

Optisches Pumpen

Paul Becker Alina Nasr-Esfahani
(paul.becker@udo.edu) (alina.esfahani@udo.edu)

Durchführung: 16.10.2017, 2. Abgabe: 22.12.2017

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Zielsetzung | 2 |
| 2 Theorie | 2 |
| 2.1 Aufspaltung von Energieniveaus | 2 |
| 2.2 Optisches Pumpen | 3 |
| 2.3 Messung der Zeeman-Aufspaltung | 4 |
| 2.4 Quadratischer Zeeman-Effekt | 5 |
| 2.5 Transiente Effekte | 6 |
| 3 Versuchsaufbau und Durchführung | 7 |
| 4 Auswertung | 8 |
| 4.1 Bestimmung der g-Faktoren und Horizontalkomponente der Erdmagnetfeld | 8 |
| 4.2 Bestimmung der Kernspins | 9 |
| 4.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses | 10 |
| 4.4 Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes | 11 |
| 4.5 transiente Effekte | 11 |
| 5 Diskussion | 14 |

1 Zielsetzung

Für verschiedene Rubidiumisotope sind Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung unterschiedlich. Die damit verbundenen Kenngrößen - der Landefaktor, das gyromagnetische Verhältnis und der Spin - können mit Hilfe optischen Pumpens aufgrund der Energiedifferenzen der unterschiedlichen Niveaus sehr präzise gemessen werden. Dazu werden Rubidiumatome angeregt und durch induzierte Emission von Photonen mit anschließender Abregung der Atome wird eine Inversion der besetzten Zustände erreicht. Anschließend können durch Messung der Transmission von Licht durch Rubidiumgas bei Anlegen eines externen Magnetfeldes die Stärke des Erdmagnetfeldes, die Lande-Faktoren und die Spins der Elektronenhülle und des Kerns der Rubidiumisotope Rb-85 und Rb-87 berechnet werden.

2 Theorie

2.1 Aufspaltung von Energieniveaus

Quantenzahlen beschreiben Zustand eines atomaren Systems. Das magnetische Moment der gesamten Elektronenhülle $\vec{\mu}_J$ setzt sich aus den magnetischen Momenten von Bahndrehimpuls \vec{L} und Spin \vec{S} zusammen:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_J| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad \text{und} \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (2.1.1)$$

Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle \vec{J} ist über

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad \text{bzw.} \quad |\vec{\mu}_J| = -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2.1.2)$$

mit einem magnetischen Moment verknüpft, dabei ist μ_B das Bohrsche Magneton. g_S ist der Lande-Faktor des freien Elektrons, der Zusammenhang der magnetischen Momente wird durch den Lande-Faktor g_J ausgedrückt. Dieser kann aus den Quantenzahlen über

$$g_J = \frac{3.0023J(J+1) + 1.0023[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)} \quad (2.1.3)$$

berechnet werden.

Der sogenannte Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung in $2J+1$ Energieniveaus bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes. Liegt ein äußeres Magnetfeld \vec{B} an, kommt es zu einer Aufspaltung der durch L , S und J definierten Feinstruktur-Energieniveaus, da das magnetische Moment $\vec{\mu}$ mit dem Feld wechselwirkt; die Wechselwirkungsenergie ist

$$U_{\text{magn}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}. \quad (2.1.4)$$

Da nur die zu \vec{B} parallele Komponente des magnetischen Moments zu diesem Effekt beiträgt, kommt es zu einer Aufspaltung der Energieniveaus gemäß

$$U_{\text{magn}} = M_J g_J \mu_B B, \quad (2.1.5)$$

wobei M_J ganzzahlig ist und aus $-J, -J+1, \dots, J-1, J$ stammt.

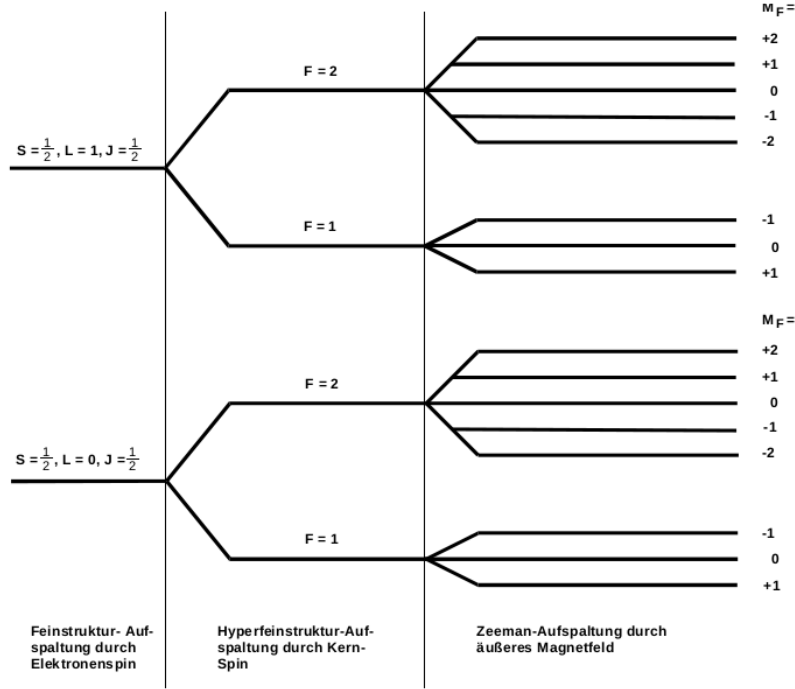


Abbildung 1: Feinstruktur-, Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung, beispielhaft für ein Alkali-Atom mit $I = \frac{3}{2}$ [FP].

