一、概念

时间复杂度是总运算次数表达式中受n的变化影响最大的那一项(不含系数)

比如：一般总运算次数表达式类似于这样：

a\*2^n+b\*n^3+c\*n^2+d\*n\*lg(n)+e\*n+f

a ！ =0时，时间复杂度就是O(2^n);

a=0,b<>0 =>O(n^3);

a,b=0,c<>0 =>O(n^2)依此类推

eg:

(1) for(i=1;i<=n;i++) //循环了n\*n次，当然是O(n^2)

for(j=1;j<=n;j++)

s++;

(2) for(i=1;i<=n;i++)//循环了(n+n-1+n-2+...+1)≈(n^2)/2，因为时间复杂度是不考虑系数的，所以也是O(n^2)

for(j=i;j<=n;j++)

s++;

(3) for(i=1;i<=n;i++)//循环了(1+2+3+...+n)≈(n^2)/2,当然也是O(n^2)

for(j=1;j<=i;j++)

s++;

(4) i=1;k=0;

while(i<=n-1){

k+=10\*i;

i++; }

//循环了

n-1≈n次，所以是O(n)

(5) for(i=1;i<=n;i++)

for(j=1;j<=i;j++)

for(k=1;k<=j;k++)

x=x+1;

//

循环了(1^2+2^2+3^2+...+n^2)=n(n+1)(2n+1)/6(这个公式要记住哦)≈(n^3)/3，不考虑系数，自然是O(n^3)

另外，在时间复杂度中，log(2,n)(以2为底)与lg(n)(以10为底)是等价的，因为对数换底公式：

log(a,b)=log(c,b)/log(c,a)

所以，log(2,n)=log(2,10)\*lg(n),忽略掉系数，二者当然是等价的

二、计算方法

1.一个算法执行所耗费的时间，从理论上是不能算出来的，必须上机运行测试才能知道。但我们不可能也没有必要对每个算法都上机测试，只需知道哪个算法花费的时间多，哪个算法花费的时间少就可以了。并且一个算法花费的时间与算法中语句的执行次数成正比例，哪个算法中语句执行次数多，它花费时间就多。

一个算法中的语句执行次数称为语句频度或时间频度。记为T(n)。

2.一般情况下，算法的基本操作重复执行的次数是模块n的某一个函数f（n），因此，算法的时间复杂度记做：T（n）=O（f（n））。随着模块n的增大，算法执行的时间的增长率和f（n）的增长率成正比，所以f（n）越小，算法的时间复杂度越低，算法的效率越高。

在计算时间复杂度的时候，先找出算法的基本操作，然后根据相应的各语句确定它的执行次数，再找出T（n）的同数量级（它的同数量级有以下：1，Log2n ，n ，nLog2n ，n的平方，n的三次方，2的n次方，n！），找出后，f（n）=该数量级，若T(n)/f(n)求极限可得到一常数c，则时间复杂度T（n）=O（f（n））。

3.常见的时间复杂度

按数量级递增排列，常见的时间复杂度有：

常数阶O(1), 对数阶O(log2n), 线性阶O(n), 线性对数阶O(nlog2n), 平方阶O(n^2)， 立方阶O(n^3),...， k次方阶O(n^k), 指数阶O(2^n) 。

其中，

1.O(n)，O(n^2)， 立方阶O(n^3),...， k次方阶O(n^k) 为多项式阶时间复杂度，分别称为一阶时间复杂度，二阶时间复杂度。。。。

2.O(2^n)，指数阶时间复杂度，该种不实用

3.对数阶O(log2n), 线性对数阶O(nlog2n)，除了常数阶以外，该种效率最高

例：算法：

for（i=1;i<=n;++i）

{

for(j=1;j<=n;++j)

{

c[ i ][ j ]=0; //该步骤属于基本操作 执行次数：n^2

for(k=1;k<=n;++k)

c[ i ][ j ]+=a[ i ][ k ]\*b[ k ][ j ]; //该步骤属于基本操作 执行次数：n^3

}

}

则有 T（n）= n^2+n^3，根据上面括号里的同数量级，我们可以确定 n^3为T（n）的同数量级

则有f（n）= n^3，然后根据T（n）/f（n）求极限可得到常数c

则该算法的 时间复杂度：T（n）=O（n^3)

