5 Rappels

5.1 Probabilités et Statistiques

5.1.1 Introduction aux probabilités à l'analyse combinatoire

❒ **Univers de probabilités** – L'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de probabilités d'une expérience aléatoire et est noté S.

❒ **Évènement** – Toute partie E d'un univers est appelé un évènement. Ainsi, un évènement est un ensemble d'issues possibles d'une expérience aléatoire. Si l'issue de l'expérience aléatoire est contenue dans E, alors on dit que E s'est produit.

❒ **Axiomes de probabilités** – Pour chaque évènement E, on note $P(E)$ la probabilité que l'évènement E se produise.

$$(1)\quad \boxed{0\leqslant P(E)\leqslant 1}\qquad (2)\quad \boxed{P(S)=1}\qquad (3)\quad \boxed{P\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right)=\sum_{i=1}^n P(E_i)}$$

❒ **Permutation** – Une permutation est un arrangement de r objets parmi n objets, dans un ordre donné. Le nombre de tels arrangements est donné par $P(n,r)$, défini par :

$$\boxed{P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}}$$

❒ **Combinaison** – Une combinaison est un arrangement de r objets parmi n objets, où l'ordre ne compte pas. Le nombre de tels arrangements est donné par $C(n,r)$, défini par :

$$\boxed{C(n,r)=\frac{P(n,r)}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

Remarque : on note que pour $0\leqslant r\leqslant n$, on a $P(n,r)\geqslant C(n,r)$.

5.1.2 Probabilité conditionnelle

❒ **Théorème de Bayes** – Pour des évènements A et B tels que $P(B)>0$, on a :

$$\boxed{P(A|B)=\frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}}$$

Remarque : on a $P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=P(A|B)P(B)$.

❒ **Partition** – Soit $\{A_i, i\in[\![1,n]\!]\}$ tel que pour tout i, $A_i\neq\varnothing$. On dit que $\{A_i\}$ est une partition si l'on a :

$$\boxed{\forall i\neq j, A_i\cap A_j=\emptyset\quad\textrm{et}\quad\bigcup_{i=1}^n A_i=S}$$

Remarque : pour tout évènement B dans l'univers de probabilités, on a $P(B)=\displaystyle\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$.