Université de Limoges
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Master Informatique, 2ème année

Modélisation et animation

Simulation d'un drapeau

CHARRON Maxime
HUBERT Capucine

Novembre 2022

1 Introduction

Pour réaliser notre simulation de drapeau nous nous sommes basés sur le livre **Foundations of Physically Based Modeling and Animation** de Donald H. House et John C. Keyser ainsi que sur nos connaissances en matière de physique. Dans ce papier, le deuxième chapitre est consacré aux forces extérieures exercées sur notre système de drapeau que nous verrons en suivant.

Pour réaliser cette implémentation nous avons donc dû dans un premier temps implémenter un système masse-ressort. Dans un second temps nous avons dû implémenter un système contenant plusieurs masses reliées par des ressorts afin de modéliser notre drapeau.

2 Implémentation du drapeau

Afin de réaliser notre drapeau nous avons dû discrétiser notre problème. En effet nous allons modéliser le tissu d'un drapeau par un ensemble de masses reliées entre elles par un système de ressort avec amortisseur.

Dans un premier temps, il nous faut donc implémenter un système-masse ressort. Pour cela nous allons, à une masse donnée, appliquer les forces que nous expliquons en suivant. Cette masse est caractérisée par sa masse, sa vitesse ou vélocité, sa position et également sa constante de résistance à l'air et au vent. De plus notre système est caractérisé par son coefficient de rigidité et son coefficient de frottement. Dans un second temps il faut donc implémenter plusieurs systèmes masse-ressort reliés les uns aux autres.

3 Forces exercées sur notre système

Il faut tout d'abord savoir que les forces sont additionnées sur notre système de masse de notre drapeau selon le principe fondamental de la dynamique exactement de la même manière que la balle rebondissante dans un premier temps.

3.1 Rapide rappel

La deuxième loi de Newton nous donne l'équation suivante :

$$\sum \mathbf{F} = m.\mathbf{a} \tag{1}$$

avec **F** les forces appliquées au système, **m** la masse du système et **a** son accélération.

La force d'attraction gravitationnelle que subit chaque masse de notre drapeau s'exprime selon l'équation suivante :

$$\mathbf{P} = m.\mathbf{g} \tag{2}$$

ici exercée par la Terre sur chaque masse on a donc **P** le poids, **m** la masse du système et **g** la constante gravitationnelle ici arrondie à 9.8 m.s^{-2}.

En plus de la force gravitationnelle, chaque point est également soumis à la résistance de l'air qui freine leur course selon l'équation suivante :

$$\mathbf{F}_{air} = -d.\mathbf{v} \tag{3}$$

avec **v** la vélocité de la masse et d une constante prenant en compte l'ensemble des facteurs contribuant à la résistance de l'air.

3.2 Force du vent

De plus chaque point de la discrétisation est soumis à la force du vent qui va ainsi permettre le mouvement du drapeau. Celle-ci ressemble fortement à la résistance de l'air :

$$\mathbf{F}_{vent} = d.\mathbf{v}_{vent} \tag{4}$$

avec $\mathbf{v}_{vent}$ la vélocité du vent et d la même constante que précédemment.

3.3 Force de rappel

Cependant en plus de ces trois forces, chaque masse est soumis à la force de rappel du ressort qui la relie aux masses voisines et ce pour les huit masses qui l'entourent (si la masse ne se situe pas en extrémité du drapeau). L'équation de cette force s'exprime comme en suivant :

$$\mathbf{F}_{rappel} = -k.\Delta l.\mathbf{e} \tag{5}$$

avec k le coefficient de rigidité représentant la raideur du ressort, Δl la différence de longueur du ressort et **e** un vecteur unitaire relatif au sens de déplacement de la masse.

3.4 Amortissement de type visqueux

Chaque masse est également soumis à la force d'amortissement de type visqueux suivant l'équation suivante :

$$\mathbf{F}_{frottement} = -c.\mathbf{v} \tag{6}$$

avec **v** la vélocité de la masse et **c** le coefficient de frottement.