Bei einem nicht-verschwindenden Kernspin \vec{I} kommt es zudem zu einer Aufspaltung in Hyperfeinstrukturniveaus. Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle \vec{J} koppelt an den Drehimpuls des Kerns \vec{I} zum Gesamtdrehimpuls des Atoms

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}. \quad (2.1.6)$$

Die Energiedifferenz benachbarter Zeeman-Niveaus ist dann

$$U_{UF} = g_F \mu_B B. \quad (2.1.7)$$

Der Lande-Faktor ist in diesem Fall

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (2.1.8)$$

F läuft von $I+J$ bis $|I-J|$, jedes Hyperfeinniveau spaltet in einem äußeren Magnetfeld in weiter $2F+1$ Zeeman-Niveaus auf. Für ein Alkali-Atom mit $I = \frac{3}{2}$ ist dies in Abbildung 1 beispielhaft gezeigt.

2.2 Optisches Pumpen

Die Energieniveaus der inneren Schalen der Elektronenhülle sind vollständig besetzt, die Besetzung der äußeren Schalen ist temperaturabhängig. Im thermischen Gleichge-

wicht wird sie für zwei Niveaus mit den Energien W_1 und W_2 durch die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/kT)}{g_1 \exp(-W_1/kT)} \quad (2.2.1)$$

beschrieben. N_i sind die Besetzungszahlen der jeweiligen Zustände und die statistischen Gewichte g_i sind ein Maß dafür, wie viele Zustände es pro Energie W_i gibt.

Der Begriff Optisches Pumpen bezeichnet eine Methode, mit der eine Abweichung von der in Gleichung 2.2.1 gegebenen Verteilung erzielt werden kann - zum Beispiel in Form einer Inversion, bei der $N_2 > N_1$ gilt. Dafür wird Licht eingestrahlt, das gerade die nötige Energie besitzt, um ein Hüllenelektron vom Grundzustand in einen angeregten Zustand zu versetzen. Für ein Alkali-Atom mit $J = \frac{1}{2}$ beispielsweise kann M_J also nur $\pm \frac{1}{2}$ werden. Da bei der Absorption und Emission eines Photons Drehimpulserhaltung gelten muss, sind nur bestimmte Übergänge zwischen unterschiedlichen Energieniveaus möglich; diese Übergänge sind über Auswahlregeln definiert. Aufgrund dieser Auswahlregeln sind nur Übergänge mit $\Delta M = 0, \pm 1$ möglich. Bei π -Übergängen mit $\Delta M = 0$ wird linear polarisiertes Licht emittiert und absorbiert, für σ^\pm -Übergänge mit $\Delta M = \pm 1$ ist es rechtszirkular- bzw. linkszirkular-polarisiertes Licht.

Ein Alkali-Atom mit einem Hüllenelektron, bei dem der Kernspin vernachlässigt wird, besitzt den Grundzustand $^2S_{1/2}$, also insgesamt die Quantenzahlen $S = 1/2$, $L = 0$ und $J = 1/2$. Die ersten angeregten Zustände sind $^2P_{1/2}$ ($S = 1/2$, $L = 1$, $J = 1/2$) und $^2P_{3/2}$ ($S = 1/2$, $L = 1$ und $J = 3/2$). Diese drei Zustände bilden das D_1D_2 -Dublett, im Folgenden wird nur der D_1 -Übergang nach $^2P_{1/2}$ betrachtet. Bei eingeschaltetem Magnetfeld \vec{B} findet eine Zeeman-Aufspaltung in Niveaus mit $M_J = \pm 1/2$ statt, die Zustände sind in Abbildung 2 zu sehen.

Wird rechtszirkular-polarisiertes D_1 -Licht in eine Zelle mit verdampftem Rubidium eingestrahlt, können aufgrund der Beschränkung $\Delta M_J = 1$ nur Elektronen aus dem energetisch niedrigeren Grundzustand mit $M_J = -1/2$ angeregt werden. Durch spontane Emission aus dem angeregten Zustand, werden aber beide Grundzustände bevölkert. Das energieärmere Niveau wird fortlaufend durch Einstrahlung von Licht geleert, das energetisch höhere mit $M_J = +1/2$, aus dem keine Elektronen angeregt werden können, wird gesättigt. Als Resultat steigt die Transmission mit der Zeit asymptotisch gegen den Wert 1, da keine Elektronen mehr verfügbar sind, die angeregt werden können. Durch induzierte Emission können höhere Niveaus durch Einstrahlen der passenden Energie wieder entvölkert werden. Stimmt die eingestrahlte Energie mit der Energiedifferenz überein, wird ein Photon gleicher Energie emittiert und das Atom befindet sich in einem energetisch niedrigeren Zustand.

2.3 Messung der Zeeman-Aufspaltung

Ein Elektron im angeregten Zustand kann durch spontane oder durch induzierte Emission von einem Photon in seinen Grundzustand zurückkehren. Spontane Emission geschieht ohne äußere Einflüsse, bei der induzierten Emission wird ein Photon eingestrahlt und ein zweites Photon mit gleicher Energie, Ausbreitungsrichtung und Polarisation wird emittiert. Die Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission ist proportional zu der dritten Potenz der Frequenz der absorbierten und emittierten Photonen, während sie bei der induzierten Emission in diesem Fall als konstant angenommen werden kann.

