

Exerice 15

accident taxi renverse piéton

taxi peut être rouge ou jaune

n = le nombre de taxi rouge

le témoin Elodie peut dire la vérité (V) ou se tromper (F)

$$\mathcal{P}(V) = \frac{4}{5}$$

$$\mathcal{P}(F) = \frac{1}{5}$$

1) Traduire l'énoncé de façon probabiliste

2) Proba que le Elodie ait vu un taxi rouge

3) Le Elodie a vu un taxi rouge, quelle est la proba que le taxis impliqué soit rouge

$$1) P(J) = \frac{5n}{5n + n} = \frac{5}{6}$$

$$P(R) = \frac{n}{5n + n} = \frac{1}{6}$$

$$\text{On a aussi } \mathcal{P}(V) = \frac{4}{5}$$

$$\mathcal{P}(F) = \frac{1}{5}$$

Et on suppose R/J indépendant de V/F

$$\begin{aligned} 2) P(\text{Elodie ait vu un taxi R}) &= P(R \cap V) + P(J \cap F) \\ &= \frac{1}{6} * \frac{4}{5} + \frac{5}{6} * \frac{1}{5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) P(R | \text{Elodie a vu R}) &= \frac{P(R \cap \text{Elodie a vu R})}{P(\text{Elodie a vu R})} \\ &= \frac{P(R \cap V)}{P(R \cap V) + P(J \cap F)} \\ &= \frac{\frac{4}{30}}{\frac{9}{30}} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

Second témoin Nicolas

On introduit les événements complémentaires V_2, F_2

$$V_2 = \text{Nicolas dit vrai, et } P(V_2) = \frac{4}{5}$$

$$F_2 = \text{Nicolas dit Faux, et } P(F_2) = \frac{1}{5}$$

On suppose les événements V/F indépendant de V_2/F_2

4) $\{\text{Élodie a vu R}\}$ et $\{\text{Nicolas a vu R}\}$ sont ils indépendants ?

5) $P(\text{Nicolas a vu R} \mid \text{Elodie a vu R}) = ?$

6) $P(R \mid \text{Nicolas a vu R} \cap \text{Elodie a vu R}) = ?$

$$4) P(\text{Élodie a vu R}) = P(\text{Nicolas a vu R}) = \frac{3}{10}$$

$$P(\text{Élodie a vu R} \cap \text{Nicolas a vu R}) = P(R \cap V \cap V_2) + P(J \cap F \cap F_2)$$

$$= P(R)P(V)P(V_2) + P(J)P(F)P(F_2) = \frac{1}{6} * \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \frac{5}{6} * \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{21}{150} = \frac{7}{50}$$

$$\text{Donc } P(\text{Elodie a vu R}) * P(\text{Nicolas a vu R}) = \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{9}{100} \neq \frac{7}{50}$$

$$5) P(\text{Nicolas a vu R} \mid \text{Elodie a vu R}) = \frac{P(\text{Élodie a vu R} \cap \text{Nicolas a vu R})}{P(\text{Elodie a vu R})} = \frac{\frac{7}{50}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{15}$$

$$6) P(R \mid \text{Nicolas a vu R} \cap \text{Elodie a vu R}) = \frac{P(R \cap \text{Nicolas a vu R} \cap \text{Elodie a vu R})}{P(\text{Nicolas a vu R} \cap \text{Elodie a vu R})}$$

$$= \frac{P(R \cap V \cap V_2)}{\frac{7}{50}} = \frac{\frac{1}{6} * \frac{16}{25}}{\frac{7}{50}} = \frac{16}{150} * \frac{50}{7} = \frac{16}{21} \approx 0.76$$