4.3 Logique propositionnelle

Dans cette section, nous allons parcourir les modèles logiques utilisant des formules logiques et des règles d'inférence. L'idée est de trouver le juste milieu entre expressivité et efficacité.

❒ **Clause de Horn** – En notant $p_1,...,p_k$ et q des symboles propositionnels, une clause de Horn s'écrit :

$$\boxed{(p_1 \wedge ... \wedge p_k) \longrightarrow q}$$

Remarque : quand $q =$ false, cette clause de Horn est "négative", autrement elle est appelée "stricte".

❒ **Modus ponens** – Sur les symboles propositionnels $f_1,...,f_k$ et p, la règle de modus ponens est écrite :

$$\boxed{\frac{f_1,...,f_k, \quad (f_1 \wedge ... \wedge f_k) \longrightarrow p}{p}}$$

Remarque : l'application de cette règle se fait en temps linéaire, puisque chaque exécution génère une clause contenant un symbole propositionnel.

❒ **Complétude** – Modus ponens est complet lorsqu'on le munit des clauses de Horn si l'on suppose que KB contient uniquement des clauses de Horn et que p est un symbole propositionnel qui est déduit. L'application de modus ponens dérivera alors p.

❒ **Forme normale conjonctive** – La forme normale conjonctive (en anglais *conjunctive normal form* ou *CNF*) d'une formule est une conjonction de clauses, chacune d'entre elles étant une disjonction de formules atomiques.

Remarque : en d'autres termes, les CNFs sont des $\wedge$ de $\vee$.

❒ **Représentation équivalente** – Chaque formule en logique propositionnelle peut être écrite de manière équivalente sous la forme d'une formule CNF. Le tableau ci-dessous présente les propriétés principales permettant une telle conversion :

Nom de la règle		Début	Résultat
Élimine	$\leftrightarrow$	$f \leftrightarrow g$	$(f \rightarrow g) \wedge (g \rightarrow f)$
	$\rightarrow$	$f \rightarrow g$	$\neg f \vee g$
	$\neg\neg$	$\neg\neg f$	f
Distribue	$\neg$ sur $\wedge$	$\neg(f \wedge g)$	$\neg f \vee \neg g$
	$\neg$ sur $\vee$	$\neg(f \vee g)$	$\neg f \wedge \neg g$
	$\vee$ sur $\wedge$	$f \vee (g \wedge h)$	$(f \vee g) \wedge (f \vee h)$

❒ **Règle de résolution** – Pour des symboles propositionnels $f_1,...,f_n$, et $g_1,...,g_m$ ainsi que p, la règle de résolution s'écrit :

$$\boxed{\frac{f_1 \vee ... \vee f_n \vee p, \quad \neg p \vee g_1 \vee ... \vee g_m}{f_1 \vee ... \vee f_n \vee g_1 \vee ... \vee g_m}}$$

Remarque : l'application de cette règle peut prendre un temps exponentiel, vu que chaque itération génère une clause constituée d'une partie des symboles propositionnels.

❒ **Inférence basée sur la règle de résolution** – L'algorithme d'inférence basée sur la règle de résolution se déroule en plusieurs étapes :