Definície z ALGEBRY

- Hovoríme, že $c \epsilon C$ je koreňom polynómu $p_n(x)=a_0+a_1x+...+a_nx^n$, ak platí $p_n(c)=0$
- Ak polynóm $p_n(x)=(x-c)^k.q_{n-k}(x)$ je polynóm stupňa *n-k* a $q_{n-k}(c)\neq 0$ hovoríme, že *c* je k-násobný koreň polynómu $p_n(x)$
- Hovoríme, že polynóm p(x) je ireducibilný nad poľom P, ak neexistujú polynómy $p_1(x)$, $p_2(x)$ stupňa aspoň prvého aby sa dalo napísať $p(x)= p_1(x).p_2(x)$
- Nech p(x), q(x) sú 2 polynómy. Funkciu $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ definovanú pre každé *x*, pre ktoré je $q(x)\neq 0$ nazveme racionálnou funkciou. Nech stupeň {p(x)}=*m*, stupeň {q(x)}=*n*. Ak *m*<*n*, hovoríme, že je rýdzoracionálna funkcia.
- Funkcie tvaru $\frac{A}{(x-a)^k}$ alebo $\frac{Mx+N}{(x^2+bx+c)^{k'}}$,kde
  A, M, N, a, b, c – reálne čísla
  k – prirodzené čísla
  (x^2+bx+c) nemá reálne korene $((b^2-4ac)<0)$, nazývame elementárnymi zlomkami =parciálne zlomky
- Nech A je matica
  - Ak *m=n*, hovoríme, že A je štvorcová matica stupňa *n*
  - Ak $a_{ij}=0$ pre všetky i=1,2,...,*m* a j=1,2,...,*n* , hovoríme, že A je nulová matica = 0_{mxn}, 0_{mn}, 0
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ij}=0$ pre všetky i≠j, i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je diagonálna matica
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ii}=1$ a $a_{ij}=0$ pre všetky i≠j, i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je jednotková matica = E
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ij}=0$ pre všetky i>j, i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je horná trojuholníková matica
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ij}=0$ pre všetky i<j, i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je dolná trojuholníková matica
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ij}=a_{ij}$ pre všetky i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je symetrická matica
  - Ak v štvorcovej matici A stupňa *n* je $a_{ij}\neq a_{ij}$ pre všetky i=1,2,...,*n* a j=1,2,...,*n*, hovoríme, že A je antisymetrická matica (v antisymetrickej matici musí byť $a_{ii}=0$ pre všetky i=1,2,...,*n*)
- Nech $A=(a_{ij})$ je matica typu *mxn*, $B=(b_{ij})$ je matica typu *nxp*. Súčinom matíc A a B rozumieme maticu $C=(c_{ij})$ typu *mxp* s prvkami $c_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{ik}.b_{kj}$ pre všetky i=1,2,...,*m* a j=1,2,...,*p*
- Nech A je štvorcová matica stupňa *n*. Potom k-tou mocninou matice A rozumieme štvorcovú maticu stupňa *k*, ktorú označujeme A^k: $A^k=\begin{cases} E & k=0 \\ A^{k-1}A & k=1,2,\dots \end{cases}$
- Ak pre i<j, *i,j*є{1,2,…,n} je π(i)>π(j), hovoríme, že dvojica (i,j) predstavuje inverziu k permutácii π
- Znamienko permutácie π je číslo *zn*π=$(-1)^k$, kde *k* je počet inverzií v permutácií π
- Determinantom danej štvorcovej matice $A=(a_{ij})$ stupňa *n* nad číselným poľom nazývame číslo: det A = $\sum_{\pi \epsilon \prod} zn\pi . a_{1\pi(1)}.a_{2\pi(2)}\dots.a_{n\pi(n)}$