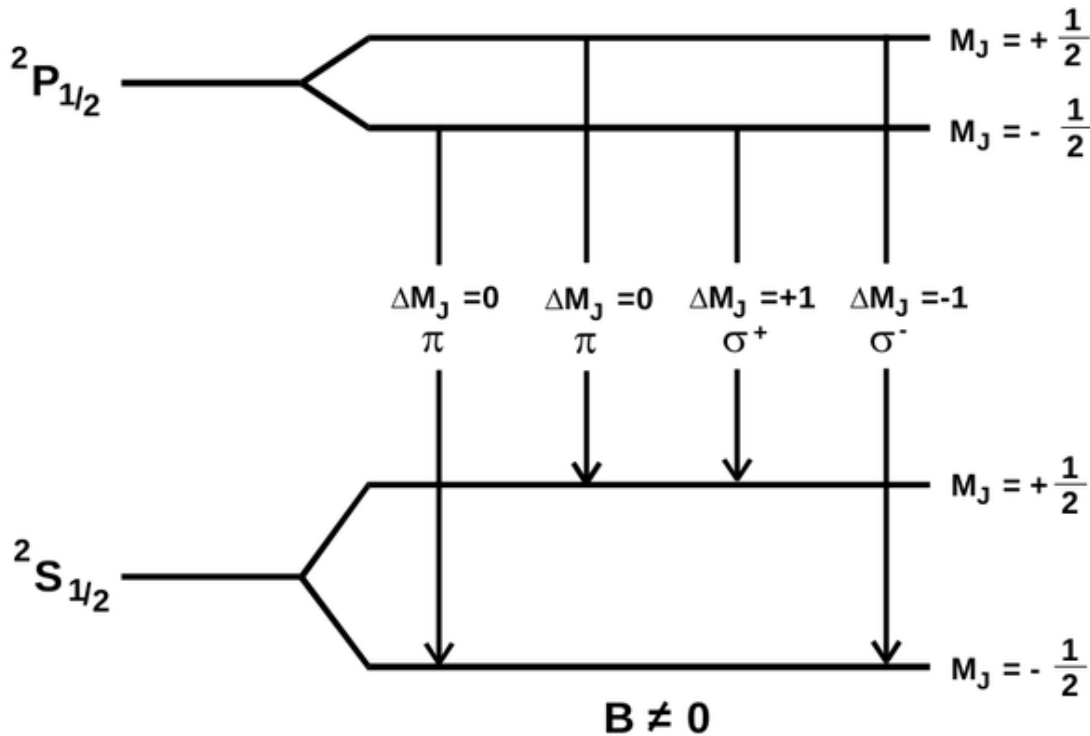


Abbildung 2: Zustände des D_1 -Überganges bei einem Alkali-Atom mit $S = 1/2$ und vernachlässigtem Kernspin [FP].

Spontane Emission ist bei höheren Energien wahrscheinlicher, die Energiedifferenz zwischen den hier betrachteten Zeeman-Niveaus in Rubidium liegen jedoch im MHz-Bereich, in dem induzierte Emission den dominierenden Effekt darstellt. Die Zeeman-Aufspaltung tritt nur bei angelegtem Magnetfeld auf, sodass auch nur bei externem Magnetfeld das optische Pumpen stattfinden kann. Wird ein Magnetfeld angelegt, dass das Erdmagnetfeld gerade ausgleicht, findet keine Aufspaltung statt, es tritt keine Inversion auf und die Transmission sinkt. Ein solcher Einbruch in der Intensität des Lichts tritt auch auf, wenn ein frequenzvariables Hochfrequenzfeld an die Dampfzelle angelegt wird. Das Magnetfeld wird variiert und sobald es den Wert

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \nu \quad (2.3.1)$$

erreicht, setzt induzierte Emission ein. Die Inversion wird aufgehoben, das eingestrahelte Licht kann wieder absorbiert werden und die Transmission fällt ab. Die geschieht jeweils für die beiden Rubidiumisotope bei unterschiedlichen Magnetfeldern.

2.4 Quadratischer Zeeman-Effekt

Wird die magnetische Flussdichte vergrößert, müssen bei der Berechnung der Übergangsenergie Terme höherer Ordnung von B berücksichtigt werden, da nun die Spin-Bahn-Wechselwirkung relevant wird. Die Zeeman-Übergänge haben eine unterschiedliche Energie und sind abhängig von M_F . Der Übergang von einem Zustand M_F zu $M_F - 1$ mit einer Hyperfeinstrukturaufspaltung ΔE_{Hy} wird durch die Breit-Rabi-Formel beschrieben:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hy}}} \quad (2.4.1)$$

2.5 Transiente Effekte

Wird das Hochfrequenzfeld schnell ein- und ausgeschaltet, präzediert der Kernspin um das effektive Magnetfeld. Die Larmor-Frequenz

$\nu = \gamma B_{\text{RF}}$ mit dem gyromagnetischen Verhältnis $\gamma = g_f \frac{\mu}{\hbar}$ ist vom Lande-Faktor abhängig und somit für die beiden Rubidiumisotope verschieden. Das Verhältnis der Relaxationsperioden $T = 1/\gamma B_{\text{RF}}$ ist dann

$$\frac{T_{87}}{T_{85}} = \frac{\gamma_{85}}{\gamma_{87}}. \quad (2.5.1)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

