Exerice 13

Pierre a une chaussette mais a égaré la deuxième. Celle-ci a une probabilité p ($p > 0.1$) d'être dans sa commode, qui comporte n tiroirs, et peut être dans n'importe quel tiroir. Pierre décide d'ouvrir k tiroirs ($1 \leq k \leq n$) : s'il trouve sa chaussette, c'est qu'elle était dans la commode ; s'il ne la trouve pas, il se dit que sans doute elle n'y était pas. On aimerait connaître le nombre minimum de tiroirs à ouvrir pour que Pierre se trompe avec une probabilité inférieure à 0.1.

T l'événement "Pierre se trompe."

C l'événement "La chaussette est dans la commode."

1. $P(T|C) = \dfrac{n-k}{n} \qquad P(T|C^c) = 0$

   On a que $P(T) = P(T|C)P(C) + P(T|C^c)P(C^c) = P(T|C)P(C) = \dfrac{n-k}{n}p$

2. On veut que $P(T) < 0.1 \Leftrightarrow \dfrac{n-k}{n}p < 0.1 \Leftrightarrow (n-k)p < 0.1n$

   $$\Leftrightarrow n - k < \frac{0.1n}{p} \Leftrightarrow k > n - \frac{0.1n}{p}$$

   Donc on prend k = $\lceil n(1 - \dfrac{0.1}{p}) \rceil$

3. On a pris $p > 0.1$ car si $p < 0.1$ on a $\dfrac{0.1n}{p} > n$ donc $n - \dfrac{0.1n}{p} < 0$

   Donc k = 0 suffit