

**ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE  
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY**

**DIPLOMOVÁ PRÁCA**

**Študijný program: Informačné systémy**

**Michal Mihály**

**Štatistický odhad Efektívnej Šírky pásma**

**Vedúci: RNDr. Juraj Smieško, PhD.**

Reg.č. 434/2008

Máj 2009

## Abstrakt

MIHÁLY, Michal: *Štatistický odhad Efektívnej Šírky pásma* [Diplomová práca] – Žilinská Univerzita v Žiline. Fakulta riadenia a informatiky; Katedra informačných sietí. – Vedúci: RNDr. Juraj Smieško, PhD. – Stupeň odbornej kvalifikácie: Inžinier v programe Informačné systémy. Žilina: FRI ŽU v Žiline, 2009.

Obsahom práce je dimenzovanie liniek v sieťach na základe efektívnej šírky pásma. Práca je rozčlenená do 3. hlavných kapitol. V úvodnej pasáži sa čitateľ oboznámi s teóriou efektívnej šírky pásma, ako aj s čiastkovými poznatkami z teórie veľkých odchýliek a network kalkulu. V 2.kapitole je priblížený mechanizmus odhadovania funkcie efektívnej šírky pásma, na základe 4-parametrového popisu toku, resp. mapovanie tohto popisu na ON/OFF model. Posledná kapitola je venovaná výskumnej činnosti na rôznych typoch umelej, ale i reálnej prevádzky. V rámci príloh je zahrnutá programátorská a užívateľská príručka.

Kľúčové slová: efektívna šírka pásma, princíp veľkých odchýliek, aproximácia, ON/OFF model, generátor, VoIP, IPTV

## Abstract

MIHÁLY, Michal: *Statistical estimate of Effective Bandwidth* [Diploma thesis] – University of Žilina. Faculty of Management Science and Informatics; Department of InfoComm Networks – Tutor: RNDr. Juraj Smieško, PhD. – Qualification level: Engineer in program Informatics system. Žilina: FRI ŽU v Žiline, 2009.

The main idea of this work is dimensioning of network lines based upon theory of effective bandwidth. The work is membered into 3 chapters. In the beginning part the reader will be known with theory of effective bandwidth, as well as with some basic knowledge from large deviation principles theory and network calculus. In the second chapter is illustrated the mechanism of effective bandwidth approximation, based on 4-parameters flow description, and afterwards we let the reader understand the basics of mapping the flow into the ON/OFF model. Last chapter is dedicated to research work, realized on various types of artificial and natural traffic. Within the appendix is the programming and user manual included.

Key words: effective bandwidth, large deviation principle, approximation, ON/OFF model, generator, VoIP, IPTV

## **Prehlásenie**

Prehlasujem, že som túto prácu napísal samostatne pod odborným vedením môjho vedúceho a že som uviedol všetky použité pramene a literatúru, z ktorých som čerpal.

V Žiline, dňa 15.5.2009

Michal Mihály

## **Pod'akovanie**

Rád by som na tomto mieste pod'akoval za cenné rady, pripomienky a odbornú pomoc pri vypracovaní práce môjmu vedúcemu práce, RNDr. Jurajovi Smieškovi, PhD. Bez jeho obetavej pomoci, ako aj bez veľkej pomoci Prof. Ing. Martina Klimu, PhD., by vznik tejto práce nebol možný.

Taktiež by som rád pod'akoval mojím rodičom za ich lásku a podporu počas môjho štúdia.

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>7</b>
<b>1 Teória efektívnej šírky pásma</b>	<b>9</b>
1.1 Čo je efektívna šírka pásma . . . . .	9
1.1.1 Tok $A(t)$ s nezávislými, rovnako rozdelenými prírastkami . . . . .	9
1.1.2 Zadefinovanie šírky pásma . . . . .	10
1.2 Funkcionálne charakteristiky náhodnej premennej . . . . .	18
1.2.1 Momentová vytvárajúca funkcia $\varphi(\theta)$ . . . . .	18
1.2.2 Kumulatívna vytvárajúca funkcia $\lambda(\theta)$ . . . . .	19
1.2.3 Rýchlostná funkcia $I(x)$ . . . . .	21
1.2.4 Zhrnutie charakteristík . . . . .	23
1.3 LDP - Large Deviation Principles . . . . .	25
1.4 Zhrnutie . . . . .	27
<b>2 Aproximácia efektívnej šírky pásma</b>	<b>29</b>
2.1 Úvod do aproximácie efektívnej šírky pásma . . . . .	29
2.2 Štvor-parametrový popis toku . . . . .	30
2.3 Fyzikálny význam parametrov . . . . .	33
2.4 2-stavový MMP model . . . . .	35
2.4.1 Mapovanie parametrov . . . . .	36
2.4.2 Porovnanie správností výstupných ON/OFF modelov . . . . .	37
<b>3 Výskumná činnosť</b>	<b>39</b>
3.1 Zdroje prevádzky . . . . .	39
3.1.1 VoIP . . . . .	40
3.1.2 IPTV . . . . .	45
3.1.3 Klasické rozdelenia . . . . .	47
3.2 VoIP prevádzka . . . . .	52
3.2.1 Modely VoIP prevádzky . . . . .	52
3.2.2 Záznam VoIP prevádzky . . . . .	54
3.2.3 Jednoduchý príklad dimenzovania . . . . .	56
3.3 IPTV prevádzka . . . . .	57

3.3.1	CBR tok (Mágio) . . . . .	57
3.3.2	VBR tok . . . . .	60
3.4	Pokusy vykonané na “umelých” zdrojoch . . . . .	61
3.4.1	Aproximácia vs. analytické určenie . . . . .	61
3.4.2	Sčítavanie EB . . . . .	62
3.4.3	Toky s neznámym maximom . . . . .	64
3.4.4	Erlangov tok . . . . .	65
3.4.5	Hyper-exponenciálny tok . . . . .	66
3.4.6	Praktický príklad dimenzovania . . . . .	68
<b>Záver</b>		<b>70</b>
<b>Appendix</b>		<b>73</b>
	CAP súbor . . . . .	73
	Len časy príchodov - vytvorenie TXT súboru . . . . .	74
	Vytvorenie MAT súboru . . . . .	75
	Programátorská príručka . . . . .	76
	Zoznam funkcií . . . . .	76
	Práca s GUI a viditeľné výstupy . . . . .	77
	Testy rovnomernosti generátorov . . . . .	78

## Zoznam skratiek a pojmov

- EB (*Effective Bandwidth*) efektívna šírka pásma
- THO teória hromadnej obsluhy
- LDP (*Large Deviation Principles*) princíp veľkých odchýliek
- MMP (*Markov Modulated Process*) Markovov modulovaný proces
- MMRP (*Markov Modulated Rate Process*) Markovov modulovaný regulárny proces
- D-ITG (*Distributed Internet Traffic Generator*) generátor sieťovej prevádzky
- CGF (*Cumulative Generating Function*) kumulujúca vytvárajúca funkcia
- MGF (*Moment Generating Function*) momentová vytvárajúca funkcia
- DiffServ (*Differentiated services*)
- IntServ (*Integrated Services*)
- PSTN (*Public Switched Telephone Network*)
- ISDN (*Integrated Services Digital Network*)
- QoS (*Quality of Service*) kvalita služby
- SIP (*Session Initiation Protocol*) signalizačný protokol v IMS systémoch
- IMS (*IP multimedia subsystem*) ip-multimediálny subsystém
- *peak* maximálna hodnota v toku
- *network calculus* počítanie na sieti
- $\asymp$  asymptotické zanikanie - rovnosť nastane pri limitnom prechode  $t \rightarrow \infty$

# Úvod

Dnešný trend vo vývoji a vytváraní sietí prináša mnoho zaujímavých aspektov. Snaha o integráciu rôznych typov prevádzky (telefónnej, dátovej, rôzne typy streamovanej prevádzky) do jednotnej siete, schopnej tieto služby zabezpečovať, so sebou prináša viacero problémov a úskalí. Sieť novej generácie musí integrovať silnú modularitu a flexibilitu, na základe ktorých musí vedieť reagovať na rôzne požiadavky zákazníkov, obsluhovať viacero typov zariadení a vedieť komunikovať s inými typmi sietí (napr. PSTN/ISDN). Celý proces autentifikácie, riadenia prístupu do siete a riadenia prevádzky je komplexný problém pokrývajúci viaceré oblasti. S novou generáciou sietí postupne stráca zmysel *best effort* doručovanie a trend sa uberať viac ku garantovaniu určitej kvality prevádzky. Pretože každý účastník (rozumej prevádzka) musí mať v tejto sieti garantovanú určitú úroveň QoS, musí existovať aj nejaký mechanizmus na pridelovanie prostriedkov siete jednotlivým požiadavkám.

V zariadeniach riadiacich prístup do siete sa implementuje viacero metodík a mechanizmov na riadenie prístupu do siete. V základe existujú dva typy prevádzky a to *IntServ* a *DiffServ*. Líšia sa hlavne filozofiou, s ktorou sa snažia zabezpečiť kvalitu služby. Pri *IntServ* sa šírka pásma dohaduje ešte pred začatím prevádzky, naopak u *DiffServ* sa využíva *PerHop* správanie, kedy zariadenia na sieti "označujú" prevádzku do tried, na ktoré sa dajú implementovať rozličné QoS mechanizmy. V mojej práci budem hlavne vychádzať z mechanizmov shapingu prevádzky a to pomocou Leaky bucketu systému.

V súčasnej dobe už dimenzovanie len s prihliadnutím na stredné hodnoty nestačí. Pre služby náročnejšie na QoS je omnoho dôležitejšie prihliadať na hraničné hodnoty a podmienky. Zahrnúť aj tieto aspekty, nám pomáha teória veľkých odchýliek a s ňou silne previazaná efektívna šírka pásma. Samotná práca sa v prevažnej miere zaoberá hlavne matematickým aparátom, ktorý slúži ako nástroj na popis procesu odhadovania EB a následné pridelovanie prostriedkov siete. Ako však túto mieru určiť a vypočítať u tokov s neznámym charakterom?

Veľkým prínosom bude využitie teórie J.Chang [3] na aproximáciu efektívnej šírky pásma a následný návrh ON/OFF modelu zdroja, ktorý by slúžil ako náhrada za reálny vstup. Aproximácia je dôležitá v prípadoch, kedy je analytický model výpočtu efektívnej šírky pásma náročný, prípadne neexistuje. Ako bude v kapitole 1 a 2 popísané, táto teória vychádza z



---

princípu veľkých odchýliek a snaží sa na základe vstupu odhadnúť základné štatistické charakteristiky toku, ktoré využíva na odhad efektívnej šírky pásma. Výsledkom tejto teórie je vytvorenie jednoduchého Markovovho ON/OFF modelu nahrádzajúceho vstupný tok. V konečnom dôsledku sa dá s ON/OFF zdrojom jednoduchšie pracovať a navrhnuť optimálnu hodnotu pridelenej šírky pásma.

# Kapitola 1

## Teória efektívnej šírky pásma

### 1.1 Čo je efektívna šírka pásma

V tejto sekcii si bližšie priblížme pojmy, ktoré sú spojené s teóriou efektívnej šírky pásma. Zameriame sa skôr na výklad podstaty dimenzovania pomocou tejto teórie. Prameňom jednotlivých tvrdení a zákonitostí bude najmä Changova teória [3] a taktiež publikácia [1], ktorá je vodítkom do teórie IP telefónie. Jednotlivé tvrdenia a zákonitosti sa budeme snažiť dokladovať výpočtami, prípadne dôkazmi kdekoľvek to len bude možné a matematický aparát na vykonanie dôkazu nebude moc náročný a nad rámec práce. V úvodnej kapitole si zosumarizujeme vzťahy a zákonitosti na jednom mieste. Postup bude trochu obrátený. Na začiatok uvedieme definíciu efektívnej šírky pásma a v nasledujúcich častiach si priblížme aparát na jej odvodenie. V ďalších častiach sa budeme tvrdeniami dôležitými pre túto prácu zaoberať podrobnejšie.

#### 1.1.1 Tok $A(t)$ s nezávislými, rovnako rozdelenými prírastkami

Teória efektívnej šírky pásma sa zaoberá dimenzovaním pásma pre určitý vstupný tok. Najmä kvôli zjednodušeniu, odvodenia vzťahov a výpočtov, je táto teória obmedzená na tzv. *i.i.d.* (*Independent and identically-distributed*) charakteristické toky. V princípe to znamená, že v náhodnej premennej  $X$ , ktorá môže popisovať správanie sa toku, sú jednotlivé premenné navzájom nezávislé jedna od druhej a všetky  $x \in X$  majú rovnakú distribučnú funkciu, t.j. sú z rovnakého rozdelenia. Hovoríme, že tok je **nezávislý** (*independent*), ak pravdepodobnosť výskytu  $k$  udalostí v časovom okne  $\Delta t$ , kde  $\Delta t = t_0 + h$ , nezávisí od počtu udalostí, ktoré nastali pred časom  $t_0$ . Ak označíme  $Z(t_0, x) = k$  ako  $k$  udalostí, ktoré nastali v časovom okne  $(t_0, x)$  vieme túto vlastnosť zapísať ako

$$P\left(Z(t_0, t) = k / Z(t_0 - h, h) = s\right) = P\left(Z(t_0, t) = k\right)$$

O toku povieme, že je **stacionárny** (*identically-distributed*) ak pravdepodobnosť nastatia

$k$  udalostí v časovom intervale  $\Delta t$ , kde  $\Delta t = t_0 + h$ , závisí len od dĺžky intervalu  $h$  a nezáleží na tom, kde na časovej osi tento interval umiestnime. Inak povedané, v priebehu času sa nemení pravdepodobnostné správanie toku (distribučná funkcia).

$$\forall t_1, t_2 \in T, t_1 \neq t_2; \quad P(Z(t_1, h) = k) = P(Z(t_2, h) = k)$$

Praktickým príkladom je hod hracou kockou. Premenná  $X$  obsahuje hodnoty  $\{1..6\}$ , ktoré sú pri jednotlivých hodoch nezávislé a všetky majú rovnakú pravdepodobnosť výskytu  $1/6$ . Samozrejme za predpokladu, že nechceme podvádzať. Teda napr. rad čísel popisujúci hody: 3, 4, 1, 5, 6, 2, 3, 1, 4, 1... je i.i.d. Ak však zavedieme do hry nové pravidlo, ktoré bude podmieňovať hod kocky hodom mince, porušíme i.i.d. charakteristiku toku. Najprv budeme hádzať mincou na ktorej bude buď 1, alebo 2 a iba v prípade, že padne 2, budeme hádzať aj kockou. Aj tu má náhodná premenná hodnoty 1, 2, 3, 4, 5, 6, no tie už **nie sú i.i.d.** Napr. postupnosť 1, 1, 2, 4, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 5, 1, 1....



Ak budeme uvažovať náhodnú premennú s i.i.d. prírastkami, môžeme zdefinovať podobne sa správajúci tok. Tok  $A(t)$  v čase  $i \in t$  má i.i.d. prírastky  $a(i)$  a náhodné premenné majú rovnakú distribučnú funkciu  $a(i) \sim F_a$ . Veľké písmeno  $A$  používame na označenie kumulatívneho toku.

$$A(t) = \sum_{i=0}^t a(i) \quad (1.1.1)$$

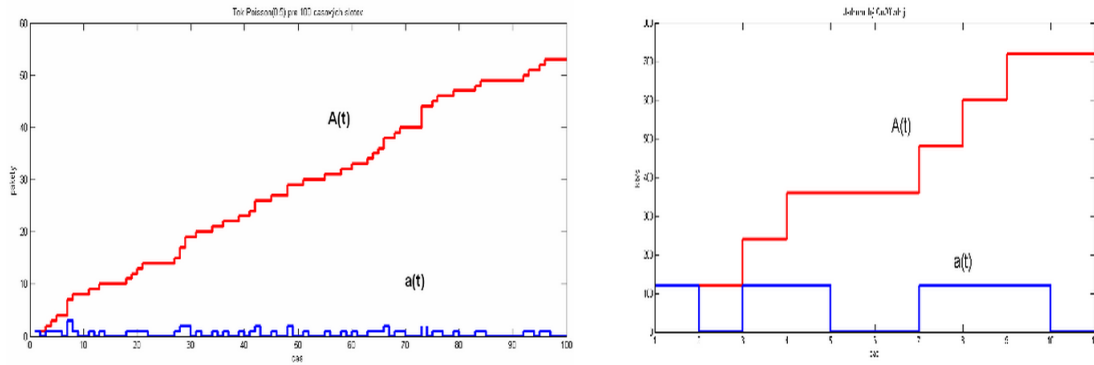
Pre názornú ukážku si na obrázku 1.1.1 môžete pozrieť ako vyzerá taký tok pre Poissonovo rozdelenie s parametrom  $\lambda = 0.5$  a pre jednoduchý ON/OFF zdroj, ktorý v perióde  $On$  generuje 120 paketov za sekundu.

