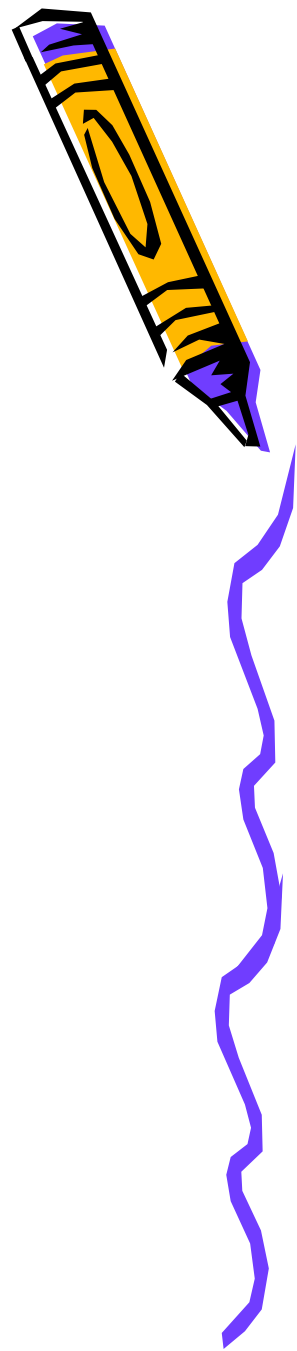


VYUŽITIE GRAFOV V MIKROEKONÓMII

a matematický dodatok





- rozhodnutie o kúpe nejakého statku ovplyvňuje:
 - príjem, zvyklosti, cena daného statku, ceny iných porovnateľných statkov, ceny komplementov daného statku.
- Situácia, keď rozhodovanie o kúpe ovplyvňuje viacero činiteľov je ťažko znázorniteľná \Rightarrow treba ju zjednodušiť



- jednoduchšie znázornenie modelových situácií v ekonómii = použitie grafov.

Príklad:

Predpokladáme, že dopytované množstvo statku závisí len na jeho cene (dopytované množstvo je funkciou ceny daného statku) (ceteris paribus):

$$Q = f(P)$$

Z tohto zápisu ale nie je jasné aká je závislosť premennej y na premennej x .

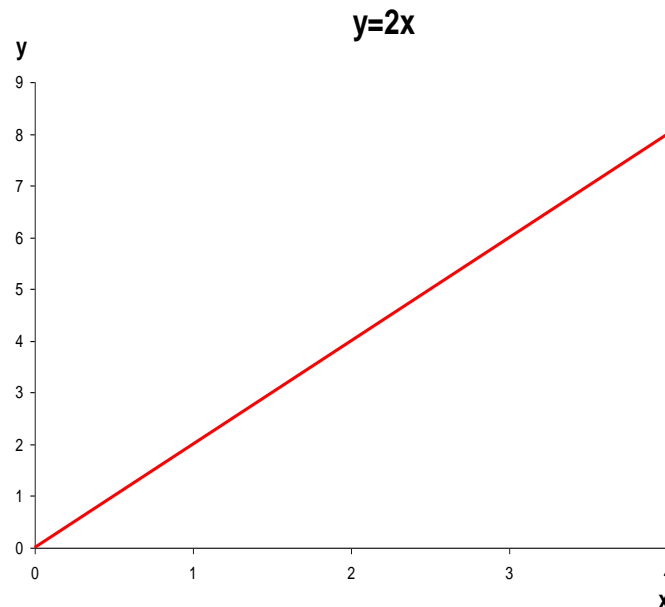


Ako kreslit' grafy?

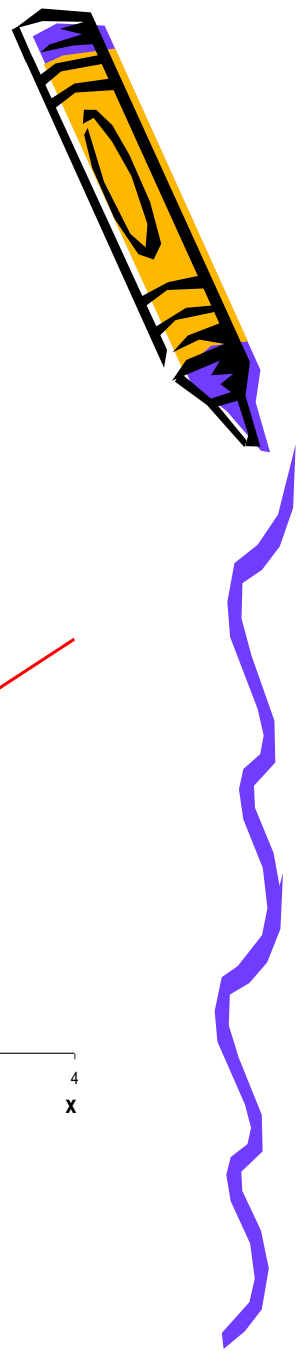
Matematika:

- os x = nezávisle premenná
- os y = závisle premennú

Matematika:



funkcia $y = f(x) = 2x$
 y (závislá premenná)
 x (nezávislá premenná)



Ekonomía

- súradnicové osi
bývajú často
vymenené:
 - os x = závisle
premenná
 - os y = nezávisle
premenná

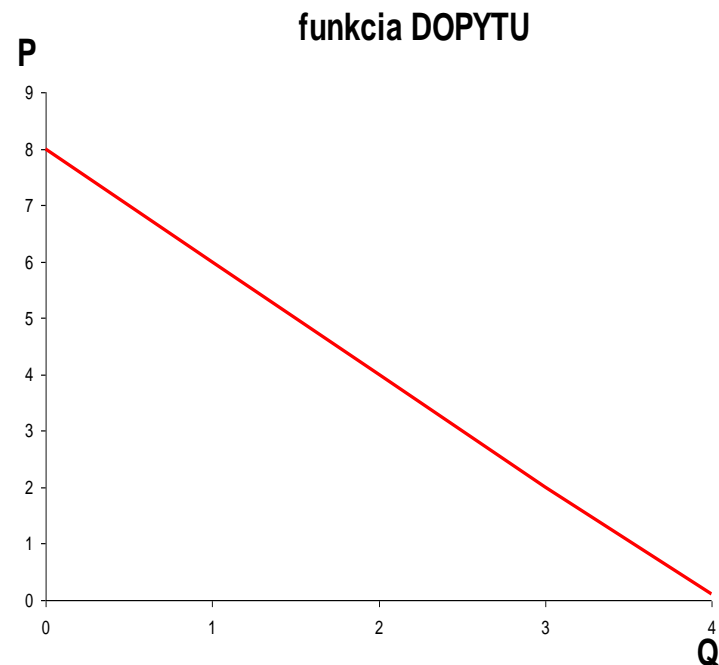
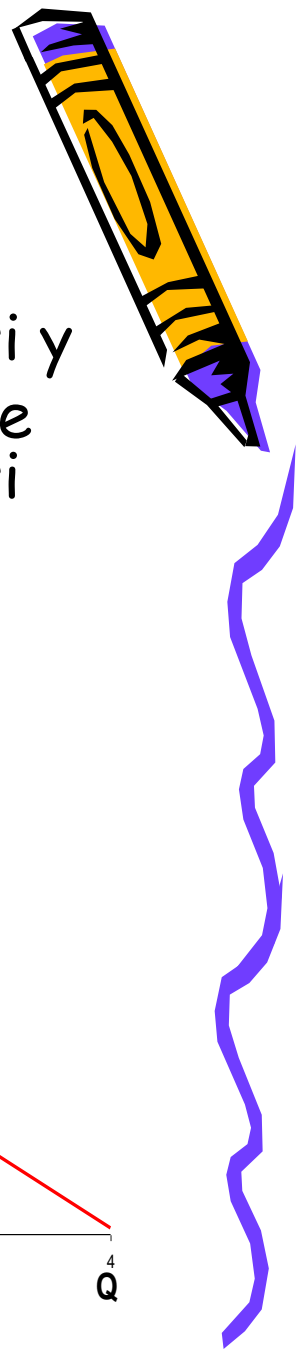


