

信息学奥赛课堂笔记11

map, STL

[P1102]A-B 数对<https://www.luogu.com.cn/problem/P1102>

题目背景

出题是一件痛苦的事情！

相同的题目看多了也会有审美疲劳，于是我舍弃了大家所熟悉的 A+B Problem，改用 A-B 了哈哈！

题目描述

给出一串正整数数列以及一个正整数 C ，要求计算出所有满足 $A - B = C$ 的数对的个数（不同位置的数字一样的数对算不同的数对）。

输入格式

输入共两行。

第一行，两个正整数 N, C 。

第二行， N 个正整数，作为要求处理的那串数。

输出格式

一行，表示该串正整数中包含的满足 $A - B = C$ 的数对的个数。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 | 4 1
2 | 1 1 2 3
```

样例输出 #1

```
1 | 3
```

提示

对于 75% 的数据， $1 \leq N \leq 2000$ 。

对于 100% 的数据， $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$ ， $0 \leq a_i < 2^{30}$ ， $1 \leq C < 2^{30}$ 。

思路

首先看到这道题目，不难能想出这题的一个暴搜算法是什么？

不是要找有多少对 A 和 B 他们的差是 C 吗？，那我们就枚举一个 A ,枚举一个 B ,如果 $A - B == C$ 成立则 $ans++$

那我们可以写出如下代码

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  int n, c, ans;
4  int a[200010];
5  int main() {
6      cin >> n >> c;
7      for (int i = 0; i < n; i++) {
8          cin >> a[i];
9      }
10     for (int i = 0; i < n; i++) {
11         for (int j = 0; j < n; j++) {
12             if (a[i] - a[j] == c) {
13                 ans++;
14             }
15         }
16     }
17     cout << ans << endl;
18     return 0;
19 }
```

时间复杂度 $O(n^2)$ ， n 表示数组的长度，我们枚举 A 时需要 $O(n)$ ，枚举 B 时需要 $O(n)$ ，嵌套循环。

空间复杂度为 $O(n)$ ， n 表示数组的长度，我们需要为 n 个数开辟长度为 n 的空间

那么。大家觉得，暴搜这个算法到底是在哪里导致了时间过长呢？

假如说，现在我有这样一组数据：

```
4 1
1 1 2 2
```

那么大家可以直接观察得出，一共有4组 $2 - 1 = 1$ 在暴搜的过程中，我们是不是找寻了太多次重复的例子了，比如说当我们找到第一个数1的时候，我其实只需要知道 $x - 1 = 1$ ，也就是说， $x = 2$ ，有多少个，是不是就意味着有多少组 $2 - 1 = 1$ ，那么对于 $i = 0$ 的时候，我就可以使用 $O(1)$ 的时间复杂度就可以求出答案的个数了，对于刚刚的解释，我们给出一个更为书面的表达方式：

既然题目要求的是一共能选取多少组不同的 $A - B = C$ ，那我们对等式移项， $B + C = A$ ，已知目前我们拿到的数是 B ，又知道 $B + C = A$ ，所以我们可以找找有多少个 A 存在，就代表有多少组 $B + C = A$ ，就代表有多少组 $A - B = C$ 。

