Pr 1. Výskyt porúch v zariadení majú intenzitu 4 krát za mesiac (30 dní). Prepokladáme, že medzery medzi poruchami sú exponenciálne.

1.1) Aká je pravdepodobnosť, že bude týždeň bez poruchy?

1.2) Aká je pravdepodobnosť, že porucha nastane až v druhom týždni?

1.3) Aká je pravdepodobnosť, počas mesiaca nastanú viacej než 2 poruchy?

1.4) Aká je priemerná medzera medzi dvoma po sebe nasledujúcimi poruchami?

Pr 2. Pravdepodobnosť príchodu paketu do buffera počas $1ms$ je 0.09. Pravdepodobnosť vyslatia paketa z buffera počas $1ms$ je 0.12. Predpokladáme, že vstupný aj výstupný proces sú Bernouilliho. V bufferi sú 3 miesta pre pakety (vrátane vysielania).

7) nakreslite prechodový graf systému

8) Ak je buffer plný, aká je pravdepodobnosť, že po $4ms$ bude prázdny?

9) vypočítajte rozdelenie pravdepodobnosti stavov systému po $2ms$

10) Koľko paketov odmietne buffer v priebehu 1 sekundy?

11) aká je pravdepodobnosť, že paket bude musieť čakať vo fronte na vyslanie

12) určte strednú dobu čakania vo fronte na vyslanie

13) navrhnite minimálnu veľkosť buffra tak, aby odmietal maximálne 5% paketov

Pr 3. Pakety z Poissonovho zdroja odoberajú 2 linky. Doba vysielania v linkách je exponenciálna s rôznymi intenzitami μ_1 a μ_2 . Ak sú obidve linky voľné, paket odoberie náhodne ľubovoľná linka. Systém má 2 čakacie miesta na vysielanie.

1.1) Nakreslite prechodový graf

1.2) Napíšte maticu intenzít prechodov

1.3) Napíšte rovnovážnu rovnicu pre stav, keď je systém prázdny

1.4) Napíšte rovnovážnu rovnicu pre stav, keď sú obidve linky obsadené

Pr 4. 5 pracovníkov zdieľa 2 tlačiarne. Každý pracovník pošle v priemere 6 úloh na tlačiareň za hodinu. Ak pošle jeden dokument, ďlaší môže poslať až po vytlačení prvého. Stredná doba vytlačenia dokumentu je 2 minúty. Pri riešení použite Markovov model:

2.5) Nakreslite prechodvý graf systému

2.6) Aké je využitie tlačiarní?

2.7) Koľko minút z hodiny sa netlačí žiaden dokument?

2.8) Koľko sekúnd v priemere čaká dokument na vytlačenie?

Pr 5. Jacksnova sieť sa skladá z troch uzlov. Do každého vstupuje Poissonov tok s intenzitou 10 Mbit/s. Z každého uzla je výstup von zo siete. 20% IP prevádzky z prvého uzla je smerované do druhého, z tretieho uzla pakety idú do 1.uzla s pravdepodobnosťou 0.2, a do 2. uzla s pravdepodobnosťou 0.3. Druhý uzol smeruje len do tretieho, a mimo siet z neho vychádza 50% prevádzky. Intenzity liniek sú rovnaké, 40 Mbit/s.

3.9) určte intenzitu celkového toku vstupujúceho do 1. uzla

3.10) aké je stredné oneskorenie paketov v 2.uzle

3.11) koľko paketov v priemere čaká vo fronte v 2.uzle

3.12) ako sa oneskorí tok, ktorý vošiel do siete v 1.uzle a vyšiel v 2. uzle

3.13) aké jhe využitie jednotlivých uzlov?

Pr.6 V Bernoulliho procese je pravdepodobnosť výskytu paketu v $1ms$ rovná 0.4

1. Aká je pravdepodobnosť, že 5 milisekundách sa vyskytnú aspoň 2 pakety

2. Aká je pravdepodobnosť, že sa v 8 milisekundách vyskytnú práve 4 pakety

Pr.7 V Bernoulliho procese je pravdepodobnosť výskytu paketu v $1ms$ rovná 0.4

1. Aká je pravdepodobnosť, že medzera medzi paketmi bude 6 ms

2. Aká je pravdepodobnosť, že medzera medzi paketmi nebude väčšia nez $5ms$

Pr.8 V Bernoulliho procese je pravdepodobnosť výskytu paketu v $1ms$ rovná 0.4

1. Aká je stredná medzera medzi paketmi?

2. Určte veľkosť paketového zhluku, ktorú sa na 99% neprekročí

Pr.9 Nech stredná veľkosť paketového zhluku je 2 a model toku je Bernoulliho.