Príklad:

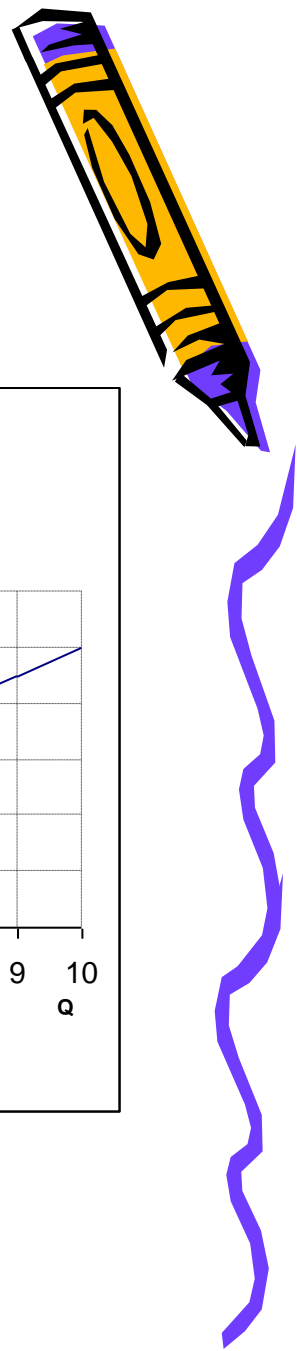
dopyt a ponuka:

P (cena)- nezávisle
premenná bude na osi y

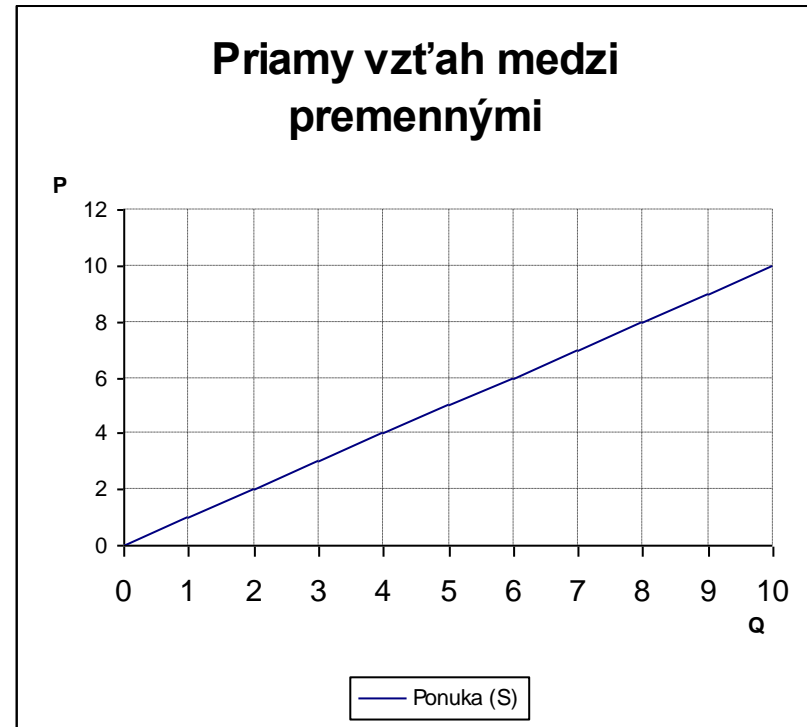
Q (množstvo)- závisle
premenná bude na osi