V časti, ktorá sa zaoberá Changovou aproximáciou EB však naopak budeme tvrdiť a aj to dokážeme, že pre aproximáciu nepotrebujú byť prírastky i.i.d., postačí mať prírastky z rovnakej distribučnej funkcie.

### 1.1.2 Zdefinovanie šírky pásma

**Efektívna šírka pásma** (*Effective Bandwidth* - ďalej len EB) je pojem s ktorým budeme v tejto práci často narábať. Je preto potrebné sa o ňom dozvedieť viac a pochopiť teoretický základ. Chang [3] aj F. P. Kelly [5] vo svojej práci zdefinovali šírku pásma nasledovne:

## 1.1. Čo je efektívna šírka pásma

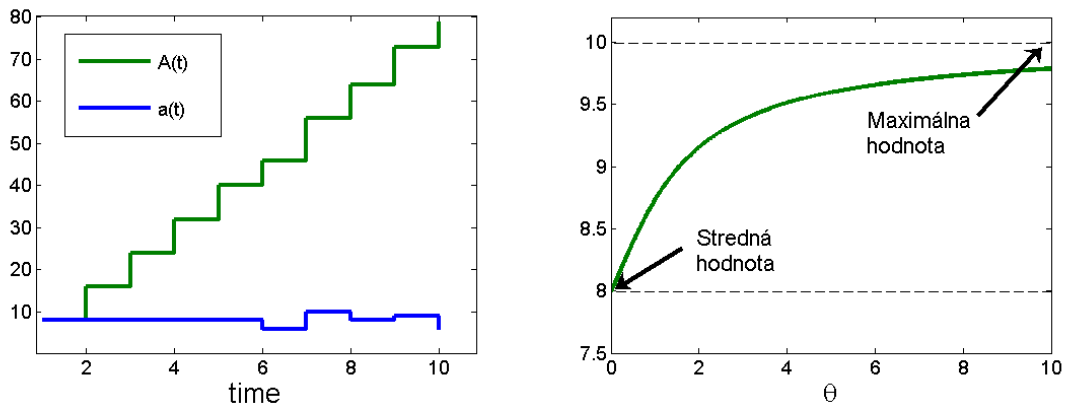


Obr. 1.1: Vľavo Poisson(0.5) , vpravo OnOff zdroj s periódou On=120 paketov

Nech  $A(t) = \sum_{i=1}^t a(i)$  je vstupný proces s náhodnými prírastkami  $a(i)$  , ktorý predstavuje množstvo paketov vychádzajúcich z nejakého zdroja za časový interval  $[0, t]$ . Efektívnu šírku pásma  $\alpha(\theta, t)$  vstupného procesu  $A(t)$  definujeme nasledovne:

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \sup_{s \geq 0} \ln E [e^{\theta(A(s+t) - A(s))}] \quad \text{kde} \quad 0 < \theta, t < \infty \quad (1.1.2)$$

Premenná  $t$  predstavuje časový parameter, teda uvažovanú prácu systému. V teórii sa pripúšťa aj možnosť, že systém pracuje nepretržite avšak v praxi nás bude zaujímať menší časový interval. Ďalším parametrom je  $\theta$ , ktorá predstavuje priestorový interval (*Space parameter*). Ako si ukážeme neskôr, vyjadruje závislosť prekročenia kritickej veľkosti frontu. Pri dimenzovaní volíme parameter  $\theta$  v závislosti od požadovaných úrovní QoS (ide o tzv.  $\sigma$  kritérium dimenzovania). Výslednou hodnotou je číslo, ktoré udáva EB pre daný priestorový parameter. Toto číslo predstavuje hodnotu na ktorú by sa mala nastaviť priepustnosť linky ak chceme garantovať kvalitu služby na danej úrovni.



Obr. 1.2: Ukážka vstupného toku, vpravo funkcia efektívnej šírky pásma pre tento tok

Na príklade si ukážeme niektoré základné vlastnosti EB. Ako vstup sme použili Bernoulliho tok s parametrom  $n = 10$  a  $p = 0.8$ . Na obrázku je znázornených iba prvých 10 hodnôt tohto toku. Vygenerovaných však bolo 10000 hodnôt. Pre priestorový parameter  $\theta$  sme zvolili hodnoty  $(0, 10)$ . Tieto hodnoty sa budú voliť v závislosti od požiadaviek dimenzovania. Momentálne nám stačí ukázať správanie sa funkcie EB na tomto definičnom obore. V  $\theta = 0$  nadobúda funkcia strednú hodnotu toku. V našom prípade  $E(a(t)) = 7.9939$ . Funkcia je rastúca na celom definičnom obore a v limite je zhora ohraničená maximálnou hodnotou prírastku toku. V našom prípade  $a_p = 10$ . Zadefinovanie vlastností EB z matematického hľadiska je nasledovné:

1. Ak je tok vstupujúci do linky  $A(t)$  stacionárny (nemenný v čase), má tvar EB

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \sup_{s \geq 0} \ln E [e^{\theta(A(s+t)-A(s))}] \quad \text{kde} \quad 0 < \theta, t < \infty$$

redukovaný na

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \ln E [e^{\theta A(t)}] \quad \text{kde} \quad 0 < \theta, t < \infty$$

Ak je tok stacionárny, nezáleží kde v čase sa naň pozrieme. To znamená, že

$$A(t+s) - A(s) = \sum_{i=s+1}^{s+t} a(i) \quad \rightarrow \quad A(t) = \sum_{i=1}^t a(i)$$

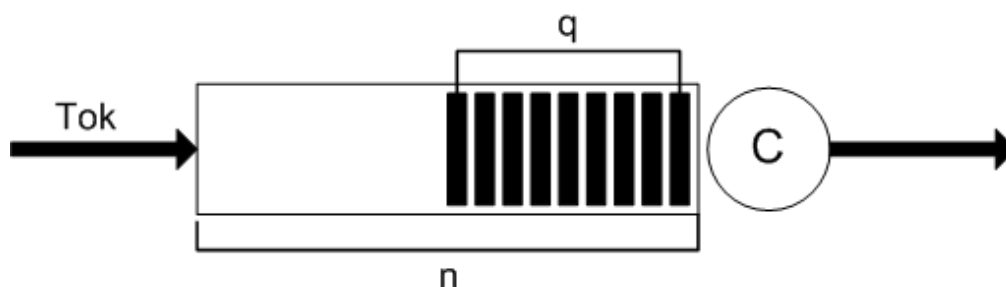
2. Ak je tok  $A(t)$  zložený z viacerých čiastočných tokov  $B_i$ ,  $A(t) = \sum_{i=1} B_i(t)$  a všetky toky  $B_i$  sú nezávislé potom sa výsledná EB tohto toku rovná súčtu EB zložkových tokov

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \sum_i \ln E [e^{\theta B_i(t)}] = \sum_i \alpha_i(\theta, t)$$

3. Ak je tok  $A(t)$  stacionárny tok s i.i.d. prírastkami, potom vo funkcií EB nezáleží na čase a

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta} \ln E [e^{\theta a(i)}]$$

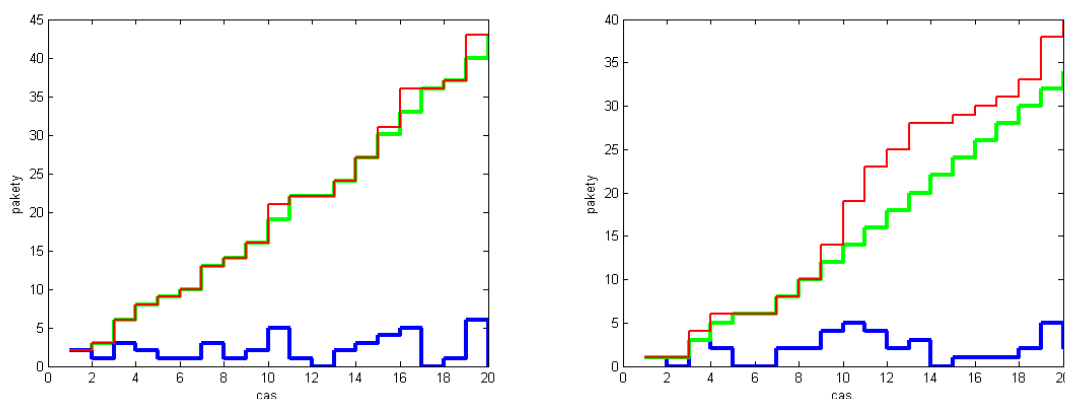
EB súvisí s dimenzovaním Leaky Bucket systému (*Single Server Queue*) čítaj [1]. V tejto kapitole, ako aj v celej ďalšej práci budeme linku, ktorú dimenzujeme, považovať za *Single Server Queue*, teda systém s jednou obslužnou linkou a jedným zásobníkom. Ako sme uviedli, z vlastností efektívnej šírky pásma vyplýva, že aj keď do linky vstupuje viacero tokov, šírka pásma celej linky sa rovná súčtu širok pásiem vstupných tokov. Preto si môžeme dovoliť toto zjednodušenie. *Single Server Queue* je v teórii sietí známy tiež ako bucket. Ako je na obrázku 1.1.2 vidieť, ide o jednoduchý mechanizmus zložený z obslužnej



Obr. 1.3: Jednoduchý token systém s kapacitou  $c$  a aktuálnou dĺžkou zásobníka  $q$

linky (v našom prípade s konštantným výkonom  $c$ ) a vstupným zásobníkom, ktorý je v teórii nekonečný. Označovaný tiež  $GI/D/1/\infty$  (podľa Kendallovej klasifikácie obslužných systémov pre THO). Prichádzajúci tok je spomínaný tok  $A(t)$  s i.i.d. prírastkami.

Ako jednotlivé rámce z toku prichádzajú, sú obsluhované linkou a posielané ďalej do siete. V prípade, že linka “nestíha”, zaradia sa do zásobníka. Tento jednoduchý mechanizmus sa s obľubou používa v zariadeniach na sieti práve na tzv. *shaping*. Zjednodušene ide o orezanie prevádzky, napr. pre potrebu obmedzenia množstva prevádzky z určitého zdroja.



Obr. 1.4: Modrá - prírastky toku, červená - vstupujúci tok, zelená - výstup

Na prípade dvoch rovnakých tokov  $Poisson(2)$  vysvetlíme tento mechanizmus. Oba toky mali zavedenú “vysokú” hodnotu  $c_{10} = 5$ , zhruba v strede toku. Dôvod na zavedenie tejto hodnoty bol jednoduchý, chceli sme určite docieľiť prekročenie kapacity obslužnej linky v tomto bode, aby sme mohli ukázať ako sa jednotlivé systémy vysporiadajú s týmto stavom. Pre prvý prípad bola intenzita obsluhy nastavená na hodnotu 3 a v druhom prípade na hodnotu 2, teda strednú hodnotu toku. Ako je z obrázku 1.1.2 vidieť v prvom prípade neprišlo k výraznejšiemu orezaniu prevádzky. Je to logické odôvodnenie, ak je kapacita linky nastavená na strednú hodnotu vstupujúceho toku, prípadne väčšiu hodnotu, mala by nápor toku stíhať. Naopak, v druhom prípade sa linka zahltí a prichádza k nárastu dĺžky

zásobníka. V reálnom svete príde k pretečeniu tohto zásobníka, pretože nie je nekonečný a k následnému zahadzovaniu rámcov.

Aby sme si objasnili niektoré zákonitosti zavedieme premennú  $q(t)$ . Nech je  $q(t)$  dĺžkou zásobníka v čase  $t$  a  $A(t)$  nech je vstupný tok s prírastkami  $a(i)$ ,  $A(t) = \sum_i a(i)$ . Náš systém  $GI/D/1/\infty$  s kapacitou  $c$  spĺňa **Lindleyho rovnicu**:

$$q(t) = (q(t-1) + a(t) - c)^+ \quad (1.1.3)$$

Tá tvrdí, že veľkosť zásobníka v čase  $t$  sa rovná veľkosti zásobníka v predchádzajúcom časovom okamihu plus rozdiel medzi kapacitou linky a prírastkom v čase  $t$ . Dĺžka tohto zásobníka je z logického dôvodu vždy kladná. Ak sa trochu zamyslíme a zrealizujeme niekoľko iterácií, môžeme ľahko ukázať, že **maximálna veľkosť zásobníka** za časový úsek  $(s, t)$ , pričom  $0 \leq s \leq t$ , je rovná:

$$q(t) = \max_{0 \leq s \leq t} \{A(t) - A(s) - c(t - s)\} \quad (1.1.4)$$

Vykonáme postupne niekoľko iterácií Lindleyho rovnice:

$$\begin{aligned} q(t) &= \max\{0, q(t-1) + a(t) - c\} = \\ &= \max\{0, \max\{0, q(t-2) + a(t-1) - c\} + a(t) - c\} = \\ &= \max\{0, a(t) - c, q(t-2) + a(t) + a(t-1) - 2c\} = \\ &= \max\{0, a(t) - c, \max\{0, q(t-3) + a(t-2) - c\} + \\ &\quad + a(t) + a(t-1) - 2c\} = \\ &= \max\{0, a(t) - c, a(t) + a(t-1) - 2c, \\ &\quad q(t-3) + a(t) + a(t-1) + a(t-2) - 3c\} = \\ &= \max\{0, A(t) - A(t-1) - c, A(t) - A(t-2) - 2c, \\ &\quad q(t-3) + A(t) - A(t-3) - 3c\} \end{aligned}$$

Ak predpokladáme v čase  $t = 0$ , že  $q(0) = 0$  a označíme  $0 = A(t) - A(t) - 0 \cdot c$ , potom je vzťah 1.1.4 jasný už zo zápisu. Ako sa správa fronta už vieme, ako sa správa výstupný proces si ukážeme teraz.

Zdefinujeme premennú  $B$ . Nech  $B$  je **výstupný proces** z linky s konštantnou kapacitou  $c$ . Potom platí, že veľkosť výstupnej prevádzky sa zjednodušene rovná tomu, čo v čase  $t$  do systému prišlo a zároveň z neho do daného času odišlo (teda NEzostalo v zásobníku).

$$B(t) = q(0) + A(t) - q(t) \quad (1.1.5)$$

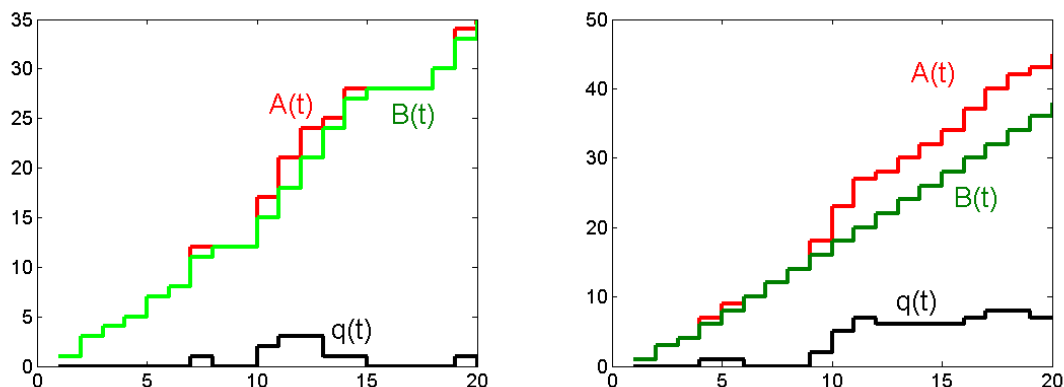
Ak použijeme vzťah 1.1.4 za predpokladu prázdneho zásobníka v čase  $t = 0$ , môžeme odvodiť pre výstupný proces vzťah:

$$B(t) = A(t) - q(t) = A(t) - \max_{0 \leq s \leq t} [A(t) - A(s) - c(t - s)] \rightarrow$$

$$B(t) = \min_{0 \leq s \leq t} [A(s) + c(t - s)] \quad (1.1.6)$$

Ten hovorí, že veľkosť prevádzky v čase  $t$  sa maximálne rovná tomu, čo zo systému odišlo do času  $s$  plus množstvo prevádzky, ktorú bol systém schopný v intervale  $(s, t)$  obslúžiť. Ak teda poznáme vstupný proces  $A(t)$ , vieme úplne popísať jednak správanie fronty  $q(t)$ , ako aj výstupu  $B(t)$  v čase  $t$ .