3.5 Bilan des forces

Ainsi nos forces exercées sur le système nous donne l'équation suivante (à partir de la deuxième lois de Newton) :

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} + \frac{(-d.\mathbf{v}) + (d.\mathbf{v}_{vent}) + (-k.\Delta l.\mathbf{e}) + (-c.\mathbf{v})}{m} \tag{7}$$

Grâce à celle-ci nous pouvons donc calculer la nouvelle position de chaque point, ou masse, dynamique à chaque actualisation de la fenêtre (fonction update()) par la méthode d'Euler. En effet pour obtenir la nouvelle vitesse, $\mathbf{v}(\mathrm{t} + \Delta\mathrm{t})$, il nous suffit d'ajouter à l'ancienne, $\mathbf{v}(\mathrm{t})$, l'accélération multipliée par Δt, le pas de temps. Nous obtenons l'équation suivante :

$$\mathbf{v}(t + \Delta t) = \mathbf{v}(t) + \Delta t.\mathbf{a}(t) \tag{8}$$

où Δt représente le pas de temps. Et nous pouvons calculer la position de la même manière :

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t + \Delta t) \tag{9}$$

où $\mathbf{x}$ représente le vecteur position du point étudié.

4 Implémentation

4.1 Système masse-ressort

Maintenant passons à l'implémentation de notre modèle. Dans un premier temps il nous faut modéliser le premier système masse-ressort avec toutes ses caractéristiques, auquel nous allons lui appliquer les forces d'attraction gravitationnelle comme vu dans les équations précédentes. Ensuite afin de modéliser le ressort en lui même nous appliquons à notre masse la force de rappel et la force de frottement pour lesquelles il nous faut calculer les normes en x, en y et en z du vecteur reliant le point d'accroche du ressort à la masse afin d'orienter ces forces dans notre espace 2D, il s'agit de $\mathbf{e}$ notre vecteur unitaire relatif au sens de déplacement de la masse. Celui-ci permet à la masse de subir une force orientée vers le point d'accroche qui est susceptible de bouger tout comme la masse.

À partir de cela nous devons calculer la nouvelle position de la masse à chaque itération. Pour cela l'accélération est tout simplement la dérivée de la vitesse par rapport au temps, nous devons donc également implémenter

cette notion de temps à chaque itération (rafraîchissement de la fenêtre). De plus la vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps. Il faut ainsi choisir un pas de temps faible afin de pouvoir visualiser au mieux les mouvements de la masse dans son système.
Une fois le simple système masse ressort implémenté grâce aux équations précédentes nous lui ajoutons de nouvelles forces, la force de résistance de l'air ainsi que la force du vent qui vont permettre de modéliser l'action du vent sur notre drapeau final.

Figure 1: Système simple de masse-ressort

4.2 Système de drapeau

Après avoir implémenté le système masse-ressort avec une seule masse, nous allons devoir l'implémenter sur un système contenant plusieurs masses reliées entre elles par un ressort. Pour cela il faut dans un premier temps implémenter plusieurs masses. Afin de mettre à jour les positions de chaque masse à chaque itération il faut calculer pour chaque masse les forces qui lui est appliquée avant de modifier n'importe quelle position de masse. Dans un premier nous avons donc calculer pour chaque masse les forces extérieures (autres que les forces exercées par le ressort, le poids, la résistance de l'air et la force du vent) qui lui sont appliquées. Ensuite nous lui avons pour chacun de ses voisins appliquées les forces exercées par le ressort. Afin de faciliter la lecture du code et pour l'optimiser au maximum nous avons ainsi implémenté la méthode calculRessortForce qui permet le calcul des forces exercées par le ressort (la force de rappel et l'amortissement) pour chaque voisin proche d'une masse (huit aux maximum. Après le calcul de toutes les forces effectué nous mettons à jour la position des masses de petit à petit. Cependant comme nous voulons mettre à jour toutes les positions des masses à chaque itération nous devons calculer chaque forces comme si aucune masse n'avait bougé. Pour cela nous calculons les forces des masses de droite à gauche et de bas en haut et nous stockons certaines forces au fur et à mesure. En effet pour un seul et même ressort deux forces opposées sont appliquées aux deux masses qui lui sont reliées. La masse i applique une force F sur la masse j et cette masse exerce la force opposée, -F, à la masse i. Nous stockons donc cette force F dans une variable que nous appelons forceExterieur pour la masse j lorsque nous la calculons pour la masse i (la masse i étant plus à droite et plus en bas que la masse j).