四、

|  |
| --- |
| **定义：如果一个问题的规模是n，解这一问题的某一算法所需要的时间为T(n)，它是n的某一函数 T(n)称为这一算法的“时间复杂性”。  当输入量n逐渐加大时，时间复杂性的极限情形称为算法的“渐近时间复杂性”。  我们常用大O表示法表示时间复杂性，注意它是某一个算法的时间复杂性。大O表示只是说有上界，由定义如果f(n)=O(n)，那显然成立f(n)=O(n^2)，它给你一个上界，但并不是上确界，但人们在表示的时候一般都习惯表示前者。  此外，一个问题本身也有它的复杂性，如果某个算法的复杂性到达了这个问题复杂性的下界，那就称这样的算法是最佳算法。  “大O记法”：在这种描述中使用的基本参数是 n，即问题实例的规模，把复杂性或运行时间表达为n的函数。这里的“O”表示量级 (order)，比如说“二分检索是 O(logn)的”,也就是说它需要“通过logn量级的步骤去检索一个规模为n的数组”记法 O ( f(n) )表示当 n增大时，运行时间至多将以正比于 f(n)的速度增长。  这种渐进估计对算法的理论分析和大致比较是非常有价值的，但在实践中细节也可能造成差异。例如，一个低附加代价的O(n2)算法在n较小的情况下可能比一个高附加代价的 O(nlogn)算法运行得更快。当然，随着n足够大以后，具有较慢上升函数的算法必然工作得更快。  O(1)  Temp=i;i=j;j=temp;                      以上三条单个语句的频度均为1，该程序段的执行时间是一个与问题规模n无关的常数。算法的时间复杂度为常数阶，记作T(n)=O(1)。如果算法的执行时间不随着问题规模n的增加而增长，即使算法中有上千条语句，其执行时间也不过是一个较大的常数。此类算法的时间复杂度是O(1)。  O(n^2)  2.1. 交换i和j的内容      sum=0；                 （一次）      for(i=1;i<=n;i++)       （n次 ）         for(j=1;j<=n;j++) （n^2次 ）          sum++；       （n^2次 ） 解：T(n)=2n^2+n+1 =O(n^2)  2.2.        for (i=1;i<n;i++)     {         y=y+1;         ①            for (j=0;j<=(2\*n);j++)                x++;        ②           }          解： 语句1的频度是n-1           语句2的频度是(n-1)\*(2n+1)=2n^2-n-1           f(n)=2n^2-n-1+(n-1)=2n^2-2           该程序的时间复杂度T(n)=O(n^2).           O(n)                                                              2.3.     a=0;     b=1;                      ①     for (i=1;i<=n;i++) ②     {          s=a+b;　　　　③        b=a;　　　　　④          a=s;　　　　　⑤     } 解：语句1的频度：2,                    语句2的频度： n,                   语句3的频度： n-1,                   语句4的频度：n-1,               语句5的频度：n-1,                                             T(n)=2+n+3(n-1)=4n-1=O(n).                                                                                                   O(log2n )  2.4.      i=1;       ①     while (i<=n)        i=i\*2; ② 解： 语句1的频度是1,             设语句2的频度是f(n),   则：2^f(n)<=n;f(n)<=log2n               取最大值f(n)= log2n,           T(n)=O(log2n )  O(n^3)  2.5.     for(i=0;i<n;i++)     {          for(j=0;j<i;j++)          {           for(k=0;k<j;k++)              x=x+2;          }     } 解：当i=m, j=k的时候,内层循环的次数为k当i=m时, j 可以取 0,1,...,m-1 , 所以这里最内循环共进行了0+1+...+m-1=(m-1)m/2次所以,i从0取到n, 则循环共进行了: 0+(1-1)\*1/2+...+(n-1)n/2=n(n+1)(n-1)/6所以时间复杂度为O(n^3).                                  我们还应该区分算法的最坏情况的行为和期望行为。如快速排序的最坏情况运行时间是 O(n^2)，但期望时间是 O(nlogn)。通过每次都仔细地选择基准值，我们有可能把平方情况 (即O(n^2)情况)的概率减小到几乎等于 0。在实际中，精心实现的快速排序一般都能以 (O(nlogn)时间运行。 下面是一些常用的记法：   访问数组中的元素是常数时间操作，或说O(1)操作。一个算法如 果能在每个步骤去掉一半数据元素，如二分检索，通常它就取 O(logn)时间。用strcmp比较两个具有n个字符的串需要O(n)时间。常规的矩阵乘算法是O(n^3)，因为算出每个元素都需要将n对 元素相乘并加到一起，所有元素的个数是n^2。 指数时间算法通常来源于需要求出所有可能结果。例如，n个元 素的集合共有2n个子集,所以要求出所有子集的算法将是O(2n)的。指数算法一般说来是太复杂了，除非n的值非常小，因为，在 这个问题中增加一个元素就导致运行时间加倍。不幸的是，确实有许多问题 (如著名的“巡回售货员问题” )，到目前为止找到的算法都是指数的。如果我们真的遇到这种情况，通常应该用寻找近似最佳结果的算法替代之。** |

### 一个经验规则

有如下复杂度关系

c < log2N < n < n \* Log2N < n^2 < n^3 < 2^n < 3^n < n!

其中c是一个常量，如果一个算法的复杂度为c 、 log2N 、n 、 n\*log2N ,那么这个算法时间效率比较高 ，如果是 2^n , 3^n ,n!，那么稍微大一些的n就会令这个算法不能动了，居于中间的几个则差强人意。