Exerice 8

E espace euclidien

F - sev de E

$$s \circ s(x) = s(s(x))$$
$$= s(2P_F(x) - x)$$
$$= 2s(P_F(x)) - s(x)$$

or $P_F(x) \in F$ donc $s(P_F(x)) = P_F(x)$

$$s \circ s(x) = 2P_F(x) - s(x)$$
$$= 2P_F(x) - (2P_F(x) - x)$$
$$= x$$

On a bien $s \circ s = Id_3$

Comme s est une isométrie, il existe une base orthonormée dans laquelle la matrice associée S est orthogonale

Càd $SS^T = S^T S = I$

Comme $s \circ s = Id$, on a $S^2 = I$

En conclusion $S = S^T$, càd S-symétrique

Soit s-isométrie dans une base ON la matrice M de s est orthogonale et symétrique. Comme M est symétrique, elle est diagonalisable, donc par Ex 3.6, s'est une symétrie orthogonale

<u>Remarque</u> Si u-isométrie, alors u est une symétrie orthogonale $\Leftrightarrow u \circ u = Id$