那么，要统计每个数出现了几次，该用什么 STL ？欢迎各位同学们参加世纪大赛——《用哪个 STL 比赛》

使用 map ，也就是哈希表。

本题标准的解法代码如下：

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  int n, c, a[200010];
4  long long ans; //已经说烂了，要开long long，我看还有谁还记不住
5  map<int, int> mp; //既然我们要统计每个数出现了几次，则应该是int->int的映射
6  int main() {
7      cin >> n >> c;
8      for (int i = 0; i < n; i++) {
9          cin >> a[i];
10         mp[a[i]]++; //读完数之后就把该数出现的次数++
11     }
12     for (int i = 0; i < n; i++) {
13         ans += mp[a[i] + c]; //答案直接加上a[i] + c出现的次数
14     }
15     cout << ans << endl;
16     return 0;
17 }

```

时间复杂度 $O(n\log n)$ ， n 表示数组的长度，每个数加入map的时间复杂度近似为 $O(\log n)$ 。

空间复杂度为 $O(n + C)$ ， n 表示数组的长度， C 代表哈希表需要开辟常数的空间，为了保证能把所有的结果存进去

进阶

在本题的基础上，老师给大家说一个进阶的知识点

map所使用的底层是**红黑树**，这是一个**二叉搜索树(Binary Search Tree)**，为了保证map中的key是有序的，需要每次插入时对这个树进行旋转操作。所以每次往map中插入元素和修改的时候，时间复杂度为 $O(\log n)$

C++的标准STL还为我们提供了一个容器，它叫做**unordered_map**，它的使用方法和map完全一样，唯一的区别就是，unordered_map的底层使用的是**哈希表**，各位同学可以自行查阅资料什么是数据结构中的哈希表，它为我们提供了一个像数组一样存储数据的**散列函数**，将原始数据分散在哈希表的不同键上方便我们存储，在这个过程中，插入和修改元素的时间复杂度仅为 $O(1)$ ，这是最小数量级的时间复杂度，那什么时候该使用map，什么时候该使用unordered_map呢？

老师先为大家列出他们的差异

	map	unordered_map
插入、修改时间复杂度	$O(\log n)$	$O(1)$
是否按照Key有序	是	否
使用的底层逻辑	红黑树	哈希表

那么，当我们对key有要求它必须是有序的时候，只能使用map了，但是例如本题中，我们不关心map里的元素是否需要有序，只关心它能帮助我们统计每个数出现了几次，此时为了进一步降低压缩代码的时间开销，我们应该选用更优的unordered_map

将代码修改后如下：

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;

```

```

3  int n, c, a[200010];
4  long long ans;
5  unordered_map<int, int> mp;
6  int main() {
7      cin >> n >> c;
8      for (int i = 0; i < n; i++) {
9          cin >> a[i];
10         mp[a[i]]++;
11     }
12     for (int i = 0; i < n; i++) {
13         ans += mp[a[i] + c];
14     }
15     cout << ans << endl;
16     return 0;
17 }

```

时间复杂度 $O(n)$, n 表示数组的长度, 每个数加入哈希表的时间复杂度为 $O(1)$ 。

空间复杂度为 $O(n + C)$, n 表示数组的长度, C 代表哈希表需要开辟常数的空间。

[P1071] 潜伏者 <https://www.luogu.com.cn/problem/P1071>

题目描述

R 国和 S 国正陷入战火之中, 双方都互派间谍, 潜入对方内部, 伺机行动。历尽艰险后, 潜伏于 S 国的 R 国间谍小 C 终于摸清了 S 国军用密码的编码规则:

1. S 国军方内部欲发送的原信息经过加密后在网络上发送, 原信息的内容与加密后所得的内容均由大写字母 A ~ Z 构成 (无空格等其他字符);
2. S 国对于每个字母规定了对应的密字。加密的过程就是将原信息中的所有字母替换为其对应的密字;
3. 每个字母只对应一个唯一的密字, 不同的字母对应不同的密字。密字可以和原字母相同。

例如, 若规定 A 的密字为 A, B 的密字为 C (其他字母及密字略), 则原信息 ABA 被加密为 ACA。

现在, 小 C 通过内线掌握了 S 国网络上发送的一条加密信息及其对应的原信息。小 C 希望能通过这条信息, 破译 S 国的军用密码。小 C 的破译过程是这样的: 扫描原信息, 对于原信息中的字母 x (代表任一大写字母), 找到其在加密信息中的对应大写字母 y , 并认为在密码里 y 是 x 的密字。如此进行下去直到停止于如下的某个状态:

1. 所有信息扫描完毕, A ~ Z 所有 26 个字母在原信息中均出现过并获得了相应的密字;
2. 所有信息扫描完毕, 但发现存在某个 (或某些) 字母在原信息中没有出现;
3. 扫描中发现掌握的信息里有明显的自相矛盾或错误 (违反 S 国密码的编码规则)。

