

- Étape 1 : Conversion de toutes les formules vers leur forme CNF
- Étape 2 : Application répétée de la règle de résolution
- Étape 3 : Renvoyer "non satisfaisable" si et seulement si False est dérivé

4.4 Calcul des prédicats du premier ordre

L'idée ici est d'utiliser des variables et ainsi permettre une représentation des connaissances plus compacte.

□ **Modèle** – Un modèle w en calcul des prédicats du premier ordre lie :

- des symboles constants à des objets
- des prédicats à n -uplets d'objets

□ **Clause de Horn** – En notant x_1, \dots, x_n variables et a_1, \dots, a_k, b formules atomiques, une clause de Horn pour le calcul des prédicats du premier ordre a la forme :

$$\boxed{\forall x_1, \dots, \forall x_n, \quad (a_1 \wedge \dots \wedge a_k) \rightarrow b}$$

□ **Substitution** – Une substitution θ lie les variables aux termes et $\text{Subst}(\theta, f)$ désigne le résultat de la substitution θ sur f .

□ **Unification** – Une unification prend deux formules f et g et renvoie la substitution θ la plus générale les rendant égales :

$$\boxed{\text{Unify}[f, g] = \theta} \quad \text{t.q.} \quad \boxed{\text{Subst}[\theta, f] = \text{Subst}[\theta, g]}$$

Note : $\text{Unify}[f, g]$ renvoie Fail si un tel θ n'existe pas.

□ **Modus ponens** – En notant x_1, \dots, x_n variables, a_1, \dots, a_k et a'_1, \dots, a'_k formules atomiques et en notant $\theta = \text{Unify}(a'_1 \wedge \dots \wedge a'_k, a_1 \wedge \dots \wedge a_k)$, modus ponens pour le calcul des prédicats du premier ordre s'écrit :

$$\boxed{\frac{a'_1, \dots, a'_k \quad \forall x_1, \dots, \forall x_n (a_1 \wedge \dots \wedge a_k) \rightarrow b}{\text{Subst}[\theta, b]}}$$

□ **Complétude** – Modus ponens est complet pour le calcul des prédicats du premier ordre lorsqu'il agit uniquement sur les clauses de Horn.

□ **Règle de résolution** – En notant $f_1, \dots, f_n, g_1, \dots, g_m, p, q$ formules et en posant $\theta = \text{Unify}(p, q)$, le règle de résolution pour le calcul des prédicats du premier ordre s'écrit :

$$\boxed{\frac{f_1 \vee \dots \vee f_n \vee p, \quad \neg q \vee g_1 \vee \dots \vee g_m}{\text{Subst}[\theta, f_1 \vee \dots \vee f_n \vee g_1 \vee \dots \vee g_m]}}$$

□ **Semi-décidabilité** – Le calcul des prédicats du premier ordre, même restreint aux clauses de Horn, n'est que semi-décidable.

- si $\text{KB} \models f$, l'algorithme de chaînage avant sur des règles d'inférence complètes prouvera f en temps fini
- si $\text{KB} \not\models f$, aucun algorithme ne peut le prouver en temps fini