

Exerice 3

Soit R_1 le rayon de convergence de $\sum a_n x_n$

$x^n a_n$ est borné si $x \in]-R_1, R_1[$ et n'est pas borné si $x \in \mathbb{R} \setminus [-R_1, R_1]$

Soit $x \in \mathbb{R}_+$ et $x' = x^2$

Si $x' < \sqrt{R_1} \Rightarrow x < R_1$

Donc $(x')^n a_n$ est borné

Si $x' > \sqrt{R_1} \Rightarrow x > R_1$, donc $x \in \mathbb{R} \setminus [-R_1, R_1]$

Donc $(x')^n a_n$ n'est pas borné

Alors $\sup\{x' \in \mathbb{R}_+ \mid a_n x'_n \text{ borné} \} = \sup\{x \in \mathbb{R}_+ \mid a_n (x^2)^n \text{ borné} \} = \sqrt{R_1} = R_2$