4.3 Interface Homme Machine

De plus nous avons implémenté une Interface Homme Machine (IHM) dans laquelle l'utilisateur peut faire varier la taille du drapeau en changeant la valeur de nbMasseAbs et de nbMasseOrd. Il peut également décider d'afficher ou non les ressorts diagonaux en calculant ou non la valeur des forces diagonales avec la méthode calculRessortForce.

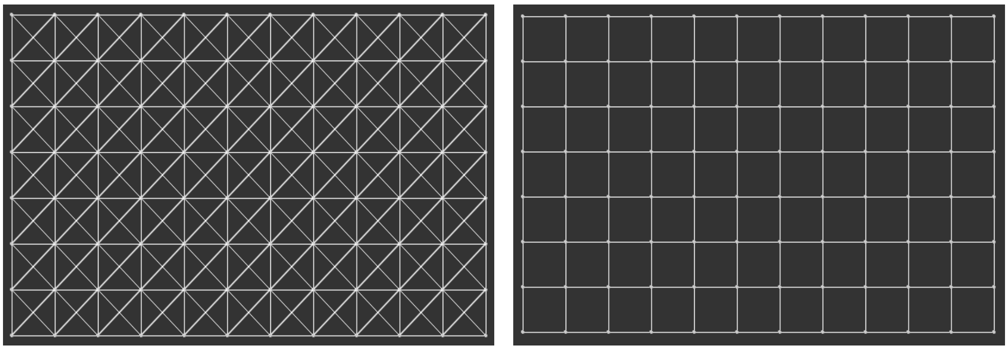

Figure 2: Système drapeau avec ressorts diagonaux (à gauche) et sans ressorts diagonaux (à droite)

De plus l'utilisateur peut choisir ou non d'ajouter une texture à son drapeau. Pour cela des vertex contenant la texture du drapeau sont ou non affiché selon le ratio de la taille initiale de la texture du drapeau.

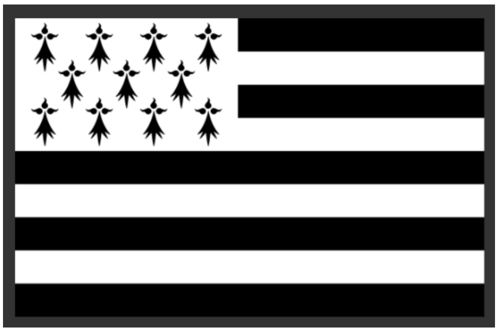

Figure 3: Drapeau avec texture

De même l'utilisateur peut visualiser l'intensité de la force appliquée sur une masse par un ressort grâce à un système de couleur. En effet plus la force exercée sur le ressort est fort plus la ligne le modélisant passera de blanche à rouge.

