試題

n 為正整數，若 P_3^n ∶ P_3^{n+2} $=5$ ∶ 12，則 $n=$ ____________ .

【編碼】020837　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】7

【解析】

P_3^n ∶ P_3^{n+2} $=5$ ∶ 12，即 $\dfrac{n\times(n-1)(n-2)}{(n+2)(n+1)n}=\dfrac{5}{12}$，

亦即 $5(n+2)(n+1)=12(n-1)(n-2)$

$\Leftrightarrow$　$5(n^2+3n+2)=12(n^2-3n+2)$

$\Leftrightarrow$　$7n^2-51n+14=0$

$\Leftrightarrow$　$n=7$ 或 $\dfrac{2}{7}$，但 n 是整數，所以 $n=7$.

---

5 個男孩，4 個女孩排成一列，求：　(1)若任意兩個女孩都不相鄰，則有____________種排法 .　(2)若男孩全不相鄰，女孩也全不相鄰，則有____________種排法 .

【編碼】020838　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)43200;(2)2880

【解析】

(1)先排 5 個男孩，有 5!種方法，

$\vee$◯$\vee$◯$\vee$◯$\vee$◯$\vee$◯$\vee$

然後將 4 個女孩排在 6 個間隔（含首末）中的 4 個位置，有 P_4^6 種方法，

所以 9 個人排列法有 $5!\times P_4^6=43200$.

(2)先排 5 個男孩，有 5!種方法，

◯$\vee$◯$\vee$◯$\vee$◯$\vee$◯

因為，男孩、女孩同性均不相鄰，所以如圖所示，女孩只能排中間四個間隔，

所以有 4!種排法 . 因此 9 個人的排列共有 $5!\times 4!=2880$ 種方法 .

三枝相同的原子筆，五枝相同的鉛筆，全部分給 10 個小朋友，則：　(1)每人最多一枝，共有____________種分法 .　(2)如果八枝筆都不相同，每人最多一枝則分法有____________種 .

【編碼】020839　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)2520;(2)P_8^{10}

【解析】

(1)本問題如同 3 個 a，5 個 b，2 個 c 在 10 個不同位置的排列，

共有 $\dfrac{10!}{3!5!2!}$ 的排法 $=2520$ 種方法．

(2)8 枝筆分給 10 個小朋友中的 8 個人，有 P_8^{10} 種分法．

高二有四個才藝班，開學時，來了五個轉學生，

(1)如果每班最多安插三個人，則有____________種方法．

(2)如果五個人中，甲、乙兩人不分在同一班，且每班安插的人數不限，則有____________種方法．

【編碼】020840　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)960;(2)768

【解析】

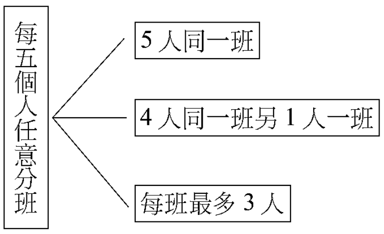
(1)以樹狀圖表示，

5 人任意分班，有 $4^5=1024$ 種方法，

4 人同班，另一人一班的方法 $5\times4\times3=60$ 種，

5 人同一班的方法有 4 種，

所以每班最多 3 人的分配法有 $1024-(4+60)=960$ 種．



(2)任意分班減去甲、乙兩人同一班的方法數，即爲所求 $=4^5-4^4=768$ 種方法．

5 粒不同的糖果分給 3 個人，求：　(1)如果每個人分得的個數不限，有____________種方法．　(2)如果每個人至少一粒，有____________種方法．

【編碼】020841　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)243;(2)150

【解析】

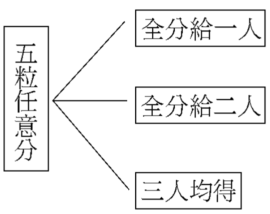
(1)5 粒不同的糖果，任意分給 3 人，有 $3^5=243$ 種分法．

(2)如樹狀圖，

①全分給一人的分法，有 3 種，

②全分給二人的分法 $3\times(2^5-2)=90$，

每人均得到糖果的分法有 $3^5-(3+90)=150$ 種．



將 6 件不同獎品全部分給甲、乙、丙三人，則：

(1)甲至少得一件，有____________種分法．

(2)甲得一件，乙得二件，丙得三件，有____________種分法．

【編碼】020842　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)665;(2)60

【解析】

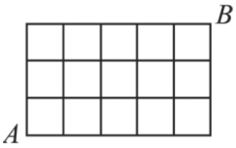
(1) $3^6-2^6=665$．

(2) $C_1^6\times C_2^5\times C_3^3=6\times10\times1=60$．

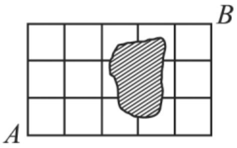
$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$

甲　乙　丙

如圖中，每一小格皆爲正方形，



(圖一)



(圖二)

(1)圖(一)中矩形共有____________個．

(2)圖(二)，自 A 到 B 且不過斜線之捷徑走法有____________種．

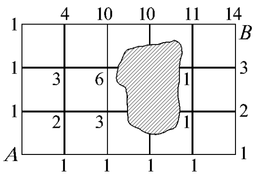
【編碼】020843　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)90;(2)14

【解析】

(1) $\dfrac{P_2^6}{2!}\cdot\dfrac{P_2^4}{2!}=90$．

(2)如圖所示，共 14 種．



甲、乙、丙…等 7 人排成一列，

(1)甲不排首，乙不排第二位，丙不排末之排法有____________種．

(2)甲、乙不排首，乙、丙、丁不排末之排法有____________種．

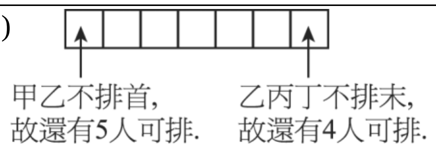
【編碼】020844　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)3216;(2)2040

【解析】

(1) $7!-3\times6!+3\times5!-4!=3216$．

(2)



但須扣掉戊、己、庚既排首又排尾的不合理情況，中間 5 人任意排 5!，

故所求爲：$(5\times4-3)\times5!=2040$.

自 0，1，2，3，4，5 六個數字中，選取五個排成一五位數，

(1)共有五位數____________個． (2)所得的五位數中，大於 31200 者有____________個．

【編碼】020845 【難易】易 【出處】康熹自命題

【解答】(1)600;(2)330

【解析】

(1)$5\times P^5_4=600$.

(2)3 1$\left\langle\begin{matrix}2\\4\\5\end{matrix}\right.$ □□ $3\cdot P^3_2=18$，

3$\left\langle\begin{matrix}2\\4\\5\end{matrix}\right.$ □□□ $3\cdot P^4_3=72$，

$\begin{matrix}4\\5\end{matrix}$□□□□ $2\cdot P^5_4=240$，

$\therefore\ 240+72+18=330$.

甲、乙、丙、…、庚等 7 人排成一列，求下列的排法：

(1)甲不排第一位，乙不排第二位，丙不排第三位____________．

(2)甲在乙的左方，且在丙的左方____________．

【編碼】020846 【難易】易 【出處】康熹自命題

【解答】(1)3216 種;(2)1680 種

【解析】

(1) $7!-3\cdot6!+3\cdot5!-4!=3216$（種）. (2) $7!\times\dfrac{2!}{3!}=1680$（種）.

「*tennessee*」一字中，求： (1)各字母重排，有____________種排法． (2)若同字母須相鄰，有____________種排法．

【編碼】020847 【難易】易 【出處】康熹自命題

【解答】(1)3780;(2)24

【解析】

(1)$\dfrac{9!}{4!2!2!}=3780$（種）(9 個字母中，有 4 個 e，2 個 n，2 個 s，1 個 t）.

(2)t，e，n，s 全取排列數 $4!=24$（種）.

將 2 紅球，3 白球，4 黑球（球皆相同），求： (1)若分給 9 人，有____________種分法． (2)若分給 11 人，有____________種分法．

【編碼】020848 【難易】易 【出處】康熹自命題

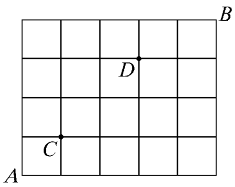
【解答】(1)1260;(2)69300

【解析】

(1) $\dfrac{9!}{2!3!4!}=1260$（種）.

(2) $\dfrac{11!}{2!3!4!2!}=69300$（種）.

如圖，由 A 到 B 走捷徑，求下列之走法有幾種：



(1)任意走____________．

(2)過 C 且過 D____________．

(3)不過 C 且不過 D____________．

【編碼】020849 【難易】易 【出處】康熹自命題

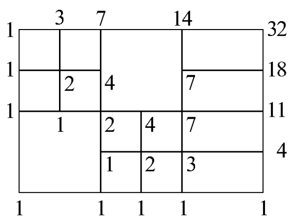
【解答】(1)126 種;(2)36 種;(3)32 種

【解析】

(1) $\dfrac{(4+5)!}{4!5!}=126$（種）.

(2)$A\to C\to D\to B$： $\dfrac{(1+1)!}{1!1!}\times\dfrac{(2+2)!}{2!2!}\times\dfrac{(2+1)!}{2!1!}=2\times6\times3=36$.

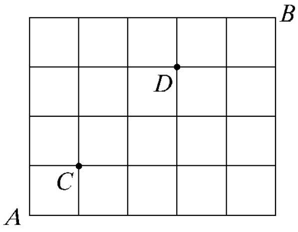
(3)利用加法原理：



有 32 種．

如圖，由 A 到 B 走捷徑，求：

(1)經過 C 點的走法有____________種． (2)經過 C 且不過 D 的走法有____________種．



【編碼】020850　　【難易】易　　【出處】成功中學段考題

【解答】(1)70;(2)34

【解析】

(1) $A \to C \to B \Rightarrow \dfrac{2!}{1!1!} \times \dfrac{7!}{4!3!} = 2 \times 35 = 70$．

(2)經過 C 且不過 $D =$ (經過 C) $-$ (經過 C 且經過 D)

$= 70 - \dfrac{2!}{1!1!} \times \dfrac{4!}{2!2!} \times \dfrac{3!}{2!1!} = 70 - 36 = 34$．

有 4 位男生及 3 位女生排成一列，求：　(1)若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，其排法有__________種．　(2)若只要求男生排在一起，其排法有__________種．

【編碼】020851　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)288;(2)576

【解析】

(1)將 4 位男生視爲一體，3 位女生視爲一體，排法有 2！種，

4 位男生交換位置，排法有 4！種，3 位女生交換位置，排法有 3！種，

故排列數 $= 2! \times 4! \times 3! = 288$．

(2)將 4 位男生視爲一體與 3 位女生混在一起，排法有 4！種，

4 位男生交換位置，排法有 4！種，故排列數 $= 4! \times 4! = 576$．

將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列，

(1)三個「深」字不完全相鄰，則排法有__________種．

(2)三個「深」字完全不相鄰，則排法有__________種．

【編碼】020852　　【難易】易　　【出處】中正高中段考題

【解答】(1)720;(2)240

【解析】

(1)7 個字去排，共有 $\dfrac{7!}{3!}$ 種排法，

把 3 個深字視爲 1 個，與其他 4 字排列，有 5！種排法，

$\therefore$　共有 $\dfrac{7!}{3!}-5!=720$ 種排法．

(2)先排「庭」、「院」、「幾」、「許」4 個字，共有 4！種排法，

5 個空位選 3 個排「深」字，共 $\dfrac{P_3^5}{3!}$ 種排法，

$\therefore$　共有 $4!\cdot\dfrac{P_3^5}{3!}=240$ 種排法．

∨◯∨◯∨◯∨◯∨

有 8 個小朋友排成一列，其中 3 姊妹兩兩不相鄰，問共有____________種排法．

【編碼】020853　　【難易】易　　【出處】北一女中段考題

【解答】14400

【解析】

$5!\times P_3^6=14400$．

6 個間隔選 3 個插入 3 姊妹

5 個小朋友排列

將 ACCESS 一字的字母重新排列，若限制 A 一定要排在 E 之前，但 A，E 不一定要相鄰，問連同原字，共可排出____________字．

【編碼】020854　　【難易】易　　【出處】北一女中段考題

【解答】90

【解析】

先求□□CCSS 之排列為 $\dfrac{6!}{2!2!2!}$，再將 A，E 放入□□之方法只有 1 種，

故所求為 $\dfrac{6!}{2!2!2!}\times 1=90$．

甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排一列，甲須排在乙、丙、丁之左，且戊須排在己、庚之右的排法有____________種．

【編碼】020855　　【難易】易　　【出處】臺南一中段考題

【解答】420

【解析】

$\dfrac{7!}{4!3!}\times 3!\times 2!=420$．

乙丙丁 3 人之排法　　己庚 2 人之排法

$\{a_1，a_2，a_3，a_4，a_5\} = \{1，2，3，4，5\}$，即 $a_1，a_2，a_3，a_4，a_5$ 爲 1，2，3，4，5 之一種排列，求合乎$(a_1-1)(a_2-2)(a_3-4) \neq 0$ 之此種排列有____________種．

【編碼】020856　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】64

【解析】

設 A 爲 $a_1 = 1$ 的排列之集合，B 爲 $a_2 = 2$ 的排列之集合，C 爲 $a_3 = 4$ 的排列之集合，

則所求 ＝ 全部 $-n(A\cup B\cup C) = 5! - (3\times 4! - 3\times 3! + 1\times 2!) = 64$．

$aabbccdd$ 排成一列，其中 a 與 b 不相鄰之排法有____________種．

【編碼】020857　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】660

【解析】

先排 $c，c，d，d$，有 $\dfrac{4!}{2!2!}$ 種方法，接著 $a，a，b，b$ 插間隔排有四類，

(1) $a，a，b，b$　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_4^5}{2!2!} = 180$．

(2) aa，b，b　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_3^5}{2!} = 180$．

(3) a，a，bb　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_3^5}{2!} = 180$．

(4) aa，bb　$\Rightarrow$　$\dfrac{4!}{2!2!}\times P_2^5 = 120$．

$\therefore$　$180+180+180+120 = 660$．

從 0，1，2，3，4，5 中取出三個不同數，寫成三位數，則其中 4 的倍數有____________個．

【編碼】020858　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】24

【解析】

先取末兩位：04，12，20，24，32，40，52，

含 0 的有 3 個，其百位數有四個選擇，共 $3\times 4 = 12$ 個，

不含 0 的有 4 個，其百位數有三個選擇，共 $4\times 3 = 12$ 個，

$\therefore$　4 的倍數共有 $12+12 = 24$ 個．

警報器長鳴一次須 3 秒，短鳴一次須 1 秒，鳴叫之間間隔 2 秒，則 30 秒可作成____________種不同的信號．

【編碼】020859　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】80

【解析】

設長鳴 x 次，短鳴 y 次，則間隔有 $x+y-1$ 次

$\Rightarrow \quad 3x+y+2(x+y-1)=30 \quad \Rightarrow \quad 5x+3y=32$，

$\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 4 \\ \hline y & 9 & 4 \end{array}$，有 $\dfrac{10!}{1!9!}+\dfrac{8!}{4!4!}=10+70=80$ 種．

