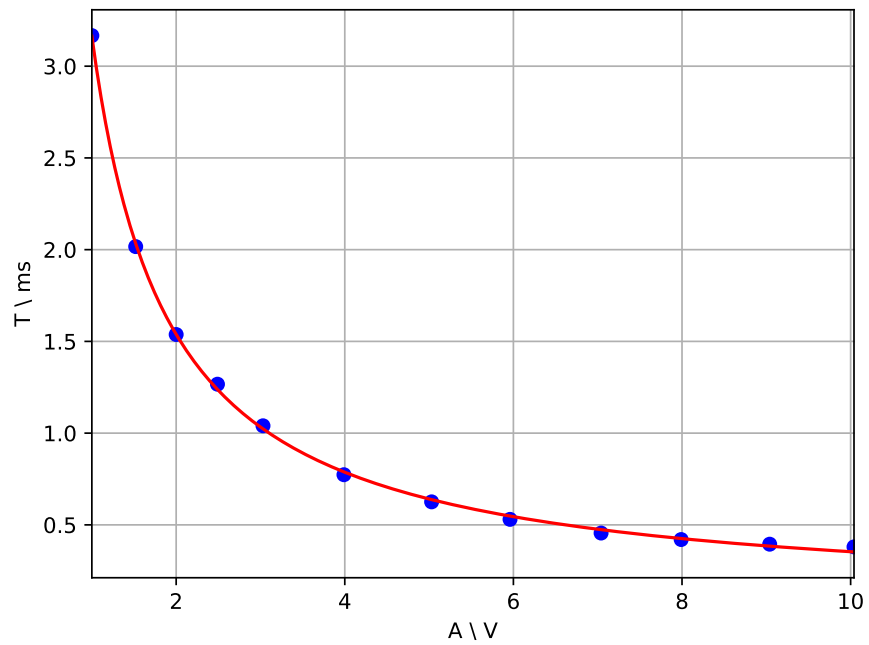


Abbildung 9: Ausgleichsrechnung Isotop 2

## 5 Diskussion

Die errechneten g-Faktoren für Rb85 und Rb87 mit  $0,488 \pm 0,005$  und  $0,331 \pm 0,002$  stimmen mit guter Genauigkeit mit den Theoriewerten von  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{3}$  überein. Auch der Wert für die horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes scheint unter Berücksichtigung der Größenordnung plausibel zu sein.

Der Vergleich der Kernspins mit den Literaturwerten liefert ebenso eine zufriedenstellende Übereinstimmung. Für Rb85 finden wir einen Kernspin von  $I = \frac{5}{2}$  und für Rb87 einen Kernspin von  $I = \frac{3}{2}$ , was im wesentlichen den Literaturwerten entspricht.

Das errechnete Isotopenverhältnis von  $r = 0,507$  weicht signifikant vom Literaturwert von  $r = 0,386$  ab. Als mögliche Fehlerquelle sei hier eine möglicherweise nicht komplett abgedunkelte Apparatur genannt. In diesem Fall hätte das einfallende Restlicht einen Offset in der Amplitudentiefe der Resonanzen bewirkt.

Auch könnte die Speicherung als JPEG und die weitere Verarbeitung mit gimp einen Fehler begründen.

Die Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes zeigt, dass der Einfluss dieses Effektes bei den verwendeten Magnetfeldern in der Größenordnung  $\approx 10^{-33} \text{J}$  liegt. Demnach können wir den Effekt, zumindest bei Feldern mit  $\mu\text{T}$  Bereich vernachlässigen.