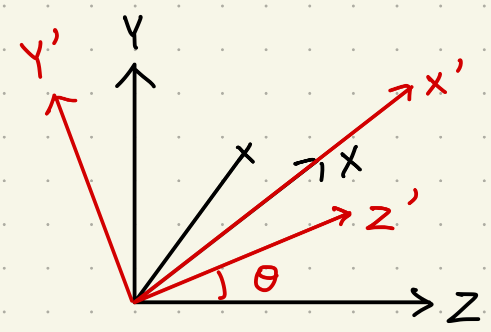
3. 推导Fig. 1.5中从三维世界坐标系到图像平面的投影方程，要求详细步骤，而不是仅给出结果。

设世界坐标系的基向量为 $\vec{e}_1$，点坐标为 (X, Y, Z).

根据课件，世界坐标系中的 YoZ 平面按顺时针旋转 $\theta°$，得新的坐标系，其基向量为 $\vec{e}_2$，点坐标为 (X', Y', Z').



$$\begin{cases} X' = X \\ Y' = Y\cos\theta - Z\sin\theta \\ Z' = Y\sin\theta + Z\sin\theta \end{cases}$$

(X轴没做旋转，因此不受影响)

在顺时针旋转 $\theta°$ 后，Z' 轴与相机主光轴重合，因此 Z' 轴深度信息消失，缩放因子设为 α

∵ 初始条件：$(X, Y, Z) = (X', Y', Z') = (0, 0, 0)$ 的点投影到图片坐标系 (x, y) 中的 (x_0, y_0)，

$$\begin{cases} x = \alpha X' + x_0 = \alpha X + x_0 \\ y = \alpha Y' + y_0 = \alpha(Y\cos\theta - Z\sin\theta) + y_0 \end{cases}$$

4. 仿照关于Y的约束推导，写出关于Z的约束方程。

在3D垂直边中，同为竖直方向的Z坐标并不会有任何变化，因此沿着边的导数，

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0$$

在3D水平边中，设向量 t 为与边缘相切的方向，$t = (-n_y, n_x)$，因此沿 x、y 方向的导数，

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = 0 .$$

根据课件，
$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \nabla Y \times t = -n_y \frac{\partial Y}{\partial x} + n_x \frac{\partial Y}{\partial y}.$$
$$= -\frac{n_x}{\alpha \sin\theta}.$$

$$y = \alpha(Y\cos\theta - Z\sin\theta) + y_0$$

$$\frac{y - y_0}{\alpha} = Y\cos\theta - Z\sin\theta .$$

$$Y = \frac{y - y_0 + \alpha Z\sin\theta}{\alpha\cos\theta}$$

根据课件，平面约束为 $\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = 0$，$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0$，$\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} = 0$.