Podobne ako v predchádzajúcom prípade s dvoma Poissonovými tokmi, aj pre veľkosť fronty (obr. 1.5) je vidieť jasná rozdielnosť. Pri toku, kde je kapacita linky väčšia ako stredná hodnota, nedochádza k výraznejšiemu zaplneniu linky a systém je v čase stabilný. To sa však o druhom prípade, kedy je kapacita linky menšia ako stredná hodnota vstupného toku nedá povedať. S umelo vloženou hodnotou 5 v 10. prírastku sa prvý systém dokáže omnoho jednoduchšie vysporiadať.



Obr. 1.5: Červená - vstupujúci tok, zelená - výstup, čierna - veľkosť fronty

**Ak poznáme proces  $A(t)$  vstupujúci do linky s kapacitou  $c$ , vieme vypočítať veľkosť frontu  $q(t)$  a určiť výstupný proces  $B(t)$**

### Zát'azový proces

Teraz zavedieme veľmi dôležitý pojem, ktorý bude neskôr použitý pri prepojení s princípom veľkých odchýliek. Tzv. **zát'azový proces** (*Workload process*) je postupnosť  $W_{t,t \geq 0} = W_t$  kde  $W_r = Z_1 + \dots + Z_t$  pre  $t \geq 0$  a  $W_0 = 0$ . Premenné  $Z_x$  popisujú rozdiely medzi vysielanými paketmi a prírastkami v toku v čase  $i$ , a to v tvare  $Z_{t-i+1} = a(i) - c$ .

$$W_r = Z_1 + \dots + Z_t \quad \text{pre} \quad t \geq 0 \quad (1.1.7)$$



Workload proces popíšeme pomocou premenných  $q_t$ , ktoré popisujú aktuálny počet paketov v zásobníku v čase  $t$ . Ak platí podmienka stabilizácie systému v čase  $Ea(t) < c, \forall t > 0$  (THO), potom sa dá napísať:

$$\begin{aligned} q(t) &= \max 0, q(t-1) + a(t) - c = (q(t-1) + a(t) - c)^+ \\ \Rightarrow q(t) &= \max_{0 \leq i \leq t} 0, \sum_{i=s+1}^t (a(i) - c) \quad \Rightarrow \quad q(t) = \max_{0 \leq i \leq t} W_i \end{aligned}$$

a následne

$$q = \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \max_{0 \leq i \leq t} W_i \quad \Rightarrow \quad q = \max_{t \geq 0} W_t \quad (1.1.8)$$

Čím vlastne tvrdíme, že za podmienky stabilizácie systému v dostatočne dlhom čase je veľkosť fronty v čase  $t$  rovná maximu záťažového procesu. Toto tvrdenie bude neskôr použité na spojenie oboch teórií.

### Network calculus a deterministické toky

Už sme spomínali  $\sigma$ -kritérium dimenzovania linky. Teraz si ukážeme, odkiaľ toto označenie prišlo a s čím súvisí. Práve z network calculusu prišlo označenie toku pomocou týchto parametrov. Nech teda  $\rho$  je **intenzitou** toku a  $\sigma$  je jeho **burst periódou**.

$$\rho = \frac{A(t)}{t} \quad \sigma = \max_{0 \leq s \leq t} [A(t) - \rho t]$$

Teraz môžeme tok  $A(t)$  zapísať ako tok  $A(\sigma, \rho)$ . Môžeme tiež povedať, že tok  $A(\sigma, \rho)$  je  $(\sigma, \rho)$  určite ohraničený na intervale  $0 \leq s \leq t$  zhora:

$$A(t) - A(s) \leq \rho(t - s) + \sigma \quad (1.1.9)$$

Ako sme už vyššie spomínali, pri dimenzovaní je potrebné prispôbiť šírku pásma minimálne intenzite vstupného procesu. Ak teda nastavíme  $c \geq \rho$  vieme veľkosť fronty ohraničiť zhora nasledovne:

$$\begin{aligned} q(t) &= \max_{0 \leq s \leq t} [A(t) - A(s) - c(t - s)] \leq \max_{0 \leq s \leq t} [\rho(t - s) + \sigma - c(t - s)] = \\ &= \sigma + \max_{0 \leq s \leq t} [(\rho - c)(t - s)] = \sigma + 0 = \sigma \end{aligned}$$

**Ak nastavíme kapacitu pásma (linky) väčšiu ako intenzita vstupného toku, vieme povedať, že maximálna veľkosť fronty bude menšia ako burst perióda. To je prvým nástrojom na dimenzovanie šírky pásma.**

$$\text{Ak} \quad c \geq \rho \quad \rightarrow \quad q_{max} \leq \sigma \quad (1.1.10)$$

Toto tvrdenie platí pre deterministické toky a je ekvivalentom pre výraz 1.1.11.

### Stochastické toky

Všeobecne ale platí, že ak chceme, aby pravdepodobnosť prekročenia veľkosti zásobníka zanikala rýchlejšie než daný exponencionálny trend, musíme kapacitu systému nastaviť minimálne na danú šírku pásma vstupného toku. Túto požiadavku nazývame ďalej v teórii  $\delta$ -kritérium QoS parametrov. Ide v podstate o jedno z riešení rovnice EB. V praxi býva požiadavka na prenosový systém zväčša podmienená niektorým z parametrov QoS, ako oneskorením, či stratou rámca. Pre systém to znamená obmedzenie dĺžky zásobníka zhora (*maximálna dĺžka oneskorenia*), alebo zdola (*pravdepodobnosť straty rámca*). Na základe týchto informácií vieme určiť rozsah, prípadne jednoznačné  $\theta$ , ktoré pre dané podmienky vyhovuje. Takéto riešenie je podmienené práve  $\delta$ -kritériom.

$$\alpha(\delta, t) = c \iff \forall n \in N, \quad P(q > n) \asymp e^{-n\delta} \quad (1.1.11)$$

V danom vzťahu  $q$  predstavuje dĺžku zásobníka v systéme,  $c$  je konštantná kapacita, s ktorou Leaky Bucket systém obsluhuje vstupné rámce. Ak chceme, aby veľkosť prekročenia zásobníka klesla pod danú úroveň pravdepodobnosti  $p = e^{-n\delta} \rightarrow \delta = \frac{\ln p}{n}$  exponenciálnym trendom, budeme sa ďalej riadiť vzťahom:

$$\alpha\left(\frac{\ln p}{n}, t\right) = c \iff \forall n \in N, \quad P(q > n) \asymp p$$

V prípade, že systém má variabilnú kapacitu, je  $\delta$ -kritérium vyjadrené vzťahom:

$$\forall n \in N, \quad P(q > n) \asymp e^{-n\delta} \iff \alpha_1(\delta, t) = \alpha_2(-\delta, t)$$

kde  $\alpha_1(\delta, t)$  a  $\alpha_2(\delta, t)$  sú šírky pásma vstupného a výstupného procesu. Inak povedané, výstupný proces je maximálne taký “veľký” ako je veľká šírka pásma pre vstupný proces. Týmto typom tokov sa však v práci nebudem ďalej zaoberať (pre viacej informácií čítaj [1]). Tento rýchly úvod si však treba podrobnejšie prebrať. Jednak kvôli lepšej zrozumiteľnosti a jednak kvôli zachovaniu určitej kauzality v jednotlivých tvrdeniach.

## 1.2 Funkcionálne charakteristiky náhodnej premennej

V tejto kapitole sa pokúsime priblížiť základné vlastnosti nutné na pochopenie teórie efektívnej šírky pásma. Sú dôležité hlavne z pohľadu odvolávania sa na ne pri budúcich dôkazoch a tvrdeniach v teórii LDP (*Large Deviation Principles*). Preto je pre niekoho znalého možné túto kapitolu preskočiť, či ju len použiť ako vysvetlenie pri niektorých nejasnostiach v kapitole LDP. Vysvetlíme si základné vlastnosti funkcií a funkcie náhodnej premennej  $X$ .

### 1.2.1 Momentová vytvárajúca funkcia $\varphi(\theta)$

Momentová vytvárajúca funkcia predstavuje plnohodnotný popis náhodnej premennej  $X$  a je rovnako informatívne vypovedajúca ako popis pomocou distribučnej funkcie (resp. hustoty pre spojité premenné a rozdelenia pravdepodobnosti pre diskkrétne premenné). Náhodná premenná  $X$  má momentovú vytvárajúcu funkciu MGF (*Moment Generation Function*) definovanú ako:

$$\varphi(\theta) = E[e^{\theta X}] \quad (1.2.1)$$

MGF premennej  $X$  pomocou svojich derivácií v nule vytvára  $k$ -te počiatkové momenty  $EX^k$ :

$$\varphi^{(k)}(0) = \left. \frac{d^k \varphi(\theta)}{d\theta^k} \right|_{\theta=0} = \frac{d^k}{d\theta^k} E[e^{\theta X}] \Big|_{\theta=0} = E[X^k e^{\theta X}] \Big|_{\theta=0} = EX^k$$

Pravidlá pre počítanie s MGF funkciami sú pomerne jednoduché. V prípade, že poznáme MGF pre dve nezávislé napr.  $X$  a  $Y$ , vieme jednoducho určiť MGF ich súčtu  $Z = X + Y$ . Momentová vytvárajúca funkcia súčtu dvoch nezávislých náhodných premenných je rovná súčinu týchto premenných. To platí aj pre konečný súčet nezávislých náhodných premenných.

$$\varphi_Z(\theta) = E[e^{\theta(X+Y)}] = E[e^{\theta X} e^{\theta Y}] = E[e^{\theta X}] E[e^{\theta Y}] = \varphi_X(\theta) \varphi_Y(\theta)$$

Dovolíme si požičať ukážky MGF funkcií pre niektoré významné rozdelenia z práce [2]:  
**alternatívne**  $X \sim alt(p)$ :

$$\varphi(\theta) = e^{\theta \cdot 0} P(X=0) + e^{\theta \cdot 1} P(X=1) = 1 - p + pe^{\theta}$$

**binomické**  $X \sim Bi(n, p)$ :

$$\varphi(\theta) = \sum_{k=0}^n e^{\theta k} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (e^{\theta} p)^k (1-p)^{n-k} = (1-p + pe^{\theta})^n$$

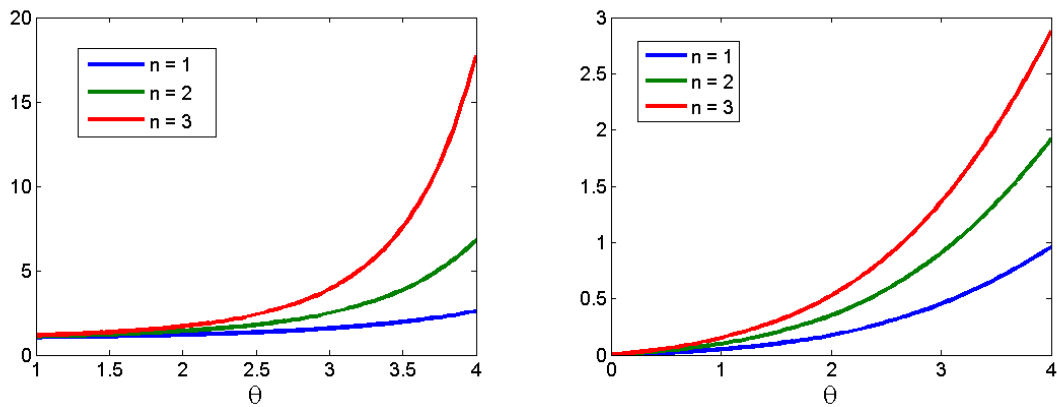
**Poissonovo**  $X \sim Po(\lambda)$ :

$$\varphi(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\theta k} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(e^{\theta} \lambda)^k}{k!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} e^{\lambda e^{\theta}} = e^{\lambda(e^{\theta}-1)}$$

Náhodná premenná, ktorá má binomické rozdelenie, predstavuje súčet  $n$ -nezávislých náhodných premenných s alternatívnym rozdelením. Tomu zodpovedá aj výsledok jednotlivých MGF pre alternatívne rozdelenie a pre binomické rozdelenie. Je len  $n$ -tou mocninou. Pre názornosť ešte uvidíme príklad výpočtu momentovej vytvárajúcej funkcie pre súčet nezávislých premenných s Poissonovým rozdelením,  $X_1 \sim Po(\lambda_1)$  a  $X_2 \sim Po(\lambda_2)$ :

$$\varphi(\theta) = \varphi_1(\theta) \cdot \varphi_2(\theta) = e^{\lambda_1(e^\theta - 1)} e^{\lambda_2(e^\theta - 1)} = e^{(\lambda_1 + \lambda_2)(e^\theta - 1)}$$

Ako je vidieť súčet  $Po(\lambda_1)$  a  $Po(\lambda_2)$  je opäť MGF Poissonovho rozdelenia  $Po(\lambda_1 + \lambda_2)$ . Je to v podstate len dokázaný známy fakt, že súčet dvoch nezávislých náhodných premenných s Poissonovým rozdelením je opäť Poissonova náhodná premenná.