---

3 瓶相同的汽水，4 罐相同的果汁，分給 10 人，則每人至多一物的分法有__________種．

【編碼】020860　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】4200

【解析】

$\dfrac{10!}{3!4!3!}=4200$．

渡船三隻，每船可載 6 人，則 7 人過渡，但甲坐 A 船，有__________種安全渡法．

【編碼】020861　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】728

【解析】

甲坐 A 船，另 6 人均有 3 種選船法，故爲 3^6 法，但因 6 人不可與甲同時選 A 船，

故共有 $3^6-1=729-1=728$ 種．

用 1，2，…，9 寫出數字不重複的 3 位數，則這些數中偶數有__________個．

【編碼】020862　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】224

【解析】

$4\times 8\times 7=224$．

先填末位

從 1，2，3，4，5，6，7 七個數中，組成數字不重複的三位數，則其中 3 的倍數有__________個．

【編碼】020863　　【難易】難　　【出處】基隆女中段考題

【解答】78

【解析】

將 7 個數字分三類：$3k$ 型者有 3，6，$3k+1$ 型者有 1，4，7，$3k+2$ 型者有 2，5，

① $3k$ 型取 1 個，$3k+1$ 型取 1 個，$3k+2$ 型取 1 個排列之，

三位數有 $2\times3\times2\times3\,!=72$ 個．

② $3k+1$ 型取 3 個排列之，三位數有 $1\times3\,!=6$ 個，

∴　三位數有 $72+6=78$ 個．

今有 a，b，c，d，e 五個字母排成一列，

(1) c，d 不相鄰的方法有____________種．

(2) a 不排在首，c 不排在正中間的方法有____________種．

【編碼】020864　　【難易】中　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)72;(2)78

【解析】

(1)先排 a，b，e 三個字母，而後將 c，d 兩字母安排於空格中，

例如□ a □ b □ e □，∴　c，d 不相鄰的方法數 $=3\,!\times P^4_2=72$ 種．

(2)(全體排法) − (a 排在首或 c 排在正中間)

= (全體排法) − (a 排在首+ c 排在正中間− a 排在首且 c 排在正中間)

$=5\,!-(4\,!+4\,!-3\,!)=78$ 種．

由二年 1 班至 8 班的八個班級中，任選出三個班級代表學校參加合唱比賽，

(1)若選出的三個班級號碼均相連，則其選法有____________種．

(2)若選出的三個班級號碼兩兩均不相連，則其選法有____________種．

【註】2 與 3 相連，1 與 8 不相連．

【編碼】020865　　【難易】中　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)6;(2)20

【解析】

(1)在 8 個班級中，選 3 個相連號碼的方法，

有(1，2，3)，(2，3，4)，(3，4，5)，(4，5，6)，(5，6，7)，(6，7，8)共 6 種選法．

(2) ∨□∨□∨□∨□∨□∨

8 個班級選 3 個，有 5 個空位，可視為 5 個空位的前後共 6 個間隔任取 3 個，

∴　有 $\dfrac{P^6_3}{3!}=20$ 種．

甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，則：

(1)甲、乙、丙相連有____________種排法．

(2)甲、乙、丙完全分開有____________種排法．

【編碼】020866　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】(1)720;(2)1440

【解析】

(1)先把甲、乙、丙看成一人作排列後，甲、乙、丙再排列，則有 $5!\times 3!=720$ 種排法．

(2)先排丁、戊、己、庚，甲、乙、丙再排入其 5 個間隔中，則有 $4!\times P^5_3=1440$ 種排法．

甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等 7 人排成一列，

(1)甲一定在乙左，但位置不一定相鄰，則排法有____________種．

(2)丙排首或丁排尾，則排法有____________種．

【編碼】020867　　【難易】中　　【出處】中正高中段考題

【解答】(1)2520;(2)1320

【解析】

(1)先排丙、丁、戊、己、庚 5 人，有 $5!$種排法，

甲一定在乙左：6 個空位，選 1 個排甲、乙或選 2 個排甲、乙，共有 $\dfrac{P^6_1}{1!}+\dfrac{P^6_2}{2!}$ 種排法，

∴　共有$\left(\dfrac{P^6_1}{1!}+\dfrac{P^6_2}{2!}\right)\cdot 5!=2520$ 種．

∨◯∨◯∨◯∨◯∨◯∨

(2)丙排首有 $6!$種排法，丁排尾有 $6!$種排法，丙排首且丁排尾有 $5!$種排法，

∴　丙排首或丁排尾共有 $6!+6!-5!=1320$ 種排法．

A，B，C，D，E，F，G，H 等 8 人排成一列，求下列排法：

(1) A，B 相鄰，C，D 不相鄰____________．　(2) A，B，C 均與 D 不相鄰____________．

【編碼】020868　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】(1)7200;(2)14400

【解析】

(1)$\boxed{AB}$，E，F，G，H　$\Rightarrow$　$5!\times 2=240$，

C，D 放入空隙　$\Rightarrow$　$P^6_2=30$，∴　所求 $=240\times 30=7200$．

(2)先排 D，E，F，G，H　$\Rightarrow$　$5!=120$，

$$\left.\begin{array}{l} A\text{放入}\to 4\text{種} \\ B\text{再放入}\to 5\text{種} \\ C\text{再放入}\to 6\text{種} \end{array}\right\}\quad 4\times 5\times 6=120,$$

∴　所求 $=120\times 120=14400$．

a，b，c，d 等 4 位男生和 e，f，g 等 3 位女生共 7 人排成一列，求恰有一位女生排在 a 之左側（不一定相鄰）之排法有____________種．

【編碼】020869　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】1260

【解析】

將 a，e，f，g 視爲同物，以□□□□表之，和 b，c，d 排一列，

b□□c□d□

↓

此處放 a，其餘□□□放 e，f，g $\Rightarrow$ $3!=6$

$\Rightarrow \dfrac{7!}{4!}=210$，今恰一女生排在 a 之左，所求 $=210\times 6=1260$．

甲、乙、丙、丁、戊、己等六人排成一列，則：

(1)甲與乙、丙均相鄰的排法有__________種．

(2)甲、乙相鄰且丙、丁不相鄰的排法有__________種．

【編碼】020870　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)48;(2)144

【解析】

(1)甲與乙、丙均相鄰，甲必排在乙、丙之間，

先將三人視爲一體與其他三人排列，其排法有 $4!$ 種，

乙、丙二人位置可交換，其排法有 $2!$ 種，

故甲與乙、丙均相鄰的排列數 $=4!\times 2!=48$．

(2)甲、乙相鄰，先將甲、乙視爲一體與戊、己排列之，

在各間隔中選兩間隔排入丙、丁，甲、乙兩人再交換位置（如圖），

↓ $\boxed{\text{甲 乙}}$ ↓ 戊 ↓ 己 ↓

故排法有 $3!\times P_2^4\times 2!=144$ 種．

有 6 件不同的玩具，分給甲、乙、丙三位兒童，則：

(1)任意分，每人可兼得的分法有__________種．

(2)甲分得 4 件，乙、丙各分得 1 件的分法有__________種．

(3)乙、丙二人至少各分得 1 件的分法有__________種．

【編碼】020871　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)729;(2)30;(3)602

【解析】

(1)任意分，每一件玩具可分給甲、乙、丙任一人，分法有 3 種，

$\therefore$ 所有分法有 $3^6=729$ 種．

(2)先將 6 件玩具，任意排列後，再將甲甲甲甲乙丙排在其位置上，

排到甲表該件玩具分給甲，$\therefore$ 分法有 $\dfrac{6!}{4!1!1!}=30$ 種．

(3)乙、丙至少各得 1 件的分法 $=$ 所有分法 $-$(乙沒有或丙沒有)

$=3^6-(2^6+2^6-1^6)=729-127=602$．

以汽笛鳴放長短聲作信號，長音一次需時 2 秒，短音一次需時 1 秒，每次鳴放 1 次後間隔 1 秒再鳴放 1 次，若發射一信號需時 15 秒，則可作成＿＿＿＿＿＿種信號．

【編碼】020872　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

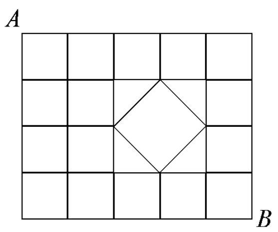
【解答】37

【解析】
設在 15 秒內鳴放長音 x 次，短音 y 次，則間隔數爲$(x+y-1)$次，

∴　$2x+y+(x+y-1)=15$　$\Rightarrow$　$3x+2y=16$，x，y 爲非負整數　$\Rightarrow$　$\begin{cases} x=0,\ 2,\ 4 \\ y=8,\ 5,\ 2 \end{cases}$，

故在 15 秒內所作信號有 $\dfrac{8!}{8!0!}+\dfrac{7!}{2!5!}+\dfrac{6!}{4!2!}=37$ 種．

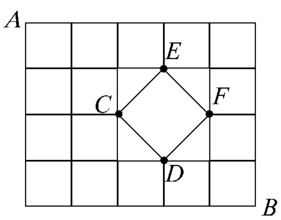
如圖所示爲一含有斜線的棋盤形街道圖，今某人欲從 A 取捷徑到 B，共有＿＿＿＿＿＿種走法．



【編碼】020873　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

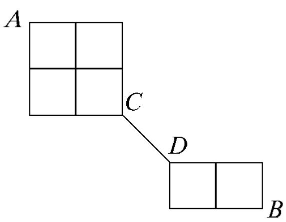
【解答】30

【解析】
如圖(一)，



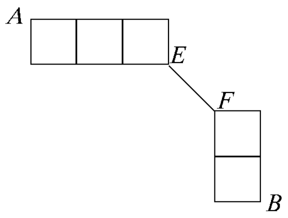
圖(一)

因三角形兩邊和大於第三邊，所以由 A 到 B 的捷徑必須經 $\overline{CD}$ 或 $\overline{EF}$，分兩種情形：



圖(二)

①走法有$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times \frac{3!}{2!}=18$種（如圖(二)）



圖(三)

②走法有$\frac{4!}{3!}\times 1\times \frac{3!}{2!}$ = 12種（如圖(三)）.

由①②知A到B的捷徑有$18+12=30$種 .

已知三艘不同的渡船，每船最多能載 4 人，試求 6 人渡河時，安全過渡的方法有＿＿＿＿＿＿種 .

【編碼】020874　　【難易】中　　【出處】基隆女中段考題

【解答】690

【解析】

6 人渡河時，超載的情形有二類：

①6 人同搭乘一船，其搭乘方法有 3 種 .

②6 人中有 5 人同搭乘一船，另一人搭另外一船，其方法有$\frac{P^6_5}{5!}\times 3\times 2=36$種 .

∴　6 人安全渡河的方法有 $3^6-3-36=690$ 種 .

樓梯有 12 階，一人上樓，一步一階或一步二階，走法有＿＿＿＿＿＿種 .

【編碼】020875　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】233

【解析】

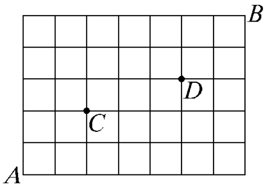
設一步一階有 x 次，一步二階有 y 次，

則 $x+2y=12$，其中 x，y 爲非負整數，故有下列情形：

① $\begin{cases}x=0\\y=6\end{cases}$　② $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$　③ $\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$　④ $\begin{cases}x=6\\y=3\end{cases}$　⑤ $\begin{cases}x=8\\y=2\end{cases}$　⑥ $\begin{cases}x=10\\y=1\end{cases}$　⑦ $\begin{cases}x=12\\y=0\end{cases}$

∴　走法有$\frac{6!}{0!6!}+\frac{7!}{2!5!}+\frac{8!}{4!4!}+\frac{9!}{6!3!}+\frac{10!}{8!2!}+\frac{11!}{10!1!}+\frac{12!}{12!0!}=1+21+70+84+45+11+1=233$種 .

如圖，由 $A\to B$，走捷徑，



(1)必過 C 有____________種走法． (2)不許過 C 及 D 有____________種走法．

【編碼】020876 【難易】中 【出處】康熹自命題

【解答】(1)336;(2)264

【解析】

(1) $\frac{4!}{2!2!}\times\frac{8!}{5!3!}=6\times 56=336$（種）．

(2)(全部) $-$ (過 C 或過 D)

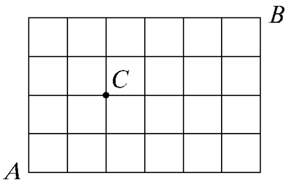
$=\frac{12!}{7!5!}-(\frac{4!}{2!2!}\times\frac{8!}{5!3!}+\frac{8!}{5!3!}\times\frac{4!}{2!2!}-\frac{4!}{2!2!}\times\frac{4!}{3!1!}\times\frac{4!}{2!2!})$

$=792-(336+336-144)=264$（種）．

如圖，每一小段的長度均爲 1，

(1)若從 A 走捷徑到 B，但不經過 C 點的走法有____________種．

(2)此圖中共有____________個正方形．



【編碼】020877 【難易】中 【出處】基隆女中段考題

【解答】(1)120;(2)50

【解析】

(1) $\frac{10!}{6!4!}-\frac{4!}{2!2!}\times\frac{6!}{4!2!}=210-90=120$（種）．

(2)正方形邊長爲 1 者有 $4\times 6=24$ 個，邊長爲 2 者有 $3\times 5=15$ 個，
邊長爲 3 者有 $2\times 4=8$ 個，邊長爲 4 者有 $1\times 3=3$ 個，
故正方形個數爲 $24+15+8+3=50$ 個．

在坐標平面上，沿著方格線走捷徑，點 $Q(-2,-1)$，$P(4,3)$，$R(1,1)$，

(1)由 P 到 Q 且不經過原點的走法有____________種．

(2)由 $R(1,1)$到 Q 且不經過第二象限的走法有____________種．

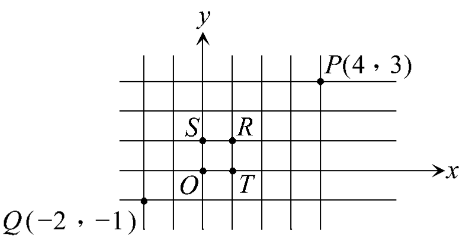
【編碼】020878 【難易】難 【出處】康熹自命題

【解答】(1)105;(2)7

【解析】

(1)如圖，由 P 沿著方格線走到 Q，不經過原點的捷徑數爲：

由 P 到 Q 的捷徑數減去由 P 過 O，再走到 Q 的捷徑數 $=\dfrac{10!}{4!6!}-\dfrac{7!}{3!4!}\times\dfrac{3!}{2!}=105$.



(2)由 R 走到 Q 的捷徑，且不經過第二象限，有兩類：

①過 $R\to S\to O\to Q$ 的走法有 $1\times 1\times\dfrac{3!}{2!}=3$ 條 .

