❒ **Biais** – Le biais d'un estimateur $\hat{\theta}$ est défini comme étant la différence entre l'espérance de la distribution de $\hat{\theta}$ et de la valeur vraie, i.e. :

$$\boxed{\textrm{Bias}(\hat{\theta})=E[\hat{\theta}]-\theta}$$

Remarque : un estimateur est dit non biaisé lorsque l'on a $E[\hat{\theta}]=\theta$.

❒ **Moyenne empirique et variance empirique** – La moyenne empirique et la variance empirique d'un échantillon aléatoire sont utilisées pour estimer la valeur vraie μ et la variance vraie σ^2 d'une distribution, notés $\overline{X}$ et s^2 et sont définies de la manière suivante :

$$\boxed{\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^nX_i}\quad\textrm{and}\quad\boxed{s^2=\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}$$

❒ **Théorème de la limite centrale** – Soit un échantillon aléatoire $X_1,...,X_n$ suivant une distribution donnée de moyenne μ et de variance σ^2, alors on a :

$$\boxed{\overline{X}\underset{n\rightarrow+\infty}{\sim}\mathcal{N}\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

5.2 Algèbre linéaire et Analyse

5.2.1 Notations générales

❒ **Vecteur** – On note $x\in\mathbb{R}^n$ un vecteur à n entrées, où $x_i\in\mathbb{R}$ est la $i^{\textrm{ème}}$ entrée :

$$x=\left(\begin{array}{c}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{array}\right)\in\mathbb{R}^n$$

❒ **Matrice** – On note $A\in\mathbb{R}^{m\times n}$ aune matrice à m lignes et n colonnes, où $A_{i,j}\in\mathbb{R}$ est l'entrée située à la $i^{\textrm{ème}}$ ligne et $j^{\textrm{ième}}$ colonne :

$$A=\left(\begin{array}{ccc}A_{1,1}&\cdots&A_{1,n}\\\vdots&&\vdots\\A_{m,1}&\cdots&A_{m,n}\end{array}\right)\in\mathbb{R}^{m\times n}$$

Remarque : le vecteur x défini ci-dessus peut être vu comme une matrice $n\times1$ et est aussi appelé vecteur colonne.

❒ **Matrice identitée** – La matrice identitée $I\in\mathbb{R}^{n\times n}$ est une matrice carrée avec des 1 sur sa diagonale et des 0 partout ailleurs :

$$I=\left(\begin{array}{cccc}1&0&\cdots&0\\0&\ddots&\ddots&\vdots\\\vdots&\ddots&\ddots&0\\0&\cdots&0&1\end{array}\right)$$

Remarque : pour toute matrice $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$, on a $A\times I=I\times A=A$.

❒ **Matrice diagonale** – Une matrice diagonale $D\in\mathbb{R}^{n\times n}$ est une matrice carrée avec des valeurs non nulles sur sa diagonale et des zéros partout ailleurs.