Exerice 2

N lancers successifs d'une pièce déséquilibré. $\Omega = \{0,1\}^N$

$(\omega_1, \ldots, \omega_N) \in \{0,1\}^N$

$P((\underbrace{0, \ldots, 0}_{\text{que des 0}})) = (1-p)^N$

$P((\underbrace{1, \ldots, 1}_{\text{que des 1}})) = p^N$

$P((1, \underbrace{0, \ldots, 0}_{\text{que des 0}})) = p(1-p)^{N-1}$

$P((\omega_1, \ldots, \omega_N)) = p^{\boxed{k}}(1-p)^{\boxed{N-k}}$ nombre de 0, si k $= \sum_{i=1}^{N} \omega_i$

On regarde la somme:

$$X : \Omega \to \{0, \ldots, N\}$$
$$\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_N) \mapsto \omega_1 + \cdots + \omega_N$$

$$\begin{aligned} P(X = k) &= P(\{\omega : \omega_1 + \cdots + \omega_N = k\}) \\ &= \sum_{\omega_1 + \cdots + \omega_N = k} P(w) = \sum_{\omega_1 + \cdots + \omega_N = k} p^k (1-p)^{N-k} \text{ k = le nombre de succès} \\ &= \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \end{aligned}$$

C'est la loi binomial BIN(N, P)

N = nombre de lancers

P = proba de succès

NB: si $p = \frac{1}{2}$, P uniforme sur $\{0,1\}^N$ et alors $P(X = k) = \binom{N}{k} 2^{-N}$