②過 $R\to T\to Q$ 的走法有 $1\times\dfrac{4!}{3!}=4$ 條 .

所以共有 7 條 .

「人人爲我,我爲人人」這 8 個字任意排成一列,求： (1)若其中至少有兩個「人」排在一起的排法有____________種． (2)相同的字都不相鄰的排法有____________種．

【編碼】020879 【難易】難 【出處】康熹自命題

【解答】(1)390;(2)24

【解析】

(1)任意排列數減去四個「人」都不相鄰的排列數 $=\dfrac{8!}{2!2!4!}-\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{P_4^5}{4!}=390$.

(2)①先將四個「人」陳列，如圖，然後將「我爲我爲」分成三組放入圖中打圈的位置，

必須使同字不相鄰，其方法只有一種，如下：

「我爲、我、爲」，排入三個打圈的位置的方法數 $3!\times 2!=12$.

人 ○ 人 ○ 人 ○ 人

②「我爲我爲」分四個字排入

「○ 人 ○ 人 ○ 人 ○ 人」或「人 ○ 人 ○ 人 ○ 人 ○」,

四個打圈的位置之方法數 $2\times\dfrac{4!}{2!2!}=12$.

所以有相同的字都不相鄰的排法有 $12+12=24$ 種 .

將「*pallmall*」一字中，所有字母全取而排列之，依下列條件，求其排列數，

(1)所有 ℓ 均相鄰____________ .

(2) ℓ 均不相鄰____________ .

(3)同字母不相鄰____________ .

【編碼】020880　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)60 種;(2)60 種;(3)54 種

【解析】

(1)4 個 ℓ 相鄰視為一個字母，有 $\dfrac{5!}{2!}=60$ 種．

(2) $\vee\ p\ \vee\ a\ \vee\ m\ \vee\ a\ \vee$

$\dfrac{P_4^5}{4!}\times\dfrac{4!}{2!}=60$（種）．

$\dfrac{4!}{2!}$：*pama* 之排法

$\dfrac{P_4^5}{4!}$：ℓ 插入「∨」中之排法

(3)即 ℓ 不相鄰且 a 不相鄰 $=$ $\boxed{\ell\text{ 不相鄰}}$ $-$ $\boxed{\ell\text{ 不相鄰，}a\text{ 相鄰}}$．

$\vee\ p\ \vee\ m\ \vee\ \boxed{aa}\ \vee$

ℓ 不相鄰且 a 相鄰有 $\dfrac{P_4^4}{4!}\times 3!=6$ 種，故所求$=60-\dfrac{P_4^4}{4!}\times 3!=54$（種）．

一至二樓有 8 級樓梯，某人上樓，每次可跨 1 級或 2 級，則其不同上樓的方法有____________種．

【編碼】020881　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】34

【解析】

設一級跨了 x 次，2 級跨了 y 次，則 $x+2y=8$ $\Rightarrow$

x	8	6	4	2	0
y	0	1	2	3	4

，

有 $1+\dfrac{7!}{6!}+\dfrac{6!}{2!4!}+\dfrac{5!}{2!3!}+\dfrac{4!}{4!}=1+7+15+10+1=34$ 種．

設 n，m 為兩自然數，如果 $C_m^n : C_m^{n+1} : C_m^{n+2}=6:9:13$，則 $n=$____________．

【編碼】020882　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】11

【解析】

$C_m^n : C_m^{n+1} : C_m^{n+2}=6:9:13$，

$\dfrac{C_m^n}{C_m^{n+1}}=\dfrac{6}{9}$，即 $\dfrac{\dfrac{n!}{m!(n-m)!}}{\dfrac{(n+1)!}{m!(n+1-m)!}}=\dfrac{2}{3}$，亦即 $\dfrac{n+1-m}{n+1}=\dfrac{2}{3}$，

$\dfrac{C_m^{n+1}}{C_m^{n+2}}=\dfrac{9}{13}$，即 $\dfrac{\dfrac{(n+1)!}{m!(n+1-m)!}}{\dfrac{(n+2)!}{m!(n+2-m)!}}=\dfrac{9}{13}$，亦即 $\dfrac{n+2-m}{n+2}=\dfrac{9}{13}$，

因此，可得 $\begin{cases}3\ (n+1-m)=2\ (n+1)\\13\ (n+2-m)=9\ (n+2)\end{cases}$，

亦即 $\begin{cases}n-3m=\ \ -1\\4n-13m=-\ 8\end{cases}$，可得 $m=4$，$n=11$．

三位正整數中，求： (1)百位數大於十位數，十位數大於個位數的數，共有__________個． (2)如果百位數不小於十位數，十位數不小於個位數時，則共有__________個．

【編碼】020883 【難易】中 【出處】康熹自命題

【解答】(1)120;(2)219

【解析】

(1)從 0，1，2，⋯，9 等 10 個數字中，選三個數字由大而小排列即可，

共有 $C_3^{10}=120$ 種．

(2)從 0，1，2，⋯，9 等 10 個數字中，可重複任選 3 個數字，由大而小排列即可，

但不能選三個都是 0 的情況，共有 $H_3^{10}-1=C_3^{12}-1=219$．

(1)方程式 $x+y+z+w=8$ 的正整數解有__________組． (2)方程式 $x+y+z+2\,w=8$ 的正整數解有__________組．

【編碼】020884 【難易】易 【出處】康熹自命題

【解答】(1)35;(2)13

【解析】

(1)$x+y+z+w=8$ 的正整數解，有 $H_4^4=C_3^7=35$ 組．

(2)$x+y+z+2w=8$ 的正整數解，

① $w=1$ 時，$x+y+z=6$，有 $H_3^3=C_3^5=10$．

② $w=2$ 時，$x+y+z=4$，有 $H_1^3=C_1^3=3$．

共有 $10+3=13$ 組解．

試求下列各式之值：

(1) $C_2^3+C_2^4+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{20}=$__________．

(2) $H_1^4+H_2^4+H_3^4+H_4^4+\cdots+H_9^4=$__________．

【編碼】020885 【難易】中 【出處】康熹自命題

【解答】(1)1329;(2)714

【解析】

(1)原式 $=C_2^3+C_3^3+C_2^4+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{20}-1=C_3^4+C_2^4+\cdots+C_2^{20}-1$

$= \cdots = C_3^{21} - 1 = 1329$．

(2)原式 $= C_1^4 + C_2^5 + C_3^6 + \cdots + C_9^{12} = C_3^4 + C_3^5 + C_3^6 + \cdots + C_3^{12}$

$= C_3^4 + C_4^4 + C_3^5 + C_3^6 + \cdots + C_3^{12} - 1 = C_4^5 + C_3^5 + C_3^6 + \cdots + C_3^{12} - 1 = \cdots$

$= C_4^{13} - 1 = 714$．

五十元相同的硬幣五枚，十元相同的硬幣三枚，

(1)分給 2 人，每人至少得一枚之分法有____________種．

(2)分給 10 人，每人至多得一枚之分法有____________種．

【編碼】020886　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)22;(2)2520

【解析】

(1)$H_5^2 \cdot H_3^2 - 2 = 22$．　(2)$\dfrac{10!}{5!3!2!} = 2520$．

將 12 件相同之物品，依下列分法，求方法數：

(1)分給 15 人，每人至多 1 件，則方法有____________種．

(2)分給 3 人，其中一人至少二件，一人至少三件，一人至少四件，則方法有____________種．

【編碼】020887　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)455;(2)25

【解析】

(1)$\dfrac{15!}{12!3!} = 455$．

(2)分成(2，3，7)，(2，4，6)，(2，5，5)，(3，3，6)，(3，4，5)，(4，4，4)

共 $3! + 3! + \dfrac{3!}{2!} + \dfrac{3!}{2!} + 3! + \dfrac{3!}{3!} = 6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25$ 種．

方程式 $x + y + z + u + v = 10$ 之正整數解有____________組．

【編碼】020888　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】126

【解析】

$H_5^5 = C_4^9 = 126$（組）.

不等式 $x + y + z + u + v \leq 10$ 之正整數解有____________組．

【編碼】020889　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】252

【解析】

$x+y+z+u+v\le 10$的正整數解，

即$x+y+z+u+v=5$，6，7，8，9，10 的所有正整數解

$\Rightarrow\quad H_0^5+H_1^5+\cdots+H_5^5=C_0^4+C_1^5+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9$

$=C_0^5+C_1^5+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9$

$=C_1^6+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9=\cdots=C_5^{10}=252$.

某次邀請賽有 20 隊參加，比賽時把所有隊伍分成三組，第一組 7 隊，第二組 7 隊，第三組 6 隊，採單循環制（即每組中，任兩隊均會比賽一次），決定分組冠軍，再由三個分組冠軍，仍採用單循環制決定前三名，這樣一共至少要比賽__________場 .

【編碼】020890　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】60

【解析】

$(C_2^7+C_2^7+C_2^6)+C_2^3=60$.

有 12 個人，A，B，C 是其中 3 人，自此 12 人中，選出 5 人，

(1) A 必選，有__________種選法 .

(2) A，B 恰一人入選，有__________種選法 .

(3) A，B，C 中，至少有一人入選，有__________種選法 .

【編碼】020891　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)330;(2)420;(3)666

【解析】

(1)$C_{5-1}^{12-1}=C_4^{11}=330$（種）.

(2)A，B 中選 1 人，再由其餘 10 人選 4 人　$\Rightarrow\quad C_1^2\cdot C_4^{10}=2\times 210=420$.

(3)(A，B，C 至少一人入選) = 全 −(A，B，C 均不選)

$\Rightarrow\quad C_5^{12}-C_5^{12-3}=792-126=666$（種）.

設 $C_r^{n-1}:C_r^n:C_r^{n+1}=3:7:14$，則：　(1)$r=$__________ .　(2)$n=$__________ .

【編碼】020892　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)4;(2)7

【解析】

$C_r^{n-1}:C_r^n=3:7\quad\Rightarrow\quad\dfrac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!}:\dfrac{n!}{(n-r)!r!}=3:7$

$\Rightarrow\quad\dfrac{1}{1\times 1}:\dfrac{n}{n-r}=3:7\quad\Rightarrow\quad 4n=7r\cdots\cdots(※)$，

$C_r^n : C_r^{n+1} = 7 : 14 = 1 : 2 \Rightarrow \dfrac{n!}{r!(n-r)!} : \dfrac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!} = 1 : 2$

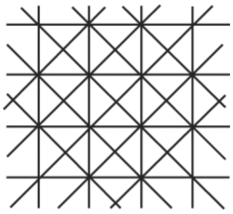
$\Rightarrow \dfrac{1}{1} : \dfrac{n+1}{n+1-r} = 1 : 2 \Rightarrow n-2r+1=0$,

由(※) $\Rightarrow \dfrac{7}{4}r-2r+1=0 \Rightarrow \dfrac{1}{4}r=1 \Rightarrow r=4$ 代入(※) $\Rightarrow n=7$.

平面上有 P_1，P_2，…，P_{16} 排成如圖的正方形，則此 16 點可決定

(1)____________條直線 .

(2)____________個三角形 .



【編碼】020893　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)62;(2)516

【解析】

【重點】16 點中，先計三點共線有 4 組，四點共線有 10 組 .

(1)任三點不共線時，有 $C_2^{16}=120$ 條，但其中四點共線有 10 條，3 點共線有 4 條，

故實際上之直線有 $C_2^{16}-10\cdot C_2^4+10-4\cdot C_2^3+4=120-60+10-12+4=62$ 條 .

(2)$C_3^{16}-10\cdot C_3^4-4\cdot C_3^3=560-40-4=516$（個）.

甲、乙、丙、…等 10 人抽籤決定乘坐 A，B，C 三車，A 車坐 4 人，B 車坐 3 人，C 車坐 3 人，則：

(1)共有____________種坐法 .

(2)甲、乙同乘 A 車，方法有____________種 .

(3)甲、乙同車，有____________種坐法 .

【編碼】020894　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)4200;(2)560;(3)1120

【解析】

(1)$C_4^{10}\cdot C_3^6\cdot C_3^3=\dfrac{10!}{4!3!3!}=4200$ 種 .

(2) $C_2^8\cdot C_3^6\cdot C_3^3=\dfrac{8!}{2!3!3!}=560$ 種 .

(3)甲、乙同乘 B 車，有 $C_4^8\cdot C_1^4\cdot C_3^3=280$ 種，

甲、乙同乘 C 車，有 $C_4^8\cdot C_3^4\cdot C_1^1=280$ 種，

故共有 $560+280+280=1120$ 種 .

自「*mathematical*」中，選出 4 個字母，求：　(1)有____________種選法 .　(2)選出後，再排列，有____________種排列法 .

【編碼】020895　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)143;(2)2482

【解析】
「*mathematical*」中，a 有三個，m，t 各有兩個，h，e，i，c，l 各一個，
選法：三同一異：$C_1^1 \cdot C_1^7 = 7$，二同二同：$C_2^3 = 3$，
二同二異：$C_1^3 \cdot C_2^7 = 3 \times 21 = 63$，四異：$C_4^8 = 70$，
共有 $7 + 3 + 63 + 70 = 143$ 種選法．
排列法：$7 \cdot \dfrac{4!}{3!} + 3 \cdot \dfrac{4!}{2!2!} + 63 \cdot \dfrac{4!}{2!} + 70 \times 4! = 28 + 18 + 756 + 1680 = 2482$ 種．

8 人同去冷飲店，有 A，B，C，D，E，F 等 6 種飲料可以選擇，每人任點一種，則有__________種點法．

【編碼】020896　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】1287

【解析】
設 A 飲料點了 x_1 杯，⋯，F 飲料點了 x_6 杯，
則 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 8$（$x_1$，⋯，$x_6 \geq 0$），
故有 $H_8^6 = C_8^{6+8-1} = C_8^{13} = C_5^{13} = 1287$ 種．

設 $x + y + z + u = 12$，則此方程式
(1)有__________組非負整數解．
(2)有__________組正整數解．

【編碼】020897　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)455;(2)165

【解析】
(1)$H_{12}^4 = C_{12}^{12+4-1} = C_{12}^{15} = C_3^{15} = 455$（組）．
(2)令 $x = a + 1$，$y = b + 1$，$z = c + 1$，$w = d + 1$，則 a，b，c，$d \geq 0$，
且 $a + 1 + b + 1 + c + 1 + d + 1 = 12 \Rightarrow a + b + c + d = 8$，
∴ 有 $H_8^4 = C_8^{4+8-1} = C_8^{11} = C_3^{11} = 165$ 組．

