

Úloha 1 (Poissonov proces, MM1 s konečným frontom, veta o zachovaní toku pravdepodobnosti)

Pracovníčka banky vybavuje telefónne hovory. Hovor trvá priemerne 2 minúty. Predpokladáme, že trvanie hovoru je exponenciálna náhodná veličina. Volania prichádzajú v náhodných okamihoch, priemerne 12 volaní za hodinu. Telefónne zariadenie, ktoré prepája hovory na pracovníčku, umožňuje čakať trom volaniam.

- Nájdite všetky stavy, do ktorých sa môže spojovacie zariadenie dostať. Do grafu nakreslite orientovanými hranami všetky prechody medzi stavmi, ktoré môžu nastať vplyvom jednej udalosti (tu sú možné len dva typy udalostí: príchod nového volania a ukončenie prebiehajúceho volania). Určite aj intenzity výskytu týchto udalostí.
- Vypočítajte invariantné (v čase nemenné) rozdelenie pravdepodobností stavov systému.
- Aká je pravdepodobnosť, že keď zavoláme do banky, zariadenie nás okamžite spojí s pracovníčkou?
- Aká je pravdepodobnosť, že keď zavoláme do banky, tak budeme musieť čakať, kým sa skončí prebiehajúce volanie?
- Aká je pravdepodobnosť, že keď zavoláme do banky, tak nás zariadenie zaradí ako tretieho do čakacieho frontu?
- Aká je pravdepodobnosť, že keď zavoláme do banky, tak budeme odmietnutý?
- Koľko zákazníkov banky sa počas 6 hodín v priemere nedovolá?
- Koľko hodín počas 6-hodinovej pracovnej doby pracovníčka v priemere telefonuje?

Úloha 2 (MM1 bez frontu)

O koľko by sa zmenil priemerný počet nevybavených telefonátov, ak by sa pracovalo bez spojovacieho zariadenia?

Úloha 3 (MM1 s konečným frontom, so závislou intenzitou obsluhy)

Koľko zákazníkov sa do banky počas 6 hodín v priemere nedovolá, ak predpokladáme, že pracovníčka dvojnásobne zrýchli vybavovanie volaní, v tom čase, keď jej zariadenie signalizuje, že vo fronte čaká ďalšie volanie?

Úloha 4 (MM1 s konečným zdrojom a frontom – „uzavretý systém“)

V podniku je 5 počítačov. Cez sieť sú pripojené ku spoločnej tlačiarňi. Každý počítač môže do frontu tlačiarne poslať jeden dokument, ďalší dokument môže poslať až po vytlačení predošlého. Ak úradník dokončí dokument a dokument nie je možné poslať na tlačiareň, uloží ho na disk, do archívu. Z každého počítača sa tlačia priemerne 2 dokumenty za hodinu. Vytlačenie dokumentu trvá v priemere 3 minúty a je to exponenciálna náhodná veličina.

- Na koľko percent je v priemere tlačiareň využitá?
- Koľko dokumentov je priemerne v tlačiarňi (vrátane toho, ktorý sa práve tlačí)?

Úloha 5 (MMn bez frontu – „uzavretý systém“)

Na združovacie zariadenie je pripojených 5 telefónov. Z každého telefónu sa volá priemerne raz za 2 hodiny. Predpokladajme priemernú dobu hovoru 5 minút. Koľko liniek z ústredne treba priviesť na združovacie zariadenie, aby bola pravdepodobnosť odmietnutia hovoru menšia než 0,01?

Úloha 6 (rôzne linky obsluhy)

Do uzla paketovej siete prichádza priemerne 20 paketov za sekundu. Pakety sú smerované do zásobníka (buffre), kde sú 3 miesta. Pakety sú zo zásobníka odoberané dvoma linkami ďalej do susedného uzla. Paket je zo zásobníka vymazaný, až keď je celý prenesený. Linky majú prenosovú rýchlosť 64 kbit/sek a 16 kbit/sek. Predpokladáme, že dĺžka paketu je exponenciálna náhodná veličina so strednou hodnotou 400 Bytes. Ak príde paket a obe linky sú voľné, začne ho prenášať rýchlejšia linka.

- Koľko percent paketov sa v uzle stráca?
- Koľko kBytes pamäti v uzle pakety priemerne zaberajú?
- Aký priemerný čas sa paket zdrží v uzle?