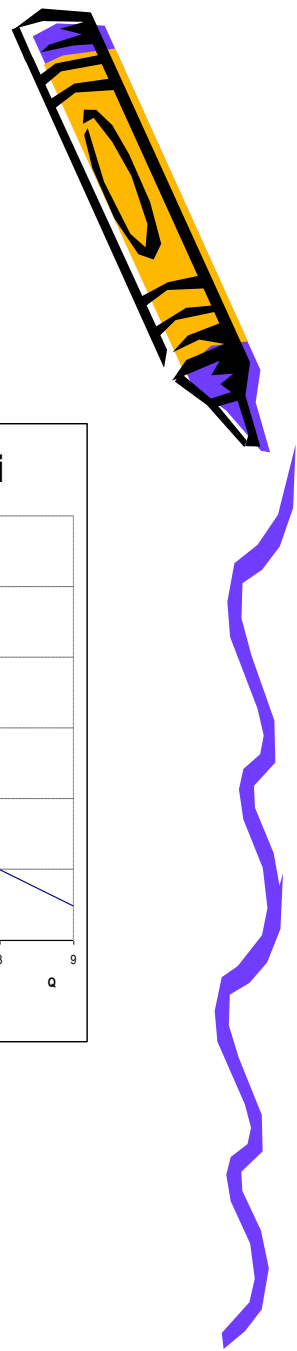
Vzťahy medzi premennými



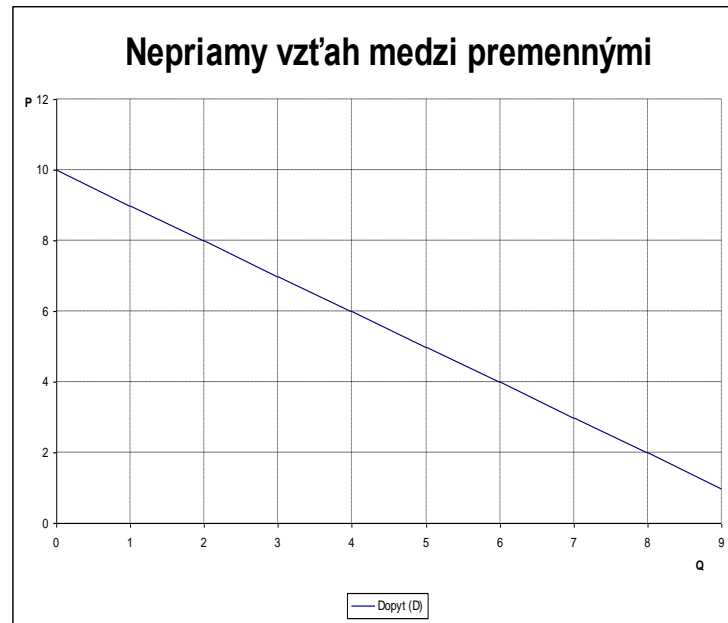
- priamy (kladný) vzťah:
- rast jednej premennej vedie k rastu druhej premennej (napr. funkcia ponuky)



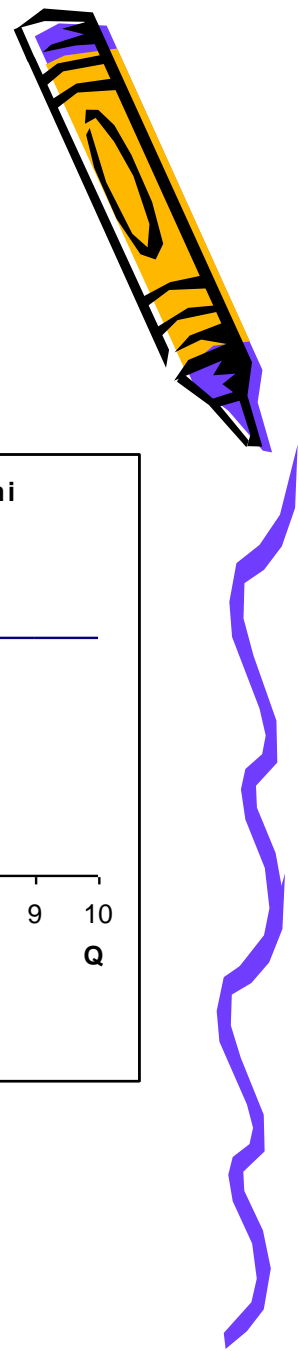
Vzt'ahy medzi premennými



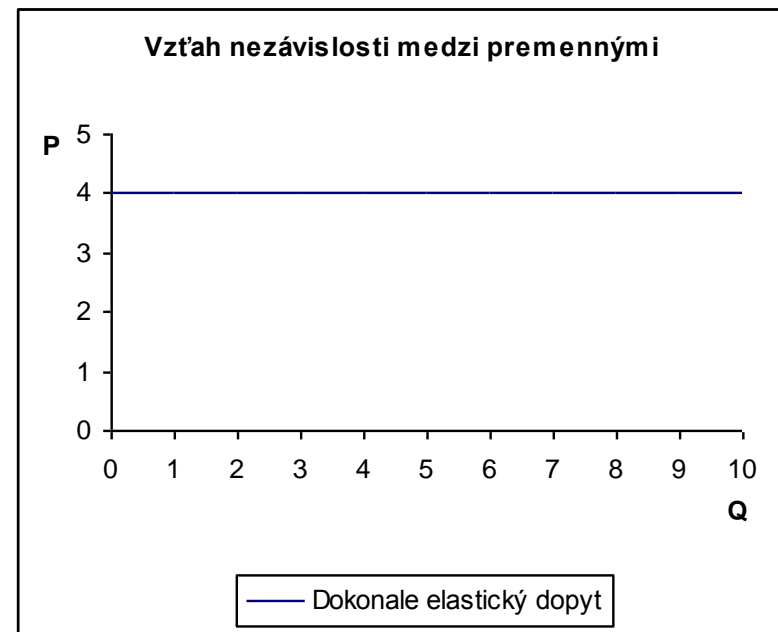
- nepriamy, záporný vzt'ah:
- rast jednej premennej vedie k poklesu druhej premennej (napr. funkcia dopytu)



Vzt'ahy medzi premennými



- Vzájomná nezávislosť premenných:
- rast jednej premennej nevedie k zmene druhej premennej



Smernica, sklon a strmost' priamky



Smernica :

- Na lepšie pochopenie vzťahov medzi premennými
- rozlišujeme smernicu priamky a smernicu krivky.



Smernica priamky

- zmena premennej na vertikálnej osi (y) ku zmene premennej na horizontálnej osi (x).

$$\textit{smernica} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Z geometrického hľadiska je pomer $\Delta y / \Delta x$ definovaný ako tangenta uhla, ktorý zvierá priamka s osou x.
- Sklon priamky je vyjadrený tangentou tohto uhla.
- Limita tohto pomeru je

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y'$$

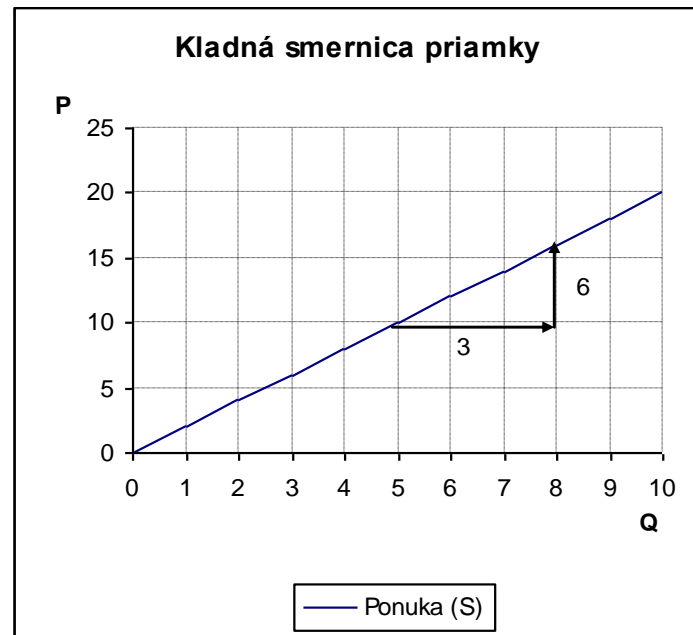
Ide o prvú deriváciu funkcie y.



