

126

1. Stredná doba telefonátu je 1 minúta. V priemere z oblasti volá 240 účastníkov za hodinu. Riešte pomocou markovových linkových modelov. Pomocou modelu $M/M/\infty$ odhadnite minimálny počet liniek tak, aby systém odmietal maximálne 5% zákazníkov.

$$\lambda = 240 / h$$

$$P_{\text{loss}} = 0,05$$

$$\pi_k = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$\frac{1}{\mu} = 1 \text{ min} / 2 = \frac{1}{60} \text{ h} / 2$$

$$k \quad \pi_k$$

$$0 \quad 0,183$$

$$1 \quad 0,432$$

$$2 \quad 0,764$$

$$3 \quad 0,952$$

$$4 \quad 1,952$$

$$1,5616$$

$$1,041$$

$$0,595$$

$$0,2944$$

číslo

$$\lambda = 4$$

$$9 \quad 0,132$$

$$10 \quad 0,0529$$

$$11 \quad 0,0192 \approx 0,05$$

Treba aspoň 11 liniek

2. (3b) Zataženie jednolinkového systému je 0.9 [erlang]. Navrhnete minimálnu veľkosť buffera (frontu) tak, aby systém odmietal maximálne 10% požiadaviek. Aké je stredné čakanie vo fronte, ak vieme že vstupný tok je 200 požiad./s?

$$\lambda = 0,9 \text{ [erlang]}$$

$$\lambda = 200 \text{ p/s}$$

$$n=1$$

$$P_{\text{loss}} = 0,1$$

$$\text{Min. } L \text{ ?}$$

$$\text{Min. } P_{\text{loss}} = 0,1$$

Min. L ?

$$EL = \frac{\lambda}{\mu} \cdot 1 \cdot 0,95 + 0 \cdot 0,05 = 0,85$$

$$k \quad Q_k \quad \pi_k \quad \pi_k \quad \pi_k$$

$$0 \quad 1 \quad 0,95$$

$$1 \quad 0,9 \quad 0,300$$

$$2 \quad 0,405 \quad 0,105$$

$$3 \quad 0,105 \quad 0,035$$

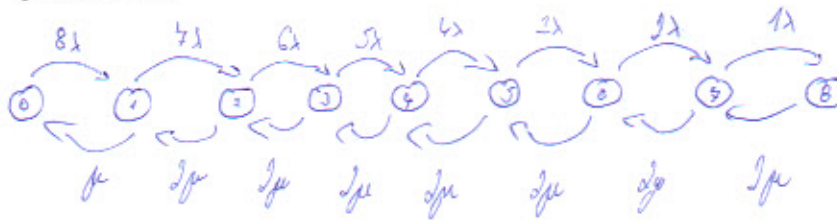
$$4 \quad 0,0263$$

$$5 \quad 0,0066$$

$$\Sigma \quad 1,4587$$

$$EW, \frac{EL}{\lambda} = \frac{0,85}{200} = 1,59 \cdot 10^{-3} \quad 0,00159$$

3. 8 počítačov majú na starosti 2 servisný pracovníci. Jeden počítač vyžaduje servis raz za 6 dni. Doba servisu trvá 4 hodín. (pracuje sa dňom i nocou). Na riešenie použite Markovov uzavretý model. Ako dlho v priemere sa čaká vo fronte na servis? Aké je využitie servisného pracovníka?



| k | Q_k | π_k |
|-----|-------|---------|
| 0 | 1 | 0,00043 |
| 1 | 8 | 0,0254 |
| 2 | 28 | 0,0120 |
| 3 | 84 | 0,0361 |
| 4 | 210 | 0,0903 |
| 5 | 420 | 0,1806 |
| 6 | 630 | 0,2409 |
| 7 | 630 | 0,2409 |
| 8 | 315 | 0,1354 |
| | 2326 | 1 |

$$E3 = 0\pi_0 + 1\pi_1 + 2\pi_2 + 3[\pi_3 + \dots + \pi_8]$$

$$= 1,9958 / 2 = 0,9979 \Rightarrow \text{MOZ. NA } 99,79\%$$

↓
20% AC ↓
TECHNICI

$$E3 = EL = 0,0361 + 2 \cdot 0,0903 + 3 \cdot 0,1806 + 4 \cdot 0,2409 + 5 \cdot 0,2409 + 6 \cdot 0,1354$$

$$= 4,009$$

~~Priem. čak. vo fronte 4 h, dĺžka frontu 4 hodiny~~

4. V informačnej kancelárii a priemerne uskutoční 60 telefonátov za hodinu. Stredná doba telefonátu je 50 sekúnd. Predpokladáme Markovov model. Nech je v systéme jedna linka. Koľko telefonátov v priemere je odmietnutých v priebehu hodiny? Aké je využitie systému?

60 z/h n=1 linka Ak? COMETUJÚ?

$$\frac{1}{\mu} = 50s = \frac{5}{6} \text{ min} = \frac{1}{72} \text{ h}$$

$$P_0 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 0,8333 = 83,33\%$$

ODMIET. CCA. 300 h za hodinu

$$L = ?$$

$$\frac{1}{6} L = \frac{5}{6}$$

$$L = 5$$

$$5 = \lambda \cdot \frac{1}{72}$$

\Rightarrow 60 sa uskutoč. = vyhovím

$$1 = \frac{5}{\frac{1}{72}} = 360$$

\Rightarrow 360 dĺžky - 60 vyhovím

= 300 nevyhovím

$$\frac{60}{72} = \frac{\lambda}{\mu} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \right)$$

$$\frac{5}{6} \cdot 2 + \frac{5}{6} = 2$$