

Norme	Notation	Définition	Cas
Manhattan, $L^1$	$\ x\ _1$	$\sum_{i=1}^n  x_i $	LASSO
Euclidien, $L^2$	$\ x\ _2$	$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$	Ridge
$p$ -norme, $L^p$	$\ x\ _p$	$\left(\sum_{i=1}^n x_i^p\right)^{\frac{1}{p}}$	Inégalité de Hölder
Infini, $L^\infty$	$\ x\ _\infty$	$\max_i  x_i $	Convergence uniforme

□ **Dépendance linéaire** – Un ensemble de vecteurs est considéré comme étant linéairement dépendant si un des vecteurs de cet ensemble peut être défini comme une combinaison des autres.

*Remarque : si aucun vecteur ne peut être noté de cette manière, alors les vecteurs sont dits linéairement indépendants.*

□ **Rang d'une matrice** – Le rang d'une matrice donnée  $A$  est notée  $\text{rang}(A)$  et est la dimension de l'espace vectoriel généré par ses colonnes. Ceci est équivalent au nombre maximum de colonnes indépendantes de  $A$ .

□ **Matrice semi-définie positive** – Une matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est semi-définie positive et est notée  $A \succeq 0$  si l'on a :

$$A = A^T \quad \text{et} \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad x^T A x \geq 0$$

*Remarque : de manière similaire, une matrice  $A$  est dite définie positive et est notée  $A \succ 0$  si elle est semi-définie positive et que pour tout vector  $x$  non-nul, on a  $x^T A x > 0$ .*

□ **Valeur propre, vecteur propre** – Étant donné une matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\lambda$  est une valeur propre de  $A$  s'il existe un vecteur  $z \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ , appelé vecteur propre, tel que :

$$Az = \lambda z$$

□ **Théorème spectral** – Soit  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Si  $A$  est symétrique, alors  $A$  est diagonalisable par une matrice orthogonale réelle  $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . En notant  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ , on a :

$$\exists \Lambda \text{ diagonal}, \quad A = U \Lambda U^T$$

□ **Décomposition en valeurs singulières** – Pour une matrice  $A$  de dimensions  $m \times n$ , la décomposition en valeurs singulières est une technique de factorisation qui garantit l'existence d'une matrice unitaire  $U$   $m \times m$ , d'une matrice diagonale  $\Sigma$   $m \times n$  et d'une matrice unitaire  $V$   $n \times n$ , tel que :

$$A = U \Sigma V^T$$