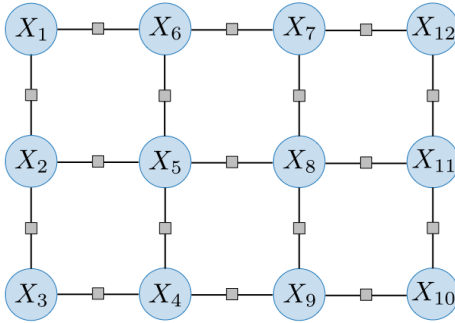


□ **Largeur arborescente** – La largeur arborescente (en anglais *treewidth*) d'un graphe de facteurs est l'arité maximum de n'importe quel facteur créé par élimination avec le meilleur ordre de variable. En d'autres termes,

$$\text{Treewidth} = \min_{\text{orderings}} \max_{i \in \{1, \dots, n\}} \text{arity}(f_{\text{new}, i})$$

L'exemple ci-dessous illustre le cas d'un graphe de facteurs ayant une largeur arborescente égale à 3.



Remarque : trouver le meilleur ordre de variable est un problème NP-difficile.

3.2 Réseaux bayésiens

Dans cette section, notre but est de calculer des probabilités conditionnelles. Quelle est la probabilité d'un événement étant donné des observations ?

3.2.1 Introduction

□ **Explication** – Supposons que les causes C_1 et C_2 influencent un effet E . Le conditionnement sur l'effet E et une des causes (disons C_1) change la probabilité de l'autre cause (disons C_2). Dans ce cas, on dit que C_1 a expliqué C_2 .

□ **Graphe orienté acyclique** – Un graphe orienté acyclique (en anglais *directed acyclic graph* ou *DAG*) est un graphe orienté fini sans cycle orienté.

□ **Réseau bayésien** – Un réseau bayésien (en anglais *Bayesian network*) est un DAG qui définit une loi de probabilité jointe sur les variables aléatoires $X = (X_1, \dots, X_n)$ comme étant le produit des lois de probabilités conditionnelles locales (une pour chaque nœud) :

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) \triangleq \prod_{i=1}^n p(x_i | x_{\text{Parents}(i)})$$

Remarque : les réseaux bayésiens sont des graphes de facteurs imprégnés de concepts de probabilité.