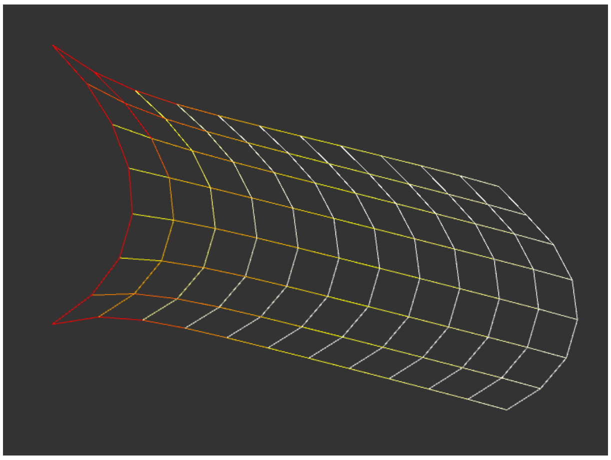

Figure 4: Drapeau permettant de visualiser l'intensité des forces exercées sur la masse par le ressort

Notre modèle étant réalisé en 3D afin de coller au maximum à la réalité, l'utilisateur peut également faire tourner le drapeau en maintenant le clic gauche de la souris. Ainsi il peut percevoir les trois dimensions du drapeau et visualiser au mieux l'effet du vent sur celui-ci.

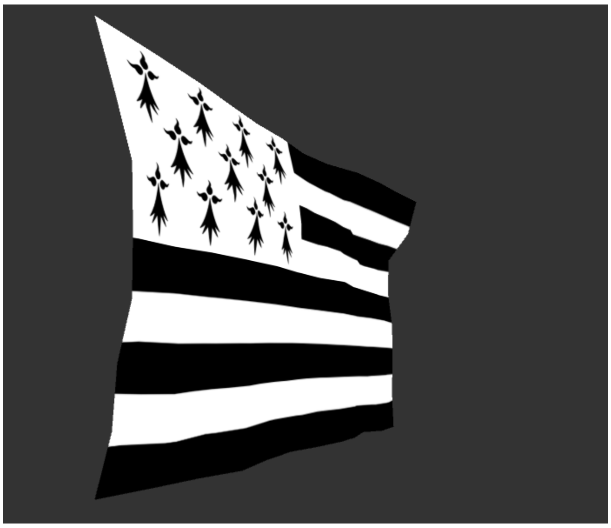

Figure 5: Drapeau en 3D

5 Résultats obtenus et conclusion

Nous obtenons ainsi les résultats visibles sur les vidéos disponible via ce lien Google drive. Nous avons donc pour modéliser avec le plus de précisions possible un drapeau utilisé des systèmes de masse-ressort en 3D auxquels nous avons ajouté une texture. Nous avons modélisé différents systèmes de masses-ressort grâce à notre discrétisation. En effet l'utilisation de ressort diagonaux en plus de ceux horizontaux et verticaux ne permet pas une visualisation très réaliste du drapeau. Cela est notamment dû au fait que le tissu est principalement constitué de fibres horizontales et verticales uniquement. Ces ressorts diagonaux permettent d'éviter que le drapeau sois étiré lorsque le vent est intense contrairement aux autres ressorts qui sont plus réalistes sur les autres points. Afin d'augmenter encore le réalisme de notre modélisation nous avons également choisi de modéliser un vent qui change aléatoirement dans le temps et ayant des valeurs de vitesse qui changent plus ou moins aléatoirement dans les trois directions x, y et z. De plus, le côté réaliste est augmenté avec le nombre de points que nous utilisons pour la discrétisation, ce qui est assez normale sachant que nous modélisons un objet continu grâce à un modèle discontinu.

Nous avons également ajouter un poteau, un sol, une couleur de ciel dans la fenêtre de rendu et des lumières éclairant le drapeau afin de donner un semblant d'environnement pour mieux percevoir les mouvements parfois subtils du drapeau

Une implémentation intéressante serait d'ajouter une contrainte physique au ressort. Normalement les ressorts ont une longueur maximale, et à ce stade, le ressort ne peut plus s'étirer, peut importe la force qu'il reçoit. Cette contrainte permettrait de ne plus avoir besoin de mettre un coefficient de raideur élevé pour éviter l'effet d'étirement.