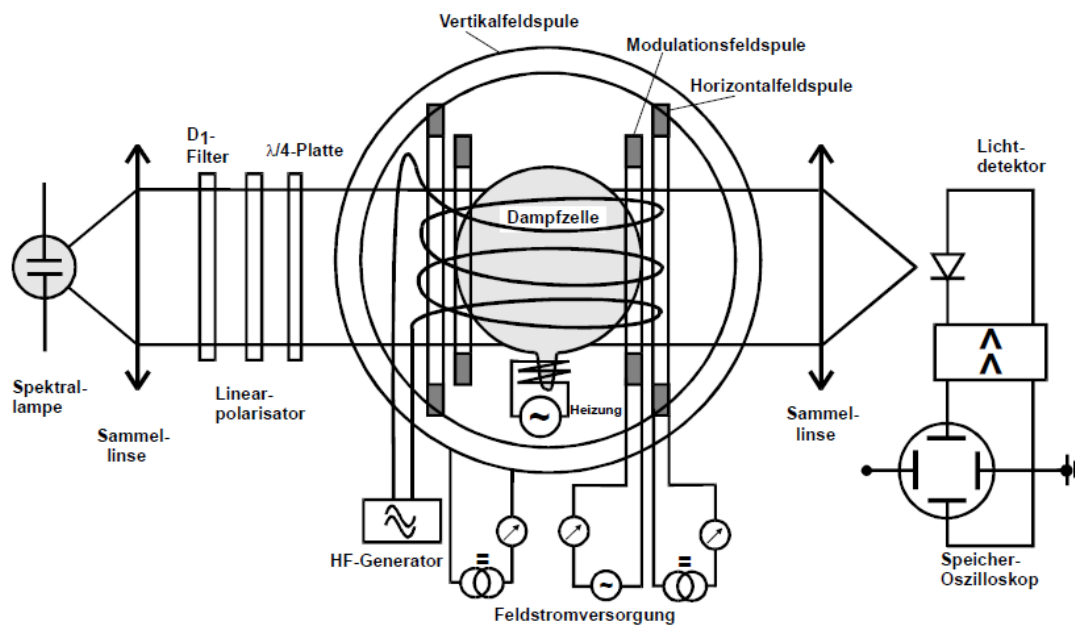


Abbildung 3: Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [FP].

Der Versuch wird mit dem Aufbau, der in Abbildung 4 schematisch dargestellt ist, durchgeführt. Dafür wird zunächst Rubidium erhitzt, sodass sich die Dampfzelle damit füllt. Das eingestrahlte Licht einer Spektrallampe - eine Rb-Dampflampe in diesem Fall - passiert einen Interferenzfilter, einen Polarisationsfilter und eine $\lambda/4$ -Platte, um rechtszirkular-polarisiertes D_1 -Licht zu erhalten. Zur Messung der Transmission wird eine Photodiode als Lichtdetektor genutzt, das Signal wird auf einem Oszilloskop dargestellt. Die Vertikalfeldspule dient dem Zwecke die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes zu kompensieren. Mit einer Sweep-Spule ("Modulationsfeldspule" in der Skizze) wird das Magnetfeld variiert, um die Magnetfeldstärke bestimmen zu können, an denen induzierte Emission einsetzt und die Transmission sinkt. An der Resonanzstelle besitzt die Transmission ein Minimum. Über einen Hf-Generator wird die Modulationsfrequenz des Magnetfeldes eingestellt. Eine Horizontalfeldspule liefert außerdem ein horizontales Magnetfeld, mit dem bei hohen Frequenzen die Feldstärke der Sweep-Spule auf die Resonanzstellen verschoben werden kann. Daraus wird die Stärke des Erdmagnetfeldes, die Lande-Faktoren und die Kernspins der Rubidiumisotope berechnet. Aus der Amplitude der Minima an den Resonanzstellen wird das Isotopenverhältnis bestimmt. Durch Verändern der Amplitude des Hochfrequenzfeldes bei festgehaltener Frequenz wird das Verhältnis der Relaxationsperioden bestimmt. Ein angelegtes Magnetfeld wird so lange variiert bis der Einbruch in der Intensität des eingestrahlichten Lichts möglichst schmal wird. Dadurch wird der Effekt des Erdmagnetfeldes kompensiert. Zu diesem Zweck ist der gesamte Versuch parallel zum Erdmagnetfeld auszurichten.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der g-Faktoren und Horizontalkomponente der Erdmagnetfeld

Zu Beginn werden die lokale horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes und die Lande-Faktoren g_F der Rb-Isotope, welche in der Dampfzelle enthalten sind, ermittelt. Dafür werden die an der HF-Spule angelegten Frequenzen ν gegen die magnetischen Feldstärken B in der jeweiligen Resonanz aufgetragen. Mittels einer linearen Ausgleichsrechnung werden die g_F aus der Steigung errechnet und die horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes als Ordinate identifiziert.

Um die gemessenen Stromstärken in ein Magnetfeld umzurechnen, wurde der bekannte Zusammenhang für Helmholtzspulen

$$B = \mu_0 \frac{8NI}{\sqrt{125}r} \quad (4.1.1)$$

genutzt.