1. Aká je pravdepodobnosť, že medzera medzi paketmi bude väčšia ako 2ms

2. Aká je stredná veľkosť medzie medzi paketmi?

Pr.10 Porucha telekomunikačného uzla nastane v priemere 4 krát za rok. Predpokladáme Poissonov tok porúch.

- určte Pr, že tento rok nenastane porucha
- za aký priemerný čas po výskyte poruchy nastane ďalšia porucha?
- určte Pr, že 1 rok nastanú viacej než 1 porucha
- určte Pr, že porucha nastane až v druhom roku prevádzky
- aká je Pr, že pol roka nebude treba opravovať uzol?

Pr.11 Tok udalostí je modelovaný Poissonovým procesom s intenzitou 12 udalostí za minutu. Určte pravdepodobnosť

3.1. medzera medzi udalosťami bude menšia väčšia 5s

3.2. v priebehu 10s sa vyskytne práve jedena udalosť

3.3. v priebehu pol minúty sa vyskytnú aspoň 2 udalosti

3.4. medzera medzi udalosťami bude dlhšia než 20s a kratšia než 30s

3.5. Aká je stredná medzera medzi udalosťami?

Pr.12 Markovov reťazec s diskrétnym časom je daný prechodovým grafom (viď. tabuľa).

1.1. Napíšte maticu prechodov medzi stavmi reťazca.

1.2. Aká je pravdepodobnosť prechodu zo stavu 2 do stavu 3 po 3 krokoch?

1.3. Určte rozdelenie po 3 krokoch, ak počiatočné rozdelenie bolo $(1, 0, 0)$.

1.4. Vypočítajte stacionárne rozdelenie reťazca.

1.5. Aká je pravdepodobnosť, že reťazec sa po "dlhom čase"($t \to \infty$) nachádza v stave 3?

Pr.13 Zariadenie sa môže nachádzať v dvoch stavoch: funkčné a pokazené. Pravdepodobnosť, že sa v priebehu 1 dňa pokazí je 0.1, pravdepodobnosť, že v priebehu 1 dňa bude opravené je 0.8. Na začiatku je zariadenie funkčné.

2.1. Nakreslite prechodový graf a napíšte maticu prechodov pravdepodobnosti MR.

2.2. Aká je pravdepodobnosť, že bude 2 dni pokazené?

2.3. Aká je pravdep., že po 3 dňoch bude funkčné, ak na začiatku bolo funkčné?

2.4. Vypočítajte stacionárne rozdelenie reťazca.

2.5. Koľko dní do mesiaca (30 dní) je v priemere zariadenie funkčné?

Pr.14 ON/OFF zdroj IP prevádzky sa môže nachádzať v dvoch stavoch: 1. - ON: vyšle 1 bit v ms slote , 2. - OFF: nevysiela. Pravdepodobnosť prechodu zo stavu ON do stavu OFF za ms je 0.2, pravdepodobnosť prechodu zo stavu OFF do stavu ON za ms je 0.7. Na začiatku sa zdroj nachádza v stave ON.

3.1. Nakreslite prechodový graf a napíšte maticu prechodov pravdepodobnosti MR.

3.2. Aká je pravdepodobnosť, že zdroj vyšle sekvenciu 110011 (prvý bit je istý)?

3.3. Aká je pravdep., že po 4 ms je zdroj v stave OFF?

3.4. Vypočítajte stacionárne rozdelenie reťazca.

3.5. Koľko bitov v priemere vyšle zdroj za $1s$?

Pr.15 Systém sa môže nachádzať v troch stavoch: 1 - funguje, 2 - kritický stav, 3 - nefunguje. Pravdepodobnosť prechodu zo stavu 1 do stavu kritického za čas τ (1 deň) je 0.2, pravdepodobnosť prechodu zo stavu 1 do stavu 3 za čas τ je 0.1. Za čas τ je kríza odstránená isto (prechod z 2 do 1), za čas τ je systém opravený isto (prechod z 3 do 1).

