❒ **Formule étendue du théorème de Bayes** – Soit $\{A_i, i\in[\![1,n]\!]\}$ une partition de l'univers de probabilités. On a :

$$\boxed{P(A_k|B)=\frac{P(B|A_k)P(A_k)}{\displaystyle\sum_{i=1}^nP(B|A_i)P(A_i)}}$$

❒ **Indépendance** – Deux évènements A et B sont dits indépendants si et seulement si on a :

$$\boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B)}$$

5.1.3 Variable aléatoires

❒ **Variable aléatoire** – Une variable aléatoire, souvent notée X, est une fonction qui associe chaque élement de l'univers de probabilité à la droite des réels.

❒ **Fonction de répartition** – La fonction de répartition F (en anglais *CDF - Cumulative distribution function*), qui est croissante monotone et telle que

$$\lim_{x\rightarrow-\infty}F(x)=0\quad\textrm{et}\quad\lim_{x\rightarrow+\infty}F(x)=1$$

est définie de la manière suivante :

$$\boxed{F(x)=P(X\leqslant x)}$$

Remarque : on a $P(a<X\leqslant B)=F(b)-F(a)$.

❒ **Densité de probabilité** – La densité de probabilité f (en anglais *PDF - Probability density function*) est la probabilité que X prenne des valeurs entre deux réalisations adjacentes d'une variable aléatoire.

❒ **Relations vérifiées par les PDF et CDF** – Voici les propriétés importantes à savoir dans les cas discret (D) et continu (C).

Case	**CDF F**	**PDF f**	**Propriétés du PDF**
(D)	$F(x)=\displaystyle\sum_{x_i\leqslant x}P(X=x_i)$	$f(x_j)=P(X=x_j)$	$0\leqslant f(x_j)\leqslant1$ and $\displaystyle\sum_jf(x_j)=1$
(C)	$F(x)=\displaystyle\int_{-\infty}^xf(y)dy$	$f(x)=\displaystyle\frac{dF}{dx}$	$f(x)\geqslant0$ and $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$

❒ **Variance** – La variance d'une variable aléatoire, souvent notée Var(X) ou σ^2, est une mesure de la dispersion de ses fonctions de distribution. Elle est déterminée de la manière suivante :

$$\boxed{\textrm{Var}(X)=E[(X-E[X])^2]=E[X^2]-E[X]^2}$$

❒ **Écart-type** – L'écart-type d'une variable aléatoire, souvent notée σ, est une mesure de la dispersion de sa fonction de distribution, exprimée avec les même unités que la variable aléatoire. Il est déterminé de la manière suivante :

$$\boxed{\sigma=\sqrt{\textrm{Var}(X)}}$$