例:

如某条信息 XYZ 被翻译为 ABA 就违反了“不同字母对应不同密字”的规则。

在小 C 忙得头昏脑涨之际, R 国司令部又发来电报, 要求他翻译另外一条从 S 国刚刚截取到的加密信息。现在请你帮助小 C: 通过内线掌握的信息, 尝试破译密码。然后利用破译的密码, 翻译电报中的加密信息。

输入格式

共三行，每行为一个长度在 1 到 100 之间的字符串。

第一行，为小 C 掌握的一条加密信息；

第二行，为第一行的加密信息所对应的原信息；

第三行，为 R 国司令部要求小 C 翻译的加密信息。

输入数据保证所有字符串仅由大写字母 A ~ Z 构成，且第一行长度与第二行相等。

输出格式

共一行。

若破译密码停止时出现 2, 3 两种情况，请你输出 **Failed**；

否则请输出利用密码翻译电报中加密信息后得到的原信息。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 AA
2 AB
3 EOWIE
```

样例输出 #1

```
1 Failed
```

样例 #2

样例输入 #2

```
1 QWERTYUIOPLKJHGFDSA ZXC VBN
2 ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
3 DSLIEWO
```

样例输出 #2

```
1 Failed
```

样例 #3

样例输入 #3

```
1 MSRTZCJ KPFLQYVAWB INXUEDGHOOILSMIJFR COPPQCEUNYDUMPP
2 YIZSDWAHLNOVFUCERKJXQMGTBPPKOIYKANZWPLLWVMQJFGQYLL
3 FLSO
```

样例输出 #3

1 NOIP

提示

【输入输出样例一说明】

原信息中的字母 A 和 B 对应相同的密字，输出 **Failed**。

【输入输出样例二说明】

字母 Z 在原信息中没有出现，输出 **Failed**。

75分做法

这道题目极长，各位同学要注意，信息学奥赛不仅考验的使我们写代码能力，更有阅读理解能力，通过阅读题目，我们可以提炼出重要的信息。

输入数据有三行字符串，分别代表加密信息，原信息，要求翻译的加密信息，也就是A,B,C串

对于输入的串来说有些时候并不能成功完成破译，需要输出 *Failed*，那么有如下3条约束

1. 所有信息扫描完毕，A ~ Z 所有 26 个字母在B串中均出现过并获得了相应的密字；
2. 所有信息扫描完毕，但发现存在某个（或某些）字母在B出演中没有出现；
3. 扫描中发现掌握的信息里有明显的自相矛盾或错误（违反 S 国密码的编码规则）。

我们对这三句话进行一个简单解读就是：

B串必须要包含26个英文字母，且A串到B串的映射当中不能出现同一字符映射不同的情况(例如样例一，A先映射到A，A再映射到B)

A串到B串这是题目给出我们的一条标准的映射规则，要让我们求的就是C串怎么映射到D串，咱们先不管 *Failed*，可以写出如下代码

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  string a, b, c;
4  unordered_map<char, char> mp; //从字符到字符的映射
5  int main() {
6      cin >> a >> b >> c;
7      for (int i = 0; i < a.size(); i++) {
8          mp[a[i]] = b[i]; //以a[i]作为key可以获得一个b[i]的映射
9      }
10     for (int i = 0; i < c.size(); i++) {
11         c[i] = mp[c[i]]; //我们把c[i]都替换成c[i]的映射
12     }
13     cout << c << endl;
14     return 0;
15 }
```

时间复杂度 $O(n + m)$ ，n代表字符串a, b的长度，m代表c串的长度

空间复杂度 $O(n + m + C)$ ，n代表储存a, b字符串的长度，m代表储存c串的长度，C代表哈希表要开辟常数的空间，本题出现的字符为26个小写字母，所以C最大为常数26。

