30.11.07 20-11-07 5 OK ESTE 8,9 !

s02-049 riešil(a): Felix Feja

1. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_1 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in N\}$.

$A_1 = \{ \frac{4}{5}; \frac{5}{8}; \frac{6}{11}; \frac{1}{2}; \frac{8}{17}; \frac{9}{20}; \frac{10}{23} \}$

$\min A_1 = \nexists$ $\max A_1 = \frac{4}{5}$ $\inf A_1 = \frac{1}{3}$ $\sup A_1 = \frac{4}{5}$

2. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_2 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in Z\}$.

$A_2 = \{ \frac{1}{10}; 0; -\frac{1}{4}; -2; \frac{3}{2}; \frac{4}{5}; \frac{5}{8}; \frac{6}{11} ... \}$

$\min A_2 = -2$ $\max A_2 = \frac{3}{2}$ $\inf A_2 = -2$ $\sup A_2 = \frac{3}{2}$

3. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_3 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in Q, n \neq -\frac{2}{3}\}$.

$A_3 = \{ \frac{11}{5}; \frac{8}{3}; 5; \frac{3}{2}; 1; \frac{10}{9}; \frac{13}{11} ... \}$

$\min A_3 = \nexists$ $\max A_3 = \nexists$ $\inf A_3 = -\infty$ $\sup A_3 = \infty$

4. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_4 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in N\}$.

Hromadné body množiny A_4 sú: $\frac{1}{3}$ lebo $\lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{3n}{n}+\frac{2}{n}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{1}{3}$

5. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_5 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in Z\}$.

Hromadné body množiny A_5 sú: $\frac{1}{3}$ lebo $\lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{3n}{n}+\frac{2}{n}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{1}{3}$

$\lim_{n\to-\infty} \frac{n+3}{3n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{3n}{n}+\frac{2}{n}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

6. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_6 = \{\frac{n+3}{3n+2}, n \in Q, n \neq -\frac{2}{3}\}$.

Hromadné body množiny A_6 sú: Q lebo existuje nekonečne veľa okolí bodu Q

NIE – JE ICH VIAC

7. Určte množinu hromadných hodnôt E, lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+3}{3n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$.

$E = \{\frac{1}{3}\}$ $\liminf_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{3}$ $\limsup_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{3}$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{3}$

8. Vypíšte prvky a nájdite všetky hromadné body množiny $A_7 = \{\sin \frac{n\pi+0\pi}{4}, n \in N\}$.

$\sin\frac{\pi}{4} = ?$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin\frac{2\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{2} = 1$ ...

$A_7 = \{ 0{,}013; 0{,}027; 0{,}041; 0{,}054; 0{,}068; 0{,}082; 0{,}095; 0{,}109 \}$?

Hromadné body množiny A_7 sú: Hromadné body neexistujú lebo množina A7 obsahuje všetky svoje hromadné body

9. Vypíšte prvky a nájdite všetky hromadné body množiny $A_8 = \{\cos \frac{n\pi+0\pi}{4}, n \in N\}$.

$A_8 = \{ 0{,}999; 0{,}998; 0{,}997; 0{,}996; 0{,}995; 0{,}994 \}$

Hromadné body množiny A_8 sú: Hromadné body neexistujú lebo množina A8 obsahuje všetky svoje hromadné body.

10. Vypíšte prvých 10 členov, určte hromadné hodnoty, lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\sin \frac{n\pi+0\pi}{4}\}_{n=1}^{\infty}$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{ 0{,}013; 0{,}027; 0{,}041; 0{,}054; 0{,}068; 0{,}082; 0{,}095; 0{,}109; 0{,}013; 0{,}027 \}$

$E = \{ 0{,}013; 0{,}027; 0{,}041; 0{,}054; 0{,}068; 0{,}082; 0{,}095; 0{,}109 \}$ $\liminf_{n\to\infty} a_n = 0{,}013$ $\limsup_{n\to\infty} a_n = 0{,}109$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \nexists$

11. Vypíšte prvých 10 členov, určte hromadné hodnoty, lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\cos \frac{n\pi+0\pi}{4}\}_{n=1}^{\infty}$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{ 0{,}999; 0{,}999; 0{,}999; 0{,}998; 0{,}997; 0{,}996; 0{,}995; 0{,}994; 0{,}999; 0{,}999; 0{,}999 \}$

$E = \{ 0{,}999; 0{,}998; 0{,}997; 0{,}996; 0{,}995; 0{,}994 \}$ $\liminf_{n\to\infty} a_n = 0{,}994$ $\limsup_{n\to\infty} a_n = 0{,}999$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \nexists$

4b do **14.11.07**, 3b do **21.11.07**, 2b do **28.11.07**, 1b do **05.12.07**

(8) $A_7 = \{1; 0; 0{,}707; 0; -0{,}707; -1\}$ ✓

Hromadné body neexistují. To znamená, že obsahuje všechny svoje hromadné body a je uzavretá. Navyše každý jej bod je izolovaný.

(9) $A_8 = \{0{,}707; 0; -0{,}707; -1; 1\}$ ✓

Hromadné body neexistují. To znamená, že obsahuje všechny svoje hromadné body a je uzavretá. Navyše každý jej bod je izolovaný.

5ZI013

02 - 049 Felix Feja

(7) $A_7 = \{ 1; 0{,}707; 0; -0{,}707; -1 \}$

Hromadné body neexistujú lebo množina A_7 ~~obsahuje všetky svoje hromadné body~~

JE IZOLOVANÁ!!

(8) $A_8 = \{ 0{,}707; 0; -0{,}707; -1; 1 \}$

Hromadné body neexistujú lebo množina A_8 ~~obsahuje všetky svoje hromadné body~~

(10)

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{ 0{,}707; 1; 0{,}707; 0; -0{,}707; -1; -0{,}707; 0; 0{,}707; 1 \}$

$E = \{ 1; 0{,}707; 0; -0{,}707; -1 \}$

$\liminf_{n\to\infty} a_n = -1$

$\limsup_{n\to\infty} a_n = 1$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \nexists$

(11)

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{ 0{,}707; 0; -0{,}707; -1; -0{,}707; 0; 0{,}707; 1; 0{,}707; 0 \}$

$E = \{ 0{,}707; 0; -0{,}707; -1; 1 \}$

$\liminf_{n\to\infty} a_n = -1$

$\limsup_{n\to\infty} a_n = 1$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \nexists$

$A_6 = Q - \{\frac{2}{3}\}$!

(6) Hromadné bod mn. A_6 sú: R^* – [množina Q nemá HB patriaci do R] ⇒ ... bič aspoň jeden R ⇒ HB na množine $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$ ⇒ $O(\infty)$ leží ∞ R^*

Hromadné body množiny Q sú R^*!