2 個梨子，3 個桃子，4 個橘子，任意分給甲，乙，丙三人，每人最少一個，有__________種分法．

【編碼】020898　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】723

【解析】
全部 $-$(其中一人沒有)$+$(其中二人沒有)（排容原理）

$=H_2^3\times H_3^3\times H_4^3-C_1^3(H_2^2\times H_3^2\times H_4^2)+C_2^3(H_2^1\times H_3^1\times H_4^1)$ $=6\times 10\times 15-3\times(3\times 4\times 5)+3(1\times 1\times 1)=900-180+3=723$（種）.
將 6 件物品放入 4 個箱子中，物品不同，箱子相同，每箱至少一個，有__________種放法． 【編碼】020899　　【難易】中　　【出處】康熹自命題 【解答】65 【解析】 先分箱：(1，1，1，3)，(1，1，2，2)， 故有 $C_1^6C_1^5C_1^4C_3^3\cdot\dfrac{1}{3!}+C_1^6C_1^5C_2^4C_2^2\cdot\dfrac{1}{2!2!}=20+45=65$ 種．
有 9 個兒童， (1)分成三組，每組 3 人，有__________種分組． (2)分成 A，B，C 三組，每組三人，有__________種分法． 【編碼】020900　　【難易】易　　【出處】康熹自命題 【解答】(1)280;(2)1680 【解析】 (1) $C_3^9\cdot C_3^6\cdot C_3^3\cdot\dfrac{1}{3!}=280$（種）.　(2) $C_3^9\cdot C_3^6\cdot C_3^3=84\times 20\times 1=1680$（種）.
$x+y+z\le 12$ 之非負整數解，有__________組． 【編碼】020901　　【難易】易　　【出處】康熹自命題 【解答】455 【解析】 令 $u=12-x-y-z\quad\Rightarrow\quad x+y+z+u=12$，非負整數解有 $H_{12}^4=C_{12}^{15}=455$ 組．
同時擲 5 粒相同的骰子，會出現__________種不同的點數． 【編碼】020902　　【難易】中　　【出處】康熹自命題 【解答】252 【解析】 設 1 點出現 x_1 次，⋯，6 點出現 x_6 次，$x_1+x_2+\cdots+x_6=5$， 其非負整數解的個數，即所求方法數 $=H_5^6=C_5^{10}=252$（種）.
九個相同的球分給甲、乙、丙三人，每人至少一球， (1)九個球全部分完，分法有__________種． (2)九個球可不全部分完，分法共有__________種．

【編碼】020903　　【難易】易　　【出處】宜蘭高中段考題

【解答】(1)28;(2)84

【解析】

(1)設甲分 x_1 個球，乙分 x_2 個球，丙分 x_3 個球，

$x_1+x_2+x_3=9$，$1\le x_i\le 9$，$i=1$，2，3

$\Rightarrow$ $(x_1-1)+(x_2-1)+(x_3-1)=6$，$0\le x_i-1\le 6$，$i=1$，$2$，$3$，

$\therefore$ 共 $H_6^3=C_6^{3+6-1}=C_6^8=28$ 種取法．

(2)承上，設剩 x_4 個球 $\Rightarrow$ $x_1+x_2+x_3+x_4=9$，

$(x_1-1)+(x_2-1)+(x_3-1)+x_4=6$，$0\le x_i-1\le 6$，$i=1$，$2$，$3$，$0\le x_4\le 6$，

$\therefore$ 共 $H_6^4=C_6^{4+6-1}=C_6^9=84$ 種取法．

紅球、黃球、白球、黑球各有三個，同色相同，

(1)取三球排一列的排列數為____________．

(2)取四個排一列，相同不相鄰的排列數為____________．

(3)取三球之組合數為____________．

(4)取六球之組合數為____________．

(5)取六球，各色球至少一個，組合數為____________．

(6)12 個球全部分給甲、乙二人，每人至少分得一個，分法有____________種．

【編碼】020904　　【難易】易　　【出處】宜蘭高中段考題

【解答】(1)64;(2)108;(3)20;(4)44;(5)10;(6)254

【解析】

(1)排列情形如下：

三同：$C_1^4=4$，二同一異：$C_1^4C_1^3\cdot\dfrac{3!}{2!}=36$，三異：$C_3^4\cdot 3!=24$，

$\therefore$ 共 $4+36+24=64$ 種排列．

(2)排列情形如下：

二同二異：$\dfrac{P_3^4}{2!}\cdot 2!\cdot C_2^3=72$

3 個空位選 2 個，排 2 個同色球

2 個不同色球的排列數

4 種顏色挑 3 個給 2 個同色球、2 個不同色球

二同二同：$C_2^4\cdot 2!=12$

四異：$4!=24$

$\therefore$ 共 $72+24+12=108$ 種排列．

(3)組合情形如下：

三同：$C_1^4=4$，二同一異：$C_1^4C_1^3=12$，三異：$C_3^4=4$，

$\therefore$ 共 $4+12+4=20$ 種組合．

(4)組合情形如下：

三同三同(3，3)：$C_2^4=6$，三同二同一異(3，2，1)：$C_1^4C_1^3C_1^2=24$，

三同三異(3，1，1，1)：$C_1^4C_3^3=4$，二同二同二同(2，2，2)：$C_3^4=4$，

二同二同二異(2，2，1，1)：$C_2^4C_2^2=6$，∴ 共 $6+24+4+4+6=44$ 種組合．

(5)組合情形如題(4)之(3，1，1，1)及(2，2，1，1)，∴ 共有 $4+6=10$ 種組合．

(6)先分紅球給甲 x_1 個，乙 x_2 個，$x_1+x_2=3$，$0\le x_1$，$x_2\le 3$，

共 $H_3^2=C_3^{2+3-1}=C_3^4=4$ 種分法，同理，黃、白、黑球也有 4 種分法，

∴ 全部有 $4\times4\times4\times4=256$ 種分法，再去掉全部給甲或乙等 2 種分法，

∴ 共 $256-2=254$ 種分法．

將七件不同的東西分給三個人，其中一人得 3 件，另外兩人各得 2 件，分法有__________種．

【編碼】020905　　【難易】易　　【出處】基隆女中段考題

【解答】630

【解析】

$C_3^7C_2^4C_2^2\times\dfrac{3!}{2!}=630$（種）．

由四對夫婦中選出 4 人組成管理委員會，規定男性至少 2 人，女性至少 1 人，則有__________種選法．

【編碼】020906　　【難易】易　　【出處】建國中學段考題

【解答】52

【解析】

其選法有二男二女或三男一女兩種，∴ 選法有 $C_2^4C_2^4+C_3^4C_1^4=52$ 種．

有 6 件不同的物品：

(1)等分成三堆，每堆各有 2 個，則分法有__________種．

(2)分給 A，B，C 三人，其中 A 得 3 件，B 得 2 件，C 得 1 件，則分法有__________種．

【編碼】020907　　【難易】易　　【出處】中正高中段考題

【解答】(1)15;(2)60

【解析】

(1)6 件不同物品依序挑 2 件、2 件、2 件成堆，共 $C_2^6C_2^4C_2^2$ 種挑法，

又三堆沒有順序問題，∴ 共 $\dfrac{C_2^6C_2^4C_2^2}{3!}=15$ 種挑法．

(2)6 件不同物品依序挑 3 件、2 件、1 件給 A，B，C 3 人，共 $C_3^6C_2^3C_1^1=60$ 種分法．

6 個不同玩具全部分給甲、乙、丙 3 人，每人至少 1 個之分法有__________種．

【編碼】020908　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】540

【解析】

(1)按(4，1，1)分 3 人 $\Rightarrow$ $\dfrac{C_4^6 \cdot C_1^2 \cdot C_1^1}{2!}\times 3! = 90$．

(2)按(3，2，1)分 3 人 $\Rightarrow$ $C_3^6 \cdot C_2^3 \cdot C_1^1 \times 3! = 360$．

(3)按(2，2，2)分 3 人 $\Rightarrow$ $\dfrac{C_2^6 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2}{3!}\times 3! = 90$．

$\therefore$ 所求 $= 90 + 360 + 90 = 540$．

方程式 $x+y+z=10$ 的自然數解有__________組．

【編碼】020909　【難易】易　【出處】臺中一中段考題

【解答】36

【解析】

$x+y+z=10$ 的自然數解有 $H_{10-3}^3 = H_7^3 = C_2^9 = 36$ 組．

由 1，2，3，4，⋯，15 等 15 個自然數中，任取相異三個數字，則其和爲偶數的取法有__________種．

【編碼】020910　【難易】易　【出處】康熹自命題

【解答】231

【解析】

三數之和爲偶數，可分爲兩奇一偶及三偶等兩類：

①兩奇一偶的取法有 $C_2^8 \times C_1^7 = 196$ 種．

②三偶的取法有 $C_3^7 = 35$ 種．

故三數和爲偶數的取法有 $196 + 35 = 231$ 種．

「*attention*」一字中的字母，每次取出 5 個字母，則：

(1)組合數= __________．

(2)排列數= __________．

【編碼】020911　【難易】中　【出處】康熹自命題

【解答】(1)41;(2)2250

【解析】

「*attention*」一字的字母中，有 3 個 t，2 個 n，1 個 a，1 個 e，1 個 i，1 個 o，取出 5 個字母分成五類：

	取法	排法
①三同二同	$C_1^1 \times C_1^1 = 1$	$1\times\dfrac{5!}{3!2!}$
②三同二異	$C_1^1 \times C_2^5 = 10$	$10\times\dfrac{5!}{3!}$

③二同二同一異　$C_2^2 \times C_1^4 = 4$　　$4\times\frac{5!}{2!2!}$

④二同三異　　$C_1^2 \times C_3^5 = 20$　$20\times\frac{5!}{2!}$

⑤五　　異　　$C_5^6 = 6$　　　　$6\times 5!$

故(1)組合數 $=1+10+4+20+6=41$．

(2)排列數 $=1\times\frac{5!}{3!2!}+10\times\frac{5!}{3!}+4\times\frac{5!}{2!2!}+20\times\frac{5!}{2!}+6\times 5!$

$=10+200+120+1200+720=2250$．

某拳擊比賽，規定每位選手必須和所有其他選手各比賽一場，賽程總計爲 78 場，則選手人數爲________人．

【編碼】020912　【難易】易　【出處】康熹自命題

【解答】13

【解析】

設選手共有 n 人，每位選手必須和其他選手各賽一場，∴　賽程安排方法有 C_2^n 種

$\Rightarrow\ C_2^n = 78\ \Rightarrow\ \frac{n!}{2!(n-2)!}=78\ \Rightarrow\ n(n-1)=156\ \Rightarrow\ n=13$．

將 A，B，C，D，…等 9 本不同書，

(1)平分成三堆，分法有________種．

(2)平分給甲、乙、丙三人，甲至少得 A，B，C 三本書中的一本，分法有________種．

【編碼】020913　【難易】中　【出處】康熹自命題

【解答】(1)280;(2)1280

【解析】

(1)平分三堆，分法爲 $\frac{C_3^9\times C_3^6\times C_3^3}{3!}=280$．

(2)甲至少得 A，B，C 中一本的分法

= 全部分法 −(甲的 3 本中沒有 A，B，C 中任一本)

$=C_3^9\times C_3^6\times C_3^3-C_3^6\times C_3^6\times C_3^3=1680-400=1280$．

有 6 位學生打完球到福利社喝飲料，福利社有 3 種不同飲料，每位喝一瓶，由一人代表買飲料，則此人有________種選擇飲料的方式．

【編碼】020914　【難易】易　【出處】康熹自命題

【解答】28

【解析】

從三種不同飲料選 6 瓶，∴　選法有 $H_6^3=C_6^8=28$ 種．

設 $n\in\mathbb{N}$，若 $P_3^n=4\,C_2^{n+1}$，則 $n=$____________．

【編碼】020915　　【難易】易　　【出處】建國中學段考題

【解答】5

【解析】

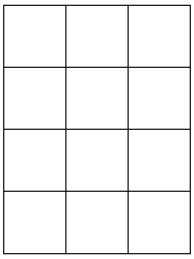
$P_3^n=4\,C_2^{n+1}$ $\Rightarrow$ $n(n-1)(n-2)=4\times\dfrac{(n+1)n}{2!}$，$\because$ $n\in\mathbb{N}$，$\therefore$ $n^2-3n+2=2n+2$

$\Rightarrow$ $n(n-5)=0$ $\Rightarrow$ $n=0$（不合）或 $n=5$，$\therefore$ $n=5$．

如圖中的每一個小正方形邊長均爲 1 個單位，試問由圖中線段共可決定

(1)____________個不同的矩形．

(2)____________個不同的正方形．



【編碼】020916　　【難易】易　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)60;(2)20

【解析】

矩形有 $C_2^5C_2^4=60$ 個，正方形有 $4\times3+3\times2+2\times1=20$ 個．

四位正整數 $abcd$，滿足條件 $a>b>c>d$ 者，共有____________個．

【編碼】020917　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】210

【解析】

從 0～9 等 10 個整數中，任取相異四個，$\because$ 由大而小的順序排列的方法與任取相異四個方法相同，$\therefore$ 四位數共有 $C_4^{10}=\dfrac{10!}{6!4!}=210$ 個．

設 n，$m\in\mathbb{N}$，若 $C_m^{n-1}:C_m^n:C_m^{n+1}=6:9:13$，則 $n=$____________．

【編碼】020918　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】12

【解析】

$C_m^{n-1}:C_m^n:C_m^{n+1}=6:9:13$

$\Rightarrow\quad \dfrac{(n-1)!}{m!(n-1-m)!}:\dfrac{n\,!}{m!(n-m)!}:\dfrac{(n+1)!}{m!(n+1-m)!}=6:9:13$

$\Rightarrow\quad \dfrac{1}{1}:\dfrac{n}{n-m}:\dfrac{(n+1)n}{(n-m+1)(n-m)}=6:9:13$

$\Rightarrow\quad \begin{cases}1:\dfrac{n}{n-m}=6:9\\ \dfrac{n}{n-m}:\dfrac{(n+1)n}{(n-m+1)(n-m)}=9:13\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}n-3m=0\\4n-13m+4=0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad n=12，m=4．$

試求滿足 $x+y+z+u\le 14$ 的所有正整數解的個數爲_____________．

【編碼】020919　　【難易】中　　【出處】北一女中段考題

【解答】1001

【解析】

$x+y+z+u\le 14\quad\Rightarrow\quad x+y+z+u+t=14$，$t$ 爲非負整數，

所有正整數解的個數爲 $H_{14-4}^{5}=H_{10}^{5}=C_{10}^{14}=1001$．

自 CONSONANT 一字中，任取 3 個字母，設 x，y 分表其排列數、組合數，則 $x-y=$_____________．

【編碼】020920　　【難易】中　　【出處】北一女中段考題

【解答】120

【解析】

NNN　OO　CSAT

	組合數：y	排列數：x
3 同	1	1
2 同 1 異	$C_1^2C_1^5=10$	$C_1^2C_1^5\cdot\dfrac{3!}{2!}=30$
3 異	$C_3^6=20$	$C_3^6\cdot 3!=120$
	$y=31$	$x=151$

$x-y=151-31=120$．

滿足 $x+y+z+u\le 10$ 之正整數解$(x，y，z，u)$共有_____________組．

【編碼】020921　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】210

【解析】

$x+y+z+u\le 10$，x，y，z，$u\in\square$

$\Leftrightarrow\quad x+y+z+u+t=10$，$x$，$y$，$z$，$u\in\square$，$t\in\square\cup\{0\}$

$\Leftrightarrow\quad (x-1)+(y-1)+(z-1)+(u-1)+t=6$

$\Leftrightarrow \quad x'+y'+z'+u'+t=6$，$x'$，$y'$，$z'$，$u'$，$t\in \mathbb{N}\cup\{0\}$，

$\therefore \quad H_6^5=C_6^{10}=210$.