Obr. 1.6: MGF(vľavo) a CGF(vpravo) funkcie pre Bi(n,0.03)

### 1.2.2 Kumulatívna vytvárajúca funkcia $\lambda(\theta)$

Nech náhodná premenná  $X$  má MGF  $\varphi(\theta) = E[e^{\theta X}]$ . Potom kumulatívnu vytvárajúcu funkciu CGF (*Cummulant Generation Function*) definujeme:

$$\lambda(\theta) = \ln \varphi(\theta) = \ln E[e^{\theta X}] \quad (1.2.2)$$

Podobne ako v predchádzajúcej časti aj pre CGF vypočítame niekoľko derivácií:

$$\begin{aligned} \lambda'(0) &= \ln E[e^{\theta X}]|_{\theta=0} = \frac{E[Xe^{\theta X}]}{E[e^{\theta X}]} \Big|_{\theta=0} = \frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)} = EX \\ \lambda''(0) &= \frac{E[X^2e^{\theta X}] E[e^{\theta X}] - E[Xe^{\theta X}]^2}{E[e^{\theta X}]^2} \Big|_{\theta=0} = \frac{\varphi''(0)\varphi(0) - \varphi'(0)^2}{\varphi(0)^2} = \end{aligned}$$

$$= EX^2 - (EX)^2 = E(X - EX)^2 = DX$$

$$\lambda'''(0) = EX^3 - 3EX^2EX + 2(EX)^3 = E(X - EX)^3$$

- (1)  $CGF\lambda(\theta)$  nezápornej náhodnej premennej  $X$  je  $k$ -násobne diferencovateľná a jednotlivé  $k$ -te derivácie vytvárajú počiatkové momenty  $EX^k$ .
- (2)  $CGF\lambda(\theta)$  nezápornej náhodnej premennej  $X$  je konvexná
- (3)  $CGF\lambda(\theta)$  nezápornej náhodnej premennej  $X$  je rastúca pre  $\theta > 0$  a  $\lambda' = 0$
- (4)  $CGF\lambda'(\theta)$ , nezápornej náhodnej premennej  $X$  je rastúca pre  $\theta > 0$  a  $\lambda' = EX$
- (5) Nech  $Z_k$  je postupnosť i.i.d. premenných s MGF  $\varphi(\theta)$  a CGF  $\lambda(\theta)$ . Potom pre CGF  $\lambda_t(\theta)$  náhodnej premennej  $W_t$  platí:

$$W_t = Z_1 + \dots + Z_t \quad \Rightarrow \quad \lambda_t(\theta) = t \cdot \lambda(\theta)$$

Derivácie CGF v nule “kumulujú” kombinácie počiatkových momentov, pričom ich stupeň odpovedá stupni derivácie. Kumulatívna vytvárajúca funkcia súčtu dvoch nezávislých premenných  $X$  a  $Y: Z = X + Y$  sa rovná súčtu MGF jednotlivých premenných.

$$\lambda_Z(\theta) = \ln \varphi_Z(\theta) = \ln [\varphi_X(\theta)\varphi_Y(\theta)] = \ln \varphi_X(\theta) + \ln \varphi_Y(\theta) = \lambda_X(\theta) + \lambda_Y(\theta)$$

Nech  $Z_k$  sú nezávislé rovnako rozdelené náhodne premenné (*i.i.d. - independent identical distribution*) s MGF  $\varphi(\theta)$  a CGF  $\lambda(\theta)$ . Potom pre CGF  $\lambda_t(\theta)$  ich súčtu  $W_t$  platí:

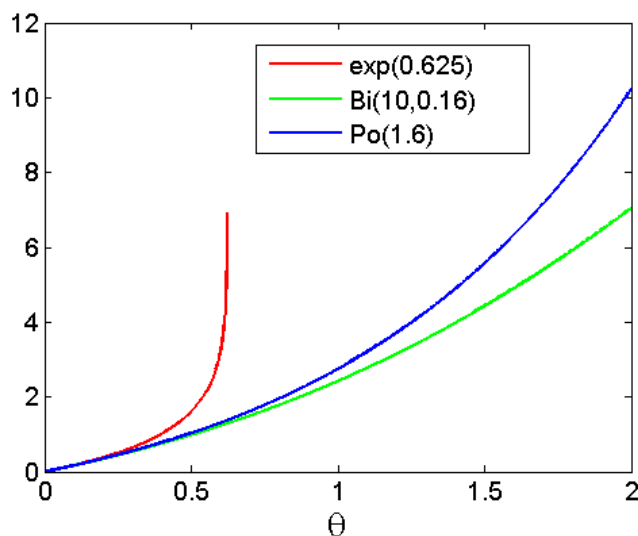
$$W_t = Z_1 + \dots + Z_t \Rightarrow \lambda_t(\theta) = t \cdot \lambda(\theta) \quad (1.2.3)$$

Vypočítajme teraz niekoľko CGF funkcií pre exponenciálne, bernoulliho a Poissonovo rozdelenie.

$$\mathbf{exp}(\mu) \Rightarrow \lambda(\theta) = \ln \varphi(\theta) = \ln \left[ \frac{\mu}{\mu - \theta} \right] = \ln \mu - \ln(\mu - \theta), \quad \theta < \mu$$

$$\mathbf{Bi}(n, p) \Rightarrow \lambda(\theta) = \ln \varphi(\theta) = \ln (1 - p + pe^\theta)^n = n \cdot \ln (1 - p + pe^\theta)$$

$$\mathbf{Po}(\lambda) \Rightarrow \lambda(\theta) = \ln \varphi(\theta) = \ln [e^{\lambda(e^\theta - 1)}] = \lambda(e^\theta - 1)$$



Obr. 1.7: CGF pre vyššie uvedené rozdelenia

### 1.2.3 Rýchlostná funkcia $I(x)$

Ak  $\lambda(\theta)$  je kumulatívna vytvárajúca funkcia nejakej náhodnej premennej  $X$ , potom funkcia

$$I(x) = \sup_{\theta} \{\theta x - \lambda(\theta)\} \quad (1.2.4)$$

sa nazýva rýchlostná funkcia (*Rate-function*) premennej  $X$ , ide o tzv. Legendrovu transformáciu (*Legendre transform*) funkcie  $\lambda(\theta)$ .

Rýchlostná funkcia  $I(x)$  nezápornej náhodnej premennej  $X$  má nasledujúce vlastnosti (pozri [2]):

- (1)  $I(x)$  je konvexná
- (2)  $I(\lambda'(\theta)) = \theta \cdot \lambda'(\theta) - \lambda(\theta)$
- (3)  $\lambda(\theta)$  je Legendrovou transformáciou  $I(x)$
- (4)  $\forall x \neq EX, I(x) > 0$  a  $I(EX) = 0$
- (5)  $I(x)$  je rýdzo rastúca na  $\langle EX, \infty \rangle$  a rýdzo klesajúca na  $(-\infty, EX)$

Z vlastností (1) a (4) vyplýva, že rýchlostná funkcia  $I(x)$  má jediné minimum, ktoré nadobúda v strednej hodnote  $EX$ , pričom jeho hodnota je nulová,  $I(EX) = 0$ . V ostatných bodoch je táto funkcia kladná. Vlastnosť (3) hovorí, že CGF je Legendrovou transformáciou  $I(x)$  odpovedajúcej náhodnej premennej. Hovoríme, že funkcie  $I(x)$  a  $\lambda(\theta)$  sú navzájom konvexne konjugované alebo tiež, že tvoria **Legendrov pár**:

$$I(x) = \sup_{\theta} \theta x - \lambda(\theta) \Leftrightarrow \lambda(\theta) = \sup_x \theta x - I(x) \quad (1.2.5)$$

Pre súčet  $Z_k$  nezávislých a identických náhodných premenných  $W_t = Z_1 + \dots + Z_t$  s rýchlostnou funkciou  $I(\cdot)$  platí:

$$W_t = Z_1 + \dots + Z_t \quad \Rightarrow \quad I_t(x) = t \cdot I(x/t) \quad (1.2.6)$$

Voľne povedané, rýchlostná funkcia určuje rýchlosť zanikania chvostu rozdelenia. Vypočítajte teraz niekoľko príkladov.

$X \sim \mathbf{exp}(\mu) :$

$$\lambda(\theta) = \ln \mu - \ln(\mu - \theta) \quad \Rightarrow \quad I(x) = \sup_{\theta} \{ \theta x - \ln \mu - \ln(\mu - \theta) \}$$

$$x = \lambda'(\theta) = \frac{1}{\mu - \theta} \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = \mu - \frac{1}{x}$$

Kedže platí  $\theta_0 < \mu$ , je  $I(x)$  definovaná len pre  $x > 0$

$$I(x) = \mu x - 1 - \ln(\mu x)$$

$X \sim \mathbf{Bi}(n, p) :$

$$\lambda(\theta) = n \cdot \ln(1 - p + pe^{\theta}) \quad \Rightarrow \quad I(x) = \sup_{\theta} \{ \theta x - n \ln(1 - p + pe^{\theta}) \}$$

Na výpočet suprema použijeme deriváciu  $I(x)$  podľa  $\theta$ :

$$x - n \frac{pe^{\theta}}{1 - p + pe^{\theta}} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{npe^{\theta}}{1 - p + pe^{\theta}} \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = \ln \frac{x(1 - p)}{p(n - x)}$$

Vidíme, že musí platiť  $\frac{x(1-p)}{(n-x)p} > 0 \quad \Rightarrow \quad x > np$

Rýchlostná funkcia má potom tvar:

$$I(x) = x \cdot \ln \frac{x}{p} + (n - x) \cdot \ln \frac{n - x}{1 - p} - n \cdot \ln n$$

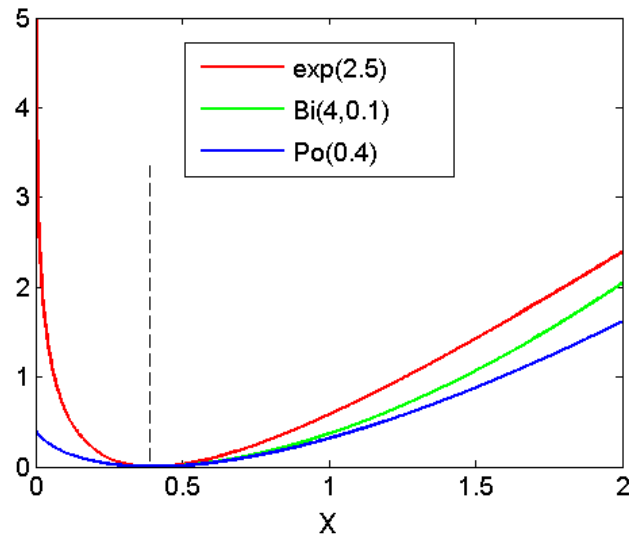
$X \sim \mathbf{Po}(\lambda) :$

$$\lambda(\theta) = \lambda(e^{\theta} - 1) \quad \Rightarrow \quad I(x) = \sup_{\theta} \{ \theta x - \lambda(e^{\theta} - 1) \}$$

$$x - \lambda e^{\theta} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \lambda e^{\theta} \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = \ln(x/\lambda)$$

Musí platiť  $(x/\lambda) > 0$ , preto  $I(x)$  existuje len pre  $x > 0$ ,

$$I(x) = x \cdot \ln(x/\lambda) - x + \lambda$$



Obr. 1.8: Rýchlostná funkcia pre rôzne rozdelenia s rovnakou  $E(X)$

### 1.2.4 Zhrnutie charakteristík

Aby sme viac porozumeli vlastnostiam EB, ukážeme si jednotlivé funkcie preberané v predchádzajúcich častiach na jednom mieste.

1.  $\alpha^*(\theta)$  - funkcia efektívnej šírky pásma (*EB*)
2.  $\overline{\alpha(c)}$  - inverzná funkcia ku EB (*inverzná EB*)
3.  $\Lambda(\theta)$  - kumulatívna generujúca funkcia toku (*CGF*)
4.  $I(\theta)$  - rýchlostná funkcia (*rate function*)

Majme i.i.d. proces s prírastkami  $a(t)$  ohraničený nasledovne:

$$\exists c \in \mathbb{R} : \forall i, a(i) \leq c$$

V takom prípade sa EB procesu  $A(t)$  nachádza medzi strednou hodnotou tohto procesu a horným ohraňením  $c$ :

$$\forall \theta > 0, \forall t > 0 : E[a(i)] \leq \alpha^*(\theta, t) \leq c$$

Pre i.i.d. proces sa dá napísať:

$$EA(t) = \sum_{i=1}^t Ea(i) = t \cdot m, \quad A(t) \leq \sum_{i=1}^t a(i) \leq t \cdot c$$

Ak použijeme **Jensenovu nerovnosť**, pre ľubovoľnú konvexnú funkciu  $f(\cdot)$  a diskretnú náhodnú premennú  $X$  platí:



$$f(EX) \leq E[f(X)] \quad \Rightarrow \quad e^{\theta EA(t)} \leq E[e^{\theta A(t)}]$$

Potom môžeme po zlogaritmovaní a podelení  $\theta$  postupne napísať:

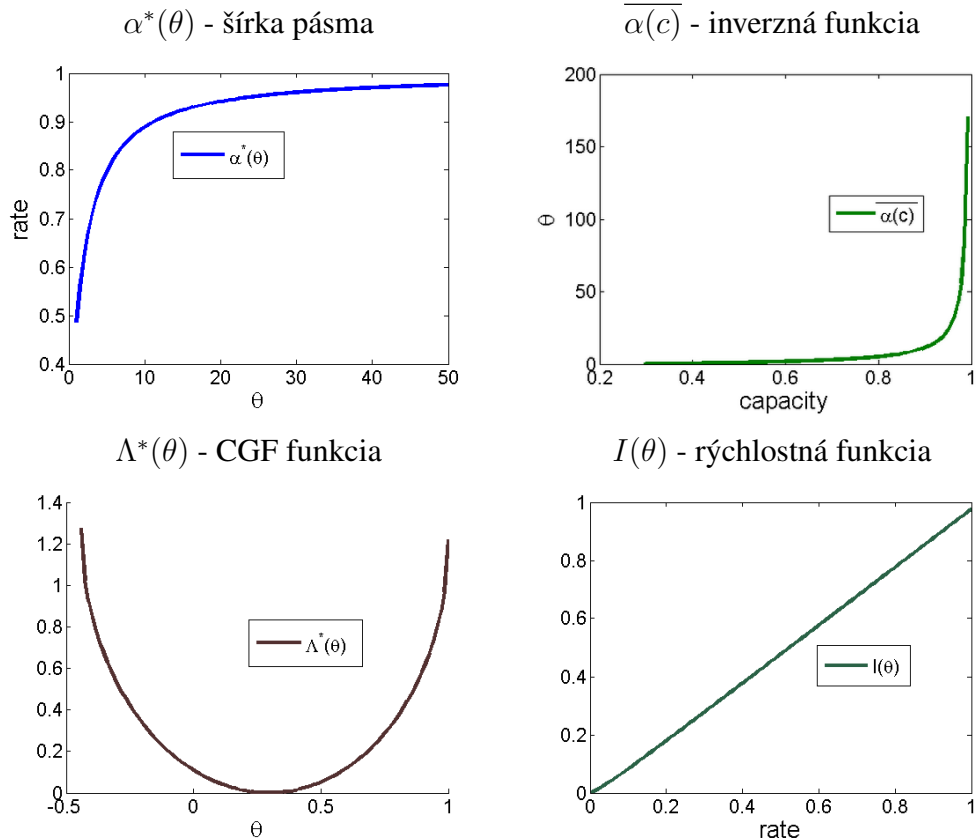
$$\begin{aligned} e^{\theta Ea(i)} &\leq E[e^{\theta a(i)}] \leq e^{\theta c} \\ \theta Ea(i) &\leq \ln E[e^{\theta a(i)}] \leq \theta c \\ Ea(i) &\leq \alpha^*(\theta, t) \leq c \end{aligned}$$

$\alpha^*(\theta)$  EB pásma,  $\alpha^*(\theta)$  nadobúda hodnoty v rozpätí priemerného toku a maximálnej hodnoty (*peaku*).

$\overline{\alpha(c)}$  je inverznou funkciou ku  $\alpha^*(\theta)$ . Nulu nadobúda v bode priemerného toku a maximum v bode *peaku*.

$\Lambda^*(\theta)$  CGF funkcia je legendrov pár funkcie  $I(\theta)$ . Má tri extrémny. Prvý v bode danom  $\lambda_2 = 1$ , druhý v  $\lambda_1 = 0$ , kde nadobúda maximá. Minimum sa nachádza v bode priemerného toku -  $\lambda_{avg}$ . Je rastúca na intervale  $\lambda_{avg} \leq a \leq \lambda_2$  a klesajúca na  $\lambda_1 \leq a \leq \lambda_{avg}$ .

$I(\theta)$   $\Lambda^*(\theta)$  je odvodená z výrazu  $\Lambda^*(\theta) = \theta I(\theta)$ . Derivácia funkcie  $I(\theta)$  v bode 0 dáva priemerný tok a v bode  $\infty$  maximum (*peak*). Je konvexná a rastúca na  $0 \leq \theta \leq \infty$ .



### 1.3 Vplyv teórie veľkých odchýliek (LDP - Large Deviation Principles)

Skôr než začneme narábať s teóriou veľkých odchýliek, musíme si najprv spraviť menší úvod a vysvetliť si niekoľko základných funkcií a vlastností. Čítaj kapitolu 1.2.