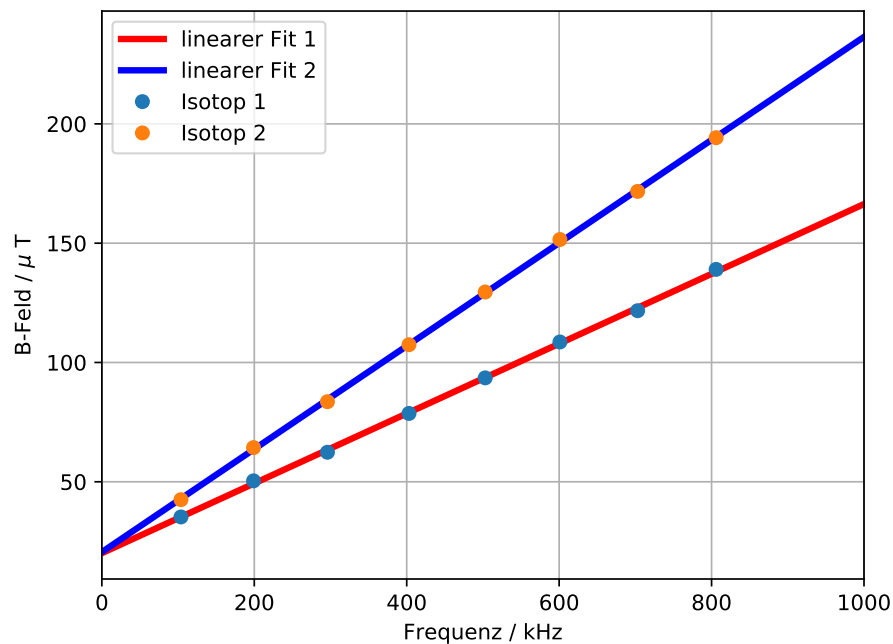


Abbildung 4: Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Lande Faktoren der Rb-Isotope und der lokalen horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes

Mit dem Ansatz

$$B(\nu) = A\nu + B_{\text{Erd}} \quad (4.1.2)$$

folgt aus der Ausgleichsrechnung folgende Werte für die Koeffizienten A und B_{Erd} :

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung 2.3.1 folgt für die Lande Faktoren

Tabelle 1: Ergebnisse für die Koeffizienten A und B der Ausgleichsrechnung.

| | A / $\mu\text{T}/\text{kHz}$ | B / μT |
|----------|------------------------------|-------------------|
| Isotop 1 | 0.146 ± 0.001 | 20.1 ± 0.7 |
| Isotop 2 | 0.216 ± 0.001 | 20.5 ± 0.6 |

$$g_{F1} = 0.488 \pm 0.005 \text{ label} : resG1 \quad (4.1.3)$$

und

$$g_{F2} = 0.331 \pm 0.002 \text{ label} : resG2 \quad (4.1.4)$$

Außerdem lässt sich aus der Ordinate die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes bestimmen, welche sich zu

$$B_h = 20.3 \pm 0.5 \mu\text{T} \quad (4.1.5)$$

errechnet. Für das abschließende Ergebnis der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes, wurde der Mittelwert über beide Einzelergebnisse der Ausgleichsrechnung berechnet.

4.2 Bestimmung der Kernspins

Für die Kernspins der Rb-Isotope gelten folgende Zusammenhänge: $S = J = \frac{1}{2}$, $L = 0$ sowie $F = I - J$ und $g_e = 2.0023$ [landeE-]. Ferner wird der Zusammenhang dieser Größen durch 2.1.8 bestimmt. Werden o.g. Annahmen berücksichtigt vereinfacht sich 2.1.8 zu

$$I = \frac{g_e}{2g_F} - \frac{1}{2}. \quad (4.2.1)$$

Unter Verwendung von ?? und ?? berechnen sich die Kernspins der Isotope zu

$$I_{Isotop1} = 1.55 \pm 0.02 \text{ label} : result1 \quad (4.2.2)$$

und

$$I_{Isotop2} = 2.53 \pm 0.02 \text{ label} : result2 \quad (4.2.3)$$

Die errechneten Kernspins werden mit den Kernspins der Rubidiumisotope von [coreSpin] verglichen. Dieser Vergleich lässt den Schluss zu, dass es sich bei ?? um Rb_{87} und bei ?? um Rb_{85} handelt.

