3.1.4 Transformations sur les graphes de facteurs

❒ **Indépendance** – Soit A,B une partition des variables X. On dit que A et B sont indépendants s'il n'y a pas d'arête connectant A et B et on écrit :

$$\boxed{A \textrm{ et } B \textrm{ indépendants } \Longleftrightarrow A \perp\!\!\!\perp B}$$

Remarque : l'indépendance est une propriété importante car elle nous permet de décomposer la situation en sous-problèmes que l'on peut résoudre en parallèle.

❒ **Indépendance conditionnelle** – On dit que A et B ont conditionnellement indépendants par rapport à C si le fait de conditionner sur C produit un graphe dans lequel A et B sont indépendants. Dans ce cas, on écrit :

$$\boxed{A \textrm{ et } B \textrm{ cond. indép. par rapport à } C \Longleftrightarrow A \perp\!\!\!\perp B|C}$$

❒ **Conditionnement** – Le conditionnement est une transformation visant à rendre des variables indépendantes et ainsi diviser un graphe de facteurs en pièces plus petites qui peuvent être traitées en parallèle et utiliser le retour sur trace. Pour conditionner par rapport à une variable $X_i = v$, on :

— considère toues les facteurs $f_1,...,f_k$ qui dépendent de X_i

— enlève X_i et $f_1,...,f_k$

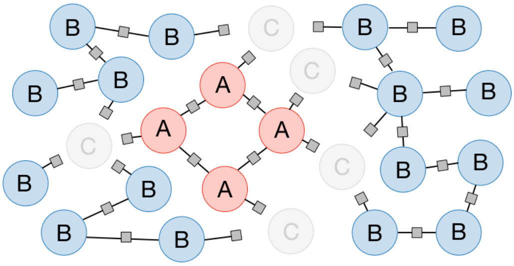
— ajoute $g_j(x)$ pour $j \in \{1,...,k\}$ défini par :

$$\boxed{g_j(x) = f_j(x \cup \{X_i : v\})}$$

❒ **Couverture de Markov** – Soit $A \subseteq X$ une partie des variables. On définit $\textrm{MarkovBlanket}(A)$ comme étant les voisins de A qui ne sont pas dans A.

❒ **Proposition** – Soit $C = \textrm{MarkovBlanket}(A)$ et $B = X \backslash (A \cup C)$. On a alors :

$$\boxed{A \perp\!\!\!\perp B|C}$$



❒ **Élimination** – L'élimination est une transformation consistant à enlever X_i d'un graphe de facteurs pour ensuite résoudre un sous-problème conditionné sur sa couverture de Markov où l'on :

— considère tous les facteurs $f_{i,1},...,f_{i,k}$ qui dépendent de X_i

— enlève X_i et $f_{i,1},...,f_{i,k}$

— ajoute $f_{\textrm{new},i}(x)$ défini par :

$$\boxed{f_{\textrm{new},i}(x) = \max_{x_i} \prod_{l=1}^{k} f_{i,l}(x)}$$