LDP principiálne vychádza z **Chernoffovho ohraničenia** pre nezápornú náhodnú premennú  $X$  a spomínaný priestorový parameter  $\theta$ :

$$P(X > x) \leq e^{-\theta x} \cdot E[e^{\theta X}] \quad (1.3.1)$$

kde sa po menších úpravách vieme dopracovať k výrazu:

$$e^{-\theta x} \cdot E[e^{\theta X}] = e^{-\theta x} \cdot e^{\ln E[e^{\theta X}]} = e^{-\theta x} \cdot e^{\lambda(\theta)} = e^{-(\theta x - \lambda(\theta))}$$

Keďže Chernoffova nerovnosť platí pre všetky  $\theta > 0$ , platí aj pre  $\theta$ , v ktorom výraz  $e^{-(\theta x - \lambda(\theta))}$  dosahuje infimum:

$$\forall x > EX, \quad P(X > x) \leq \inf_{\theta} e^{-(\theta x - \lambda(\theta))} = e^{-\sup_{\theta} \{\theta x - \lambda(\theta)\}} = e^{-I(x)}$$

Funkcia  $I(x)$  je v teórii známa ako rýchlostná funkcia (*Rate Function - RF*). Ako bolo ukázané v predchádzajúcej kapitole ide o Legendrovu transformáciu kumulatívnej vytvárajúcej premennej  $\lambda(\theta)$ , tzv. Legendrov pár. Dá sa tiež povedať, že funkcia  $I(x)$  určuje rýchlosť zanikania “chvostu” distribúcie náhodnej premennej  $X$ .

$$I(x) = \sup_{\theta} \{\theta x - \lambda(\theta)\}$$

Princíp veľkých odchýliek LDP je v podstate založený na podobnom princípe, len pre viacero náhodných premenných. Pripomeňme si kapitolu o network kalkule a pojem workload proces 1.1.7. Tzv. **záťažový proces** (*Workload process*) je postupnosť  $W_{t \geq 0} = W_t$  kde  $W_r = Z_1 + \dots + Z_t$  pre  $t \geq 0$  a  $W_0 = 0$ . Premenné  $Z_x$  popisujú rozdiely medzi vysielanými paketmi a prírastkami v toku v čase  $i$  a to v tvare  $Z_{t-i+1} = a(i) - c$ . Ak teda miesto premennej  $X$  zoberieme súčet nezávislých a identických náhodných (i.i.d) premenných  $\{Z_k\}$ , ktorých rýchlostná funkcia je  $I(x)$  a stredná hodnota  $EZ_k$ , platí pre súčet  $W_t = Z_1 + \dots + Z_t$  a  $\forall x > EZ_k$  platí **princíp veľkých odchýliek**:

$$P(W_t/t > x) \leq e^{-tI(x)} \quad \text{resp.} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln P(W_t/t > x) = -I(x) \quad (1.3.2)$$

Ak nadviažeme na poznatky ohľadom *Leaky Bucketu* a využijeme závislosť danú Lindleyho rovnicou, pre stav frontu dostávame vzťah premenných  $q(t)$  so záťažovým procesom:

$$q(t) = \max\{0, q(t-1) + a(t) - c\} \quad q(t) = \max_{0 \leq i \leq t} \{W_i\}$$

kde premenné  $q(t)$  popisujú stav frontu v čase  $t$ . Ak systém spĺňa podmienky stabilizácie, známe z teórie hromadnej obsluhy a to konkrétne, že pre  $t > 0$ ,  $Ea(t) < c$ . Ako vieme 1.1.8, premenné  $q(t)$  postupne konvergujú ku jedinej hodnote  $q$  [19].

$$q = \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \max_{0 \leq i \leq t} \{W_i\} \quad q = \max_{t \geq 0} \{W_t\}$$

Potom môžeme tiež napísať  $P(q > n) = P(\max_{t \geq 0} \{W_t\} > n)$ . Vieme že pre  $\forall n > EW_t$  platí  $P(W_t > n) \leq e^{-tI(n/t)}$  1.3.2. To sa dá zovšeobecniť pre všetky  $n$ . Pomocou LDP sa dá určiť pravdepodobnosť prekročenia kritickej hodnoty frontu nasledovne:

$$P(q > n) = P(\max_{t \geq 0} W_t > n) \leq \sum_{t \geq 1} P(W_t > n) \leq \sum_{t \geq 1} e^{-tI(n/t)} \quad (1.3.3)$$

Ak rozšírime člen  $-tI(n/t)$  na  $-n \frac{I(n/t)}{n/t}$  vieme prísť k záveru, že člen ktorý “prevládne” v tomto súčte nad ostatnými je ten pre ktorý je výraz  $\frac{I(n/t)}{n/t}$  najmenší [1], preto:

$$P(q > n) \leq e^{-n \min_x I(x)/x} \Rightarrow P(q > n) \asymp e^{-n\delta} \quad \text{kde} \quad \delta = \min_x \frac{I(x)}{x} \quad (1.3.4)$$

Z tohto vzťahu tiež vyplýva, že pravdepodobnosť prekročenia danej dĺžky frontu  $n$  zaniká exponenciálne (výraz  $\asymp$ ) v závislosti od  $n$  a so spádovou konštantou  $\delta$ :

$$P(q > n) \asymp e^{-n\delta}, \quad \delta = \min_x \frac{I(x)}{x} \quad \text{resp.} \quad \delta = \max \{ \theta ; \lambda(\theta) \leq 0 \}$$

Navyše ak majú prírastky  $a(i)$  vstupného toku kumulatívnu vytvárajúcu funkciu  $\lambda_a(\theta)$ , z vlastnosti konvexnosti tejto funkcie sa dá ukázať, že spádovú konštantu  $\delta$  môžeme jednoduchšie vypočítať riešením rovnice:

$$\lambda_a(\theta) = \theta c$$

Z teórie veľkých odchýliek (LDP - Large Deviation Principles) vyplývajú ďalšie skutočnosti [4] [15]. Existuje značné zjednodušenie vzťahu pre výpočet efektívnej šírky pásma pre proces  $A(t)$  s nezávislými rovnako rozdelenými prírastkami (*i.i.d*).

$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta} \ln E [e^{\theta a(i)}] = \frac{\lambda_a(\theta)}{\theta}$$

## 1.4 Zhrnutie

Ak *leaky token* systém popíšeme pomocou workload procesu  $W_t$  a použijeme princíp LDP, vieme povedať, že pravdepodobnosť toho, že maximálna veľkosť zásobníka  $q$  prekročí nejaké dané  $n$ , zaniká exponenciálne:

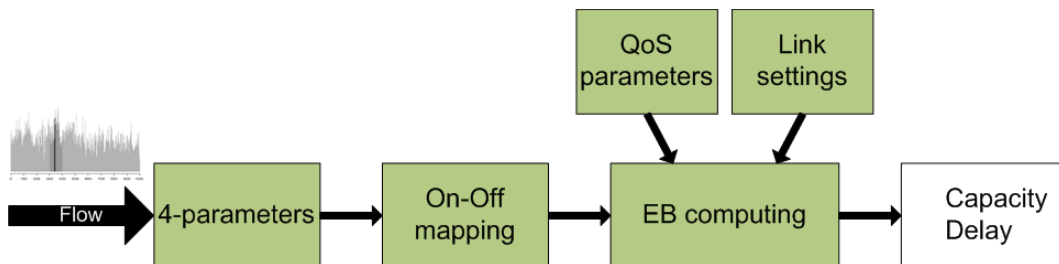
$$P(q > n) \leq e^{-n \min_x I(x)/x} \Rightarrow P(q > n) \asymp e^{-n\delta} \quad \text{kde} \quad \delta = \min_x \frac{I(x)}{x}$$

Kde  $I(x)$  je rýchlostná funkcia tohto procesu 1.2.5.

Zhrnutím predchádzajúcich tvrdení a úvah uvedených v tejto kapitole dôjdeme k záveru, že pravdepodobnosť “pretečenia” zásobníku v systéme s konštantnou kapacitou  $c$  a so vstupným procesom charakterizovaným *i.i.d.* prírastkami, zaniká exponenciálne (tvrdenie hore), ak je kapacita nastavená na hodnotu rovnú, alebo väčšiu ako je EB vstupného procesu:

$$c = \frac{\lambda_a(\delta)}{\delta} = \frac{1}{\delta} E[e^{\delta a(i)}] = \alpha(\delta, t)$$

Ide v podstate o formu úvodnej definície šírky pásma. V tejto práci sa o túto teóriu oprieme a pokúsime sa navrhnúť postup, ako pomocou týchto vzťahov a Changovej aproximácie EB, získať parametre toku a správne zvoliť kapacitu linky. Ako je aj v práci [2] ukázané, tento prístup má niektoré výhody v porovnaní s klasickou teóriou hromadnej obsluhy. V prípadoch, kedy nevieme EB analyticky spočítať, vieme jej funkciu aproximovať a priblížiť sa ku skutočnej funkcii. Využíva sa pri tom fakt, že funkcia EB je rastúca na celom definičnom obore. Odhadneme preto jej okrajové body  $\theta = 0, \theta = \infty$  a pomocou Taylovho rozvoja aproximujeme funkciu medzi týmito bodmi. Viac si ukážeme v nasledujúcej kapitole.



Obr. 1.9: Proces dimenzovania

Možno je na mieste otázka, ako vlastne budeme dimenzovať? Proces je nasledovný. Spočítame vo funkcií parametre pre jednoduchý ON/OFF zdroj (podľa postupu uvedeného v nasledujúcej kapitole), ktorým budeme EB aproximovať. Do počítania vstupujú vopred

známe parametre QoS, ktoré podmieňujú výstup. Zjednodušením je vopred známa veľkosť zásobníka, ako aj iné technologické parametre linky. Predstavme si príklad: máme dimenzovať linku s maximálnym oneskorením  $d$  a pravdepodobnosťou straty paketu  $P_{lost}$ . To budú naše QoS parametre. Pre spočítaný ON/OFF zdroj už vieme určiť  $\alpha^*(\theta)$  (EB aproximáciu). Z teórie ďalej vieme, že pre i.i.d. toky pravdepodobnosť prekročenia zaniká s exponenciálnym trendom.

$$P_{lost} = P(q > n) \leq e^{-\theta n} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha(\theta) = c$$

Z THO vieme, že maximálne omeškanie paketu sa dá vypočítať ako  $d = \frac{n_{max}}{c}$ , kde  $c$  predstavuje kapacitu linky. Zároveň z teórie EB vieme, že pre i.i.d. toky je  $c = \frac{\lambda(\theta)}{\theta}$ , kde  $\lambda$  predstavuje kumulatívnu vytvárajúcu funkciu. Označme pre jednoduchosť  $P(q > n) = P_{lost}$ , potom :

$$\begin{aligned} P_{lost} &= e^{-\theta n} = e^{-\theta dc} \\ P_{lost} &= e^{-d\lambda(\theta)} \\ \lambda(\theta) &= \frac{\ln P_{lost}}{-d} \\ \theta &= \lambda^{-1} \left( \frac{\ln P_{lost}}{-d} \right) \end{aligned}$$

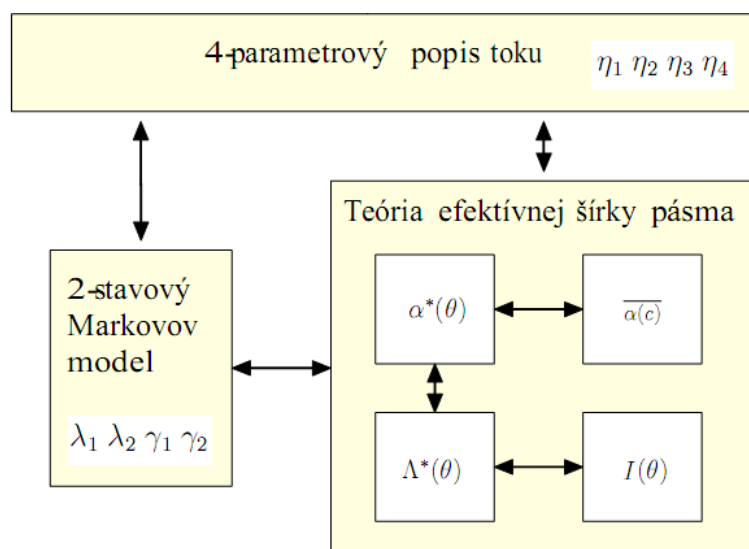
Ak poznáme daný priestorový parameter, vieme priamo určiť kapacitu linky z  $c = \alpha^*(\theta)$ . Jedným problémom v celom procese je určenie inverznej funkcie  $\lambda^{-1}$ . Preto nám vie pomôcť presne daná veľkosť zásobníka  $n$ . Ak ju poznáme, vieme krok vytvorenia inverznej funkcie vynechať. V neskorších kapitolách si ukážeme, ako sa dajú dimenzovať jednotlivé príklady.

## Kapitola 2

# Aproximácia efektívnej šírky pásma

### 2.1 Úvod do aproximácie efektívnej šírky pásma

Podstatou mojej práce bola práve implementácia a navrhnutie vhodného matematického nástroja v programovej podobe, ktorý by pomocou teórie [3] aproximoval funkciu efektívnej šírky pásma. Ako sme uviedli, často je analytické určenie šírky pásma veľkým problémom. Preto sa vynára možnosť ako túto funkciu aproximovať. Programový nástroj využíva na určenie efektívnej šírky pásma štatistický postup získania štyroch parametrov, popisujúcich charakter toku. Následne na princípe teórie veľkých odchýliek využíva tieto parametre ako vstupné hodnoty do aproximačnej funkcie EB. V ďalšej kapitole tejto sekcie si ukážeme, že existuje jednoznačné priradenie týchto parametrov k parametrom dvojstavového On/Off zdroja.



Obr. 2.1: Vzťahy medzi 4-parametrovým popisom toku, EB a Markovovým modelom

Ako je vidieť z obrázka 2.1, jednotlivé spôsoby sú navzájom prepojené a teória EB sa dá kombinovať (mapovať) s dvoj-stavovým ON/OFF Markovovým modelom. Z toku získa-

vame 4-parametre. Pomocou nich vieme aproximovať funkciu efektívnej šírky pásma a namapovať na dvojstavový spojitý Markovov ON/OFF model.

## 2.2 Štvor-parametrový popis toku

Predstava modelu je nasledovná, ako vstup posluží vektor popisujúci vstupný tok. Ako sme zadefinovali, ide o i.i.d tok definovaný ako  $A(t) = \sum_{s=1}^t a(s)$  v čase  $t \geq 1$ . Pre takto definovaný vstupný tok je daná šírka pásma vzt'ahom:

$$\alpha^*(\theta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\theta t} \ln E e^{(\theta A(t))} \quad (2.2.1)$$

resp.

$$\alpha^*(\theta) = \frac{\lambda_a(\delta)}{\delta} \quad (2.2.2)$$

V niektorých prípadoch sa tento výraz nedá analyticky spočítať. Predstava ďalšieho postupu je teda nasledovná. O EB vieme, že nadobúda hodnoty v rozpätí od strednej hodnoty po maximum v toku a že je rastúca (viď. [3]). Skúsime teda určiť hodnoty v týchto miestach na aproximovanie celého priebehu funkcie. Použijeme Taylorovu expanziu polynómom v hraničných bodoch  $\theta = 0$  a  $\theta = \infty$ .

