Exercice 1

Soit E, F et G trois sous-ensembles d'un ensemble Ω. Représenter sur un dessin puis démontrer :

1. $E \cap F \subset E \subset E \cup F$

   soit $x \in E \cap F$ alors $x \in E$ et $x \in F$

   Donc on a bien $E \cap F \subset E$

   Soit $x \in E$ alors $x \in E \cup F$

   Donc on a bien $E \subset E \cup F$

2. $E \subset F$ alors $F^c \subset E^c$

   Si $x \notin F$ alors $x \notin E$ car autrement E ne serait pas une partie F

   Donc on a bien $F^c \subset E^c$

3. $F \backslash E = F \cap E^c$

   Si $x \in F \backslash E$, alors $x \in F$ et $x \notin E$

   Donc on a bien $F \backslash E \subset F \cap E^c$

   Si $x \in F \cap E^c$, alors $x \in F$ et $x \notin E$

   Donc on a bien $F \cap E^c \subset F \backslash E$

   Au final on a bien $F \backslash E = F \cap E^c$

4. $F = (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

   Soit $x \in F$, on a que soit $x \in E$ soit $x \in E^c$

   Donc si $x \in E$, $x \in (F \cap E)$ et $x \in (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

   Si $x \in E^c$, $x \in (F \cap E^c)$ et $x \in (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

   Donc $F \subset (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

   Soit $x \in (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

   $x \in (F \cap E)$ ou $x \in (F \cap E^c)$

   Si $x \in (F \cap E)$ alors $x \in F$ et $x \in E$ donc $x \in F$

   Si $x \in (F \cap E^c)$ alors $x \in F$ et $x \in E^c$ donc $x \in F$

   Donc $(F \cap E) \cup (F \cap E^c) \subset F$

   Donc on a bien $F = (F \cap E) \cup (F \cap E^c)$

5. TODO

6. TODO

Soit A et B deux sous-ensemble de Ω

Soit $x \in \Omega$

Si on a $1_B(x) = 0$ alors $1_A(x) \leq 0 \Rightarrow 1_A(x) = 0$

Donc si $x \notin B$ alors $x \notin A$

$\Rightarrow B^c \subset A^c$ or on a vu a l'exercice 1.2 que $B^c \subset A^c$ alors $A^{c^c} \subset B^{c^c} \Rightarrow A \subset B$