1.1.2 Régression

❒ **Régression linéaire** – Étant donnés un vecteur de paramètres $w \in \mathbb{R}^d$ et un vecteur caractéristique $\phi(x) \in \mathbb{R}^d$, le résultat d'une régression linéaire de paramètre w, notée f_w, est donné par :

$$\boxed{f_w(x) = s(x,w)}$$

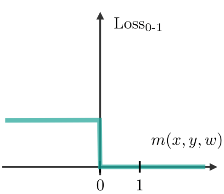
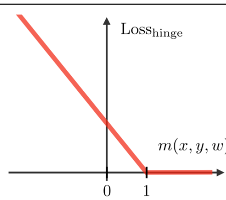
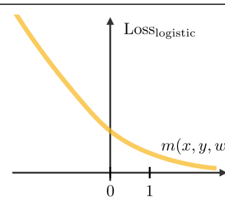
❒ **Résidu** – Le résidu $\mathrm{res}(x,y,w) \in \mathbb{R}$ est défini comme étant la différence entre la prédiction $f_w(x)$ et la vraie valeur y :

$$\boxed{\mathrm{res}(x,y,w) = f_w(x) - y}$$

1.2 Minimisation de la fonction objectif

❒ **Fonction objectif** – Une fonction objectif (en anglais *loss function*) $\mathrm{Loss}(x,y,w)$ traduit notre niveau d'insatisfaction avec les paramètres w du modèle dans la tâche de prédiction de la sortie y à partir de l'entrée x. C'est une quantité que l'on souhaite minimiser pendant la phase d'entraînement.

❒ **Cas de la classification** – Trouver la classe d'un exemple x appartenant à $y \in \{-1,+1\}$ peut être faite par le biais d'un modèle linéaire de paramètre w à l'aide du prédicteur $f_w(x) \triangleq \mathrm{sign}(s(x,w))$. La qualité de cette prédiction peut alors être évaluée au travers de la marge $m(x,y,w)$ intervenant dans les fonctions objectif suivantes :

Fonction objectif	Zéro-un	Hinge	Logistique
$\mathrm{Loss}(x,y,w)$	$1_{\{m(x,y,w)\leqslant 0\}}$	$\max(1-m(x,y,w),0)$	$\log(1+e^{-m(x,y,w)})$
Illustration			

❒ **Cas de la régression** – Prédire la valeur $y \in \mathbb{R}$ associée à l'exemple x peut être faite par le biais d'un modèle linéaire de paramètre w à l'aide du prédicteur $f_w(x) \triangleq s(x,w)$. La qualité de cette prédiction peut alors être évaluée au travers du résidu $\mathrm{res}(x,y,w)$ intervenant dans les fonctions objectif suivantes :

Nom	Erreur quadratique	Erreur absolue
$\mathrm{Loss}(x,y,w)$	$(\mathrm{res}(x,y,w))^2$	$\lvert\mathrm{res}(x,y,w)\rvert$
Illustration