DM 2

• $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^n$ est l'ensemble des résultats possibles

Comme le dé est équilibré, la mesure de probabilité P est une proba uniforme on a:

Soit A une partie de Ω $P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)}$

• L'experience "obenir un 6 a un lancé" suit la loi de Bernoulli

Donc l'experience "obtenir k 6 sur n lancés" suit la loi binomiale on a donc que

$P(A_k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^k * (\frac{5}{6})^{n-k}$

Donc $P(A_0) = \begin{pmatrix} n \\ 0 \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^0 * (\frac{5}{6})^n = (\frac{5}{6})^n$

Et $P(A_1) = \begin{pmatrix} n \\ 1 \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^1 + (\frac{5}{6})^{n-1} = \frac{n}{6} * (\frac{5}{6})^{n-1}$

• B_1 est le complémentaire de A_0, car si obtient pas exactement 0 fois le chiffre 6 alors on a obtenu au moins un 6

$P(B_1) = 1 - P(A_0) = 1 - (\frac{5}{6})^n$

• Soit A_{1p} l'événement on a obtenu au plus 1 fois le chiffre 6

On a $A_{1p} = A_0 \cup A_1$

B_2 est le complémentaire de A_{1p}, car si obtient pas au plus 1 fois le chiffre 6 alors on obtient au moins 2 fois le chiffre 6

$P(B_2) = P(A_{1p}^c) = 1 - P(A_{1p}) = 1 - P(A_0 \cup A_1)$

Or A_0 et A_1 sont des événement disjoints

$$\begin{aligned} P(B_2) &= 1 - (P(A_0) + P(A_1)) \\ &= 1 - P(A_0) - P(A_1) = 1 - (\frac{5}{6})^n - \frac{n}{6} * (\frac{5}{6})^{n-1} \end{aligned}$$

• On a déjà calculé la formule générale pour A_k

$P(A_k) = \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^k * (\frac{5}{6})^{n-k}$

• Soit A_{kp} l'événement on a obtenu au plus k fois le chiffre 6

$A_{kp} = \cup_{i=0}^{k} A_i$

$P(B_k) = P((A_{(k-1)p})^c) = 1 - P(A_{(k-1)p}) = 1 - P(\cup_{i=0}^{k-1}(A_i))$

Or tous les événements A_k sont disjoints

Donc $P(B_k) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} P(A_i)$

$$= 1 - \sum_{i=0}^{k-1} \begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix} (\frac{1}{6})^i (\frac{5}{6})^{n-i}$$