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n \quad (2.2.3)$$

resp.

$$\alpha^*(\theta, t) = \alpha^*(a, t) + \frac{[\alpha^*(a, t)]'}{1!} \theta^1 + \dots$$

### Rozvoj $\theta \rightarrow 0$

Rozoberme si najprv rozvoj v bode 0 a prvý člen. Pre jednoduchosť značenia zaved'me substitúciu  $A(t) = A$ :

$$\alpha^*(0, t) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta t} \ln E[e^{\theta A}] \quad (L'Hosp.) \rightarrow \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\ln E'[e^{\theta A}]}{(\theta t)'} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\ln E[Ae^{\theta A}]}{t E[e^{\theta A}]} = \frac{E[A]}{t}$$

Prvá derivácia:

$$\alpha^{*'}(\theta, t) = \frac{\frac{E[Ae^{\theta A}]}{E[e^{\theta A}]} \theta t - t \ln E[e^{\theta A}]}{\theta^2 t^2} = \frac{\frac{E[Ae^{\theta A}]}{E[e^{\theta A}]} \theta - \ln E[e^{\theta A}]}{\theta^2 t}$$

Po dosadení  $\theta \rightarrow 0$  a L'Hospitalovom pravidle:

$$\frac{E[A^2 e^{\theta A}] E[e^{\theta A}] - E^2[Ae^{\theta A}] - E[e^{\theta A}] E[Ae^{\theta A}] + E[e^{\theta A}] E[Ae^{\theta A}]}{E^2[e^{\theta A}] 2\theta t} \theta = \frac{E[A^2] - E^2[A]}{2t}$$

Rozvoj  $\theta \rightarrow \infty$  resp.  $u = 1/\theta \rightarrow 0$

Pre tento náročnejší rozvoj budeme nútení použiť malú obkľuku. Označme teda pre tok  $a(t)$  *peak rate* ako  $a_p$ . Ďalej môžeme definovať trvanie burst periódy  $Z$  vid'. 2.3 ako dobu po ktorú dosahoval tok  $a(t)$  hodnoty  $a_p$ . Zapísané ako:

$$Z = \inf\{t > 1 : a(t) < a_p, a(1) = a_p\}$$

ak potom pošleme  $t \rightarrow \infty$  (čítaj [4]), vieme zapísať:

$$Ee^{\theta A(t)} \approx P(Z \geq t)e^{\theta a_p t} \quad (2.2.4)$$

Následné určenie prvého člena tohto rozvoju je triviálne:

$$\alpha^*(\theta, t) = \frac{\ln E[e^{\theta A}]}{\theta t} = \frac{1}{\theta t} [\ln P(Z \geq t) + \theta a_p t] \quad \text{pre } 1/\theta \rightarrow 0 = a_p$$

Omnho zložitejšie je určenie druhého člena. Budeme postupovať rovnako ako pri prvom rozvoji, ale so substitúciou ( $Ee^{\theta A(t)} \approx P(Z \geq t)e^{\theta a_p t}$  a  $u = 1/\theta$ ), teda:

$$\alpha^{*'}(\theta, t) = \frac{\frac{E[Ae^{\theta A}]}{E[e^{\theta A}]} - \ln E[e^{\theta A}]}{\theta^2 t} * u' = \frac{\frac{P(Z \geq t)a_p t e^{u a_p t}}{P(Z \geq t)a_p e^{u a_p t}} u - \ln P(Z \geq t) - u a_p t}{u^2 t} * u' = \dots$$

keďže  $u' = -1/\theta^2$

$$\dots = \frac{\ln P(Z \geq t)}{t}$$

Výslednými rozvoji funkcie sú tieto výrazy (parametre  $\eta_1 \dots \eta_4$  sme práve spočítali):

$$\alpha^*(\theta) = \eta_1 + \eta_2 \theta + O(\theta^2) \quad \text{pre } \theta \rightarrow 0 \quad (2.2.5)$$

$$\alpha^*(\theta) = \eta_3 - \eta_4 \frac{1}{\theta} + O\left(\frac{1}{\theta^2}\right) \quad \text{pre } \theta \rightarrow \infty \quad (2.2.6)$$

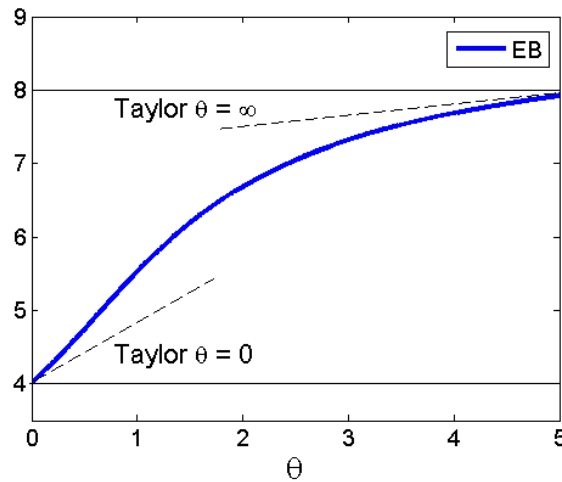
resp. pre určitý časový parameter  $t$

$$\alpha^*(\theta, t) = \frac{EA(t)}{t} + \frac{\text{Var}A(t)}{2t} * \theta + O(\theta^2) \quad (2.2.7)$$

$$\alpha^*(\theta, t) = \frac{a_p}{t} + \frac{\log P(Z \geq t)}{\theta t} + O\left(\frac{1}{\theta^2}\right) \quad (2.2.8)$$

Z takto vzniknutých výrazov, môžeme použiť parametre  $\eta_x$ , kde  $x = 1, 2, 3, 4$ , na aproximáciu  $\alpha^*(\theta)$ . Vieme už priamky, ktoré určujú tvar EB v hraničných bodoch a teraz sa pokúsime “vyplniť stred” lineárnou aproximáciou.





Obr. 2.2: Aproximácia EB

Kedže  $\alpha^*(\theta)$  je rastúca funkcia pre všetky  $\theta$ , máme aj funkciu  $\overline{\alpha(c)}$ , ktorá je inverznou funkciou ku  $\alpha^*(\theta)$ . Táto funkcia by mala pri zachovaní vlastností dosahovať hraničné hodnoty: nulu v  $\eta_1$  (stredná hodnota) a nekonečno v  $\eta_3$  (peak). Práve preto môžeme použiť štandardnú polynomiálnu aproximáciu v tvare:

$$\overline{\alpha(c)} \approx \frac{c - \theta_1}{(c - \theta_3)(\beta_1 c + \beta_2)} \quad (2.2.9)$$

Na nájdenie neznámych  $\beta_1, \beta_2$  sa vrátíme naspäť ku funkcii  $\alpha^*(\theta)$  a napíšeme vzťah 2.2.9 nasledovne:

$$1 \approx \frac{1}{\theta} \frac{\alpha^*(\theta) - \eta_1}{(\alpha^*(\theta) - \eta_3)(\beta_1 \alpha^*(\theta) + \beta_2)} \quad (2.2.10)$$

Pri využití Taylorovho rozvoja z rovníc 2.2.5  $\theta \rightarrow 0$

$$1 \approx \frac{1}{\theta} \frac{(\overbrace{\eta_1 - \eta_2(\theta)}^0) - \eta_1}{(\underbrace{(\eta_1 - \eta_2(\theta))}_0 - \eta_3)(\beta_1(\underbrace{(\eta_1 - \eta_2(\theta))}_0) + \beta_2)}$$

a 2.2.5  $\theta \rightarrow \infty$

$$1 \approx \frac{1}{\theta} \frac{(\overbrace{\eta_3 - \eta_4 \frac{1}{\theta}}^0) - \eta_1}{(\underbrace{(\eta_3 - \eta_4 \frac{1}{\theta})}_{-\eta_4} - \eta_3)(\beta_1(\underbrace{\eta_3 - \eta_4 \frac{1}{\theta}}_0) + \beta_2)}$$

dostaneme výrazy :

$$1 = \frac{\eta_2}{(\beta_1\eta_1 + \beta_2)(\eta_1 - \eta_3)} \quad (2.2.11)$$

$$1 = \frac{\eta_3 - \eta_1}{-\eta_4(\beta_1\eta_3 + \beta_2)} \quad (2.2.12)$$

Vyjadrenie neznámych  $\beta_1$  a  $\beta_2$  je už len vyriešenie sústavy rovníc o dvoch neznámych.

$$\beta_1 = -\frac{1}{\eta_4} + \frac{\eta_2}{(\eta_3 - \eta_1)^2} \quad (2.2.13)$$

$$\beta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_4} - \frac{\eta_2\eta_3}{(\eta_3 - \eta_1)^2} \quad (2.2.14)$$

Vráťme sa teraz k výrazu 2.2.10 a vyjadríme  $\alpha^*(\theta)$  pomocou vypočítaných parametrov nasledovne:

$$\alpha^*(\theta) \approx \frac{-\beta_2\theta + \eta_3\beta_1\theta + 1 - \sqrt{(\beta_2\theta - \eta_3\beta_1\theta - 1)^2 - 4\beta_1\theta(\eta_1 - \beta_2\eta_3\theta)}}{2\beta_1\theta} \quad (2.2.15)$$

## 2.3 Fyzikálny význam parametrov

Aby sme lepšie pochopili vzťah medzi štatistickým spracovaním vstupného toku  $A(t)$ , musíme si ukázať ako súvisia parametre s výrazom 1.1.2. Pri Taylorovom rozvoji tohto výrazu v nule získame nasledujúci zápis:

$$\alpha^*(\theta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{EA(t)}{t} + \frac{EA(t)^2 - (EA(t))^2}{2t} \theta + O(\theta^2) \right) \quad (2.3.1)$$

Pri použití limit  $t \rightarrow \infty$  a  $\theta \rightarrow 0$  sa dá napísať [4] [1], že

$$\eta_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{EA(t)}{t} = Ea(t) \quad \eta_1 = \text{priemerná hodnota} \quad (2.3.2)$$

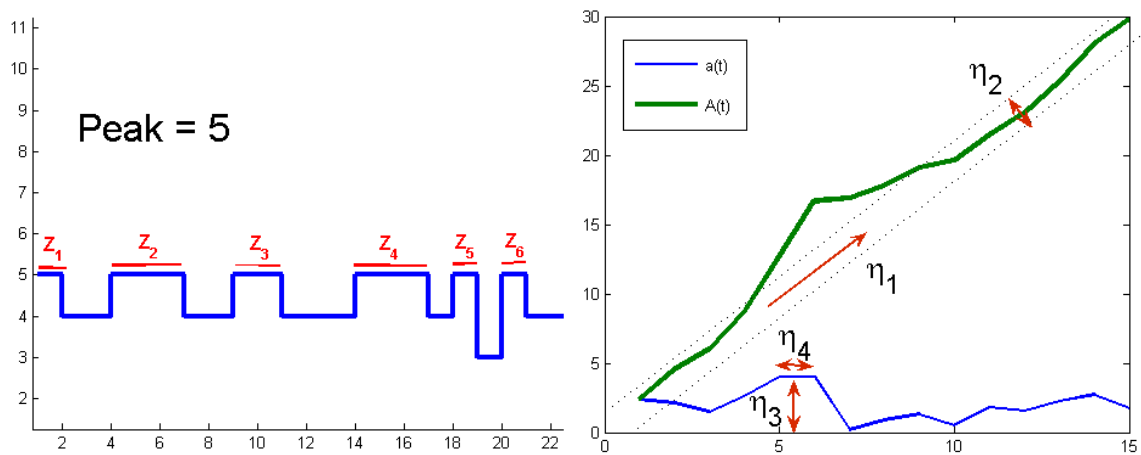
$$\eta_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{EA(t)^2 - (EA(t))^2}{2t} \quad 2\eta_2 = \text{asymptotická variancia toku} \quad (2.3.3)$$

Medzi ďalšie významné vlastnosti toku patrí *peak rate*. Ak pre tok  $a(t)$  označíme *peak rate* ako  $a_p$ , môžeme definovať trvanie burst periódy  $Z$  ako dobu po ktorú dosahoval tok  $a(t)$  hodnoty  $a_p$ . Zapísané ako

$$Z = \inf\{t > 1 : a(t) < a_p, a(1) = a_p\}$$

ak potom pošleme  $t \rightarrow \infty$ ,

$$Ee^{\theta A(t)} \approx P(Z \geq t)e^{\theta a_p t} \quad (2.3.4)$$



Obr. 2.3: Príklad náhodnej premennej  $Z$  pre  $Bi(5, 0.9)$  s popisom parametrov

Tabuľka 2.1: Fyzikálny význam parametrov toku

$\eta_1$	priemerný tok
$2\eta_2$	asymptotická variancia toku
$\eta_3$	<i>peak</i>
$\frac{1}{\eta_4}$	priemerná <i>burst</i> perióda

Zobratím definície 2.3.4 a výrazu 2.2.5 do úvahy, môžeme prísť k záveru, že tretím parametrom popisujúcim tok je práve *peak* hodnota:

$$\eta_3 = a_p, \quad \eta_3 = \text{najvyššia hodnota v toku - peak} \quad (2.3.5)$$

Súčasne, ak budeme  $Z$  aproximovať exponenciálnou distribučnou funkciou, môžeme napísať

$$\eta_4 = \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{t} \ln P(Z \geq t) = \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{t} \ln P_{pk}$$

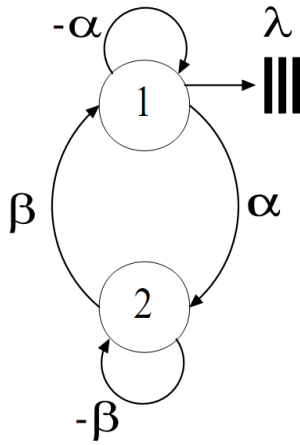
$$\frac{1}{\eta_4} = \text{priemerná burst perióda}, \quad \eta_4 \approx \frac{1}{EZ} \quad (2.3.6)$$

Je celkom logické, že tok je charakteristický práve strednou hodnotou  $\mu = \eta_1$  a odchýlkou (varianciou)  $Var(A) = E[(X - \mu)^2] = \eta_2$ . Veľmi prospešné je pri dimenzovaní poznať *peak* toku  $a_p = \eta_3$  a vedieť popísať pravdepodobnostnú premennú, ktorá vyjadruje doby, kedy je tok v *peaku*  $\eta_4$  je tiež výhodné. Pomocou týchto informácií sa dá správanie toku v budúcnosti ľahko predikovať a odhadnúť aj jeho extrémny. Zhrnutie fyzikálneho významu nájdete v tabuľke 2.1

## 2.4 2-stavový MMP model

V tejto sekcii si ukážeme ako sa dá 4-parametrový popis toku “pretlmočiť” do popisu jednoduchého spojitého MMP (markovovho modulovaného procesu) ON/OFF modelu. Aby sme mohli ľahšie pochopiť charakter MMP zdrojov, niečo si k tejto problematike povieme.

Markovov proces je popísaný tzv. Markovovým reťazcom  $X_t$ . Podľa realizácií tohto reťazca sa Markovov process prepína medzi jednotlivými i.i.d. procesmi definovanými v jednotlivých stavoch. V praxi sa najčastejšie používajú dvoj stavové MMP modely, pretože k nim existuje analytické vyjadrenie EB. Túto skutočnosť využijeme v kapitole 2.4.2 na porovnanie aproximácie a analytickej šírky pásma. V aproximácii využívame 2-stavový MMRP (markovov modulovaný regulárny proces) so spojitým časom, ktorý je popísaný v [7].



Nech je Markovov reťazec  $X_t$  daný maticou intenzít prechodov medzi 2 stavmi nasledovne (v ďalšom budeme označovať  $\gamma_1 = \lambda$  a  $\gamma_2 = \beta$ !). Zostavíme maticu intenzít prechodov  $Q_0$  pre Markovov reťazec a rovnice pre pravdepodobnosti stavov stabilizovaného reťazca  $\pi$ :

$$Q_0 = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha \\ \beta & -\beta \end{pmatrix}, \quad \pi = (\pi_1, \pi_2), \quad \pi \cdot Q_0 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi = \left( \frac{\beta}{\alpha + \beta}, \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) = (P_{ON}, P_{OFF})$$

Obr. 2.4: MMRP ON/OFF model

Pre značnú náročnosť odvodenia sa len odvoláme na [7] a uvedieme analytickú šírku pásma pre tento proces nasledovne:

$$\alpha(\theta) = \frac{\theta(\lambda_1 + \lambda_2) - \gamma_1 - \gamma_2 + \sqrt{[\theta(\lambda_1 + \lambda_2) - \gamma_1 - \gamma_2]^2 - 4\theta[\theta\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\gamma_2 - \lambda_2\gamma_1]}}{2\theta} \quad (2.4.1)$$

pre ON/OFF model takéhoto procesu sa intenzita v stave Off ( $\lambda_2 = 0$ ), potom z 2.4.1 dostávame vzťah:

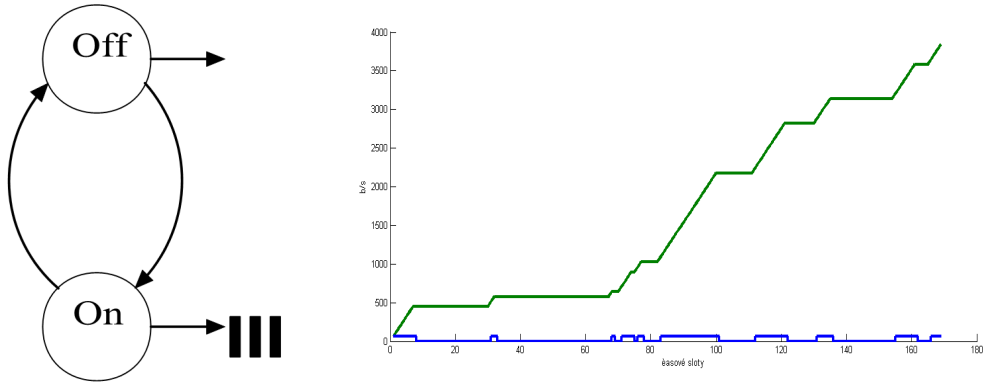
$$\alpha(\theta) = \frac{\theta\lambda_1 - \gamma_1 - \gamma_2 + \sqrt{[\theta\lambda_1 - \gamma_1 - \gamma_2]^2 + 4\theta\lambda_1\gamma_2}}{2\theta} \quad (2.4.2)$$