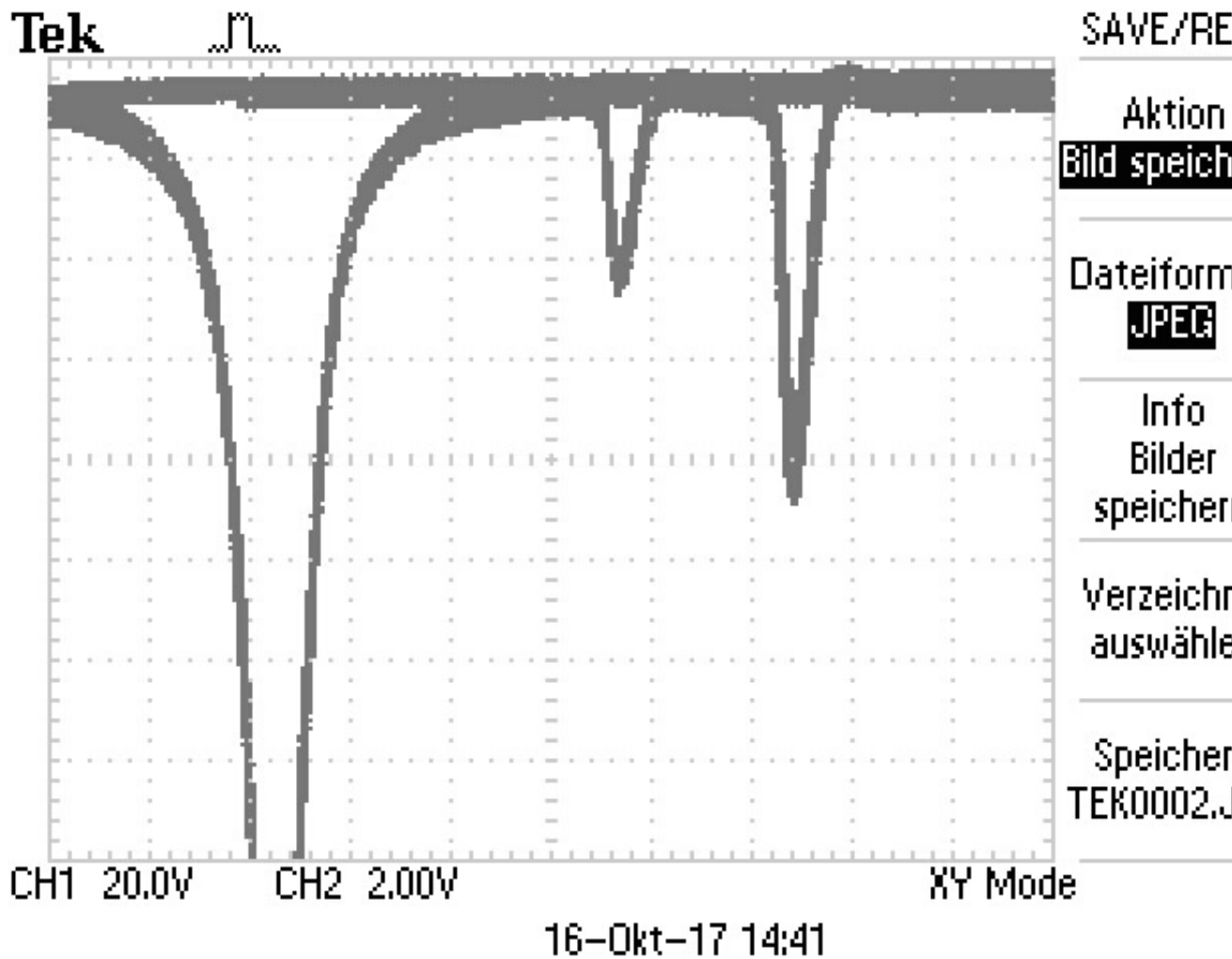


Abbildung 5: Abbildung der Resonanzen

4.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

In Abbildung 5 ist das Signalbild dargestellt, welches die Resonanzen zu festen HF-Frequenzen und variablen B-Feld zeigt.

Aus dem Amplitudenverhältnis der Resonanzen wird das Isotopenverhältnis in der Dampfzelle ermittelt. Dafür wird die Tiefe h der Resonanzen in Pixel bestimmt. Eine Messung der Tiefe der Resonanzen mit gimp liefert für die erste Resonanz (von links)

$$h_1 = 108.0 \pm 1.1 \text{ px} \quad (4.3.1)$$

für die zweite Resonanz

$$h_2 = 213.0 \pm 2.1 \text{ px} \quad (4.3.2)$$

und für das Amplitudenverhältnis

$$r = 0.507 \pm 0.007 \quad (4.3.3)$$

Bei der Kalkulation des Amplitudenverhältnisses wurde ein Ablesefehler von 1 Prozentpunkt angesetzt.

4.4 Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes

Für starke Magnetfelder verhält sich die Übergangsenergie U_{HF} nicht mehr proportional zu B . Um diese Abweichung zu berücksichtigen, ist es notwendig Terme höherer Ordnung zu betrachten. Für das Magnetfeld wird eine Feldstärke von $B = 200\mu T$ angesetzt. Außerdem wird $g_{F,85} = 0,488$, $g_{F,87} = 0,331$, $M_F = 0$, $EHyp_{85} = 2,01 \cdot 10^{-24}$ und $EHyp_{87} = 4,53 \cdot 10^{-24}$ [FP] verwendet. Mit Hilfe dieser Werte wird 2.4.1 ausgewertet. Für Rb_{85} folgt

$$U_{HF,85} = 9,05 \cdot 10^{-28} + 4,08 \cdot 10^{-31} \quad (4.4.1)$$

und für Rb_{87} folgt

$$U_{HF,87} = 6,14 \cdot 10^{-28} + 8,32 \cdot 10^{-32} \quad (4.4.2)$$

.

4.5 transiente Effekte

Im folgenden werden die transienten Effekte betrachtet. Ein typisches Signalbild ist Abbildung 6 zu entnehmen.

Es wird die Periode gegen die RF-Amplitude aufgetragen und anschließend eine Ausgleichsrechnung mit Hilfe der Funktion

$$f(x) = A + \frac{B}{(x + C)^{-1}} \quad (4.5.1)$$

durchgeführt.

