### PROMEMORIA



Datum **2007-03-01**Författare **Bengt von Bahr** 

FI Dnr 07-1171-320

Finansinspektionen P.O. Box 6750 SE-113 85 Stockholm [Sveavägen 167] Tel +46 8 787 80 00 Fax +46 8 24 13 35 finansinspektionen@fi.se www.fi.se

# Modell för villkorad återbäring

## **Bakgrund**

Försäkringsföretaget är utsatt för ett antal risker som har effekt på dess balansräkning, och där i synnerhet på dess kapitalbuffert. I ett solvenstest, som Trafikljusmodellen, analyseras hur stor denna påverkan kan bli vid extrema utfall av dessa risker. Avsikten är att utfallen ska representera en sannolikhetsnivå på 99,5% på ett års sikt. För vissa livförsäkringsbolag kan en del av förlusterna på grund av dessa utfall tas av den villkorade återbäringen (VÅB) medan resten måste tas av kapitalbufferten, som består av det Eget kapital, Obeskattade reserver och Efterställda skulder. Målet här är att definiera ett kapitalkrav (*SCR*), dvs. ett krav på det kapitalbufferten, så att bolaget klarar dessa utfall.

#### Matematisk modell

Vi betecknar riskerna med  $R_i$  och den ökning av bolagets skulder minus tillgångar som  $R_i$  åstadkommer med  $X_i$ , för i = 1, 2, ..., n.

## Exempel 1

 $R_1$  = värdefall på aktiemarknaden.  $X_1$  = minskning av värdet på bolagets aktieportfölj. VÅB skulle kunna ta 95 % av den förlusten om den var tillräckligt stor.

#### Exempel 2

 $R_2$  = räntefall på marknaden.  $X_2$  = ökning av bolagets försäkringstekniska avsättning minus ökning av värdet på ränteportföljen. VÅB ökas med värdeökningen av ränteportföljen.

#### Exempel 3

 $R_3$  = försämrad kreditvärdighet bland utställare av räntepapper.  $X_3$  = minskning av värdet på ränteportföljen. VÅB tar ingen del av denna förlust.

Vi kan anta att  $X_i$  har väntevärdet noll eftersom posterna i balansräkningen ska vara värderade som bästa uppskattningen enligt aktsamhetsprincipen. För varje



risk  $X_i$  definieras 99,5%-värdet  $w_i$ , dvs. det värde över vilket  $X_i$  hamnar med en sannolikhet av högst 0,5 %. Vidare definieras korrelationskoefficienterna  $\rho_{ij}$  mellan de olika  $X_i$  och  $X_j$ . Under normalfördelningsantagande är  $w_i = 2,58 \cdot \sigma_i$ , där  $\sigma_i$  är standardavvikelsen för  $X_i$ . Den sammanlagda påverkan på balansräkningen är summan av alla  $X_i$ , och vi skriver den som  $S = \Sigma_i X_i$ . Dess standardavvikelse betecknar vi  $\sigma$ , och den ges av formeln

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i} \sigma_{i}^{2} + 2 \cdot \sum_{i < j} \rho_{ij} \sigma_{i} \sigma_{j}}$$

Kapitalkravet w för bolaget är 99,5%-percentilen för S, och det är därför

$$w = 2.58 \cdot \sigma = \sqrt{\sum_{i} w_i^2 + 2 \cdot \sum_{i < j} \rho_{ij} w_i w_j}$$

Vi bör därför ange stressnivåer  $x_i$  för de olika riskerna så att deras samlade effekt  $\Sigma_i$   $x_i$  blir lika med w. De kan vi åstadkomma genom att välja  $x_i = c \cdot w_i$ , där konstanten c väljs som

$$c = \frac{\sqrt{\sum_{i} w_i^2 + 2 \cdot \sum_{i < j} \rho_{ij} w_i w_j}}{\sum_{i} w_i}$$

Då blir ju nämligen

$$\sum\nolimits_i x_i = c \cdot \sum\nolimits_i w_i = \sqrt{\sum\nolimits_i w_i^2 + 2 \cdot \sum\nolimits_{i < j} \rho_{ij} w_i w_j} = w$$

Stressnivåerna  $x_i$  benämns reducerade stressnivåer, till skillnad från  $w_i$  som är ursprungliga stressnivåer brutto.