Smernica môže byť:

Kladná:

- ak sa obidve premenné menia rovnakým smerom ($\uparrow x \uparrow y$)

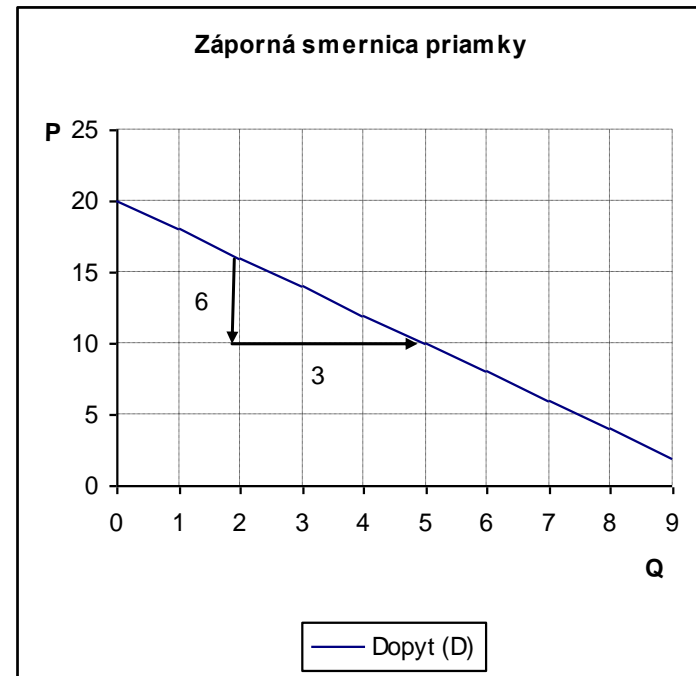


$$smernica = \frac{6}{3} = 2$$

Smernica môže byť:

Záporná

- ak sa obidve premenné menia opačným smerom ($\uparrow x \downarrow y$)

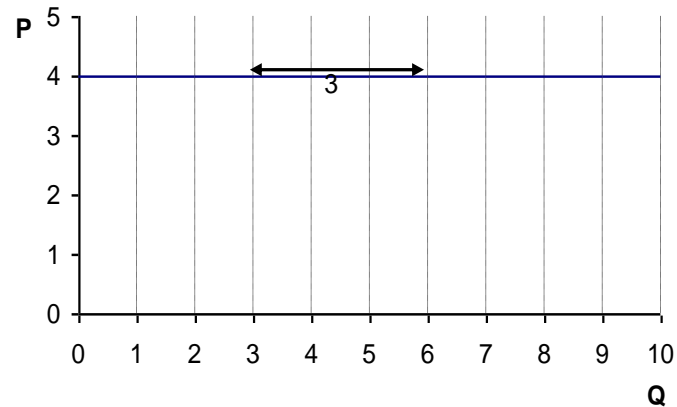


$$smernica = \frac{-6}{3} = -2$$

Extrémne prípady smernice priamky

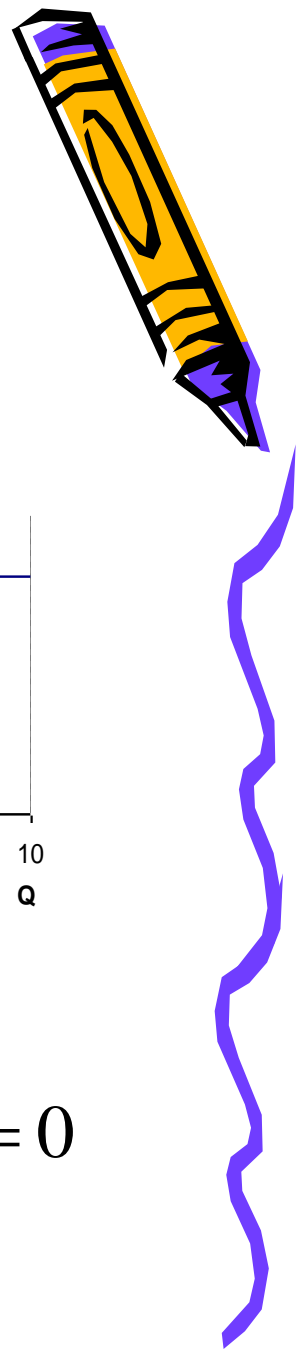
- smernica rovnobežky s osou x
s osou x = 0

