ALGORITMO: ABB

Función de busqueda

```
while(arbol != NULL && arbol->dato != dato) 3 condicionales
{
    if(dato < arbol->dato)   1 comparación
        arbol = arbol->izq;
    else                     1 asignación
        arbol = arbol->der;
}
return arbol != NULL;
```

Mejor caso: El dato está en la raiz

Se contabilizan solo los 3 condicionales del while

$$ft(n) = \underline{3}$$

Peor caso: El arreglo se encuentra ordenado y el dato no se encuentra

Se realiza la comparación del while $n+1$ veces ya que entra n veces al while y compara 1 vez más al no encontrar el dato

$$3(n+1)$$

$$3n+3$$

Al entrar n veces al while se multiplica n por el número de operaciones dentro del while

$$2n$$

Juntando las expresiones obtenidas:

$$3n + 3 + 2n$$

$$\therefore\ ft(n) = 5n + 3$$

Caso medio:

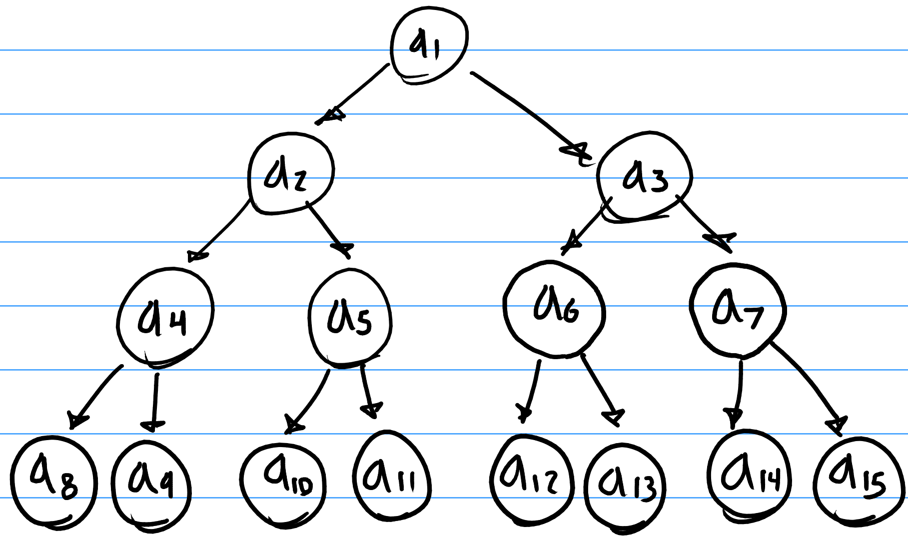
Suponiendo un árbol binario completo, podemos notar que las operaciones siguientes para encontrar un dato en cada nivel

$5(0)+3$

$5(1)+3$

$5(2)+3$

$5(3)+3$



$\vdots$

$$\left.\begin{array}{l} 5(\lfloor \log_2(n) \rfloor)+3 \\ 5(\lfloor \log_2(n+1) \rfloor)+3 \end{array}\right\}$$ Para encontrarlo en el último nivel y no encontrarlo en el árbol

$$O(n) = \begin{cases} 5(0)+3, \\ 5(1)+3, \\ 5(2)+3, \\ \cdots \\ 5(\lfloor \log_2(n) \rfloor)+3, \\ 5(\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + 3 \end{cases}$$

$$P(n) = \begin{cases} \frac{1}{n+1}, \\ \frac{2}{n+1}, \\ \frac{4}{n+1}, \\ \ldots, \\ \frac{n/2}{n+1}, \\ \frac{1}{n+1} \end{cases}$$

$$ft(n) = \sum_{i=1}^{K} O(i)P(i)$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\Big[(1)(5(0)+3) + (2)(5(1)+3)$$
$$+ (4)(5(2)+3) + \cdots + \left(\frac{n}{2}\right)\left(5(\lfloor \log_2(n) \rfloor)+3\right)$$
$$+ (1)\left(5(\lfloor \log_2(n+1)) + 3\right)\Big]$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\Big[(1)(5)(0) + (1)(3) + (2)(5)(1)$$
$$+ (2)(3) + (4)(5)(2) + (4)(3) + \left(\frac{n}{2}\right)(5)(\lfloor \log_2(n) \rfloor)$$
$$+ \left(\frac{n}{2}\right)(3) + (1)(5)(\lfloor \log_2(n+1) \rfloor) + (1)(3)$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\Big\{5\Big[(1)(0) + (2)(1) + (4)(2)$$
$$+ \left(\frac{n}{2}\right)(\lfloor \log_2(n) \rfloor) + (1)(\lfloor \log_2(n+1) \rfloor)\Big]$$
$$+ 3\Big[1 + 2 + 4 + \dots + \frac{n}{2} + 1\Big]\Big\}$$

Al considerar un árbol completo, se sabe que el número de nodos en el último nivel es de $\frac{n}{2}$. Podemos obtener el total de nodos multiplicando $\frac{n}{2}$ por 2 y restando 1 unidad

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\Big\{5\Big[\cancel{(1)(0)}^{\to 0} + (2)(1) + (4)(2)$$
$$+ \left(\frac{n}{2}\right)(\lfloor \log_2(n) \rfloor) + (1)(\lfloor \log_2(n+1) \rfloor)\Big]$$
$$+ 3[n - 1] + 3\Big\}$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\Big\{5\Big[(1)(2) + (2)(4) + \lfloor \log_2(n) \rfloor\left(\frac{n}{2}\right)\Big]$$
$$+ 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + 3$$

Podemos notar que en la suma de elementos uno de los cocientes cambia en potencias de 2 y el otro coincide con la serie de Gauss. Expresandolo como sumatoria.

$$Ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left\{5\sum_{i=1}^{\log_2 n} i\,2^i + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1)\rfloor + 3\right\}$$

Utilizando la serie de potencia

$$\sum_{i=1}^{n} ix^i = x\,\frac{1-x^n}{(1-x)^2} - \frac{n\,x^{n+1}}{1-x}$$

Con $n = \log_2 n$ ^ $x = 2$

$$Ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left\{5\left[2\left(\frac{1-2^{\log_2(n)}}{(1-2)^2}\right) - \frac{\log_2(n)\cdot 2^{\log_2(n)+1}}{1-2}\right]\right.$$
$$\left. + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1)\rfloor + 3\right\}$$

Reduciendo la expresión

$$Ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left\{5\left[2\left(\frac{1-n}{(-1)^2}\right) - \frac{\log_2(n)\cdot 2n}{-1}\right]\right.$$
$$\left. + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1)\rfloor + 3\right\}$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left\{5\left[2\left(\frac{1-n}{1}\right) + 2n \cdot \log_2(n)\right] + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + 3\right\}$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left\{5\left[2(1-n) + 2n \cdot \log_2(n)\right] + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + 3\right\}$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left[10(1-n) + 10n \log_2(n) + 3(n-1) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + 3\right]$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left[10 - 10n + 10n \log_2(n) + 3n - \cancel{3} + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor + \cancel{3}\right]$$

$$ft(n) = \left(\frac{1}{n+1}\right)\left[10 - 7n + 10n \log_2(n) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor\right]$$

$$\therefore ft(n) = \frac{10n \log_2(n) + 5\lfloor \log_2(n+1) \rfloor - 7n + 10}{n+1}$$

CASO MEDIO