在不考虑 *Failed* 的情况，我们可以直接通过本题的75分！这已经是个不小的分数了。

90分做法

既然我们刚刚没有考虑 *Failed*，现在我们把这个约束条件加入，该如何判断 *B* 串是否出现有26个字母呢？我们可以继续使用一个 *map*，或者是 *set* 来存储，每次遇到 *B* 串的一个字符，直接加入这个集合，最后我们只需要检查集合的元素是否等于26即可

代码如下：

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  string a, b, c;
4  unordered_map<char, char> mp;
5  unordered_set<char> s;
6  int main() {
7      cin >> a >> b >> c;
8      for (int i = 0; i < a.size(); i++) {
9          mp[a[i]] = b[i];
10         s.insert(b[i]); //每次直接将B[i]加入集合
11     }
12     if (s.size() != 26) { //如果不是26个字母均出现，直接输出Failed
13         cout << "Failed" << endl;
14         return 0; //输出完后要记得退出程序
15     }
16     for (int i = 0; i < c.size(); i++) {
17         c[i] = mp[c[i]];
18     }
19     cout << c << endl;
20     return 0;
21 }
```

时间复杂度 $O(n + m)$ ， n 代表字符串 *a*, *b* 的长度， m 代表 *c* 串的长度

空间复杂度 $O(n + m + C)$ ， n 代表储存 *a*, *b* 字符串的长度， m 代表储存 *c* 串的长度， C 代表哈希表要开辟常数的空间，本题出现的字符为26个小写字母，所以 C 最大为常数26。

100分做法

那现在这道题目我们还差最后一个情况没考虑到了，那就是当字符发生了冲突该怎么办。

我们要思考一下，这个冲突到底是什么冲突了？首先，如果 *A* 串中当前我们发现的字符在先前已经出现了，是不是才需要判断它是不是矛盾了。所以如果这是第一次找到这个字符 $a[i]$ ，咱们就直接忽略它

那如果在先前的遍历当中已经访问到了 $a[i]$ ，现在给出对应映射的 $b[i]$ 是和之前的旧值一样呢？说明没有发生冲突，继续跳过，只有当当前的新值与旧值发生了冲突，也就是不一样的时候才需要 *Failed* 退出。

代码如下

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  string a, b, c;
4  unordered_map<char, char> mp;
5  unordered_set<char> s;
6  int main() {
7      cin >> a >> b >> c;
8      for (int i = 0; i < a.size(); i++) {
9          if (mp.count(a[i]) && mp[a[i]] != b[i]) { //如果a[i]已经出现过了，并且旧
10             值和新值不同。
11             cout << "Failed" << endl; //直接输出Failed退出程序
12         }
13     }
```

```

11         return 0;
12     }
13     mp[a[i]] = b[i];
14     s.insert(b[i]);
15 }
16 if (s.size() != 26) {
17     cout << "Failed" << endl;
18     return 0;
19 }
20 for (int i = 0; i < c.size(); i++) {
21     c[i] = mp[c[i]];
22 }
23 cout << c << endl;
24 return 0;
25 }

```

时间复杂度 $O(n + m)$, n 代表字符串 a , b 的长度, m 代表 c 串的长度

空间复杂度 $O(n + m + C)$, n 代表储存 a , b 字符串的长度, m 代表储存 c 串的长度, C 代表哈希表要开辟常数的空间, 本题出现的字符为26个小写字母, 所以 C 最大为常数26。

[P9680]string[_view] <https://www.luogu.com.cn/problem/P9680>

题目背景

C++ 的 `string` 类是一个功能强大的字符串类, 然而由于其字符串算法和内存管理绑定的机制, 所以在处理 C 风格字符串时效率低下。

为了解决这个问题, C++17 标准引入了 `string_view` 类型, 将内存管理和字符串算法分离, 从而更好地适配了 C 风格字符串的处理。

题目描述

你需要模拟一个简单的 C++ 程序, 该程序的每一行必然为如下两种形式之一:

- `string <variable-name>(<initializer>);`
- `string_view <variable-name>(<initializer>);`

其中 `variable-name` 为声明的变量名 (保证之前未出现过, 且长度不超过 10), `initializer` 为初始化该变量的内容, 可以是:

- 字符串字面量, 即用双引号引起的字符串 (形如 `"abc"`);
- 之前出现过的变量名 `source`, 此时应将 `source` 对应的字符串赋给 `variable-name`。

具体而言, 将任意一个字符串 s 赋给 `string` 类型会进行 $|s|$ 次字符拷贝, 而赋给 `string_view` 类型不会拷贝字符。其中 $|s|$ 为字符串 s 的长度。

你需要计算出该程序中字符拷贝的总次数。

输入格式

第一行输入一个整数 L , 代表程序行数。

接下来 L 行, 输入一段代码。

输出格式

输出一个整数，代表字符拷贝总次数。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 6
2 string a("cxyakioi");
3 string_view b("cxyakapio");
4 string c(b);
5 string_view d(a);
6 string_view cxyakioi(c);
7 string cxyakapio(d);
```

样例输出 #1

```
1 25
```

提示

对于每组数据，保证代码长度均不超过 10^4 （不包括换行符）。
保证字符串字面量（除去两侧引号）和变量名中只有拉丁字母，且给定的代码严格满足题目要求。

子任务

#	特殊性质	分值
0	样例	0
1	所有变量均为 string_view 类型	10
2	只使用字符串字面量初始化	20
3	-	70

思路

关于这道题目，需要同学们对于字符串的操作熟练度要求非常高，而且对于哈希表的操作也仅限于存储变量名的时候要用到，模拟的难度也大大超出了我们J赛。所以老师就不把题目的详细解析写给大家了，对于模拟题来说，1000个人有1000个哈姆雷特，大家做法迥异，老师贴出我的做法，并直接对代码进行讲解。

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 int T, ans;
4 unordered_map<string, int> mp;
5 //哈希表中记录的是每个变量所对应的字符串长度是多少。所以是string到int的映射
6 int main() {
7     cin >> T;
8     while(T--){
```

```

9      string s, t, valName; // 我们把定义变量时的类型和变量名部分拆成2个字符串来
      看，valName这个变量用来存储“变量名字”
10     cin >> s >> t;
11     int i = 0, n = t.size();
12     for (; i < n; i++) {
13         if (t[i] == '(') break;
14         //如果当前位置是左括号则停止，左括号前面的部分代表是变量名，而左括号接下来的
      值代表的是变量要拷贝的元素。括号正好可以作为一个分隔符。
15         valName += t[i];
16     }
17     //循环结束出来后i应该刚好位于括号上
18     //substr函数的作用是截取子字符串，用法是s.substr(从哪一位开始， 截取多少个字
      符);
19     t = t.substr(i + 1, n - i - 3);
20     //在这里涉及到一个数学运算，在定义一个字符串时的标准用法为 {string 变量名(初始
      值);}
21     //所以最右侧的) 和 ; 他们一定是固定占有的字符，所以我们截取从i + 1开始，一直到右
      括号的左边结束，相当于获取到了括号内的元素
22     //此时有两种情况，如果括号内的元素是以引号"开头的，说明这个初始化的值是个具体的字
      符串，反之则是变量
23     int len = t.size();
24     if (t[0] == '\"') { //初始化为具体的字符串
25         len -= 2; //在获取长度时需要减去两个引号
26     } else { //否则说明初始值是一个变量
27         len = mp[t]; //我们直接获取到在哈希表中，这个变量t是多长
28     }
29     mp[valName] = len; //当前的变量名叫valName，我们把valName的长度为t记入哈希表
30     if (s == "string") {
31         //最后咱们再判断，如果这个变量的类型是个string的话，说明需要深度拷贝，答案应
      加上len，否则不加
32         ans += len;
33     }
34 }
35 cout << ans << endl;
36 return 0;
37 }

```

时间复杂度 $O(L)$ ， L 代表 n 个字符串的总长度和，我们需要遍历所有的字符串各一遍

空间复杂度 $O(L)$ ， L 代表 n 个字符串的总长度和，我们需要用变量对它们进行存储。