Es ergeben sich die Abbildungen 7 und 8

Die Ausgleichsrechnung liefert für 7

| | |
|---|------------------|
| A | $-0,03 \pm 0,03$ |
| B | $2,4 \pm 0,1$ |
| C | $-0,13 \pm 0,03$ |

und für 8

| | |
|---|-----------------|
| A | $0,07 \pm 0,01$ |
| B | $2,79 \pm 0,07$ |
| C | $0,09 \pm 0,02$ |

Der Quotient der Fitparameter B der beiden Ausgleichsrechnungen liefert

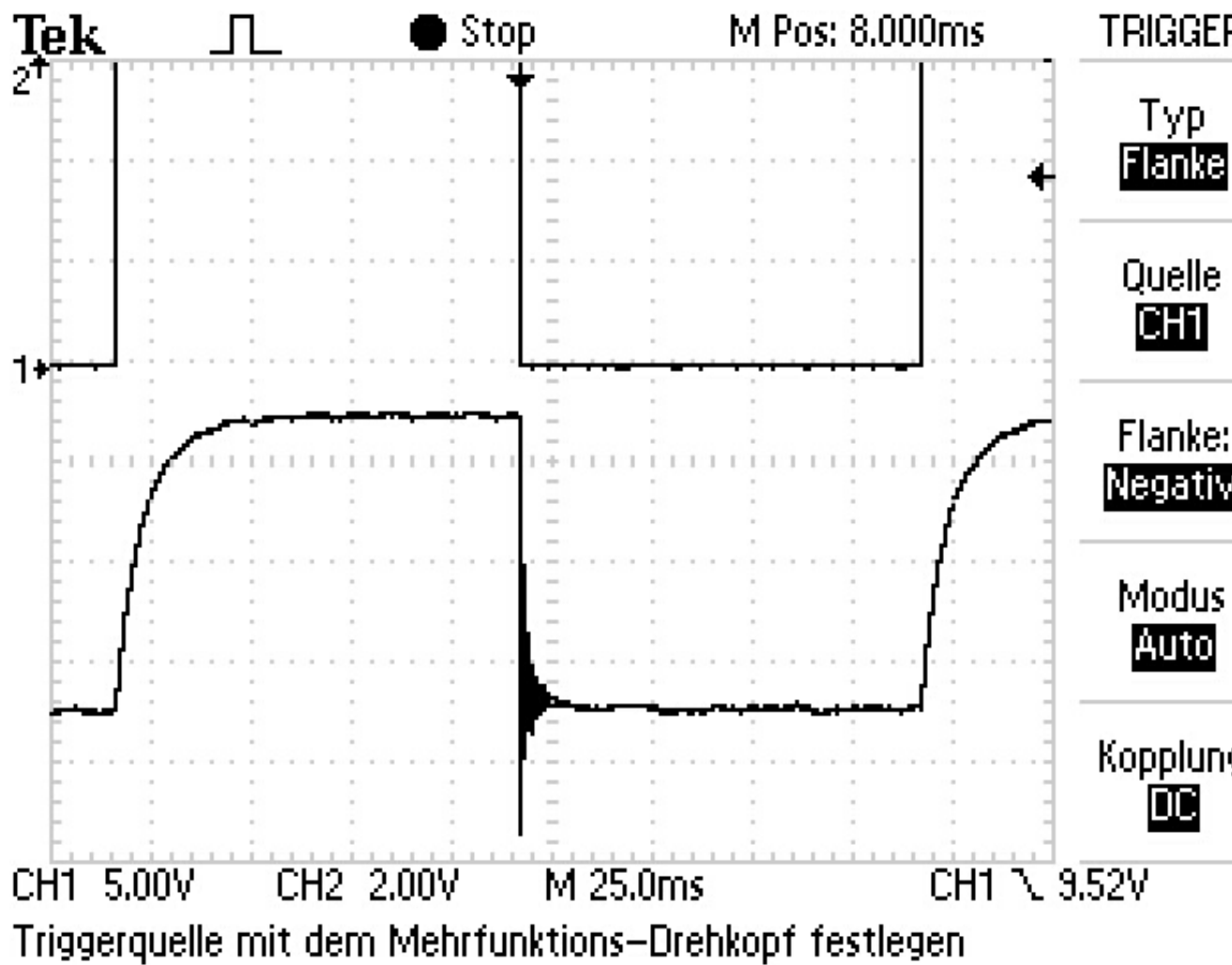


Abbildung 6: Signalbild

$$\frac{b_{87}}{b_{85}} = 1,17 \pm 0,06 \quad (4.5.2)$$

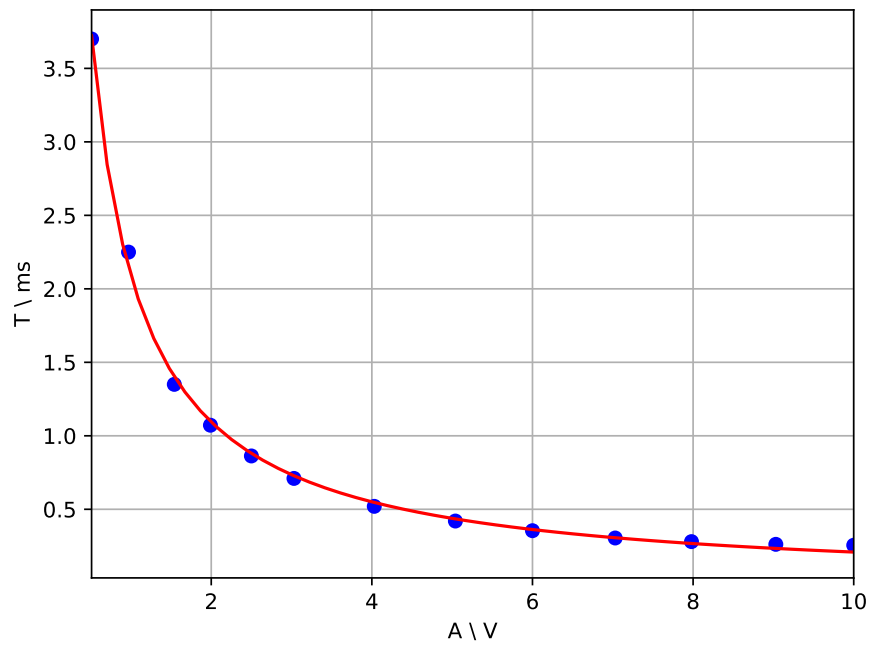


Abbildung 7: Ausgleichsrechnung Isotop 1

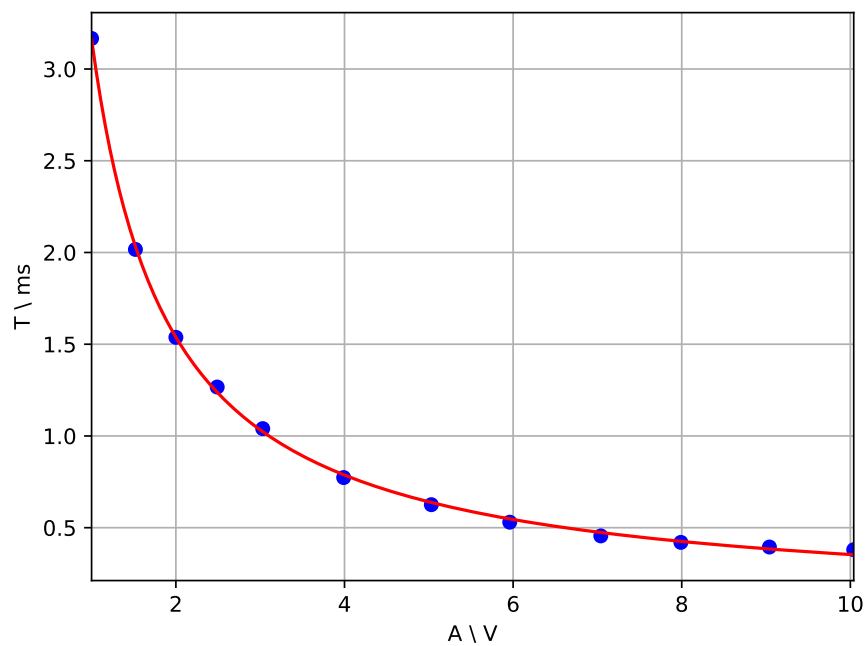


Abbildung 8: Ausgleichsrechnung Isotop 2

5 Diskussion

Die errechneten g-Faktoren für Rb85 und Rb87 mit $g_{F,85} = 0,488 \pm 0,005$ und $g_{F,87} = 0,331 \pm 0,002$ stimmen mit guter Genauigkeit mit den Theoriewerten von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ überein. Auch der errechnete Wert für die horizontal Komponente des Erdmagnetfeldes $B_h = 20.3 \pm 0.5 \mu\text{T}$ weicht um 5 Prozentpunkte vom Literaturwert $B_{h,Theorie} = 19,3 \mu\text{T}$ [hB] ab.