4.1. Nakreslite prechodový graf Markovovho reťazca, ktorý popisuje daný proces.

4.2. Napíšte maticu prechodov pravdepodobnosti.

4.3. Nech na začiatku systém funguje. Aká je pravdep., že bude fungovať po 3 dňoch?

4.4. Vypočítajte stacionárne rozdelenie reťazca.

4.5. Určte priemerný počet hodín do mesiaca (30 dní), počas ktorých systém nefunguje.

Pr.16 Pravdepodobnosť výskytu kritickej situácie v uzle v priebehu dňa je 0.02 (výskyt považujeme za nezávislý). Určte

2.1. pravdepodobnosť, že kritická situácia nastane až na druhý deň

2.2. pravdepodobnosť, že kritická situácia nastane najneskôr na 2 deň

2.3. pravdepodobnosť, že v prvé 4 dní kritická udalosť nenastala

2.4. pravdepodobnosť, že počas 5 dní nastala kritická situácia práve 2 krát.

2.5. Nech n.pr. X popisuje na ktorý pokus nastala kritická udalosť. Napíšte rozdelenie pravdepodobnosti $P(X = k) =?$.

Pr.17 Tok udalostí je modelovaný Poissonovým procesom s intenzitou 12 udalostí za minutu. Určte pravdepodobnosť

3.1. medzera medzi udalosťami bude menšia väčšia 5s

3.2. v priebehu 10s sa vyskytne práve jedena udalosť

3.3. v priebehu pol minúty sa vyskytnú aspoň 2 udalosti

3.4. medzera medzi udalosťami bude dlhšia než 20s a kratšia než 30s

3.5. Aká je stredná medzera medzi udalosťami?

Pr.18 Do informačnej kancelárie sa priemerne dovolá 10 zákazníkov za hodinu . Stredná doba telefonátu je 1 minúta. Predpokladáme Markovov model. V systéme sú dve linky.

4.1. Aká je záťaž systému?

4.2. Koľko telefonátov v priemere je odmietnutých v priebehu hodiny?

4.3. Aké je využitie systému?

4.4. Aká je pravdepodobnosť, že medzera medzi telefonátmi bude 6 minút?

4.5. Koľko v priemere minút z hodiny je práve jedna linka obsadená?

Pr.19 Zaťaženie telekomunikačného uzla je 2 [erlang]. Vstupný tok má intenzitu 72 zákaníkov za hodinu. Pomocou modelu $M/M/n$ určte:

5.1. Minimálny počet liniek n, aby sme odmietli maximálne 5% zákazníkov.

5.2. Aká je pravdepodobnosť, že počet obsadených liniek X prekročí 4?

5.3. Aká je pravdepodobnosť, že sú prepojené najviac 2 hovory.

5.4. Koľko účastníkov uzol odmietne v priebehu hodiny?

5.5. Aká je stredná doba telefonátu?

Pr.20 Intenzity Poissonových tokov ktoré vstupujú do Jacksnovej siete sú rovnaké, 10 paketov za sekundu. Sieť sa skladá z troch uzlov a ich kapacity sú tiež rovnaké, 40 p/s. 2. uzol smeruje len do 3., a to 80% prevádzky, s pravdepodobnosťou 0.4 je smerovaná prevádzka z 3 do 2, a s pravdepodobnosťou 0.2 z 3 do 1. Prvý uzol smeruje len do druhého, a von zo siete posiela 60% celkovej prevádzky. Každý uzol smeruje aj von zo siete.

6.1. s akou pravdepodobnoťou prekročí fronta čakajúcich paketov v 2.uzle hodnotu 3

6.2. aké je stredné oneskorenie paketov v 1.uzle

6.3 koľko paketov v priemere čaká vo fronte v 3.uzle

6.4 ako sa oneskorí tok, ktorý vošiel do siete v 2.uzle a vyšiel v 1. uzle (na minimálny počet hopov)

6.5 určte intenzitu celkového toku vstupujúceho to 3. uzla

Pr.21 V Markovovom systéme je zapojená 1 linka a 4 miesta na čakanie vo fronte. Intenzita vstupu je 100 z/ho. Pokiaľ sú vo fronte menej než 3 zákazníci, doba obsluhy je 1 minúta. Ak vo fronte čaká 3 a via zákazníkov, doba obsluhy sa zrýchli na 30 sekúnd.