Smernica rovnobežky s osou x



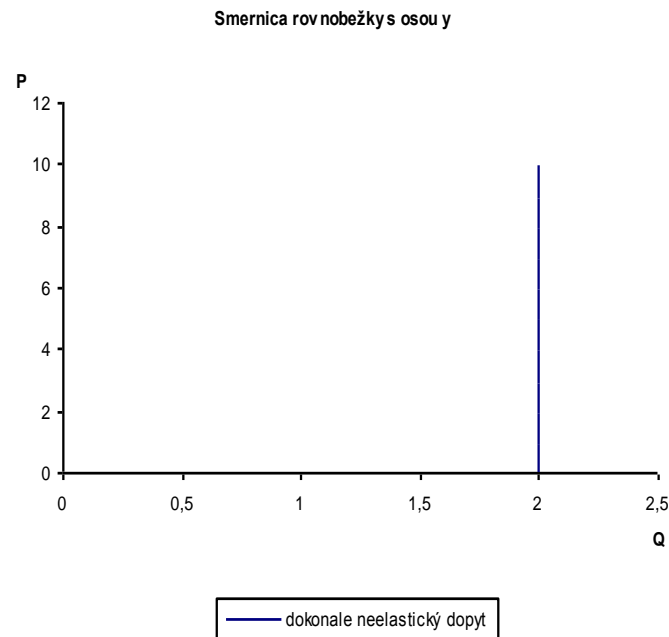
— Dokonale elastický dopyt

$$smernica = \frac{0}{3} = 0$$

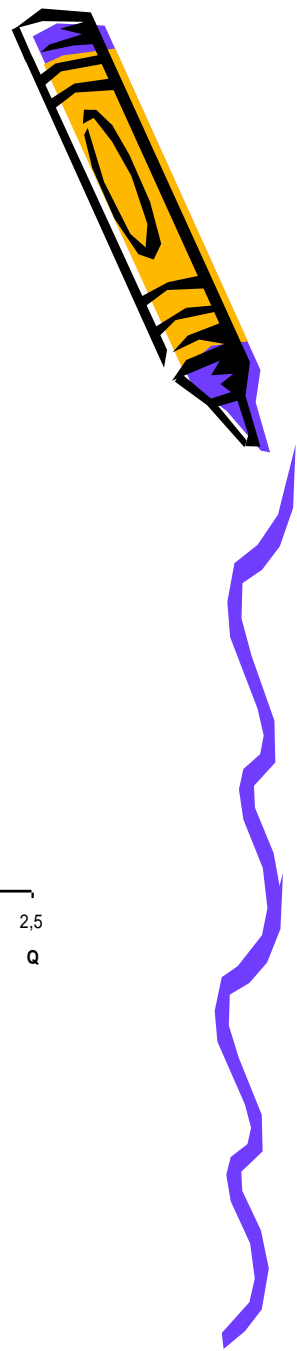


Extrémne prípady smernice priamky

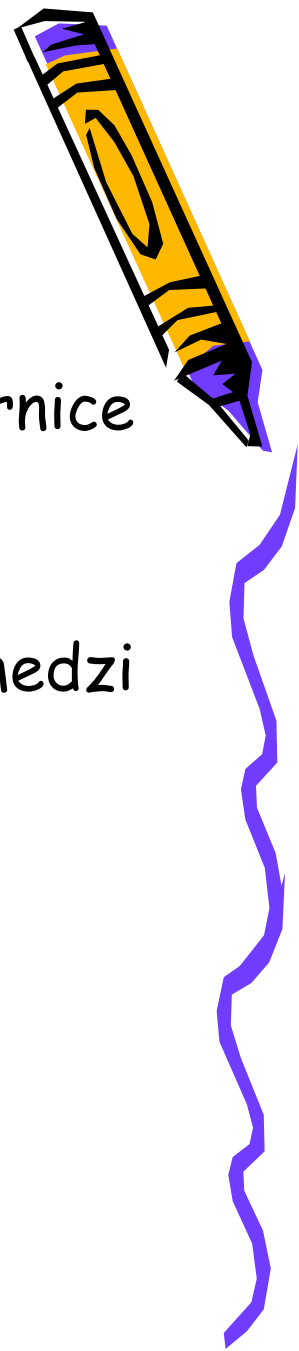
- smernica rovnobežky s osou $y = \infty$



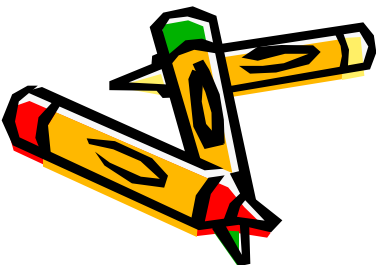
$$\textit{smernica} = \infty$$



Sklon priamky

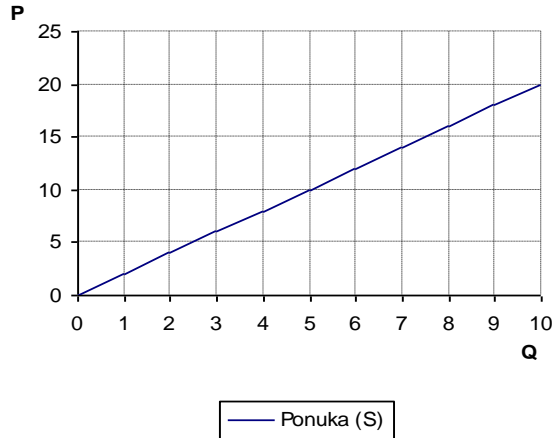


- **Sklon priamky:** absolútna hodnota smernice priamky
- Smernica, resp. sklon priamky sa medzi jednotlivými bodmi nemení, je **konštantná**.

