



Université
de Limoges

FACULTÉ
DES SCIENCES
ET TECHNIQUES

Master Informatique, 2ème année

Modélisation et animation

SIMULATION DES REBONDS D'UNE BALLE
DE TENNIS

CHARRON Maxime
HUBERT Capucine

Septembre 2022

1 Introduction

Pour réaliser notre simulation de rebonds d'une balle de tennis nous nous sommes basés sur le livre **Foundations of Physically Based Modeling and Animation** de Donald H. House et John C. Keyser. Dans celui-ci, le deuxième chapitre est consacré aux forces extérieures exercées sur notre système de balle rebondissante, et le troisième aux collisions avec des plans et également aux différentes réponses de la balle à celles-ci telles que la réponse élastique ou de friction.

Pour réaliser cette implémentation nous avons donc dû dans un premier temps implémenter la balle en elle-même en lui donnant des caractéristiques propres. Dans un second temps nous avons dû implémenter la détection de collision avec l'entière des bords de notre fenêtre. Et enfin nous avons ajouté sa réponse face à ces collisions en fonction de ses caractéristiques.

2 Implémentation de la balle rebondissante

Dans une premier temps, il nous faut implémenter la balle rebondissante. Celle-ci est caractérisée par sa taille, sa vitesse ou vélocité, sa position (en son centre), sa masse (dépendante de sa taille) et également sa constante de résistance à l'air, son coefficient de restitution ainsi que son coefficient de friction. Nous la faisons apparaître en haut de notre fenêtre afin de voir directement les effets des forces sur notre système. De plus, nous pouvons déplacer la balle où nous le souhaitons dans la fenêtre (avec une vitesse aléatoire) suite à un clic droit de la souris.

3 Détection des collisions

Dans notre modélisation nous voulons implémenter les collisions entre notre balle rebondissante et notre fenêtre (considérons les bords comme des murs). Pour cela nous avons simplement besoin de savoir lorsqu'il y a une collision afin de mettre à jour les caractéristiques de notre balle comme sa vitesse notamment. Nous n'avons en effet pas forcément besoin d'avoir les coordonnées exactes du lieu de collision pour mettre à jour les paramètres. Nous avons donc simplement détecté les collisions par comparaisons de coordonnées en n'oublions pas que la position de la balle est calculée en son centre.

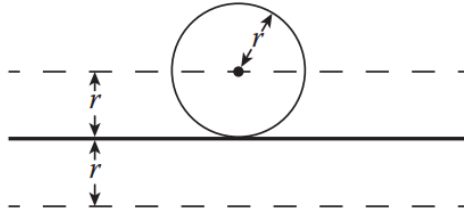


Figure 1: Détection de collision entre une sphère et un plan

4 Forces exercées sur notre système

Il faut tout d'abord savoir que les forces sont additionnées sur notre système de balle selon le principe fondamental de la dynamique. Cette deuxième loi de Newton nous donne alors l'équation suivante :

$$\sum \mathbf{F} = m.\mathbf{a} \quad (1)$$

avec \mathbf{F} les forces appliquées au système, m la masse du système et \mathbf{a} son accélération.

4.1 Force d'attraction gravitationnelle

La force d'attraction gravitationnelle que subit notre balle s'exprime selon l'équation suivante :

$$\mathbf{P} = m.\mathbf{g} \quad (2)$$

ici exercée par la Terre sur la balle on a donc \mathbf{P} le poids, m la masse du système prise égale à 1kg dans notre papier de référence et \mathbf{g} la constante gravitationnelle ici arrondie à 9.8 m.s^{-2} .

4.2 Résistance de l'air

En plus de la force d'attraction gravitationnelle la balle est également soumise à la résistance de l'air qui freine sa course selon l'équation suivante :

$$\mathbf{F}_{air} = -d.\mathbf{v} \quad (3)$$

avec \mathbf{v} la vitesse de la balle et d une constante prenant en compte l'ensemble des facteurs contribuant à la résistance de l'air tels que la géométrie par exemple. Ainsi plus l'objet est lisse plus d sera petit et plus l'objet est rugueux plus d sera grand (l'objet prend plus le vent). Ici il s'agit d'une balle rebondissante relativement lisse nous allons donc comme dans notre papier de

référence prendre $d=0,4$.

Ainsi nos forces exercées sur le système nous donne l'équation suivante :

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - \frac{d}{m} \cdot \mathbf{v} \quad (4)$$

Grâce à celle-ci nous pouvons donc calculer la nouvelle position de la balle à chaque actualisation de la fenêtre (fonction `update()`). En effet il nous suffit pour cela d'ajouter la nouvelle vitesse calculée grâce à cette accélération, à la position de notre balle. Nous obtenons cette vitesse grâce à l'équation suivante :

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot t + \mathbf{v}_0 \quad (5)$$

ou t représente le temps écoulé depuis l'initialisation de la trajectoire de la balle.

