# Trabalho de PI - 2024-1 – UFABC

Prof. Cláudio N. Meneses

20 de abril de 2024

**DATA DE ENTREGA: até às 23h50 do dia 21/04/2024 (domingo).**

**INSTRUÇÕES:** Use o arquivo "Modelo de resolução de problemas.py", disponível no Moodle, para organizar os seus códigos-fonte em Python que resolvem os problemas a seguir. Submeta o arquivo com os seus códigos pelo *site* da disciplina no Moodle.

**Prob. 1 (4 pontos)** *A função de contagem de primos $c(x)$ fornece o número de números primos menores ou iguais a um dado número inteiro $x$. Por exemplo, como não existem números primos menores ou iguais a um, então $c(1) = 0$. Como existe um único número primo menor ou igual a 2, então $c(2) = 1$. Como os únicos números primos menores ou iguais a 3 são 2 e 3, então $c(3) = 2$.*

*Determine os pares de números primos que satisfazem a inequação $c(p_{n+1}^2) - c(p_n^2) < 4$, onde $p_n$ e $p_{n+1}$ são, respectivamente, o n-ésimo e o $(n+1)$-ésimo números primos, para $2 \leq n \leq 100$, d. Por exemplo, como os três primeiros números primos são $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$ e $n \geq 2$, começamos a análise com $c(p_3^2)$ e $c(p_2^2)$. Ou seja,*

$$c(p_3^2) - c(p_2^2) = c(5^2) - c(3^2) = c(25) - c(9) = 9 - 4 = 5.$$

*Assim, a inequação $c(p_{n+1}^2) - c(p_n^2) < 4$ **não** é satisfeita para o par $(n+1, n) = (3, 2)$. Note que, $c(25)$ é igual a 9, pois os únicos números primos menores ou iguais a 25 são $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$ e $c(9)$ é igual a 4, pois os únicos números primos menores ou iguais a 9 são $\{2, 3, 5, 7\}$.*

**Prob. 2 (3 pontos)** *Calcule a soma dos $n$ primeiros termos da sequência obtida a partir da contagem do número de números ímpares nas $n$ primeiras linhas do triângulo de Pascal. Ou seja, sendo $g_i$ o número de números ímpares na linha $i$ do triângulo de Pascal, adicione os valores de $g_i$ para $i \in [1, 1000]$. Por exemplo, se $i \in [1, 15]$, então os primeiros 15 termos da sequência são*

$$1, 2, 2, 4, 2, 4, 4, 8, 2, 4, 4, 8, 4, 8, 8.$$

*E assim, a soma dos números nesta sequência é igual a 65.*

**Número de Mersenne** é um número da forma $M_n = 2^n - 1$, onde $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. **Primo de Mersenne** é um número de Mersenne que também é um número primo. Nem todo número de Mersenne é primo. Como exemplo, os primeiros oito números de Mersenne são:

$$M_0 = 0, M_1 = 1, M_2 = 3, M_3 = 7, M_4 = 15, M_5 = 31, M_6 = 63, M_7 = 127.$$

**Prob. 3 (3 pontos)** *Calcule a soma dos primeiros $n$ expoentes primos de primos de Mersenne para $n \in [1, 30]$. Ou seja, adicione os $n$ primeiros valores de $p$ que são primos tal que $2^p - 1$ é primo. Por exemplo, se $n \in [1, 10]$, então os primeiros 10 termos desta sequência são*

$$2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89.$$

*Assim, a soma dos números em $\{2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89\}$ é igual a $247$.*