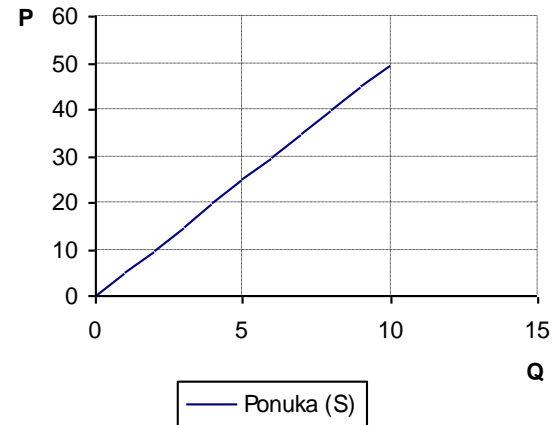


Strmost' priamky

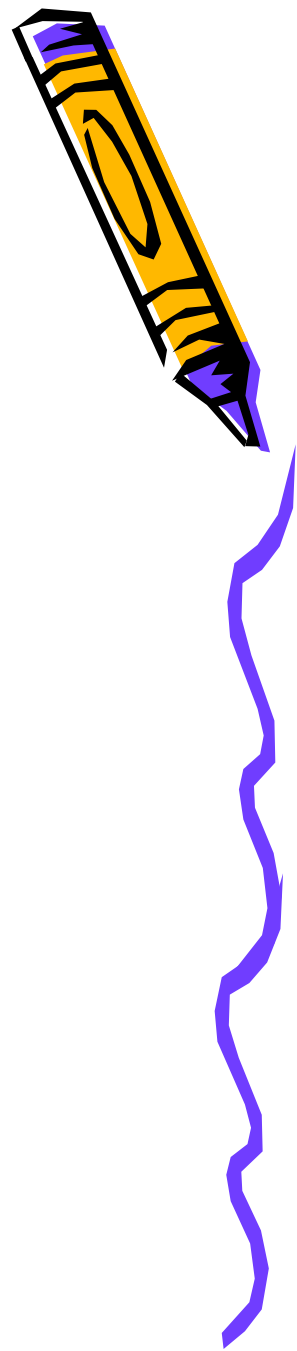
Strmost' priamky



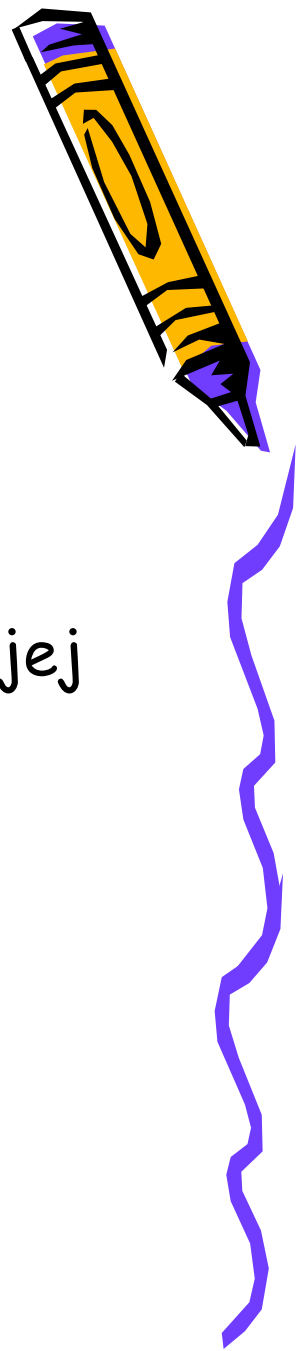
Strmost' priamky



- Strmost' priamky závisí od mierky grafu



Smernica a sklon krivky



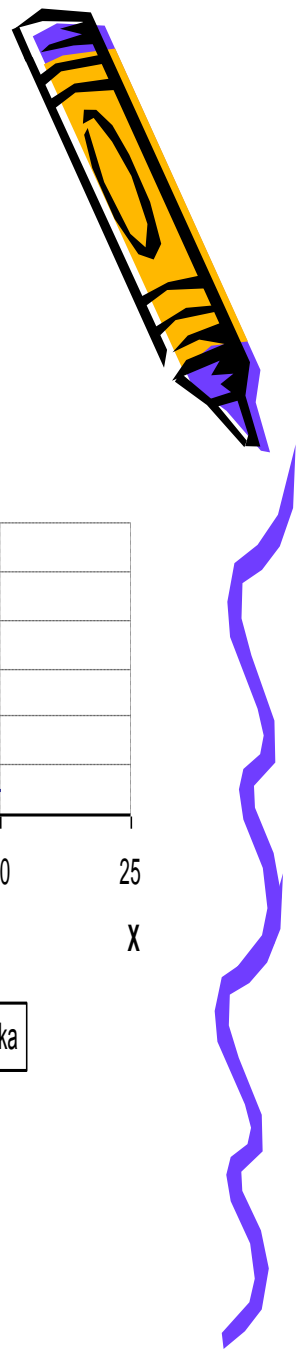
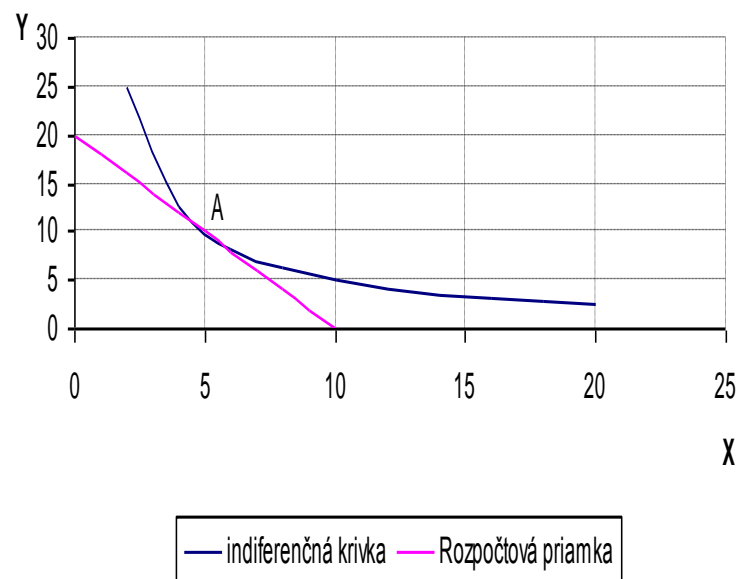
- Nelineárne vzťahy medzi ekonomickými premennými vyjadrujeme pomocou kriviek.
- Preto je potrebné poznať smernicu krivky.
- Na rozdiel od smernice priamky, ktorá je konštantná, sa smernica krivky mení v každom jej bode.
- Absolútna hodnota smernice krivky udáva jej sklon.
- Rozlišujeme smernicu a sklon krivky v bode a medzi dvomi bodmi.



Smernica a sklon krivky v bode

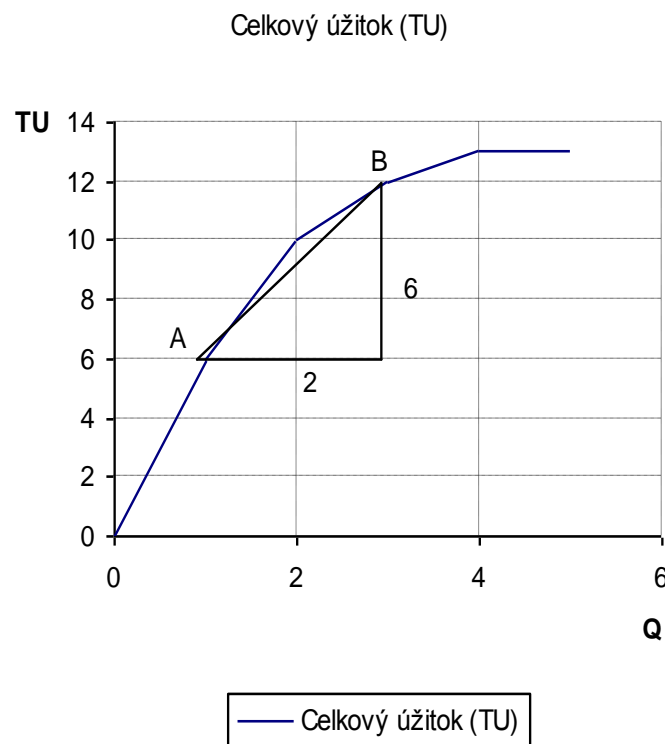
- určíme ju ako smernicu dotyčnice krivky v tomto bode.
- Smernica dotyčnice v bode A je $-20/10 = -2$
- Smernica je záporná preto, lebo premenné x a y sú v nepriamom vzťahu.

smernica krivky v bode



Smernica a sklon krivky medzi dvomi bodmi

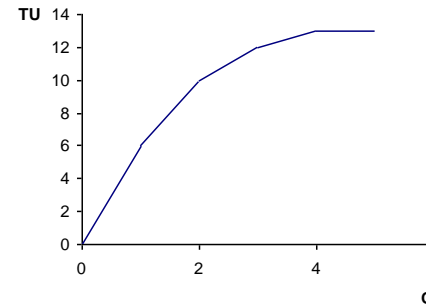
- učíme ju ako smernicu spojnice dvoch bodov krivky
- Smernica krivky Celkového užitku (TU) medzi bodmi A a B je $6/2=3$



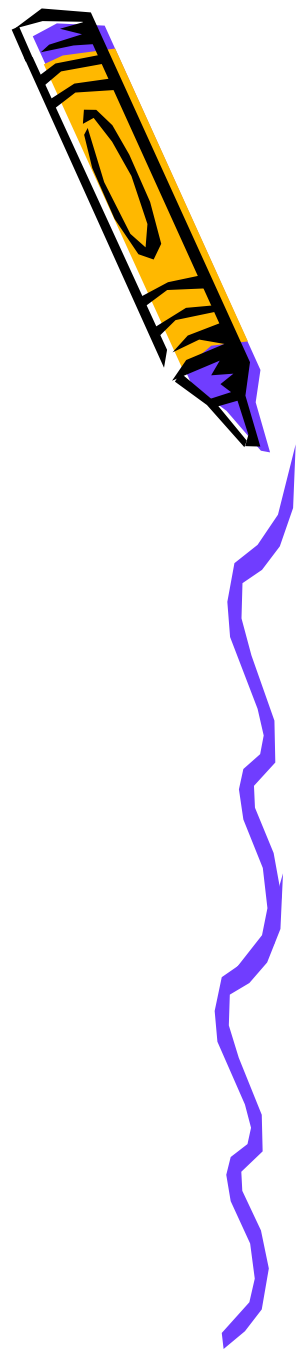
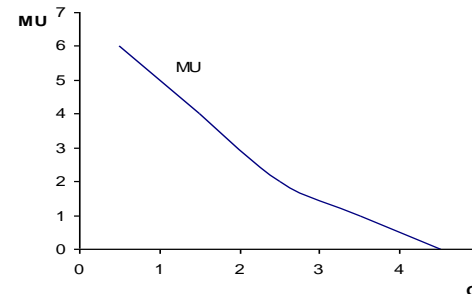
Hraničné veličiny a ich grafické znázornenie