5 Réponses aux collisions

Avant de nous intéresser directement aux réponses de notre système de balle aux collisions, il faut savoir qu'il en existe différentes sortes selon l'axe de réponse. Certaines forces peuvent ainsi modifier la valeur de la vitesse de notre balle selon la direction du plan de la normale alors que d'autres peuvent être selon l'axe tangentielle. Il nous faut donc, dans notre implémentation, séparer ces deux vitesses.

5.1 Réponse élastique

L'élasticité désigne le "rebond" lorsque la balle entre en collision avec un autre objet, ici le bord de notre fenêtre. Cette élasticité correspond à la fraction de l'énergie qui est restitué au système lors de la collision, elle se traduit par une modification de la vitesse normale de notre système selon l'équation suivante :

$$\mathbf{v}_n^+ = -c_r \cdot \mathbf{v}_n^- \quad (6)$$

avec \mathbf{v}_n^- la vitesse suivant la normale avant collision, \mathbf{v}_n^+ celle après collision et c_r le coefficient de restitution entre 0 et 1. Plus c_r est petit moins l'objet rebondi. Initialement nous allons prendre c_r entre 0.73 et 0.76 afin de modéliser au mieux notre balle de tennis (cf notre papier de référence).

5.2 Réponse à la friction

La friction est la résistance qui se produit lorsque des objets frottent l'un contre l'autre, comme ici entre notre système balle et notre fenêtre. Pour notre modélisation nous ne prendrons pas en compte la rotation de notre balle afin de simplifier notre modèle. Ici nous modéliserons donc cette force comme suit :

$$\mathbf{v}_t^+ = (1 - c_f) \cdot \mathbf{v}_t^- \quad (7)$$

avec \mathbf{v}_t^- la vitesse tangentielle avant collision, \mathbf{v}_t^+ celle après collision et c_f le coefficient de friction. Lorsque c_f est égale à 0 il n'y a pas de friction, au contraire si elle est égale à 1 la vitesse tangentielle est totalement perdue. Dans notre modèle nous avons choisi ce coefficient égale à 0.6 qui représente un sol et des murs en béton.

La nouvelle vitesse de notre système balle est ainsi égale à

$$\mathbf{v}^+ = \mathbf{v}_n^+ + \mathbf{v}_t^+. \quad (8)$$

À la différence de la réflexion miroir notre modèle prend en compte ici de la perte d'énergie de notre système pendant la collision.

6 Implémentation

Maintenant passons à l'implémentation de notre modèle. Dans un premier temps après avoir modélisé notre balle avec toutes ses caractéristiques, nous allons lui appliquer les forces d'attraction gravitationnelle et de résistance à l'air grâce à l'équation (5). Il ne faut pas, en effet, oublier que l'accélération est tout simplement la dérivée de la vitesse par rapport au temps, nous devons donc également implémenter cette notion de temps à chaque itération (rafraîchissement de la fenêtre). Ici nous avons choisi un pas de temps de 0.01 à chaque rafraîchissement pour nous permettre de bien visualiser les mouvements et plus particulièrement les rebonds de notre balle de tennis. Ensuite, dans un second temps, après avoir implémenté la détection des collisions, nous allons pouvoir modifier la vitesse de notre balle après la collision entre celle-ci et notre fenêtre grâce à l'équation (8).

7 Résultats obtenus et conclusion

Ainsi nous obtenons une balle de tennis ayant une vitesse initiale aléatoire en x entre -20 et 20 m.s^{-1} et en y entre -2 et -3 m.s^{-1} . Celle-ci effectue des rebonds sur tous les murs de notre fenêtre en fonction des différentes forces que nous venons de voir. Un clic droit dans la fenêtre fait apparaître de nouveau la balle à l'emplacement du clic avec une nouvelle vitesse. Nous pouvons également faire varier le type de balle en haut à droite de la fenêtre par un clic gauche. Les caractéristiques des nouvelles balles sont représentées à gauche. La taille, ainsi que la masse change donc ainsi que le coefficient de friction. D'après notre papier de recherche nous avons en effet un coefficient de restitution e_r égale à 0.5 pour une balle de baseball, entre 0.73 et 0.76 pour une balle de tennis (nous l'avons choisi égale à 0.74) et entre 0.82 et 0.88 pour un ballon de basketball (nous l'avons choisi égale à 0.85).

Nous obtenons ainsi les résultats visibles sur les deux vidéos jointes au rendu du projet. La balle semble rebondir moins efficacement, et d'après nos recherches, la friction au sol et le manque de représentation de la rotation de la balle dans notre modèle aurai une trop grosse influence sur notre rebond ce qui l'empêcherait d'en faire plusieurs petits en fin de course.