Kapitalkraven  $w_i$  är bestämda av ett scenario för varje riskfaktor som svarar mot en händelse med en sannolikhet på högst 0,5 %. De reducerade kapitalkraven  $x_i$  tänks svara mot ett scenario för hela balansräkningen som svarar mot händelser som tillsammans har en sannolikhet om högst 0,5 %. I detta reducerade scenario inträffar alla dessa händelser, och kapitalkravet för detta scenario är därför summan av de reducerade kapitalkraven  $x_i$ . För varje risk  $R_i$  finns en händelse som just orsakar kapitalkravet  $x_i$ .

Givet de reducerade stressnivåerna  $x_i$  ska bolaget, med hänsyn till villkoren i avtalen mellan bolaget och dess kunder, avgöra hur mycket av  $x_i$  som skulle tas av VÅB om den vore stor nog. Vi betecknar denna VÅB-andel av  $x_i$  med  $y_i$ . För vissa risker är kanske  $y_i = 0.95 \cdot x_i$  medan för andra är  $y_i = 0$ . Alltid gäller att  $0 \le y_i \le x_i$ . Den del av  $x_i$  som enligt villkoren under inga omständigheter ska tas av VÅB, hur stor den än är, dvs.  $z_i = x_i - y_i$ , blir direkt ett kapitalkrav på kapitalbufferten. Summan av dessa betecknas  $z = \Sigma_i z_i$  Det totala kravet y på VÅB, om den vore stor nog, är  $y = \Sigma_i y_i$ . VÅB kan dock aldrig bli negativ, så



VÅB kan därför högst ta det tillgängliga VÅB-värdet, som vi betecknar  $VÅB_0$ . VÅB kan därför täcka beloppet MIN( $VÅB_0$ ; y). Resten av y, dvs. MAX(0;  $y - VÅB_0$ ) måste tas av Kapitalbufferten. Det totala kapitalkravet blir därför

$$SCR = z + MAX(0; y - VAB_0).$$

## Sammanfattning av modellen

- 1. Stressa varje riskfaktor enligt Trafikljusmodellen (räntor, aktier, fastigheter, avsättningar för liv, sjuk, skade, annullationer...). Bestäm kapitalkravet  $w_i$  för varje risk. Dessa kapitalkrav är kalibrerade till 99,5 % nivån
- 2. Bilda kvadratrotssumman av kapitalkraven  $w_i$  med relevanta korrelationskoefficienter samt den direkta summan. Kvoten mellan dessa är reduktionsfaktorn c.
- 3. Beräkna för varje risk de reducerade kapitalkraven  $x_i$  genom att multiplicera  $w_i$ -kraven med reduktionsfaktorn c.
- 4. Ange för varje riskfaktor, genom att analysera försäkringsvillkor och andra omständigheter, hur mycket av det reducerade kapitalkravet  $x_i$  som skulle kunna tas av VÅB om den vore tillräckligt stor. Denna del betecknas  $y_i$ .
- 5. Den del av det reducerade kapitalkravet  $x_i$  för varje riskfaktor som inte skulle kunna tas av VÅB blir ett direkt krav på det kapitalbufferten. Dessa krav betecknas  $z_i$ . Summan av dessa betecknas z.
- 6. Summera de olika VÅB-kraven  $y_i$ . Denna summa betecknas y. Jämför denna summa med tillgängligt VÅB-belopp  $VÅB_0$ . Om summan är mindre än  $VÅB_0$  så kan VÅB ta allt som krävdes, och då blir det totala kravet på det kapitalbufferten lika med summan av de direkta kraven z. Om däremot summan av VÅB-kraven är större än tillgänglig VÅB, så måste kapitalbufferten ta dels summan av de direkta kraven z, dels den överskjutande delen av summan av VÅB-kraven.