- Používajú sa na skúmanie vplyvu veľmi malých zmien nezávisle premennej x na zmenu závisle premennej y . (napr. hraničný úžitok)
- Ide o jednotkové veličiny
- geometrická interpretácia: hraničná veličina je graficky sklonom celkovej funkcie
- matematická interpretácia: na ich výpočet používame derivácie

Celkový úžitok (TU)

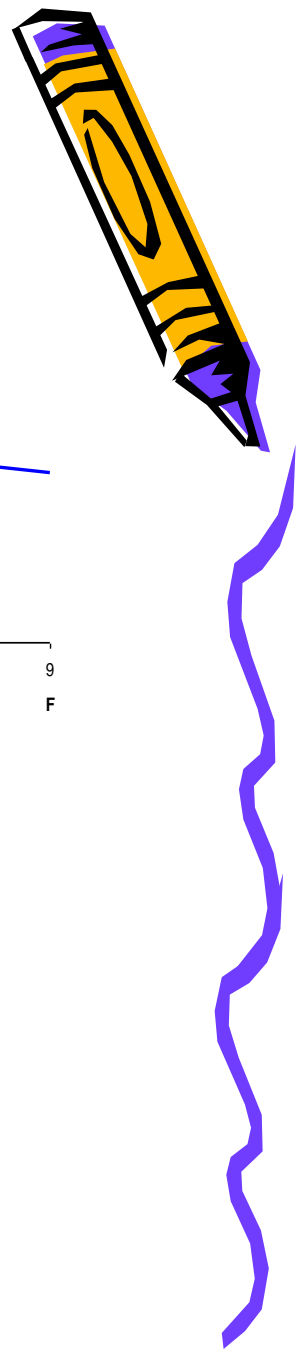
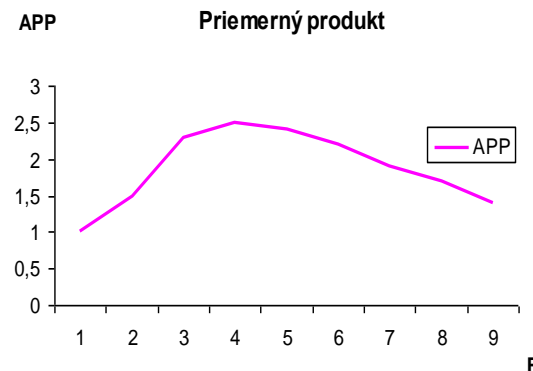
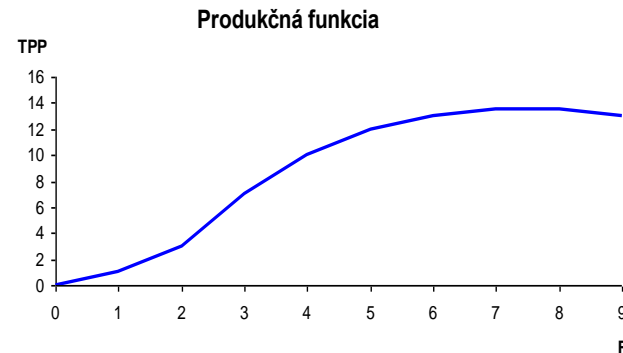


Hraničný úžitok



Priemerné veličiny a ich grafické znázornenie

- Ide o jednotkové veličiny
- Graficky je priemerná veličina sklonom priamky vedenej z počiatku do bodu na krivke znázorňujúcej celkovú funkciu.



Sú nasledujúce tvrdenia správne? ÁNO/NIE



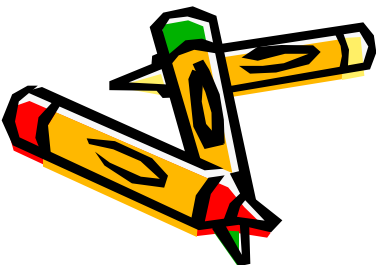
1. Ak rast jednej premennej nevedie ku zmene druhej premennej, hovoríme o nepriamom vzťahu medzi premennými.
2. Zmena premennej na osi y spôsobená jednotkovou zmenou premennej na osi x , vyjadruje smernicu priamky.
3. Smernica priamky súčasne vyjadruje aj jej strmosť.
4. Keď je funkcia znázorňujúca celkové veličiny rastúca, bude rastúca aj funkcia znázorňujúca hraničné veličiny.



Doplňte:



1. Smernica priamky je kladná vtedy, ak sa obidve premenné menia smerom.
2. Smernica krivky v bode je záporná vtedy, ak sa obidve premenné menia smerom.
3. Smernicu alebo sklon krivky v bode určíme ako
4. Smernica a sklon krivky medzi dvomi bodmi
5. Hraničnú veličinu geometricky vyjadríme ako v bode krivky celkovej veličiny a algebraicky ako celkovej veličiny.



Matematický dodatok



Funkčné závislosti:

Algebraicky môžeme funkčnú závislosť medzi premennými x a y zapísať ako:

$$y=f(x)$$

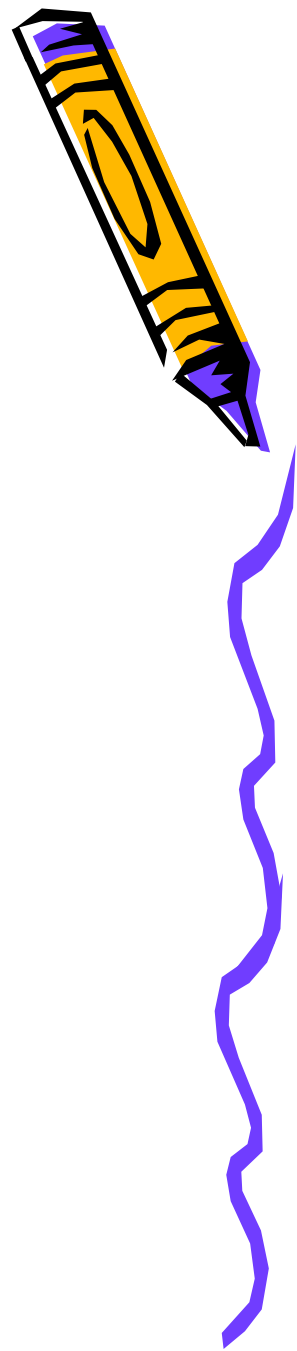
- x -nezávisle premenná
- y - závisle premenná
- Zápis $y=f(x)$ vyjadruje, že x sa mení nezávisle, zatiaľ čo y závisí na hodnote x .
- Premenná y môže závisieť na niekoľkých premenných x_1, x_2, \dots
- Potom $y=f(x_1, x_2)$