由 tomorrow 八個字母中，任取四個字母，共有____________種取法．

【編碼】020922　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】22

【解析】

ooo　rr　tmw

情形	組合
3 同 1 異	$C_1^1C_1^4=4$
2 同 2 同	$C_2^2=1$
2 同 2 異	$C_1^2\cdot C_2^4=12$
全異	$C_4^5=5$

$\therefore \quad 4+1+12+5=22$.

從形狀、大小相同之蘋果 10 個、桃子 9 個、梨子 8 個、李子 5 個中，選出 8 個，共有____________種不同取法．

【編碼】020923　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】155

【解析】

設蘋果取 x 個，桃子取 y 個，梨子取 z 個，李子取 u 個，

$x\le 10$，$y\le 9$，$z\le 8$，$u\le 5$，而 $x+y+z+u=8$，x，y，z，$u\in \mathbb{N}\cup\{0\}$

$\Rightarrow \quad H_8^4-1 \quad - \quad H_1^3 \quad - \quad H_2^3 \quad =C_8^{11}-1-C_1^3-C_2^4=165-1-3-6=155$.

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

$u=8 \quad u=7 \quad u=6$

滿足不等式 $x+y+z+u\le 8$ 的正整數解有____________組．

【編碼】020924　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】70

【解析】

$x+y+z+u\le 8$，x，y，z，$u\in \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow \quad x+y+z+u+t=8$，$x$，$y$，$z$，$u\in \mathbb{N}$，$t\in \mathbb{N}\cup\{0\}$

$\Leftrightarrow \quad (x-1)+(y-1)+(z-1)+(u-1)+t=4$

$\Leftrightarrow \quad x'+y'+z'+u'+t=4$，$x'$，$y'$，$z'$，$u'$，$t\in \mathbb{N}\cup\{0\}$，

$\therefore \quad H_4^5=C_4^8=70$.

五種酒倒入 4 個酒杯中，酒不混合，

(1)若酒杯相異，而酒可重複使用，則倒法有____________種．

(2)若酒杯相同，而每種酒至多只能倒一次，則倒法有＿＿＿＿＿＿種．

【編碼】020925　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)625;(2)5

【解析】

(1)$5^4=625$．

(2)$C^5_4=5$．

所有三位整數中，個位數字不大於十位數字，十位數字不大於百位數字的數，共有＿＿＿＿＿＿個．

【編碼】020926　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】219

【解析】

由 0 到 9，選取 3 個數，可以重複選，有 $H^{10}_3=C^{12}_3=220$ 種方法，

但須扣除 000 這一個，故共有 $220-1=219$ 種．

由 1，2，3，4，5，6，7，8 中，4 個不同的數字構成的四位整數，

(1)由左而右，數字愈來愈小的共有＿＿＿＿＿＿個．

(2)百位數字最大的四位數共有＿＿＿＿＿＿個．

【編碼】020927　　【難易】易　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)70;(2)420

【解析】

(1)$C^8_4=\dfrac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4}=70$（個）（選出即可，因其會自動排好）．

(2)$C^8_4\times3!=70\times6=420$（個）（最大的數字排百位，其他三數任意排）．

---

5 本相同的高二數學課本，4 本相同的高二英文課本，全分給甲，乙，丙三人，每人至少一本書，有＿＿＿＿＿＿種分法．

【編碼】020928　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】228

【解析】

$H^3_5\times H^3_4-H^2_5\times H^2_4\times3+H^1_5\times H^1_4\times3=21\times15-6\times5\times3+1\times1\times3=228$（種）．

其中二人沒有

其中一人沒有

某班有 40 個學生，其中男生 25 人，女生 15 人，欲推選 5 人參加社區服務，求： (1)如果男生、女生至少各 2 人，有__________種方法． (2)如果女生至少 3 人，且其中某個女生必定參加，有__________種方法．

【編碼】020929 【難易】中 【出處】康熹自命題

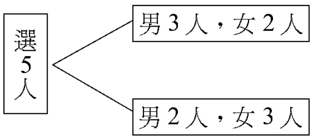
【解答】(1)378000;(2)37401

【解析】

(1)如樹狀圖：

男 3 人女 2 人的選法有 $C_3^{25} \times C_2^{15}$，男 2 人女 3 人的選法有 $C_2^{25} \times C_3^{15}$，

共有 $C_3^{25} \times C_2^{15} + C_2^{25} \times C_3^{15}$ =241500 + 136500 = 378000 種選法．



(2)女生至少選 3 人且某位女生必參加的選法：

女生 3 人男生 2 人的選法 $C_2^{14} \times C_2^{25} = 27300$，

女生 4 人男生 1 人的選法 $C_3^{14} \times C_1^{25} = 9100$，

女生 5 人的選法 $C_4^{14} = 1001$，

所以共有 27300 + 9100 + 1001 = 37401 種選法．

7 件相同的禮物全部分給甲，乙，丙三人，求： (1)甲至少分得一件的方法有__________種． (2)每人至少分得一件的方法有__________種． (3)如果 7 件禮物全不相同，則每人至少分得兩件的方法有__________種．

【編碼】020930 【難易】中 【出處】康熹自命題

【解答】(1)28;(2)15;(3)630

【解析】

(1)7 件相同的禮物，任意分給甲、乙、丙三人，減去分給乙、丙兩人的方法數即可，

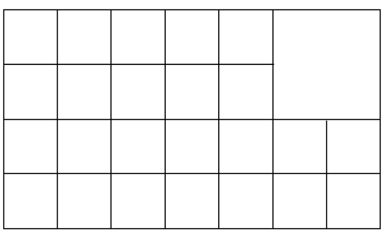
其方法數 $= H_7^3 - H_7^2 = C_2^9 - C_1^8 = 28$．

(2)每人至少一物的分法，有 $H_4^3 = C_2^6 = 15$．

(3)7 件不同禮物，先分成三堆，每堆至少 2 件禮物，再分配給甲、乙、丙三人，

每人一堆即可，其方法數 $= \dfrac{C_2^7 \times C_2^5 \times C_3^3}{2!} \times 3! = 630$．

如圖，兩組平行線之距離都相等，且相交的直線都互相垂直，求： (1)圖中的矩形有__________個． (2)圖中的正方形有__________個．



【編碼】020931 【難易】難 【出處】康熹自命題

【解答】(1)207;(2)49

【解析】

(1)圖中矩形可分兩類：

甲類是不含右上方邊長 2 的正方形，乙類是含右上方邊長爲 2 的正方形，

甲類的矩形共有 $C_2^6 \times C_2^5 + C_2^8 \times C_2^3 - C_2^6 \times C_2^3 = 150 + 84 - 45 = 189$，

乙類的矩形共有 $C_1^6 \times C_1^1 \times C_1^3 \times C_1^1 = 18$，

所以圖中矩形共有 $189 + 18 = 207$ 個．

(2)正方形：以邊長分類：

①邊長 1 的正方形，有 $4 \times 5 + 2 \times 2 = 24$ 個．

②邊長 2 的正方形，有 $3 \times 4 + 1 \times 2 + 1 = 15$ 個．

③邊長 3 的正方形，有 $2 \times 3 + 1 = 7$ 個．

④邊長 4 的正方形，有 $2 + 1 = 3$ 個．

共有 $24 + 15 + 7 + 3 = 49$ 個．

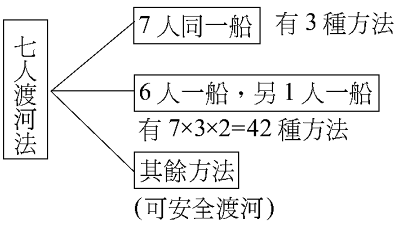
不同的渡船三艘，每艘最多可容 5 個人，今有 7 人欲過河，求： (1)共有____________種安全過渡的方法． (2)其中每艘船至少 1 人的方法，有____________種．

【編碼】020932 【難易】中 【出處】康熹自命題

【解答】(1)2142;(2)1806

【解析】

(1)如樹狀圖：



$3^7 - (3 + 42) = 2142$．

(2)每艘船至少一人的安全渡河方法，可先將 7 個人分三組，每組至少一人，

其方法數 $\dfrac{C_1^7C_1^6C_5^5}{2!} + C_1^7C_2^6C_4^4 + \dfrac{C_1^7C_3^6C_3^3}{2!} + \dfrac{C_2^7C_2^5C_3^3}{2!} = 301$，

每一種分組法，乘船有 $3! = 6$ 種方法，

所以，共有 $301 \times 6 = 1806$ 種安全渡河法，且每艘船至少有一人．

正方體的 12 條稜中，求： (1)有____________對爲歪斜線． (2)通過正方體的八個頂點中，至少有三個頂點的平面，共有____________個．

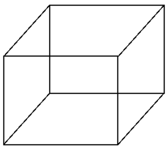
【編碼】020933 【難易】難 【出處】康熹自命題

【解答】(1)24;(2)20

【解析】

(1)每一條稜可產生 4 對歪斜線，如圖所示，

但每一對算兩次，所以不同的歪斜線共有 $\dfrac{4\times 12}{2}=24$ 組．



(2)正方體的八個頂點中，任取三點可決定一個平面，有 $C_3^8=56$ 個平面，

其中四個點也恰決定一個平面的有 6 個側面及 6 個兩條平行稜決定的平面共 12 個，

這 12 個平面在 C_3^8 中都算四次，所以相異平面數 $=56-3\times 12=20$ 個．

正 12 邊形之 12 個頂點中，

(1)銳角三角形有____________個．

(2)若任取 4 個，則矩形有____________個．

【編碼】020934　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)40;(2)15

【解析】

(1)鈍角△有 $12(1+2+3+4)=120$ 個，

直角△有 $5\times 2\times 6=60$ 個，

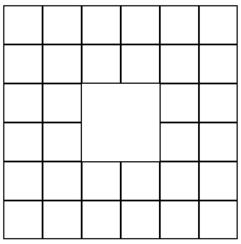
$\therefore$ 銳角△有 $C_3^{12}-120-60=40$ 個．

(2)$C_2^6=15$（個）．

如圖中，線段所圍成的

(1)矩形有____________個．

(2)正方形有____________個．



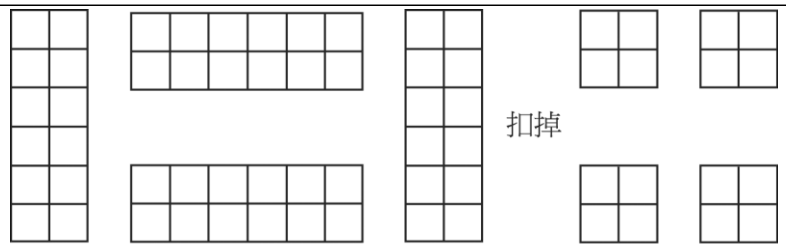
【編碼】020935　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)297;(2)67

【解析】

(1)含中空部分的矩形有 $C_1^3\cdot C_1^3\cdot C_1^3\cdot C_1^3=81$（上下左右各取一條），

不含中空部分的矩形有



$4 \cdot C_2^3 \cdot C_2^7 - 4 \cdot C_2^3 \cdot C_2^3 = 216$ 個，

故矩形共有 $81 + 216 = 297$ 個．

(2)不含中空部分之正方形有 $4 \times (2 \times 6 + 1 \times 5) - 4\,(2 \times 2 + 1 \times 1) = 48$ 個，

邊長 2

邊長 1

邊長 2

邊長 1

含中空部分之正方形有 $1 + 4 + 9 + 4 + 1 = 19$ 個，

邊長 6

邊長 5

邊長 4

邊長 3

邊長 2

故正方形共有 $48 + 19 = 67$ 個．

設 $S = \{1，2，3，4，5，6，7\}$，

(1) $A = \{(x，y，z) \mid x，y，z \in S$ 且 $x < y < z\}$，則 $n(A) =$ ____________．

(2) $B = \{(x，y，z) \mid x，y，z \in S$ 且 $x \le y \le z\}$，則 $n(B) =$ ____________．

【編碼】020936　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)35;(2)84

【解析】

(1)自 S 中的 7 個數字，任取三個相異數組合，每一個組合恰對應 A 的一個元素，

如取(3，7，2) → (2，3，7)，故 $n(A) = C_3^7 = 35$．

(2)有等號即可重複選取，$n(B) = H_3^7 = C_3^9 = 84$．

8 個相同的白球，6 個相同的黑球，共 14 個球，分給 5 人，

(1)每人至少得一白球，有____________種分法．

(2)每人至少一個白球、一個黑球，有____________種分法．

【編碼】020937　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)7350;(2)175

【解析】

(1)每人先分一白球，餘下的 3 白球、6 黑球任分給 5 人，

有 $H_3^5 \cdot H_6^5 = C_3^7 \cdot C_6^{10} = 7350$ 種．

(2) $H^{5}_{8-5}H^{5}_{6-5}=H^{5}_{3}\cdot H^{5}_{1}=C^{7}_{3}\cdot C^{5}_{1}=\dfrac{7\times6\times5}{1\times2\times3}\times5=175$（種）.
$x+y+z\le21$，求： (1)有________組正整數解． (2)有________組正奇數解． 【編碼】020938　【難易】中　【出處】康熹自命題 【解答】(1)1330;(2)220 【解析】 (1)令 $x=a+1$，$y=b+1$，$z=c+1$，a，b，$c\ge0$，且 $a+b+c\le18$， 令 $t=18-a-b-c$，則 a，b，c，$t\ge0$，且 $a+b+c+t=18$， 其解有 $H^{4}_{18}=C^{21}_{18}=C^{21}_{3}=1330$ 組． (2)令 $x=2a+1$，$y=2b+1$，$z=2c+1$，a，b，$c\ge0$，且 $a+b+c\le9$， 令 $t=9-a-b-c$，則 $a+b+c+t=9$，且 a，b，c，$t\ge0$， 有 $H^{4}_{9}=C^{12}_{9}=C^{12}_{3}=220$ 組解．
從 1，2，⋯，20 中，任取相異三數，求： (1)乘積是偶數者有________種取法． (2)和是 3 的倍數者有________種取法． 【編碼】020939　【難易】中　【出處】康熹自命題 【解答】(1)1020;(2)384 【解析】 (1)全 $-$(三數皆爲奇數) $=C^{20}_{3}-C^{10}_{3}=1140-120=1020$． (2)分成 $A_1=\{3，6，9，12，15，18\}$， $A_2=\{1，4，7，10，13，16，19\}$， $A_3=\{2，5，8，11，14，17，20\}$， 和是 3 的倍數有① A_1 取 3 個；② A_2 取 3 個；③ A_3 取 3 個；④ A_1，A_2，A_3 各取一個， 有 $C^{6}_{3}+C^{7}_{3}+C^{7}_{3}+C^{6}_{1}\cdot C^{7}_{1}\cdot C^{7}_{1}=20+35+35+294=384$ 種取法．
編號 1 至 9 號之球共九個， (1)取三球其乘積爲偶數，取法有________種． (2)取三球其任二球號不爲連續整數，取法有________種． (3)至少取一球，組合個數爲________． (4)九個球平分成三堆之方法有________種． 【編碼】020940　【難易】中　【出處】宜蘭高中段考題 【解答】(1)74;(2)35;(3)511;(4)280 【解析】 (1)9 個球取 3 個，共 C^{9}_{3} 種取法，5 個奇數球取 3 個，共 C^{5}_{3} 種取法， ∴　共 $C^{9}_{3}-C^{5}_{3}=74$ 種取法． (2)9 個球取 3 個，有 6 個空位，可視爲 6 個空位的前後共 7 個間隔任取 3 個，