- Nech $A=(a_{ij})$ je štvorcová matica stupňa *n* a nech matica A_{ij} je štvorcová matica stupňa *n-1*, ktorá vznikla z matice A vynechaním jej i-teho riadku a j-teho stĺpca. Číslo $A_{ij}=(-1)^{i+j}.|A_{ij}|$ sa nazýva algebraický doplnok prvku a_{ij}
- Vedúci prvok nenulového riadku matice A, ktorá má prvky $A=(a_{ij})_{mxn}$ je prvý nenulový prvok tohto riadku
- Hovoríme, že matica $A=(a_{ij})_{mxn}$ je v stupňovitom tvare ak:
  1. Každý nenulový riadok sa nachádza nad každým nulovým nulovým riadkom
  2. Ak a_{ij} a a_{kl} sú vedúce prvky i-teho a k-teho riadku a i<k, j<l
- Elementárnymi riadkovými operáciami na ľubovoľnej matici A rozumieme každú z nasledujúcich operácií:
  1. vzájomná výmena riadkov
  2. vynásobenie niektorého riadku nenulovým skalárom (konštantou)
  3. pripočítanie nenulového k-násobku niektorého riadku matice inému riadku matice
- Hodnosť matice A je počet nenulových riadkov matice B, ktorá je v stupňovitom tvare a ktorá je s maticou A riadkovo ekvivalentná = h(A)
- Nech A je štvorcová matica stupňa *n*, hovoríme, že matica A je regulárna, ak h(A)=n. Matica A je singulárna ak h(A)<n. Číslo d=n-h(A) sa nazýva defekt (nulita) matice
- Nech A je štvorcová matica stupňa *n*. Nech existuje štvorcová matica B stupňa *n* taká, že A.B=B.A=E. Potom hovoríme, že matica B je inverzná matica k matici A. Značíme A^{-1}
- Maticu (A_{ji}) nazývame adjungovanou maticou k matici $A=(a_{ij})$, kde A_{ij} sú algebraické doplnky k prvkom a_{ij}. Označujeme $adjA=(A_{ji})$
- Binárnou operáciou ○ na neprázdnej množine M≠{0} rozumieme zobrazenie ○: MxM -> M
- Nech M je neprázdna množina M≠{0} a ○ je na nej definovaná BO. Budeme hovoriť že BO ○ je komutatívna, ak pre ∀a,bϵM: a○b = b○a. Operácia ○ je asociatívna, ak pre ∀a,b,c ϵM platí: (a○b)○c = a○(b○c)
- Nech M je neprázdna množina a ○,□ sú BO na nej definované. Budeme hovoriť, že BO ○ je distributívna na BO □ ak je distributívna zľava aj sprava:
  a○(b□c) = (a○b) □ (a○c) ∧ (b□c)○a = (b○a) □ (c○a)
- Algebraická štruktúra je neprázdna množina a na nej definované BO spolu s ich vlastnosťami
- Grupoid je AŠ=(M, ○), kde M≠{0} a ○ je na nej BO
- Pologrupa je grupid, ktorého operácia je asociatívna
- Nech (M, ○) je grupoid a nech eϵM. Hovoríme, že *e* je neutrálny prvok ak pre ∀aϵM: e○a = a○e = a
- Nech (M, ○) je grupoid. Nech existuje neutrálny prvok eϵM a nech $a,a_s \epsilon M$. Hovoríme, že a_s je symetrizačný prvok k prvku *a*: a_s○a = a○a_s = e
- Monoid je pologrupa, v ktorej existuje neutrálny prvok
- Grupa je monoid, v ktorom ku každému prvku ∀aϵM existuje $a_s \epsilon M$
- Nech M≠{0} a ⊕ a ⊗ sú na nej definované operácie. Algebraická štruktúra (M, ⊕,⊗) sa nazýva okruh ak:
  1. (M, ⊕) je komutatívna grupa
  2. (M, ⊗) je pologrupa
  3. ⊗ je distributívna vzhľadom na ⊕ pre ∀a,b,c ϵM:
  a⊗(b⊕c) = (a⊗b)⊕(a⊗c) ∧ (b⊕c)⊗a = (b⊗a)⊕(c⊗a)

- Nech (M, ⊕,⊗) je okruh. Hovoríme, že (M, ⊕,⊗) je teleso, ak algebraická štruktúra (M-{0_0},⊗) je grupa.