Lineárne funkcie

Lineárna funkcia má podobu:

- $y = ax + b$
- kde a a b sú konštanty
alebo môže byť vyjadrená implicitne v tvare:
- $ax + by = c$



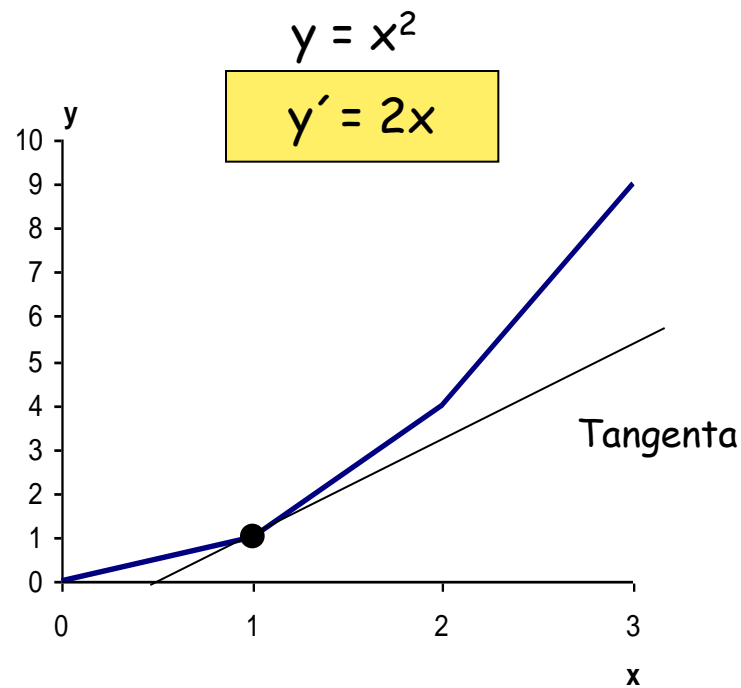
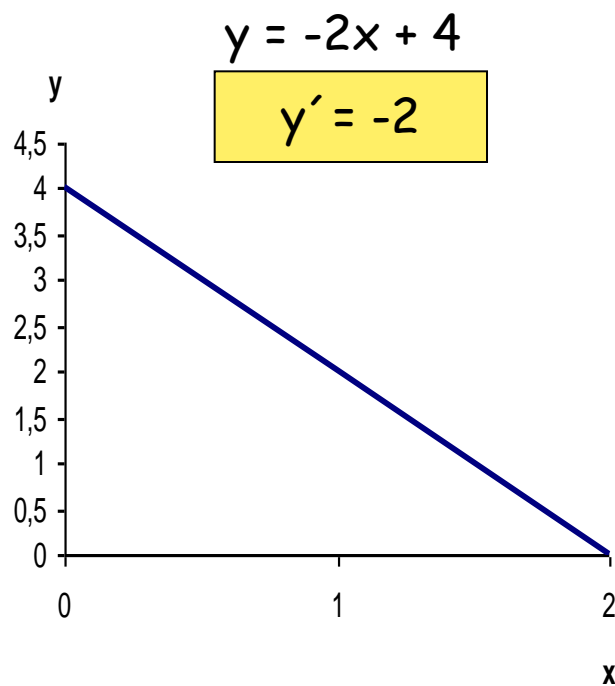
Zmeny a miery zmien



- Zmenu hodnoty x zapíšeme: Δx
- Ak sa x zmení z x_1 na x_2 , potom zmenu x zapíšeme:
 $\Delta x = x_2 - x_1$
- Δx zodpovedá malej zmene
- Mieru zmeny vyjadríme ako pomer dvoch zmien:
 $\Delta y / \Delta x$



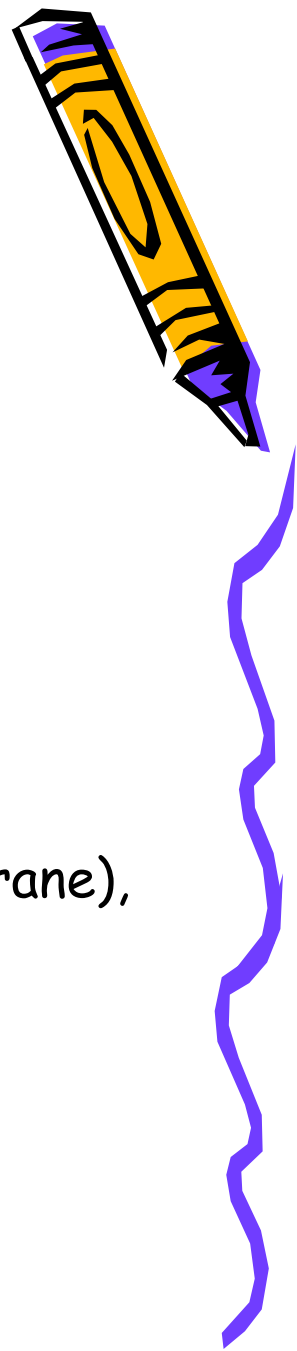
Miera zmeny určitej funkcie môže byť graficky interpretovaná ako SKLON tejto funkcie.



sklon v každom bode funkcie je 2, smernica je -2 (znamená, že funkcia je klesajúca)

sklon v bode $x = 1$ je 2, smernica je 2
sklon v bode $x = 2$ bude 4, smernica bude 4 (znamená, že funkcia je rastúca)





- **Tangenta** funkcie v určitom bode x je lineárna funkcia, ktorá ma v tomto bode rovnaký sklon ako táto funkcia.
- **Derivácia** je limita miery zmeny y vo vzťahu k x pre x blížiac sa k nule. Derivácia dáva presný význam vete „miera zmeny y vo vzťahu k x pre malé zmeny x “.

Geometrický význam derivácie: Ak je funkcia $y = f(x)$ graficky zobrazená ako krivka v pravouhlom súradnicovom systéme (vid' obrázky na ďalšej strane), tak $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha$, kde α je uhol, ktorý zvierá s osou x dotyčnica ku krivke v danom bode (meraný kladne, proti smeru pohybu hodinových ručičiek).



