



ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE

FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

Analýza diferenčnej rovnice

Autori:

Matejko Peter

Mudrák Ľuboš

Rehák Tomáš

Zárecký Martin

Boďa Michal

Kapusta Peter

23. novembra 2013

Obsah

1	Úvod	2
2	Zadanie	3
3	Definície	3
3.1	Pojem diferencia	3
3.2	Pojem diferenčná rovnica	3
3.2.1	Typy diferenčných rovníc	3
4	Vypracovanie	4

1 Úvod

2 Zadanie

V závislosti od hodnôt a a b analyzujte riešenia danej diferenčnej rovnice $x_{n+1} = (a + \frac{b}{n}) x_n$ kde a a b sú reálne čísla, také, že $a + b > 0$. Výsledky ilustrujte na jednoduchých príkladoch.

3 Definície

3.1 Pojem diferencia

Definícia 3.1. Je daný bod x_0 a číslo $h > 0$. Nech funkcia $y = f(x)$ je definovaná v bodoch x_0 a $x_0 + h$. *Diferencia funkcie $f(x)$ v bode x_0* je číslo $f(x_0 + h) - f(x_0)$. Značíme

$$\Delta f(x_0) = f(x_0 + h) - f(x_0)$$

3.2 Pojem diferenčná rovnica

3.2.1 Typy diferenčných rovníc

Definícia 3.2. (Diferenčné rovnice 1. typu) Nech pre všetky $x \in M$ je definovaná funkcia $f(x, y, \Delta y, \Delta^2 y, \dots, \Delta^k y)$. Rovnica tvaru

$$f(x, y, \Delta y, \Delta^2 y, \dots, \Delta^k y) = 0,$$

v ktorej neznámou funkciou $y = \varphi(x)$, nazývame diferenčnú rovnicu k -teho rádu a 1. typu definovanú v M .

Partikulárnym riešením tejto rovnice v M nazveme každú funkciu $y = \varphi(x)$, ktorá pre všetky $x \in M$ spĺňa danú rovnicu.

Všeobecným riešením nazývame množinu všetkých partikulárnych riešení.

Definícia 3.3. (Diferenčné rovnice 2. typu) Nech je pre všetky $x \in M$ definovaná funkcia

$$g(x, y_x, y_{x+1}, \dots, y_{x+k}), \text{ kde } y_{x+j} = \varphi(x+j) \text{ } j = 0, 1, 2, \dots, k.$$

Rovnicu tvaru

$$g(x, y_x, y_{x+1}, \dots, y_{x+k}) = 0,$$

v ktorej neznáma funkcia $y_x = \varphi(x)$, nazývaná *diferenčná rovnica 2. typu* definovaná v M . Ak je závislosť g na y_x a y_{x+k} nekonštantná hovoríme, že rovnica je k -teho rádu. Riešenie rovnice v M nazývame každú funkciu $y_x = \varphi(x)$, ktorá pre všetky $x \in M$ spĺňa danú rovnicu. K tomu je nutné, aby definičný obor funkcie $\varphi(x)$ obsahoval všetky $x \in M$ a taktiež body $x+1, x+2, \dots, x+k$.

4 Vypracovanie

Literatúra

- [1] *Prágerová, A.: Diferenční rovnice.* Polytechnická knižnice, Praha 1971.