### 2.4.1 Mapovanie parametrov

Kedže je spomínaný Markovov model charakterizovaný štyrmi parametrami  $\gamma_1, \gamma_2, \lambda_1, \lambda_2$ , kde parametre  $\gamma$  určujú intenzitu prechodu medzi stavom On a stavom Off a parametre  $\lambda$  určujú intenzitu toku, ktorý sa v danom stave generuje, predpokladáme, že existuje jednoznačné priradenie ku štvor-parametrového popisu toku. Keď si zadefinujeme stav 2 ako stav *On* periódy, máme hneď 2 priradenia.

$$\eta_3 = \lambda_2 \quad \text{peak rate} \quad (2.4.3)$$

$$\eta_4 = \gamma_2 \quad \text{priemerná burst perióda} \quad (2.4.4)$$



Obr. 2.5: Model ON/OFF markovovho modelu a zdroj reči generovanej podobným generátorom

Pomocou vzťahu 2.3.2 vieme vyjadriť priemerný tok:

$$\eta_1 = \lambda_{avg} = \frac{\lambda_2 \gamma_1 + \lambda_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.4.5)$$

Kde  $\lambda_{avg}$  je priemerný tok z Markovovho modelu. Na základe [3] a autokorelačnej funkcie Markovovho modelu vieme dospieť ku vzťahu:

$$\eta_2 = (\lambda_2 - \lambda_1)^2 \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} = \frac{(\lambda_{avg} - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_{avg})}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.4.6)$$

Potom na základe 2.4.6, 2.4.3, 2.4.4 a 2.4.5 dokážeme vyjadriť:

$$\lambda_1 = \frac{\eta_1(\eta_3 - \eta_1)^2 - \eta_2 \eta_3 \eta_4}{(\eta_3 - \eta_1)^2 - \eta_4 \eta_2} \quad (2.4.7)$$

$$\gamma_1 = \frac{\eta_2(\eta_4)^2}{(\eta_3 - \eta_1)^2 - \eta_4 \eta_2} \quad (2.4.8)$$

Ak teda chceme mapovať štvor-parametrový popis toku do Markovovho modelu, vieme funkcie  $\alpha^*(\theta)$  a  $\overline{\alpha(c)}$  prepísať nasledovne:

$$\overline{\alpha(c)} = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)(c - \lambda_{avg})}{(c - \lambda_1)(\lambda_2 - c)} \quad (2.4.9)$$

$$\alpha^*(\theta) = \frac{1}{2\theta} \left( -(\gamma_1 + \gamma_2) + \theta(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{(\gamma_1 + \gamma_2 - \theta(\lambda_1 + \lambda_2))^2 - 4(\lambda_1\lambda_2\theta^2 - \gamma_1\lambda_2\theta - \gamma_2\lambda_1\theta)} \right) \quad (2.4.10)$$

### 2.4.2 Porovnanie správností výstupných ON/OFF modelov

Pokúsme sa na tomto mieste overiť správnosť aproximácie ON/OFF zdroja na jednoduchom bernoulliho procese. Začneme s jednoduchým alternatívnym procesom pre  $n = 1$ , kedy proces nadobúda hodnoty buď 0 alebo 1. Predpokladom je, že tomuto procesu bude odpovedať jednoduchý ON/OFF model s príslušnými parametrami. Navyše existuje spočítaná analytická šírka pásma pre Bernoulliho proces [1] v tvare:

$$\alpha(\theta) = \frac{n}{\theta} \cdot \ln(1 - p + pe^\theta) \quad (2.4.11)$$

Zvoľme teda parametre procesu nasledovne, nech  $n = 1$  (alternujúce rozdelenie) a pravdepodobnosť  $p = 0.4$ . Potom je analyticky určená šírka pásma v tvare

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{\theta} \cdot \ln(1 - 0.4 + 0.4e^\theta)$$

. Predpoklad zároveň bol, že aproximovaný výstupný ON/OFF model bude mať intenzitu v On perióde približne 1 a v Off perióde približne 0 a že intenzita prechodu medzi stavmi bude podobná pravdepodobnosti. Ak si predstavíme alternatívny proces ako Markovov reťazec, vieme jeho maticu prechodov zapísať nasledovne:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$$

Hľadáme také  $\pi$ , aby platilo  $\pi\mathbf{Q} = \pi$ . Čo zapíšeme ako:

$$(x, y) * \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix} = (x, y)$$

Odkiaľ dostaneme rovnice pre  $x, y$ :

$$\begin{aligned} p_{11}\pi_1 + p_{21}\pi_2 &= \pi_1 & \rightarrow & \pi_2 = \pi_1 \frac{p_{12}}{p_{21}} = \pi_1(0.6/0.4) \\ \pi_1 + \pi_2 &= 1 & \rightarrow & \pi_1 + \pi_1(0.6/0.4) = 1 \end{aligned}$$

Finálne dostávame  $\pi_1 = 0.4$  a  $\pi_2 = 0.6$ . Pre priemerný tok potom vieme povedať  $\lambda_{avg} = \pi_1\lambda_1 + \pi_2\lambda_2$ , čo pre náš proces je rovné 0.4. Priemerná burst perióda sa dá pre geometrické rozdelenie (doba “pauz”) vypočítať zo vzťahu:

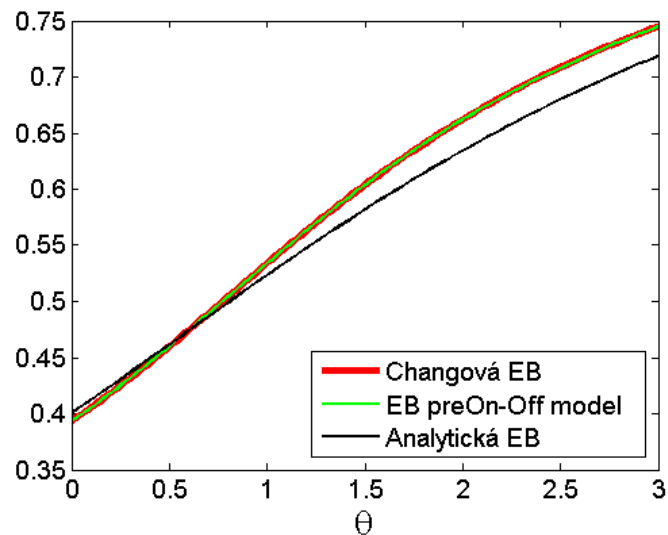
$$\eta_4 = \lim_{t \leftarrow \infty} -1/t \ln P(t_{peak} \geq t) = \lim_{t \leftarrow \infty} -1/t \ln p^t = -\ln p$$

Tabuľka 2.2: Tabuľka očakávaných a reálnych parametrov ON/OFF zdroja

$\eta_1 = 0.4$	$\lambda_1 = 0.1362$	$\eta_1 = 0.3997$	$\lambda_1 = 0.1359$
$\eta_2 = 0.12$	$\lambda_2 = 1$	$\eta_2 = 0.1200$	$\lambda_2 = 1$
$\eta_3 = 1$	$\gamma_1 = 0.4029$	$\eta_3 = 1$	$\gamma_1 = 0.4030$
$\eta_4 = 0.9163$	$\gamma_2 = 0.9163$	$\eta_4 = 0.9170$	$\gamma_2 = 0.9170$

Predpoklad očakávaných parametrov nájdete v prvých 2 stĺpcoch, v 3. a 4. stĺpci sú získané parametre zo simulácie tab.2.2:

Správnosť aproximácie sme potvrdili aj pri skúške zložitejšieho Binomického procesu  $Bi(10, 0.4)$ . Zostáva teda overiť, či pre ON/OFF vstup s danými parametrami vstupu dostaneme rovnaký výstupný ON/OFF zdroj. Toto tvrdenie sme ale dokázali už pri skúške jednoduchého alternujúceho toku, kedy sme Bernoulliho proces popísali ako ON/OFF zdroj.



Obr. 2.6: EB z Changovej aproximácie a EB pre ON/OFF model si odpovedajú

# Kapitola 3

## Výskumná činnosť

V tejto kapitole postupne rozoberieme jednotlivé zdroje prevádzky pre VoIP, IPTV a iné. Porovnanie bude nasledovať postupne pre hlas, video a následne pre ostatné zdroje. Pri každom si povieme o jeho výhodách a vlastnostiach spojených s jeho efektívnou šírkou pásma.

### 3.1 Zdroje prevádzky

Zdrojom prevádzky rozumieme vo všeobecnosti akýkoľvek vektor popisujúci prírastky toku  $A(t)$ . Simulácia sa nedeje v reálnom čase, ale z logických dôvodov je predpripravená. Je celkom rozumnou požiadavkou, že sieťový administrátor má predpripravený záznam sieťovej prevádzky, zaznamenananej napr. *WireSharkom*, a chce na jeho základe zistiť šírku pásma. Prípadne vie vlastnosti toku a pokúsi sa ich aproximovať niektorým z ponúkaných rozdelení. Ako sme spomínali, simulácia prebieha “dopredu” a predpripraví sa zjednodušený model (vektor) toku. Pre každú nezávislú premennú v simulovaní toku sú použité vlastné generátory s vlastnými nasadami, tým pádom je zabezpečená požiadavka nezávislosti jednotlivých prírastkov. Pre túto skutočnosť som bol nútený používať špeciálnu triedu *RandStream*, ktorá v Matlabe dovoľuje generovať navzájom nezávislé toky pseudonáhodných čísiel a z nich potom generovať jednotlivé náhodné prírastky. Na výber je niekoľko generátorov (Mersenne twister, Fibonacci generator, multiplikatívny rekurzívny generátor, subtract with borrow generátor). Ja som si zvolil Mersenne twister generátory hlavne kvôli ich dobrým štatistickým vlastnostiam a veľmi dlhej perióde ( $2^{19937} - 1$ ).

Aj keď samotná závislosť jednotlivých prírastkov nemá na určenie EB pomocou Changovej aproximácie žiadny vplyv, je dobré generovať toky, ktoré sú čo najviac “prírodné” (náhodné a nezávislé).

Pre názornosť odskúšajme podmienku nezávislosti prírastkov na bernoulliho procese. Zaved’me do simulácie umelú závislosť medzi jednotlivými prírastkami. V podstate sa každý ďalší prírastok generuje podľa predchádzajúcej hodnoty. Postupne sa závislosť prenáša



na dvojice, trojice, .... Jednoduchý príklad na procese  $Bi(1, 0.5)$  je znázornený v tabuľke. Avšak aj pre veľmi dlhé simulačné behy boli parametre Changovej aproximácie rovnaké, až na zanedbateľné odchýlky spôsobené náhodnosťou simulácie. Výsledok je zrejmý už z povahy parametrov o ktorých bola reč v kapitole o fyzikálnom význame parametrov 2.3.

Závislosť 1.stupňa - nezávislé prírastky	1100100011
Závislosť 2.stupňa	<u>00</u> <u>11</u> <u>00</u> <u>11</u> <u>00</u> ...
...	
Závislosť 5.stupňa	<u>00000</u> <u>11111</u> ...

Omnoho náročnejšia je však teória na rovnomerné rozdelenie prírastkov. Generátory integrované v Matlabe od verzie 14, SP3 “viac-menej” (máloktorý generátor prejde všetkými testami) spĺňajú všetky štandardizované testy generátorov ako napr. DIEHARD skupinu testov. Výsledky niektorých testov nájdete v prílohe .

V programovom výstupe sa dá, v závislosti od toho o aký typ zdroja ide, prispôbovať napr. časové okno a podobne. Vo všeobecnosti sa dá voliť dĺžka simulácie (počet sekúnd) po ktorú sa má simulovať vstupný tok.

#### 3.1.1 VoIP

Jedným z hlavných zdrojov tokov je VoIP prevádzka. V modernom trende konvergencií sietí a next generation sietí sa do služieb siete, pomocou rôznych PSTN brán, integrujú aj pôvodne čisto telefónne služby ako PSTN/ISDN. Prax ukazuje, že protokolom ktorým sa budú tieto pridané služby siete prenášať, bude IPv4 prípadne v budúcnosti IPv6. Podpora signalizácie v IMS (*IP multimedia subsystem*) je spoločne riešená napr. pomocou SIP (*Session Initiation Protocol*) protokolu. To všetko vedie k potrebe skúmať a vedieť predikovať správanie týchto tokov v sieti. Hlavne kvôli prísnemu hodnoteniu kvality reči prenášanej sieťou (pozri [12]), treba vedieť linky správne dimenzovať. Práve preto som sa v mojej práci zaoberal aj týmto typom prevádzky. Pri analýze a experimentoch boli použité reálne záznamy ako aj vytvorené matematické modely. Príprava vstupu pre program je teda rozdelená na dva varianty. Prvým je použitie modelu reči a druhým je samotný **CAP** záznam rečových paketov odchytený na sieti.

- **ON/OFF zdroja**

- vytvorenie reči (ITU-T p.59)
- paketizácia podľa modelov (ITU-T G.711, G.723, G.729)

- **CAP záznam**

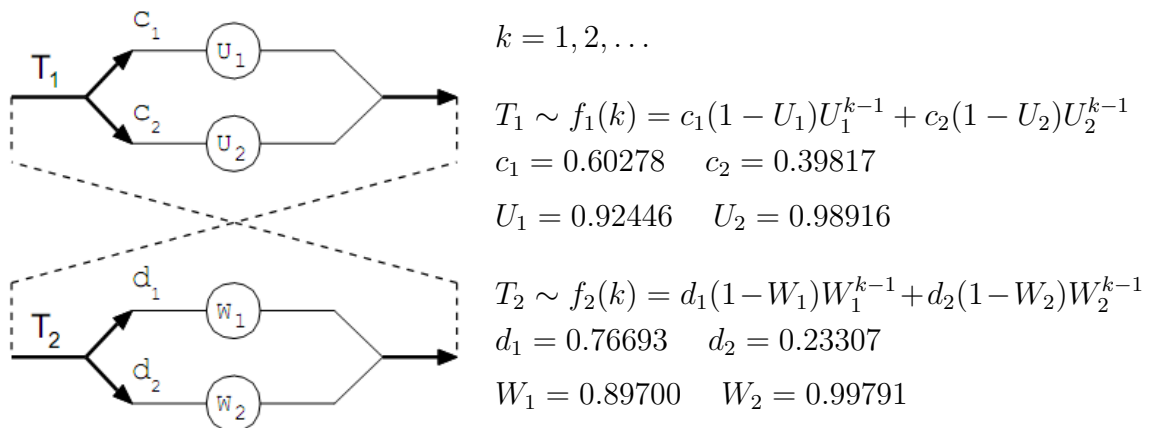
Matematické modelovanie je efektívny a účinný spôsob aj v oblasti výskumu reči a hlasovej prevádzky na sieti. Postup prípravy toku v praxi spočíva v štyroch krokoch. Vznik zvuku

(reč, hudba, ...). Zvukový signál sa spracováva kvantovaním, kompresiou reči (G.720 CS-ACELP) a nakoniec paketizáciou. Ja som sa v návrhu modelu zameral na vznik reči, kedy sa negeneruje reálny signál, ale len doby ticha a doby hlasu. Kompresia je zabezpečená prepočtom intenzít tokov pre rôzne kódeky a paketizácia sa deje postupne vzhľadom na použitý zvukový kódek.

### ITU-T p.59 - reč

Základným predpokladom z ktorého budeme vychádzať pri návrhu modelu reči bude odporúčanie ITU-T p.59 [8],[11]. Toto odporúčanie navrhuje použiť ako model reči hyperexponenciálny model ON/OFF zdroja. Zjednodušene sa dá povedať, že buď je hlas (On perióda -  $T_1$ ), alebo je ticho (Off perióda -  $T_2$ ).

