

信息学奥赛笔记02

DFS训练

[U413822] 特殊的质数<https://www.luogu.com.cn/problem/U413822?contestId=162503>

题目描述

给定一个数 n ，请按从小到大的顺序输出长度为 n 的特殊的质数。

特殊的质数指的是，从右端删除若干个数后仍然是一个质数。

例如：7331 就是一个特殊的质数，因为 7331，733，73，7 都是一个质数。

输入格式

一个正整数 n 。

输出格式

若干行，每一行是一个特殊的质数。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 | 1
```

样例输出 #1

```
1 | 2
2 | 3
3 | 5
4 | 7
```

提示

对于100%的数据，有 $1 \leq n \leq 8$ 。

思路分析

什么是特殊的质数，这个质数删除右边的几位后它仍然是一个特殊的质数，换言之，一个长的特殊的质数是怎么来的？他是由一个先前的本身就是特殊的质数再补上一位数引出来的。

也就是说，先有 7 是质数，再有 73 是质数，然后是 733，所以想要顺利做出这道题，我们需要逆转思维方式，反过来想，不应该去验证这个数是不是特殊的质数，而是应该反过来去看如何组成一个特殊的质数，这种需要我们逆向思考的题目在竞赛中是非常常见的，同学们需要对这种思维方式产生一种习惯。

那么我们再思考一下DFS的三个量：传入参数，终止条件，循环方式分别应该是什么呢？

传入参数：我们正在补第几位的数，因为题目要求我们输出n位的特殊质数，所以我们应该先考虑更短的特殊质数

终止条件，当已经补了n位数字时结束，满足题目要求

循环方式，从当前这一位数到下一位数，有多少种情况？可以补1-9这些数，这就是循环的范围。

当我们搞明白了DFS三要素后，代码就迎刃而解了。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  long long ans;
4  int n;
5  bool isPrime(long long x) {
6      if (x == 1) return 0;
7      if (x == 2 || x == 3) return 1;
8      if (x % 6 != 1 && x % 6 != 5) return 0;
9      long long n = sqrt(x);
10     for (int i = 5; i <= n; i += 6) {
11         if (x % i == 0 || (x % (i + 2)) == 0) return 0;
12     }
13     return 1;
14 }
15 void dfs(int idx) { // 传入参数: idx表示我们正在填第idx个数
16     if (idx == n) { // 终止条件: 当已经填写n个数后输出答案并return
17         cout << ans << endl;
18         return;
19     }
20     if (idx == 0) {
21         ans = 2;
22         dfs(1);
23         ans = 0;
24     }
25     for (int i = 1; i <= 9; i++) { // 循环方式: 从当前这一层到下一层的状态变化情况。
26         long long nxt = ans * 10 + i;
27         if (isPrime(nxt) == 0) continue;
28         ans = nxt;
29         dfs(idx + 1);
30         ans /= 10;
31     }
32 }
33 }
34 int main() {
35     cin >> n;
36     dfs(0); //最开始, 我们从填了0个数开始执行。
37     return 0;
38 }
```

[B3949][语言月赛 202403] 星云

题目背景

你看，那一抹云，衬着星星，多美啊！

题目描述

定义星云数为位数不大于 n 且各数位之和不超过 k 的正整数，给定 n, k ，求星云数的个数。

输入格式

第一行输入两个整数 n, k 。

输出格式

输出一行一个整数，表示答案。

样例 #1

样例输入 #1

```
1 | 3 2
```

样例输出 #1

```
1 | 9
```

提示

数据规模与约定

对于 30% 的数据， $n = 1$ 。

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 7, 1 \leq k \leq 100$ 。

思路分析

一眼数据范围，非常小，而且题目牵扯到了数的位数，可以用DFS写，我们可以从位数少的数，每次往后加位，来一直枚举到不超过 n 位数，接下来想DFS的三要素

传入参数：当前填写的数位，以及我们目前这些数的和是几

终止条件：最多放入 n 个数为止

循环方式：从当前这一位数到下一位数的变化途径，0-9，但是由于数的首位不能为0，所以需要单独处理一开始的情况。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  int n, k, ans = 0;
4  void dfs(int i, int sum) {
5      if (sum != 0) ans++; //排除0这种情况，只有在一开始为0的时候sum才是0，需要注意的细节是，我们需要在判断终止条件前就要让答案+1，否则正好第n个数的时候，会先return，不会影响答案。
6      if (i == n) return; //如果已经记录了n位数，return
7      int st = 0; //用st来记录，我们应该从几开始枚举，如果是第一个数，那么st为1
8      if (i == 0) st = 1;
9      for (int j = st; j <= 9; j++) {
```

```
10         if (sum + j > k) return;    //如果加上这个数j会导致和比k大，没有必要再做下
去，直接return
11         dfs(i + 1, sum + j);    //下一个数，并且和的记录状态为sum + j
12     }
13 }
14 int main() {
15     cin >> n >> k;
16     dfs(0, 0);
17     cout << ans << endl;
18     return 0;
19 }
```