DM 2

• $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}^n$ est l'ensemble des résultats possibles

Comme le dé est équilibré, la mesure de probabilité P est une proba uniforme on a:

Soit A une partie de Ω $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$

• L'experience "obenir un 6 a un lancé" suit la loi de Bernoulli

Donc l'experience "obtenir k 6 sur n lancés" suit la loi binomiale on a donc que

$P(A_k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^k * (\frac{5}{6})^{n-k}$

Donc $P(A_0) = \begin{pmatrix} n \\ 0 \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^0 * (\frac{5}{6})^n = (\frac{5}{6})^n$

Et $P(A_1) = \begin{pmatrix} n \\ 1 \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^1 + (\frac{5}{6})^{n-1} = \frac{n}{6} * (\frac{5}{6})^{n-k}$

• B_1 est le complémentaire de A_0, car si obtient pas exactement 0 fois le chiffre 6 alors on a obtenu au moins un 6

$P(B_1) = 1 - P(A_0) = 1 - (\frac{5}{6})^n$

• Soit A_{1p} l'événement on a obtenu au plus 1 fois le chiffre 6

On a $A_{1p} = A_0 \cup A_1$

B_2 est le complémentaire de A_{1p}, car si obtient pas au plus 1 fois le chiffre 6 alors on obtient au moins 2 fois le chiffre 6

$P(B_2) = P(A_{1p}^c) = 1 - P(A_{1p}) = 1 - P(A_0 \cup A_1)$

Or A_0 et A_1 sont des événement disjoints

$P(B_2) = 1 - (P(A_0) + P(A_1))$

$= 1 - P(A_0) - P(A_1) = 1 - (\frac{5}{6})^n - \frac{n}{6} * (\frac{5}{6})^{n-k}$

• On a déjà calculé la formule générale pour A_k

$P(A_k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^k * (\frac{5}{6})^{n-k}$

• Soit A_{kp} l'événement on a obtenu au plus k fois le chiffre 6

$A_{kp} = \cup_{i=0}^{k} A_k$

$P(B_k) = P((A_{k-1})^c) = 1 - P(A_{k-1}) = 1 - P(\cup_{i=0}^{k-1} A_k)$

Or tous les événements A_k sont disjoints

Donc $P(B_k) = 1 - \displaystyle\sum_{i=0}^{k-1} P(A_k)$