Der Vergleich der Kernspins mit den Literaturwerten liefert ebenso eine zufriedenstellende Übereinstimmung. Für Rb85 finden wir einen Kernspin von $I_{\text{Rb},85} = \frac{5}{2}$ und für Rb87 einen Kernspin von $I_{\text{Rb},87} = \frac{3}{2}$, was im wesentlichen den Literaturwerten [coreSpin] entspricht.

Das errechnete Isotopenverhältnis von $r = 0,507$ weicht signifikant vom Literaturwert von $r = 0,386$ [isoVer] ab. Als mögliche Fehlerquelle sei hier eine möglicherweise nicht komplett abgedunkelte Apparatur genannt. In diesem Fall hätte das einfallende Restlicht einen Offset in der Amplitudentiefe der Resonanzen bewirkt.

Auch könnte die Speicherung als JPEG und die weitere Verarbeitung mit gimp einen Fehler begründen.

Die Abschätzung des quadratischen Zeemann-Effektes zeigt, dass der quadratische Term bei den verwendeten Feldstärken drei Größenordnungen kleiner ist als der lineare Term. Daher kann der Einfluss des quadratischen Terms in guter Näherung vernachlässigt werden.

Der Theoriewerte des Verhältnisses $\frac{b_{87}}{b_{85}}$ ist 1,5 [FP]. Somit weicht das Messergebnis von $\frac{b_{87}}{b_{85}} = 1,17 \pm 0,06$ um 22 Prozentpunkte vom Theoriewert ab. Dieser Abweichung lässt sich damit begründen, dass das Zählen der Perioden nicht mit absoluter Genauigkeit möglich war.