∴　共 $C_3^7 = 35$ 種取法．

(3)9 個球取或不取，共 2^9 種取法，全部都不取，只有 1 種取法，

∴　共 $2^9 - 1 = 511$ 種取法．

(4)9 個球依序取 3 個、3 個、3 個，共 $C_3^9 C_3^6 C_3^3$ 種取法，三堆球沒有順序問題，

∴　共 $\dfrac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!} = 280$ 種取法．

投擲 5 個相同骰子，共有__________種不同的點數組合．

【編碼】020941　　【難易】中　　【出處】基隆女中段考題

【解答】252

【解析】

①五同：組合數有 $C_1^6 = 6$ 種．　②四同一異：組合數有 $C_2^6 \times 2 = 30$ 種．

③三同二同：組合數有 $C_2^6 \times 2 = 30$ 種．　④三同二異：組合數有 $C_3^6 \times 3 = 60$ 種．

⑤二同三異：組合數有 $C_4^6 \times 4 = 60$ 種．　⑥二同二同一異：組合數有 $C_3^6 \cdot \dfrac{3!}{2!} = 60$ 種．

⑦五異：組合數有 $C_5^6 = 6$ 種．

∴　組合數共有 $6 + 30 + 30 + 60 + 60 + 60 + 6 = 252$ 種．

將五件不同的玩具全部任意分給甲、乙、丙三人，每人不限制只分得一件，可多得亦可能一件都沒分到，試問：(1)有__________種分配方法．　(2)若甲、乙、丙三人每人至少得一件，則其分配方法有__________種．

【編碼】020942　　【難易】中　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)243;(2)150

【解析】

(1)$3^5 = 243$（種）.

(2)分法有(3，1，1)，(2，2，1)兩種，

∴　$\dfrac{C_3^5 \ C_1^2 \ C_1^1}{2!} \times 3! + \dfrac{C_2^5 \ C_2^3 \ C_1^1}{2!} \times 3! = 150$ 種．

同時擲三粒相同骰子，有 $H_3^6 = 56$ 種不同結果，求：　(1)其中點數和爲 9 的情形有__________種．　(2)若改爲擲大小不同的三粒骰子，則其中點數和爲 9 的情形有__________種．

【編碼】020943　　【難易】中　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)6;(2)25

【解析】

(1)點數和爲 9 的情形有

(1，2，6)，(1，3，5)，(1，4，4)，(2，2，5)，(2，3，4)，(3，3，3)共 6 種．

(2)排列數 $=3!+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{3!}=25$ 種．

相同鉛筆 7 枝，不同原子筆 4 枝，全部任意分給甲、乙、丙三人，求：

(1)每人鉛筆、原子筆均至少得 1 枝，則分法有____________種．

(2)每人至少得 1 枝筆，則分法有____________種．

【編碼】020944　　【難易】中　　【出處】建國中學段考題

【解答】(1)540;(2)2535

【解析】

(1) $\underbrace{H_4^3}_{\text{分鉛筆}}\times(\underbrace{\frac{C_2^4C_1^2C_1^1}{2!}\times 3\,!}_{\text{分原子筆}})=540$ 種．

(2)《方法 1》

①三人均得鉛筆：$H_4^3\times 3^4=1215$．

②恰二人得鉛筆：$C_2^3\times H_5^2(3^4-2^4)$=1170．

③恰一人得鉛筆：$C_1^3\times 1\times(3^4-2\times 2^4+1)=150$．

∴　分法有 $1215+1170+150=2535$ 種．

《方法 2》

全部 － 其中一人沒有 ＋ 其中二人沒有

$H_7^3\times 3^4-H_7^2\times 2^4\times C_1^3+H_7^1\times 1^4\times C_2^3$

$=36\times 81-8\times 16\times 3+1\times 3$

$=2916-384+3=2535$（種）.

(1)將 7 件不同物品，放入 4 個相同箱子，每箱至少一個，有____________種方法．

(2)將 7 件相同物品，放入 4 個不同箱子，每箱至少一個，有____________種方法．

【編碼】020945　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】(1)350;(2)20

【解析】

(1)物品不同，依箱子中物品數作分類，箱子相同，類似分堆：

(1，1，1，4)放法有 $C_1^7C_1^6C_1^5C_4^4\cdot\frac{1}{3!}=35$ 種，

(1，1，2，3)放法有 $C_1^7C_1^6C_2^5C_3^3\cdot\frac{1}{2!}=210$ 種，

(1，2，2，2)放法有 $C_1^7C_2^6C_2^4C_2^2\cdot\frac{1}{3!}=105$ 種，

∴　共有 $35+210+105=350$ 種方法．

(2)每箱先放入 1 件，剩下 3 件任意放入，∴　有 $H_3^4=C_3^6=20$ 種方法．

把 3 個梨子、3 個桃子、4 個橘子，任意分給甲、乙、丙三人，每人至少一個，有____________種分法．

【編碼】020946　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】1263

【解析】

所求 $=$(所有分法)$-$(有 1 人沒分到 $-$ 有 2 人沒分到 $+$ 有 3 人沒分到)

$=H_3^3H_3^3H_4^3-(3H_3^2H_3^2H_4^2-3H_3^1H_3^1H_4^1+0)$

$=C_3^5C_3^5C_4^6-(3C_3^4C_3^4C_4^5-3C_3^3C_3^3C_4^4+0)$

$=1500-(240-3+0)=1263$．

由 success 的 7 個字母中，任取 4 個字母，

(1)其組合數爲____________．　(2)其排列數爲____________．

【編碼】020947　　【難易】中　　【出處】中正高中段考題

【解答】(1)11;(2)114

【解析】

success 共有 3 個 s，2 個 c，1 個 e，1 個 u，

(1)組合情形如下：

三同一異：$1\cdot C_1^3=3$，二同二同：$C_2^2=1$，二同二異：$C_1^2C_2^3=6$，四異：$C_4^4=1$，

$\therefore$ 共 $3+1+6+1=11$ 種組合．

(2)排列情形如下：

三同一異：$3\cdot\dfrac{4!}{3!}=12$，二同二同：$1\cdot\dfrac{4!}{2!2!}=6$，二同二異：$6\cdot\dfrac{4!}{2!}=72$，

四異：$1\cdot 4!=24$，$\therefore$ 共 $12+6+72+24=114$ 種排列．

方程式 $x+y+z+u=16$ 中，滿足 $x\le 4$，$y\le 4$，$z\le 5$，$u\le 6$ 之正整數解有____________組．

【編碼】020948　　【難易】難　　【出處】臺中一中段考題

【解答】20

【解析】

作變數，令$\begin{cases}4-x=x'\\4-y=y'\\5-z=z'\\6-u=u'\end{cases}$，則$\begin{cases}0\le x'\le 3\\0\le y'\le 3\\0\le z'\le 4\\0\le u'\le 5\end{cases}$，且 $x'+y'+z'+u'=3$，其解有 $H_3^4=C_3^6=20$ 組．

將 3 個梨，5 個蘋果分給 3 個人，每人至少 1 個梨或蘋果（即每人至少 1 個）之分法有____________種．

【編碼】020949　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】141

【解析】

以 a 表梨，以 b 表蘋果，aaa，$bbbbb$，分給甲、乙、丙 3 人，

所求 $=$(全部)$-$(只給 1 人)$-$(只給 2 人)$= H_3^3 \cdot H_5^3 - 3 - C_2^3(H_3^2 \cdot H_5^2 - 2)$

$= C_3^5 \cdot C_5^7 - 3 - C_2^3 \cdot (C_3^4 \cdot C_5^6 - 2) = 10 \times 21 - 3 - 3 \cdot 22 = 141$．

滿足 $x+y+z \leq 10$ 的非負整數解有____________組．

【編碼】020950　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】286

【解析】

$x+y+z \leq 10$，x，y，z 爲非負整數

$\Rightarrow$　$x+y+z+t=10$，x，y，z，t 爲非負整數　$\Rightarrow$　共有 $H_{10}^4 = C_3^{13} = 286$ 組．

有 8 雙不同的鞋子，從中任取 6 隻，恰含 2 雙的取法有____________種．

【編碼】020951　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】1680

【解析】

先從 8 雙中取出 2 雙，取法有 C_2^8 種，

再從剩下的 6 雙中選取 2 雙，每雙各取 1 隻，取法有 $C_2^6 \times C_1^2 \times C_1^2$ 種，

故 6 隻恰含 2 雙的取法爲 $C_2^8 \times C_2^6 \times C_1^2 \times C_1^2 = 1680$ 種．

正立方體的八個頂點可決定

(1)____________個三角形．

(2)____________個平面．

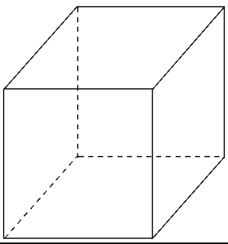
【編碼】020952　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)56;(2)20

【解析】

(1)正立方體的 8 個頂點中，均無三點共線者，∴　三角形個數 $= C_3^8 = 56$ 個．

(2) 8 個頂點中四點共面者有 12 種，∴　決定平面的個數 $= C_3^8 - 12 \times C_3^4 + 12 = 20$ 個．

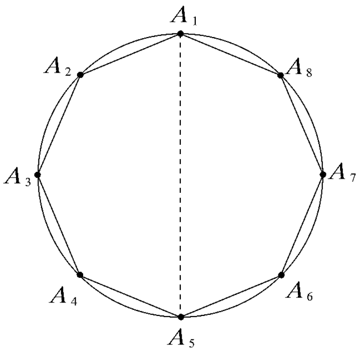


有一正八邊形，以其頂點爲三角形的頂點，則這些三角形中銳角三角形者有____________個．

【編碼】020953　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】8

【解析】
直角三角形有 $4\times 6=24$，鈍角三角形有 $3\times 8=24$，
$\therefore$　銳角三角形有 $C_3^8-24-24=8$ 個．



有 6 件物品全放入 3 個箱子，任意放（可放在同一箱或不同箱），則：
(1)物品相同，箱子相異，放法有____________種．
(2)物品相異，箱子相同，放法有____________種．
(3)物品相同，箱子相同，放法有____________種．
(4)物品相異，箱子相異，放法有____________種．

【編碼】020954　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)28;(2)122;(3)7;(4)729

【解析】
(1)6 件相同物全放入 3 個箱子的放法，只看每個箱子中放入的個數，
故放法有 $H_6^3=C_6^8=28$ 種．
(2)先安排箱子中物品的個數，確定後再取物品（即爲分堆的方式），
(6，0，0)有 1 種，(5，1，0)有 $C_5^6=6$ 種，(4，2，0)有 $C_4^6=15$ 種，
(4，1，1)有 $\dfrac{C_4^6\times C_1^2\times C_1^1}{2!}=15$ 種，(3，3，0)有 $\dfrac{C_3^6\times C_3^3}{2!}=10$ 種，
(3，2，1)有 $C_3^6\times C_2^3\times C_1^1=60$ 種，(2，2，2)有 $\dfrac{C_2^6\times C_2^4\times C_2^2}{3!}=15$ 種，
共有 $1+6+15+15+10+60+15=122$ 種．
(3)物品相同，箱子相同，只看物品個數安排方式，由(2)中的分類有 7 種．
(4)相異物的重複排列：每件物品有 3 種放法，$\therefore$　放法有 $3^6=729$ 種．

從 1 到 999999 的自然數中，各位數字和小於 6 者共有____________個．

【編碼】020955　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】461

【解析】
$\because$　1～999999 中每一個自然數均可表成 $x_1x_2x_3x_4x_5x_6$ 的型式，
其中 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6 分別爲十萬位，萬位，千位，百位，十位，個位的數字，

若 $x_1=0$，$x_2\neq 0$，則表五位數，若 $x_1=0$，$x_2=0$，$x_3\neq 0$，則表四位數，餘此類推，

數字和小於 6 $\Rightarrow$ $1\leq x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6<6$ 的非負整數解，

$\therefore$ 非負整數解有 $H_5^7-1=C_5^{11}-1=461$ 組，故數字和小於 6 的自然數有 461 個．

有 9 件相同物分給甲、乙、丙三人，求： (1)其中有一人至少得一件，一人至少得二件，另一人至少得三件，則分法有__________種． (2)每人至少分得一件的分法有__________種．

【編碼】020956　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)25;(2)28

【解析】

(1)物品相同，只須考慮個數的安排，

個數安排方法有(6，2，1)，(5，3，1)，(5，2，2)，(4，3，2)，(4，4，1)，(3，3，3)，

$\therefore$ 分法有 $3!+3!+\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{3!}=25$．

(2)每人均至少一件，又物品相同，

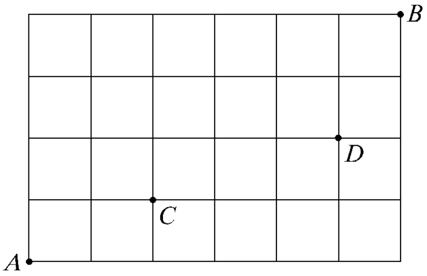
甲、乙、丙三人各取一件，餘 6 件相同物任意分給三人，不限個數，

$\therefore$ 分法有 $H_6^3=C_6^8=28$．

棋盤型街道如圖：由 A 取捷徑到 B，

(1)至少經過 C，D 二點之一的走法有__________種．

(2)恰轉過 3 個彎的走法有__________種．



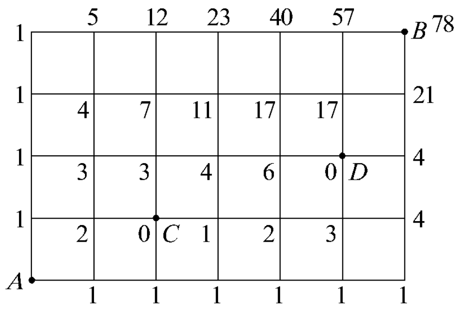
【編碼】020957　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】(1)132;(2)30

