DO - Postoptimalizačná analýza

Podnik vyrába výrobky V1, V2 a V3 z troch surovín. K dispozícii máme: 70 ton suroviny S1
40 ton suroviny S2
30 ton suroviny S3
Zisky z predaja 1 tony výrobkov v tis. Sk sú: 10, 10, 30.
V tabuľke je udaná spotreba suroviny v tonách na jednu tonu výrobku.

Suroviny \ Výrobky	V1	V2	V3
S1	2	2	4
S2		4	1
S3	1		2

1. Určte výrobný program závodu taký, aby zisk bol maximálny!
2. Ako sa môže meniť zásoba suroviny S1, aby zostala zachovaná štruktúra optimálneho riešenia?
3. V akom intervale sa musí pohybovať zásoba suroviny S2, bez toho, aby sa spotrebovala úplne?

Riešenie

1. Určte výrobný program závodu taký, aby zisk bol maximálny!

```
max zisk = 10x1 + 10x2 + 30x3

st          2x1 +  2x2 +  4x3 <= 70
                   4x2 +   x3 <= 40
            1x1        +  2x3 <= 30
```

***Simplexová metóda*:**

```
**********************************************************
Initial Tableau (prvá)
BASIS   ZISK      X1      X2      X3    Slack1   Slack2   Slack3     SOL
========================================================================
ZISK    1.00  -10.00  -10.00  -30.00    0.00      0.00     0.00      0.00
------------------------------------------------------------------------
Slack1  0.00    2.00    2.00    4.00    1.00      0.00     0.00     70.00
Slack2  0.00    0.00    4.00    1.00    0.00      1.00     0.00     40.00
Slack3  0.00    1.00    0.00    2.00    0.00      0.00     1.00     30.00
------------------------------------------------------------------------

Tableau:   2 (posledná)
BASIS   ZISK      X1      X2      X3    Slack1   Slack2   Slack3     SOL
========================================================================
ZISK    1.00    5.00    0.00    0.00    5.00      0.00     5.00    500.00
------------------------------------------------------------------------
X2      0.00    0.00    1.00    0.00    0.50      0.00    -1.00      5.00
Slack2  0.00   -0.50    0.00    0.00   -2.00      1.00     3.50      5.00
X3      0.00    0.50    0.00    1.00    0.00      0.00     0.50     15.00
------------------------------------------------------------------------

ZISK   = 500. X1     =   0. Slack2 =   5.
                    X2     =   5.
                    X3     =  15.
```

***Revidovaná simplexová metóda*:**

```
                          REDUCED  +------- COST RANGING ---------
  VARIABLE     VALUE        COSTS  |   LOWEST   INITIAL    HIGHEST
-----------------------------------------------------------------
  ZISK        500.000
   X1           0.000       5.000      -INF      10.000     15.000
   X2           5.000       0.000      0.000     10.000     15.000
   X3          15.000       0.000     20.000     30.000     INF
 Slack1         0.000       5.000      -INF       0.000      5.000
 Slack2         5.000       0.000     -1.429      0.000      2.500
 Slack3         0.000       5.000      -INF       0.000      5.000

                            UNIT   +-------- RHS RANGING ---------
  CONSTRAINT   UNUSED       WORTH  |   LOWEST   INITIAL    HIGHEST
-----------------------------------------------------------------
     1  <=      0.000       5.000     60.000     70.000     72.500
     2  <=      5.000       0.000     35.000     40.000     INF
     3  <=      0.000       5.000     28.571     30.000     35.000
```

2. Ako sa môže meniť zásoba suroviny S1, aby zostala zachovaná štruktúra optimálneho riešenia?

Riešime citlivosť na koeficient $\mathbf{b_1}$ - pravá strana prvej podmienky.

Poznámky ako v bode 2 až na to, že je jedno, či použijeme tabuľky pre maxim alebo minim, pretože citlivosť riešenia na pravú stranu štrukturálnej podmienky nezávisí na účelovej funkcii ale na prechodovej matici.

Riešenie: Zásoba suroviny S1 sa môže meniť v intervale $b_1 \in <60, 72,5>$ a riešenie s HÚF je (pre minim) ⟶

$$\begin{pmatrix} f(x) \\ x_2 \\ x_5 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & -5 \\ 0 & 1/2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 7/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5b_1 - 150 \\ b_1/2 - 30 \\ -2b_1 + 145 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Pozn. x_5 je doplnková premenná v druhej podmienke a v MORe je zodpovedá premenná Slack2.

3. V akom intervale sa musí pohybovať zásoba sur. S2, bez toho, aby sa spotrebovala úplne?

Premenná x_5 predstavuje množstvo nespotrebovanej suroviny S2. Pokiaľ je $x_5>0$ surovina S2 nebude spotrebovaná.

x_5 je v báze v poslednej tabuľke v riadku druhom, tento riadok odpovedá surovine S2. Pokiaľ nebude zmenená báza, bude $x_5>0$. Riešime teda **citlivosť na $\mathbf{b_2}$.**

Riešenie: Pokiaľ $b_2 \in (35, \infty)$, x_5 zostáva v báze, a teda x_5, a teda surovina S2 sa nespotrebuje úplne a riešenie je:

$$\begin{pmatrix} f(x) \\ x_2 \\ x_5 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & -5 \\ 0 & 1/2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 7/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 0 \\ 70 \\ b_2 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -500 \\ 5 \\ b_2 - 35 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Pozn. x_5 je doplnková premenná v druhej podmienke a v MORe je zodpovedá premenná Slack2.