  Ak naviac operácia ⊗ je komutatívna, hovoríme o komutatívnom telese = poli
- Nech (M, ⊕,⊗) je okruh. Prvky a,bϵM, také že a≠0_0, b≠0_0 nazývame delitele nuly okruhu, ak platí: a⊗b=0_0. Komutatívny okruh, ktorý nemá delitele nuly nazývame obor integrity
- Nech P=(P,+,.) je pole s jednotkovým prvkom 1_p. Nech V=(V,+) je komutatívna grupa. Nech . je vonkajšia BO, ktorá ∀tϵP a ∀vϵV priradí t.vϵV. Hovoríme, že (V,+,.) je vektorový priestor nad poľom P ak platí:
  (t+s).v = t.v + s.v
  (t.s).v = t.(s.v)
  t.(u+v) = t.u + t.v
  1_p.v = v
- Nech (V,+,.) je vektorový priestor definovaný nad poľom P a nech neprázdna množina S je podmnožinou množiny V. Hovoríme, že (S,+,.) je podpriestorom vektorového priestoru (V,+,.) ak platí:
  1. ∀u,vϵS -> u+tϵS
  2. ∀tϵP, ∀vϵS -> t.vϵS
- Hovoríme, že vektory $v_1,v_2,...,v_n$ sú lineárne nezávislé ak z rovnosti $c_1v_1+c_2v_2+...+c_nv_n=0$ vyplýva $c_1=0$, $c_2=0,...,c_n=0$
- Hovoríme, že vektory $v_1,v_2,...,v_n$ sú lineárne závislé ak $c_1v_1+c_2v_2+...+c_nv_n=0$ a existuje aspoň jedno c_i≠0
- Množinu β={$b_1,b_2,\dots,b_n$} vektorov vektorového priestoru V(P) nazývame bázou vektorového priestoru ak:
  1. vektory $b_1,b_2,\dots,b_n$ sú lineárne nezávislé
  2. každý vektor aϵV(P) možno napísať ako lineárnu kombináciu vektorov $b_1,b_2,\dots,b_n$
- Nech (V,+,.) je vektorový priestor definovaný nad poľom P. Nech β je jeho báza. Počet prvkov bázy nazývame dimenziou (rozmerom) vektorového priestoru V(P) = dim V(P)
- Hodnosť matice A je dimenzia vektorového podpriestoru, ktorý k nej prislúcha h(A)=dim V(P)
- Nech A je štvorcová matica stupňa n nad poľom R. Determinant det(A-λE) nazývame charakteristickým polynómom matice A
- Nech A je štvorcová matica stupňa n nad poľom R. Rovnicu $\det(A-\lambda E)=b_0\lambda^n+b_1\lambda^{n-1}+...+b_{n-1}\lambda+b_0$ nazývame charakteristickou rovnicou matice A. Korene charakteristickej rovnice matice A nazývame vlastné hodnoty matice A
- Nech λ_0 je vlastná hodnota matice A. Stĺpcový vektor x≠o, pre ktorý platí: $(A-\lambda_0E)x\neq o$, nazývame vlastným vektorom prislúchajúcim vlastnej hodnote λ_0
- Nech V(P) je vektorový priestor s konečnou dimenziou n. Nech β=($b_1,b_2,\dots,b_n$) je báza vektorového priestoru V(P) a xϵV(P). Nech $x=t_1b_1+t_2b_2+...+t_nb_n = \sum_{i=1}^{n} t_ib_i$. Prvky t_1, $t_2,\dots,t_n$ nazývame súradnice vektora x v báze β