【解析】

(1)應用累加法知，由 A 到 B 捷徑不過 C，D 者有 78 種，

$\therefore$ 所求 $=\frac{10!}{6!4!}-78=210-78=132$．



(2)橫軸有 6 個「+」號，縱軸有 4 個「−」號，1 個轉彎 $=1$ 個變號數，

所求爲將 $++++++----$ 排成一列，有 3 個變號數求法．

①$+\quad-\quad+\quad-$

甲 A 乙 B

$$\begin{cases}++++\text{ 任意分給甲乙, 分法 } H_4^2=C_4^5=5\\--\text{ 任意分給}A,B\text{, 分法 } H_2^2=C_2^3=3\end{cases},$$

$\therefore\quad 5\times 3=15$．

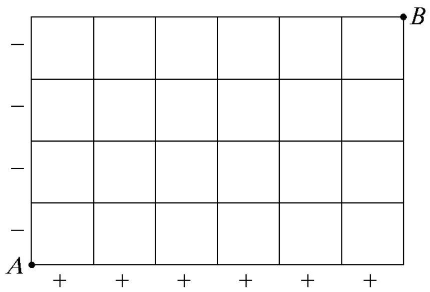
②$-\quad+\quad-\quad+$

A 甲 B 乙

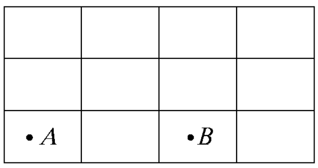
$$\begin{cases}++++\text{ 任意分給甲乙, 分法}H_4^2=5\\--\text{ 任意分給}A、B\text{, 分法}H_2^2=3\end{cases},$$

$\therefore\quad 5\times 3=15$．

所求 $=15+15=30$．



如圖，至少包含 A，B 二點之一的矩形共有________個．



【編碼】020958 【難易】中 【出處】臺中一中段考題

【解答】24

【解析】

左 右 上 下

$n(A)=\quad C_1^1\cdot C_1^4\cdot C_1^3\cdot C_1^1=12$

$n(B) = \quad C^{3}_{1} \cdot C^{2}_{1} \cdot C^{3}_{1} \cdot C^{1}_{1} = 18$

$n(A \cap B) = C^{1}_{1} \cdot C^{2}_{1} \cdot C^{3}_{1} \cdot C^{1}_{1} = 6$

$\therefore \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 18 - 6 = 24$．

滿足 $6 \le x + y + z \le 12$ 之非負整數解，x，y，z 共有____________組．

【編碼】020959　　【難易】中　　【出處】臺中一中段考題

【解答】399

【解析】

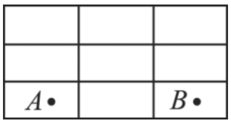
所求 $= (x + y + z \le 12) - (x + y + z \le 5) = (x + y + z + t = 12) - (x + y + z + t = 5)$

$= H^{4}_{12} - H^{4}_{5} = C^{15}_{3} - C^{8}_{3} = 455 - 56 = 399$．

【註】

線性不等式非負整數解 $\xrightarrow{\text{加一變數}t}$ 變成線性方程式．

如圖中至少包含 A 或 B 兩點之一的長方形共有____________個．



【編碼】020960　　【難易】中　　【出處】康熹自命題

【解答】15

【解析】

包含 A 點的長方形有 $C^{3}_{1} \times C^{3}_{1} = 9$，包含 B 點的長方形有 $C^{3}_{1} \times C^{3}_{1} = 9$，

包含 A，B 的長方形有 $C^{3}_{1} = 3$，$\therefore$ 包含 A 或 B 者有 $9 + 9 - 3 = 15$ 個．

用 0，1，2，3，4，5 等六個數字所排成的三位數中，求： (1)數字不重複者共有____________個． (2)其中可被 3 整除者共有____________個．

【編碼】020961　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)100;(2)40

【解析】

(1) $\underset{5}{\underset{\uparrow}{\square}}\ \underset{5}{\underset{\uparrow}{\square}}\ \underset{4}{\underset{\uparrow}{\square}}$

三位數中百位不可填「0」，百位有 5 種填法，

十位可填「0」，又數字不重複，十位有 5 種填法，

個位有 4 種填法，$\therefore$ 數字不重複的三位數有 $5 \times 5 \times 4 = 100$ 個．

(2)將數字分成：$3k$，$3k + 1$，$3k + 2$ 三類，

$3k$ 有 0，3；$3k+1$ 有 1，4；$3k+2$ 有 2，5，
∵　數字和為 3 的倍數　⇔　此三位數可被 3 整除，
∴　每類各取一數作三位數的方法有：
① $3k$ 類取「0」，其餘兩類各取一個，∴　所作三位數有 $C_1^2 \times C_1^2 \times 2\times 2\times 1=16$ 個．
② $3k$ 類取「3」，其餘兩類各取一個，∴　所作三位數有 $C_1^2 \times C_1^2 \times 3\,!=24$ 個．
故三位數中被 3 整除者有 $16+24=40$ 個．

從 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11 等 11 個數中任取 3 個相異數，
(1)取出的 3 數成等差數列（不考慮排列）的取法有__________種．
(2)取出的 3 數，他們都是不相鄰整數的取法有__________種．

【編碼】020962　　【難易】難　　【出處】臺中一中段考題

【解答】(1)25;(2)84

【解析】
取 3 數成等差 ＝ 取二數，其和為偶數（∵　x，y，z 成等差　⇔　$x+z=2y$），
(1)二奇 ＋ 二偶 ＝ $C_2^6+C_2^5=15+10=25$．
(2)先放沒取出的 8 數得 9 空隙（如圖），
∨◯∨◯∨◯∨◯∨◯∨◯∨◯∨◯∨
取出的 3 數放入空隙，其法 $C_3^9=84$，保證此三數不相鄰．

試求：　(1) $C_2^3+C_2^4+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{21}=$__________．
　　　　(2) $H_1^4+H_2^4+H_3^4+H_4^4+\cdots+H_{10}^4=$__________．

【編碼】020963　　【難易】中　　【出處】成功中學段考題

【解答】(1)1539;(2)1000

【解析】
(1) $C_3^3+C_2^3+C_2^4+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{21}=C_3^4+C_2^4+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{21}$
$=C_3^5+C_2^5+C_2^6+\cdots+C_2^{21}=C_3^6+C_2^6+\cdots+C_2^{21}=\cdots=C_3^{22}=1540$，
∴　所求 $=1540-C_3^3=1540-1=1539$．
(2) $H_1^4+H_2^4+H_3^4+H_4^4+\cdots+H_{10}^4=C_1^4+C_2^5+C_3^6+C_4^7+\cdots+C_{10}^{13}$，
又 $C_0^4+C_1^4+C_2^5+C_3^6+C_4^7+\cdots+C_{10}^{13}=C_1^5+C_2^5+C_3^6+C_4^7+\cdots+C_{10}^{13}$
$=C_2^6+C_3^6+C_4^7+\cdots+C_{10}^{13}=C_3^7+C_4^7+\cdots+C_{10}^{13}=\cdots=C_{10}^{14}=1001$，
∴　所求 $=1001-C_0^4=1001-1=1000$．

從 1 到 9 的自然數中，任取三個數，試就以下條件，求其方法數，
(1)三數之和為奇數__________．
(2)三數之積為 3 的倍數__________．
(3)三數成等差數列__________．

【編碼】020964　　【難易】難　　【出處】北一女中段考題

【解答】(1)40;(2)64;(3)16

【解析】

(1) $\begin{cases}\text{奇：} 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9 \\ \text{偶：} 2,\ 4,\ 6,\ 8\end{cases}$

三數之和爲奇數有二種：①3 奇　②1 奇 2 偶，

所求= $C_3^5 + C_1^5 C_2^4 = 10 + 30 = 40$．

(2) $\begin{cases}3k\text{：} 3,\ 6,\ 9 \\ \text{非}3k\text{：} 1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8\end{cases}$

三數之積爲 3 的倍數有三種：

①一（$3k$）二（非 $3k$）　②二（$3k$）一（非 $3k$）　③三（$3k$），

所求= $C_1^3 C_2^6 + C_2^3 C_1^6 + C_3^3 = 3 \cdot 15 + 3 \cdot 6 + 1 = 45 + 18 + 1 = 64$．

(3)a，b，c 成等差，則 $a + c = 2b$，即 a，c 同爲奇數或同爲偶數，

所求= $C_2^5 + C_2^4 = 10 + 6 = 16$．

將 8 件不同的物品，全部分給甲、乙、丙三人，

(1)每人至少得一件，分法有__________種．

(2)甲至少得一件、乙至少得二件、丙至少得三件，分法有__________種．

【編碼】020965　【難易】中　【出處】北一女中段考題

【解答】(1)5796;(2)2268

【解析】

(1)$3^8 - 3 \times 2^8 + 3 \times 1^8 = 5796$．

(2)

甲	乙	丙	方法
3	2	3	$C_3^8 C_2^5 = 560$
2	3	3	$C_2^8 C_3^6 = 560$
2	2	4	$C_2^8 C_2^6 = 420$
1	4	3	$C_1^8 C_4^7 = 280$
1	3	4	$C_1^8 C_3^7 = 280$
1	2	5	$C_1^8 C_2^7 = 168$

共 $560 + 560 + 420 + 280 + 280 + 168 = 2268$．

300～800 之間各位數字不同之奇數有__________個．

【編碼】020966　【難易】中　【出處】臺南一中段考題

【解答】176

【解析】

如圖：

百	十	個
↑		↑
4，6		1，3，5，7，9

$\Rightarrow\ C_1^2 \times 8 \times C_1^5 = 80$

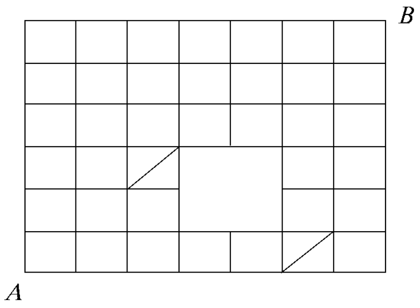
百	十	個

$\Rightarrow\ C_1^3 \times 8 \times C_1^4 = 96$

↑ 3，5，7　↑ 1，3，5，7，9

$\therefore\ \ 80 + 96 = 176$．

如圖中，求：　(1)$A \to B$ 走捷徑，有____________種方法．　(2)可圍成____________個矩形．

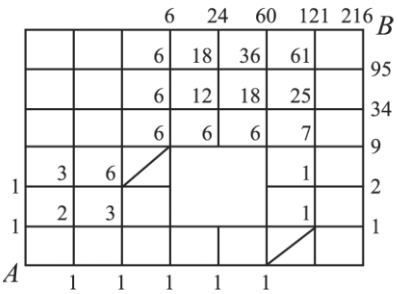


【編碼】020967　　【難易】中　　【出處】臺南一中段考題

【解答】(1)216;(2)418

【解析】

(1)利用累加法：



(2)不含中空的矩形：

$C_2^4 C_2^7 + C_2^3 C_2^7 + C_2^8 C_2^4 + C_2^8 C_2^2 - C_2^4 C_2^4 - C_2^3 C_2^4 - C_2^4 C_2^2 - C_2^3 C_2^2$

$= 126 + 63 + 168 + 28 - 36 - 18 - 6 - 3 = 322$．

含中空的矩形：

$C_1^4 C_1^3 C_1^4 C_1^2 = 96$．

$\therefore\ \ 322 + 96 = 418$．

滿足 $xyz = 4000$ 之所有整數解$(x,\ y,\ z)$，共有____________組．

【編碼】020968　　【難易】難　　【出處】臺南一中段考題

【解答】840

【解析】

$xyz = 4000 = 2^5 \cdot 5^3$,

$\because \begin{cases} x \mid 4000 \\ y \mid 4000 \\ z \mid 4000 \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} x = 2^{\alpha} \cdot 5^{a} \\ y = 2^{\beta} \cdot 5^{b} \\ z = 2^{\gamma} \cdot 5^{c} \end{cases}$ 且 $\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma = 5,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma \in \mathbb{N} \cup \{0\} \\ a+b+c = 3,\ a,\ b,\ c \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{cases}$

$\Rightarrow$ x，y，z 之正整數解有 $H^3_5 \cdot H^3_3$ 組解，

$\because$ $(x，y，z)$之整數解有$(+，+，+)$，$(+，-，-)$，$(-，+，-)$，$(-，-，+)$四種類型，

$\therefore$ 整數解$(x，y，z)$共有$(H^3_5 \cdot H^3_3) \cdot 4 = C^7_5 \cdot C^5_3 \cdot 4 = 21 \cdot 10 \cdot 4 = 840$ 組．

設 x，y，z，$t \in \mathbb{N}$，則 $x + y + z + t^2 = 10$ 有__________組解．

【編碼】020969　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】38

【解析】

$t = 1$ 時，$x + y + z = 9$，有 $H^3_{9-3} = H^3_6 = C^8_6 = C^8_2 = 28$ 組，

$t = 2$ 時，$x + y + z = 6$，有 $H^3_{6-3} = H^3_3 = C^5_3 = 10$ 組，

$\therefore$ 共有 $28 + 10 = 38$ 組．

1，2，⋯，9 等 9 數中，組成數字不重複的 3 位數，則：

(1)此數是 3 的倍數，有__________種情形．

(2)三數之和是偶數，有__________種情形．

(3)三數之積是偶數，有__________種情形．

【編碼】020970　　【難易】難　　【出處】康熹自命題

【解答】(1)180;(2)264;(3)444

【解析】

(1)令 $A_1 = \{3，6，9\}$，$A_2 = \{1，4，7\}$，$A_3 = \{2，5，8\}$，則數字和爲 3 的倍數之取法：

①A_1 取 3 個　②A_2 取 3 個　③A_3 取 3 個　④A_1，A_2，A_3 各取一個，

故排法有 $C^3_3 \times 3! + C^3_3 \times 3! + C^3_3 \times 3! + C^3_1 C^3_1 C^3_1 \times 3!$

$= 6 + 6 + 6 + 3 \times 3 \times 3 \times 6 = 180$ 種．

(2)(二奇一偶) + (三偶) $= (C^5_2 \cdot C^4_1 + C^4_3) \times 3! = 264$．

(3)(全) − (三奇) $= (C^9_3 - C^5_3) \times 3! = 444$．

在數線上有一個運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點．若經過 8 次跳動後運動物體落在點+2 處，則此運動物體共有__________種不同的跳動方法．

【編碼】020971　　【難易】中　　【出處】臺中女中段考題

【解答】56

【解析】

令向右方向跳 x 次，向左方向跳 y 次，

$\begin{cases} x+y=8 \\ 0+x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{8!}{5!3!}=56$.

