

Exerice 10

$$\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{(2n)!}$$

$$a_n = \frac{1}{(2n)!}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 = l$$

Donc d'après d'Alembert on a que, le rayon de convergence de cette série entière est:

$$R = \frac{1}{l} = \frac{1}{0} = +\infty \text{ par convention}$$

$$S(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{(2n)!}$$

On fait un changement de variable $x' = \sqrt{x}$

$$S(x') = \sum_{n \geq 0} \frac{x'^{2n}}{(2n)!} = \cosh(x')$$

$$\text{Donc } S(x) = \cosh(\sqrt{x})$$