7.1. Strednú dĺžku frontu

7.2. Pravdepodobnosť odmietnutia zákazníka

7.3. Využitie systému

7.4. Strednú dobu pobytu zákazníka v celom systéme

7.5. Koľko zákazníkov v priemere nemuselo čakať vo fronte na obsluhu?

Pr.22 Do systému $M/D/1/\infty$ (s konštantnou kapacitou) vstupuje $\lambda = 50p/s$ a systém je využitý na 62.5%

8.1. Určte rýchlosť vysielania paketov (kapacitu linky)

8.2. Stredný počet paketov vo fronte.

8.3. Strednú dobu oneskorenia v systéme (čakanie vo fronte plus vysielanie linkou)

8.4. Ako sa zmení stredné oneskorenie, ak by bola kapacita c=100 p/s?

8.5. Ako sa zmení stredné oneskorenie, ak by sa spracovanie paketu riadilo Erlangovým rozdelením E_4? ($\lambda = 50p/s$, využitie 62.5%)

Pr.23 Pakety z Poissonovho zdroja odoberajú 3 linky. Doba vysielania v linkách je exponenciálna s rôznymi parametrami μ_i. Linky majú prioritu od 1 do 3, to znamená, že ak sú všetky voľné, paket vysiela 1.linka, ak sú voľné 2. a 3. linka, paket vysiela 2. linka. Systém nemá vyrovnávaciu pamäť. Nakreslite prechodový graf a napíšte rovnovážne rovnice pre stav, keď sú všetky linky prázdne, a pre stav, keď sú všetky linky plné.

Pr.24 Porucha telekomunikačného uzla nastane v priemere 4 krát za rok. Predpokladáme Poissonov tok porúch.

- určte Pr, že tento rok nenastane porucha
- za aký priemerný čas po výskyte poruchy nastane ďalšia porucha?
- určte Pr, že 1 rok nastanú viacej než 1 porucha
- určte Pr, že porucha nastane až v druhom roku prevádzky
- aká je Pr, že pol roka nebude treba opravovať uzol?

Pr.25 Intenzity Poissonových tokov ktoré vstupujú do Jacksnovej siete sú rovnaké, 10 paketov za sekundu. Sieť sa skladá z troch uzlov a ich kapacity sú tiež rovnaké, 40 p/s. 2. uzol smeruje len do 3., a to 80% prevádzky, s pravdepodobnosťou 0.4 je smerovaná prevádzka z 3 do 2, a s pravdepodobnosťou 0.2 z 3 do 1. Prvý uzol smeruje len do druhého, a von zo siete posiela 60% celkovej prevádzky. Každý uzol smeruje aj von zo siete.

- s akou pravdepodobnoťou prekročí fronta čakajúcich paketov v 2.uzle hodnotu 3
- aké je stredné oneskorenie paketov v 1.uzle
- koľko paketov v priemere čaká vo fronte v 3.uzle
- ako sa oneskorí tok, ktorý vošiel do siete v 2.uzle a vyšiel v 1. uzle
- určte intenzitu celkového toku vstupujúceho to 3. uzla

Pr.26 Pravdepodobnosť príchodu paketu do buffera počas $1ms$ je 0.08. Pravdepodobnosť vyslatia paketa z buffera počas $1ms$ je 0.10. Predpokladáme, že vstupný aj výstupný proces sú Bernouilliho. V bufferi sú 4 miesta pre pakety (vrátane vysielania). V čase nulo je buffer prázdny.

7) nakreslite prechodový graf systému

8) Aká je pravdepodobnosť, že po $3ms$ sú bufferi práve 2 pakety

9) vypočítajte rozdelenie pravdepodobnosti stavov systému po $3ms$

10) vypočítajte rozdelenie pravdepodobnosti stavov systému stabilizovaného v čase

11) určte využitie stabilizovaného systému

12) určte stredné oneskorenie paketu v celom buffri

13) navrhnite minimálnu veľkosť buffra tak, aby odmietal maximálne 7% paketov