某職棒球團總監有 4 位助理，幫他處理各種事務工作，總監每個月會根據助理們的工作表現作獎勵：如果總監對助理們的表現滿意，最多可以獎賞到 10 張相同的球賽門票，讓 4 位助理們去自由分配，但是如果總監對助理們的表現不滿意，則可能連一張門票都不給．事實上總監認爲：助理們表現好的時候固然應該獎勵，但也不可以把他們寵壞，所以他不可能給超過 10 張門票的獎賞，亦即 4 位助理每個月可能分到的球賽門票總數都介於 0～10 張之間，試求在此前提之下，某一個月 4 位助理每一個人可能分到的球賽門票數有____________種不同的可能．

【編碼】020972　　【難易】中　　【出處】臺中女中段考題

【解答】1001

【解析】

令四位分別拿到 A，B，C，D張門票，

$\therefore A+B+C+D\le 10$，A，B，C，D，E 皆爲非負整數，

$\therefore A+B+C+D+E=10$，其中 A，B，C，D，E 皆爲非負整數

$\Rightarrow H_{10}^{5}=C_{10}^{14}=C_{4}^{14}=1001$.

將「千江有水千江月」做一直線排列，使得同字不相鄰的排列方法有____________種．

【編碼】020973　　【難易】中　　【出處】臺中女中段考題

【解答】660

【解析】

所求= 全部排法−「千」或「江」相鄰的排列方法有 $\dfrac{7!}{2!2!}-2\times\dfrac{6!}{2!}+5!=660$ 種．

大中上個月跟著學校到靶場進行打靶射擊，使用新研發的旋風步槍，每次可射擊 9 發子彈，且射擊模式有「單發（一次一發）」、「三連發（一次三發）」、「全自動（一次九發）」；則大中的 9 顆子彈有____________種擊發模式．(註：如前六次皆「單發」、第七次「三連發」與第一次「三連發」、後六次「單發」視爲相異的擊發模式)

【編碼】020974　　【難易】難　　【出處】臺南一中段考題

【解答】20

【解析】

$x+3y+9z=9,\ x,\ y,\ z\in \mathbb{N}\cup\{0\}$

$\Rightarrow \frac{9!}{9!}+\frac{3!}{3!}+\frac{1!}{1!}+\frac{5!}{3!\cdot 2!}+\frac{7!}{6!}=20$.

x	9	0	0	3	6
y	0	3	0	2	1
z	0	0	1	0	0

四位正整數中，千位、百位、十位、個位數字各爲 a ，b ，c ，d ，則滿足 $a \ge b \ge c \ge d$ 的四位數共有____________個．

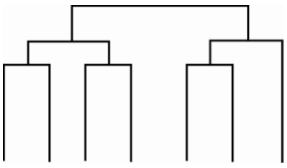
【編碼】020975　　【難易】中　　【出處】臺南女中段考題

【解答】714

【解析】

$H_4^{10}-1=C_4^{13}-1=715-1=714$.

某次桌球賽，有 7 隊參加比賽，採單淘汰賽，其賽程圖如圖，則第一輪的賽程共有____________種不同的排法．



【編碼】020976　　【難易】易　　【出處】臺南女中段考題

【解答】315

【解析】

$C_1^7 \cdot C_2^6 \cdot \frac{C_2^4 \cdot C_2^2}{2!}=315$.

籃球 3 人鬥牛賽，共有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬 9 人參加，組成 3 隊，且甲、乙兩人不在同一隊的組隊方法有____________種．

【編碼】020977　　【難易】易　　【出處】90 學測

【解答】210

【解析】

$(C_2^7 \times C_2^5 \times C_3^3 \times \frac{1}{2!}) \times 2! = 210$.

啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人．某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽．若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有____________種不同的組隊方法．

【編碼】020978　　【難易】易　　【出處】93 指考乙

【解答】161

【解析】

由題意知，取法如下：

(二男六女) + (三男五女) + (四男四女) $= C_2^4 C_6^7 + C_3^4 C_5^7 + C_4^4 C_4^7 = 42 + 84 + 35 = 161$．

某校辯論社由 5 名男生及 5 名女生組成．現從其中選出 5 人組成代表隊，且男生、女生均至少要有 1 人，則組隊方法共有__________種．

【編碼】020979　　【難易】易　　【出處】93 指考乙

【解答】250

【解析】

任意選，去除掉全部為男生與全部為女生，$C_5^{10} - 2 = 250$．

在數線上有一個運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點．若經過 6 次跳動後運動物體落在點 $+4$ 處，則此運動物體共有__________種不同的跳動方法．

【編碼】020980　　【難易】易　　【出處】94 學測

【解答】6

【解析】

設向正方向跳動 x 次，負方向跳動 y 次，

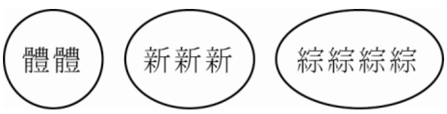
$\therefore \begin{cases} x+y=6 \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow x=5$，$y=1$，故有 $\dfrac{6!}{5!\times 1!} = 6$ 種不同的跳動方法．

某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞臺、4 個綜藝臺及 2 個體育臺共三種類型．若同類型電視臺的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育臺，則頻道的分配方式共有__________種．

【編碼】020981　　【難易】易　　【出處】95 學測

【解答】576

【解析】



所求 $= 1 \times 2! \times 2! \times 3! \times 4! = 576$．

體 新 綜

某動物園的遊園列車依序編號 1 到 7，共有 7 節車廂，今想將每節車廂畫上一種動物．如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有＿＿＿＿＿種畫法．

【編碼】020982　　【難易】中　　【出處】98 指考乙

【解答】72

【解析】

△：企鵝，╳：無尾熊，○：貓熊，

△╳$\boxed{\triangle\times\bigcirc}$○○ ⇒ 3!⋅2!=12，

○○$\boxed{\triangle\times\bigcirc}$△╳ ⇒ 3!⋅2!=12，

△○$\boxed{\triangle\times\bigcirc}$╳○ ⇒ 3!⋅2!⋅2!=24，

╳○$\boxed{\triangle\times\bigcirc}$△○ ⇒ 3!⋅2!⋅2!=24，

∴共 12+12+24+24=72 種．

有一個兩列三行的表格如圖．在六個空格中分別填入數字 1，2，3，4，5，6（不得重複），則 1，2 這兩個數字在同一行或同一列的方法有＿＿＿＿＿＿種．

【編碼】020983　　【難易】易　　【出處】99 學測

【解答】432

【解析】

①同行：$C_1^3 \times 2! \times 4! = 144$，

②同列：$C_1^2 \times P_2^3 \times 4! = 288$，

$\therefore 144 + 288 = 432$．

棒球比賽每隊的先發守備位置有九個：投手、捕手、一壘手、二壘手、三壘手、游擊手、右外野、 中外野、左外野各一位．某一棒球隊有 18 位可以先發的球員，由教練團認定可擔任的守備位置球員數情形如下：

(一)投手 4 位、捕手 2 位、一壘手 1 位、二壘手 2 位、三壘手 2 位、游擊手 2 位；

(二)外野手 4 位（每一位外野手都可擔任右外野、中外野或左外野的守備）；

(三)另外 1 位是全隊人氣最旺的明星球員，他可擔任一壘手與右外野的守備．

已知開幕戰的比賽，確定由某位投手先發，而且與此投手最佳搭檔的先發捕手也已確定，並由人氣最旺的明星球員擔任一壘手守備，其餘六個守備位置就上述可擔任的先發球員隨意安排，則此場開幕戰共有＿＿＿＿＿種先發守備陣容．（當九個守備位置只要有一個球員不同時，就視爲不同的守備陣容）

【編碼】020984　　【難易】易　　【出處】99 指考乙

【解答】192

【解析】

$C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2 \cdot P_3^4 = 192$.

某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞臺，4 個綜藝臺及 2 個體育臺共三種類型，若同類型電視臺的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育臺，則頻道的分配方式共有____________種．

【編碼】020985　　【難易】中　　【出處】課本題

【解答】576

【解析】
同類頻道各自排列各有 3!, 4!, 2!種方法，不同類的頻道先後有 2 種排法，
所以共有 $2\times(3!\times4!\times2!)=576$ 種分配法．

啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人．某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有____________種不同的組隊方法．

【編碼】020986　　【難易】易　　【出處】課本題

【解答】161

【解析】
男生、女生人數的組合如下：

男生	2	3	4
女生	6	5	4

其組隊方法共有 $C_2^4\times C_6^7+C_3^4\times C_5^7+C_4^4\times C_4^7=42+84+35=161$ 種．

將 6 本不同的書，分成 3 堆，求下列各種分法數．
(1)各堆分別有 1，2，3 本，有____________種．
(2)各堆分別有 1，1，4 本，有____________種．
(3)每堆各 2 本，有____________種．
(4)各堆分別有 1，2，3 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有____________種．
(5)各堆分別有 1，1，4 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有____________種．
(6)每堆各 2 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有____________種．

【編碼】020987　　【難易】中　　【出處】課本題

【解答】(1)60;(2)15;(3)15;(4)360;(5)90;(6)90

【解析】

(1) $C_1^6C_2^5C_3^3=60$.　　(2) $\dfrac{C_1^6C_1^5C_4^4}{2!}=15$.

(3) $\dfrac{C_2^6C_2^4C_2^2}{3!}=15$ ． (4) $C_1^6\cdot C_2^5\cdot C_3^3\times 3!=360$ ．

(5) $\dfrac{C_1^6C_1^5C_4^4}{2!}\times 3!=90$ ． (6) $\dfrac{C_2^6C_2^4C_2^2}{3!}\times 3!=90$ ．

將 20 個梨分給甲、乙、丙三個人，求下列各情況的分法數：

(1)每個人至少一個，有＿＿＿＿＿＿種分法．

(2)甲至少 1 個，乙至少 2 個，丙至少 3 個，有＿＿＿＿＿＿種分法．

【編碼】020988 【難易】難 【出處】課本題

【解答】(1)171;(2)120

【解析】

(1)先給三人每人 1 個，剩下 17 個梨任意分給三人，分法有 $C_{17}^{3+17-1}=C_{17}^{19}=C_2^{19}=171$ ．

(2)先給甲、乙、丙各 1, 2, 3 個後剩下 14 個梨任意分給三人，

分法有 $C_{14}^{3+14-1}=C_{14}^{16}=C_2^{16}=120$ ．

有紅、黃、藍、綠四種顏色的球各兩個，且大小均相同，求下列情況的方法數？

(1)任取四個球的方法數爲＿＿＿＿＿＿種．

(2)任取四個球之後，再將它們排成一列的排法有＿＿＿＿＿＿種．

【編碼】020989 【難易】難 【出處】課本題

【解答】(1)19;(2)204

【解析】

以 $aabbccdd$ 代表 8 個球．

(1)①兩同兩同的取法有 $C_2^4=6$ 種，②兩同兩異的取法有 $C_1^4\times C_2^3=12$ 種，

③四異的取法有 1 種，

故共有 $6+12+1=19$ 種取法．

(2)由(1)各種取法，再加以排列，則排法有

$6\times\dfrac{4!}{2!\,2!}+12\times\dfrac{4!}{2!}+1\times 4!=36+144+24=204$ 種．

某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞臺、4 個綜藝臺及 2 個體育臺共三種類型．若同類型電視臺的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育臺，則頻道的分配方式共有＿＿＿＿＿＿種．

【編碼】020990 【難易】難 【出處】習作題

【解答】576

【解析】

先排體育臺有 $2!=2$ 種，新聞臺相鄰的順序有 $3!=6$ 種，

綜藝臺相鄰的順序有 $4!=24$ 種，

新聞臺與綜藝臺的順序有 $2!=2$ 種，得 $2\times 6\times 24\times 2=576$（種）．

某動物園的遊園列車共有 7 節車廂，依序編號 1 到 7，今想將每節車廂畫上一種動物．如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有__________種畫法．

【編碼】020991　　【難易】中　　【出處】習作題

【解答】72

【解析】

中間三節車廂的畫法有$3!=6$（種），

左右共四節車廂，要畫一節企鵝、一節無尾熊、二節貓熊，

畫法有$\frac{4!}{2!}=12$（種），得共有$6\times12=72$（種）．

小熹在超商買了三類關東煮，魚丸串有 4 串，貢丸串有 3 串，魚板串有 2 串，小熹隨興的一次一串，吃完這 9 串的方式有__________種．

【編碼】020992　　【難易】中　　【出處】習作題

【解答】1260

【解析】

4 串, 3 串, 2 串相同物的排法有$\frac{9!}{4!3!2!}=1260$種．

啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男女生均至少要有 2 人，某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽，若此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有__________種不同的組隊方法．

【編碼】020993　　【難易】中　　【出處】習作題

【解答】161

【解析】

可能情形有三種，

（男 2 女 6）或（男 3 女 5）或（男 4 女 4）

$=C_2^4\times C_6^7+C_3^4\times C_5^7+C_4^4\times C_4^7=42+84+35=161$種．

當然也可採用反面解法，

全部方法 －（1 男 7 女）$=C_8^{11}-C_1^4C_7^7=165-4=161$種．

在數線上有一個運動物體從原點出發；在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點，若經過 6 次跳動後運動物體落在點+4 處，則此運動物體共有__________種不同的跳動方法．

【編碼】020994　　【難易】易　　【出處】習作題

【解答】6

【解析】
由題意知有 5 次正方向 1 次負方向，
即+, +, +, +, +, −的直線排列$\dfrac{6!}{5!}=6$種．

將「monitor」七個字母全取排列中，兩個 o 分開的排法有＿＿＿＿＿＿種．

【編碼】020995　【難易】中　【出處】康熹自命題

【解答】1800

【解析】
《方法一》
直接法：將二個 o 插入 m, n, t, i, r 六個間隔（含首尾）之方法數有$5!\times\dfrac{P_2^6}{2!}=5!\times C_2^6=120\times15=1800$．
《方法二》
間接法：將二個 o 視爲一物與剩下「mntir」共 6 個元素，排列數爲 6!，故所求$\dfrac{7!}{2!}-6!=1800$．

一袋中有 4 個黃球，4 個白球，4 個黑球，除了顏色外，球完全相同，從袋中任取 4 球，共有＿＿＿＿＿＿種不同情形．

【編碼】020996　【難易】難　【出處】康熹自命題

【解答】15

【解析】
若黃球取 x 個，白球取 y 個，黑球取 z 個，則 $x+y+z=4$ 的非負整數解組數爲$C_4^{3+4-1}=C_4^6=15$爲所求．

在最多可使用 1 個 1，2 個 2，3 個 3 的限制下，可排出＿＿＿＿＿＿個不同的三位數．

【編碼】020997　【難易】難　【出處】康熹自命題

【解答】19

【解析】
(1)三同：1．
(2)二同一異：$C_1^2\times C_1^2\times\dfrac{3!}{2!}=12$．
(3)三異：$C_3^3\times3!=6$．
共$1+12+6=19$個．

由 100 到 999 的三位數 abc 中，滿足 $c<b\le a$ 的共有＿＿＿＿＿＿個．

【編碼】020998　【難易】中　【出處】康熹自命題

【解答】165

【解析】

(1) $c<b=a$ 有 $C_2^{10}=45$ 個．

(2) $c<b<a$ 有 $C_3^{10}=120$ 個．

共有 $45+120=165$ 個．