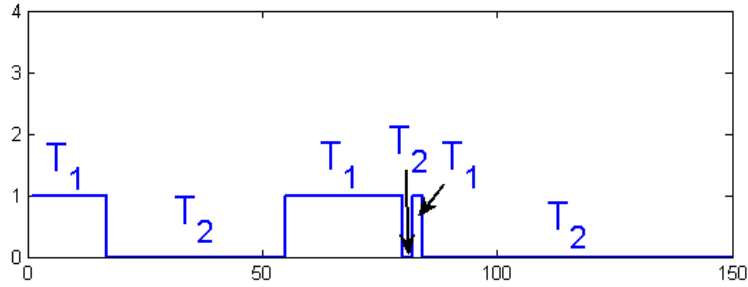
Odporúčanie tvrdí, že pri časových úsekoch rovných 5ms je stredná hodnota hovoru (stredná hodnota doby hovoru)  $ET_1 = 227ms$  a stredná doba ticha je  $ET_2 = 596ms$ . Matematicky vyjadrené:



Obr. 3.1: Hypergeometrický ON/OFF model

Navyše sa periódy hlasu skladajú z krátkych časových úsekov (index 1) a dlhých časových úsekov (index 2). Podobne je to aj pre ticho. To pomáha k realistickejšiemu modelovaniu krátkych úsekov v reči, prípadne krátkych páуз v slovách a pod. Je dokázané [1], [11], že efektívny podiel reči v rozhovore je zhruba 27.6%, čo použijeme aj ako overenie správnosti naprogramovaného generátora reči. V reálnych zariadeniach je detekcia reči podmienená množstvom parametrov ako výkon signálu, koeficienty lineárnej predikcie, energia spodného pásma a množstvo ďalších. V matematickom modeli sa negeneruje signál vo svojej reálnej podobe, ale len doba (čas) po ktorý signál existuje. Preto je detekcia hlasu už zahrnutá priamo v generátore a jediná ďalšiu úlohu môže zohrávať detekcia a potlačenie ticha, teda časových úsekov (Off periódy), ktoré z určitého dôvodu potrebujeme potlačiť a nahradiť On periódou. Hlavným dôvodom je veľmi rýchle prepínanie detektora reči pri

spracovaní signálu v reálnych zariadeniach. Aj tam sa tak ako v matematickom modeli využíva časový interval (časovač), teda interval určujúci hranicu potláčania krátkych páuz. V závislosti nastavenia tohto parametra vieme efektívny podiel reči v komunikácii zvýšiť. V reálnej reči však tento mechanizmus dokáže zdvihnúť podiel On periód na cca. 37%, čo v matematickom modeli docielime práve nastavením časovača.



Obr. 3.2: Príklad takto vygenerovaného záznamu hlasu

#### Zmena časového intervalu

Ako je aj v práci [2] ukázané, veľmi dobrou aproximáciou tohto modelu je hyperexponenciálny model. My však potrebujeme práve diskretný model. Tu však nastáva problém pri generovaní reči za použitia väčších časových slotov ako 5ms a súčasnom zachovaní stredných hodnôt ticha a hlasu a percentuálneho podielu reči na signále. Tento problém už v súčasnej verzii programu nemá veľký význam, pretože je príprava vektoru zložená z 2 procesov a samotné “nasekanie” na časové sloty (pakety) sa deje v paketizácii. Ale pre budúce využitie možno niekomu pomôže nasledujúca úvaha. Ide o geometrické rozdelenie a vieme strednú hodnotu toku vypočítať pomocou derivácie jej distribučnej funkcie.

$$\varphi(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (1-p) \cdot p^{k-1} \cdot e^{k\theta} = \frac{1-p}{p} \sum_{k=1}^{\infty} (e^{\theta} p)^k = \frac{1-p}{p} \cdot \frac{pe^{\theta}}{1-pe^{\theta}}$$

$$\varphi'(\theta) = \frac{1-p}{p} \cdot \frac{pe^{\theta}(1-pe^{\theta}) + (pe^{\theta})^2}{(1-pe^{\theta})^2} \Big|_{\theta=0} = \frac{1-p}{p} \cdot \frac{p(1-p) + p^2}{(1-p)^2} = \frac{1}{1-p}$$

Označme teraz pôvodnú strednú hodnotu, napríklad krátkeho hlasu pre 5ms slot, ako  $E_5$  a pravdepodobnosť tohto stavu v pôvodnom modeli ako  $p_5$ . Budeme chcieť prepočítať tieto hodnoty pre 20ms slot a novú strednú hodnotu označíme ako  $E_{20}$  a pravdepodobnosť ako  $p_{20}$ . Musí platiť, že

$$20E_{20} = 5E_5$$

$$E_{20} = \frac{1}{1-p_{20}} = \frac{5E_5}{20} \quad \rightarrow \quad p_{20} = 1 - \frac{20}{5E_5}$$

Podobne sa dajú prepočítat' všetky parametre. V programe je na to určená premenná *tSlot*, ktorá však pri použití funkcie na generovanie hlasu ostáva prednastavená na 5ms.

#### Paketizácia a silence reduction

Ďalším krokom vo vytvorení vstupného súboru je paketizácia a "približné" nastavenie parametrov toku pre tieto vybrané kódeky G.711, G.729 a G.723. Približné preto, pretože nedochádza ku kompresii, ale iba k potlačeniu krátkych páuz (tzv. *Silence reduction*). Túto funkcionality sme do funkcie paketizácie zaradili z dôvodu veľmi častého prepínania medzi stavmi ON/OFF, typické pre krátke pauzy v strede slov, navyše rôzne verzie kódekov môžu tieto pauzy implicitne potláčať. Pre jednoduchosť uvedieme všetky použité parametre v tabuľke 3.2

Tabuľka 3.1: Zoznam rečových kódekov a ich parametrov

Kódek	Rýchlosť [kb/s]	Telo paketu [ms]	Rýchlosť [paket/s]	Paket [B/rámec]	Rámec <sup>1</sup> [B]	Ef. rýchlosť [kb/s]
G.711	64	20	50	160	214	84.8
	64	30	33.3	240	294	78
G.723.1	6.3	24	33.3	24	78	20
G.729.A	8	20	50	10x2 <sup>2</sup>	74	30

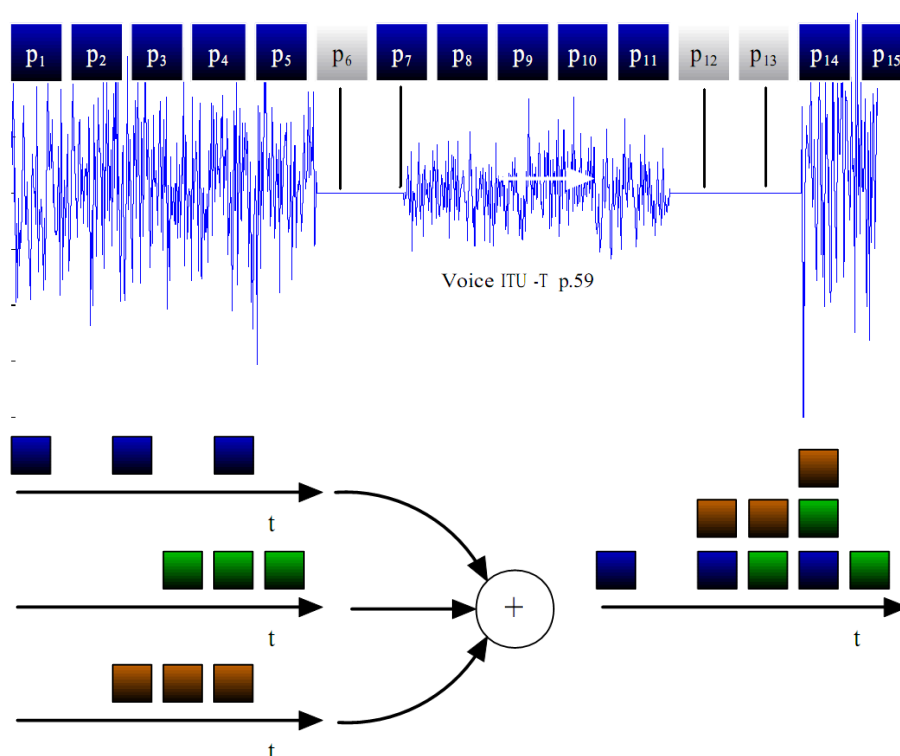
Napríklad generovanie toku za použitia G.729 prebieha v dvoch častiach. V prvej sa pomocou geometrického modelu vygeneruje rečový vektor ON/OFF periód. V ďalšom kroku sa nastavujú parametre paketizácie. Pre tento konkrétny príklad je to časový slot 20ms, rate 74B a potlačenie ticha na nulu. Takto prednastavený generátor vie generovať tok pre jeden hovor so strednou hodnotou nasledovne.

$$\frac{Sim_{length}}{TimeSlot} * Speech_{effectiveness} * Rate \rightarrow \frac{Sim_{length}}{0.02s} * 27\% * 74B$$

Ak to upravíme na kb/s dostaneme zhruba číslo 8 kb/s, čo je odpovedajúci podiel toku pre 30kb/s pre kódek G.729 pri 27 % podiele reči v komunikácii. Ak chceme nastaviť viacero zdrojov komunikácie prichádza k jednoduchému sčítavaniu vstupných zdrojov po paketizácii, presne tak ako sa to deje v reálnej linke obr. 3.3. V programe je podporovaná paketizácia pre tieto kódeky. Avšak nie je problém v budúcnosti upraviť parametre funkcie pre iný kódek, prípadne naprogramovať novú funkcionality. Taktiež sa v praxi môže stať, že existuje

<sup>1</sup>pripojenie 14B na Ethernet hlavičku, 20B na IP hlavičku, 12B na UDP hlavičku a 8B na RTP hlavičku

<sup>2</sup>dva payloady na jeden rámec - aby bol kódek efektívny



Obr. 3.3: Paketizácia signálu do slotov

niekoľko VoIP hovorov po jednej linke, pričom každý môže používať rôzny kódex. Nastaviť viacero možností pre kódexy sa v programe zatiaľ nedá, avšak naprogramovanie rutiny nie je náročné. My sa v tejto problematike zameriame práve spomínaným druhým smerom a to je pracovanie priamo s CAP súborom. Ten v sebe zohľadňuje aj smerovacie správy (SIP), ako aj iné typy správ. Navyše je možné za pomoci rôznych simulačných programov (napr. D-ITG) generovať rôzne toky s rôznymi parametrami, čo poskytuje omnoho väčšiu flexibilitu pri výskume.

#### CAP záznam

CAP súbor je špeciálny záznam v tvare na obrázku 3.4 vid' [23]. Je to záznam sledovania prevádzky na linke pomocou programu Wireshark. Sú tu zachytené celé rámce tak, ako tečú cez sieť. Z pravidla má takýto záznam globálnu hlavičku v tvare kap. .1.



Obr. 3.4: Štruktúra CAP súboru

Tá pre naše potreby nie je taká dôležitá, jediný význam nadobúda v presnom určení času (dátum + čas) kedy bol záznam uskutočnený, ako aj typ linky na ktorej bolo vykonané me-

ranie. Omnoho dôležitejšou je hlavička jednotlivých rámcov, kde je uložený čas príchodu v tvare rozostupov medzi jednotlivými rámcami, kapitola .1. Pomocou týchto dvoch hodnôt počítame časy príchodov jednotlivých rámcov. Ešte nám treba pre každý rámec zistiť jeho veľkosť. Tú zistíme tiež z hlavičky, to znamená, že toto číslo vyjadruje dáta (payload) + IP hlavičku + UDP hlavičku + RTP hlavičku. Takto sa dá získať dvoj rozmerné pole, kde prvý rozmer určuje relatívny čas príchodu rámcu a druhý rozmer určuje jeho veľkosť. Ak teraz v programe nastavíme požadovanú veľkosť časového okna, prebehne prepočet a pre jednotlivé sloty sa určí počet  $B$  v nich prenášaných. Je to len zráťanie veľkosti paketov, ktoré prišli do uplynutia časového okna určeného veľkosťou premennej  $tSlot$ . Tento vektor sa dá následne použiť ako vstup pre počítanie EB.

Musíme mať však na pamäti, že ide o reálny záznam toku. To v praxi znamená prítomnosť napríklad signalizačných správ SIP, prítomnosť ICMP správ, ako aj iných protokolov. To do značnej miery znemožňuje objektívne porovnať prevádzku modelovanú matematickými modelmi s reálnou prevádzkou. Preto je pri takomto porovnaní potrebné záznam “očistiť”. Pri dimenzovaní reálnej linky sa naopak hodí pôvodný záznam. Navyše v praxi existuje veľké množstvo rôznych variácií kódokov, ktoré používajú kompresné algoritmy, rôzne VAD mechanizmy a podobne. V takomto prípade sa modelovanie matematickým modelom naozaj neodporúča.

#### 3.1.2 IPTV

Ďalším typom prevádzky, ktorým sa budeme zaoberať, bude IPTV prevádzka. S matematickými modelmi tejto prevádzky zatiaľ nie sú veľké skúsenosti, aj napriek tomu, že existuje viacero modelov v prevažnej miere založených na MMP zdrojoch, nie sú zatiaľ dostatočne overené [14] [18] [17]. Preto sa prípravou modelov nebudeme zaoberať a priamo nadvižeme na spomínanú analýzu CAP súborov. Ako podklad a zdroj nám poslúžia záznamy prevádzky digitálnej televízie (Mágio) pre rôzny počet kanálov. V praxi existujú dva spôsoby ako šíriť vysielanie televízie ako aj iných tokov v širokopásmovej sieti (*B-ISDN - Broadband Integrated Services Digital Network*). Hlavným problémom je pridelovanie prostriedkov siete. Pri prvom type ide o konštantný bitový tok (*CBR - constant bit rate*). Tento spôsob je napríklad implementovaný aj v spomínanej technológii. Ako to vlastne funguje? Video kódok pracuje a komprimuje jednotlivé rámce obrazu v akejsi slučke, ktorá je daná veľkosťou výstupného zásobníka (buffra). Veľkosť buffra je daná kvantizačným krokom (obvykle označovaný  $qp$ ), čím je jeho hodnota nižšia, tým je kvalita kódovaného obrazu väčšia. Ak príde k podtečeniu tohto zásobníka spracovávaným rámcem je tento rámec kódovaný väčšou kvalitou a rozdiel v bitoch sa vyrovná. Ak naopak príde k pretečeniu buffra, zvolí sa vyšší kvantizačný skok a video je kódované v menšej kvalite. Takýmto jednoduchým spôsobom sa dá z videa generovať CBR tok. Pri takomto konštantnom type prevádzky je proces pridelovania kapacity  $C$  rôznym zdrojom  $s_i$  s  $CBR = a_i$  podmienený

len jednoduchou podmienkou:

$$\sum a_i < C \quad \text{kde } C = \text{kapacita linky}$$

Úplne iný spôsob je priame kódovanie pri VBR. Aj tu však musí byť dodržaná určitá úroveň kontroly [21]. Ako je aj v práci ukázané, vytváranie VBR prevádzky z video streamu má nesporné kvality oproti CBR streamom. V prvom rade ide o kvalitu, ktorá je nepomerne vyššia za dodržania rovnakých stredných hodnôt pre oba typy generovanej prevádzky. Navyše sa aparát na správanie sa buffra pri CBR dá s menšími obmenami použiť aj pri VBR prevádzke. V ďalšej práci sa týmto tokom nebudeme zaoberať podrobnejšie. Existuje možnosť pracovať s takýmto typom toku pomocou jednoduchého vstupného TXT súboru, ktorý ho bude opisovať. Bližšie v užívateľskej príručke, časť o pracovaní so všeobecným vstupom. V nasledujúcej časti sa preto zameriame na prvý typ a s ním spojené prevádzky Mágia, ktoré sme mali k dispozícii.

Pouvažujeme trochu o dimenzovaní tejto služby. Pri použití parametrov:

H.264 – AVC, používame SDTV rozlíšenie,  
zvuk – MPEG layer2  
Kódovanie MPEG2/SDTV

je konštantná veľkosť jedného rámca okolo 1340-1390 B aj s hlavičkami a časový slot je daný na 8ms. Ak teda máme deklarovanú rýchlosť 70Mb/s vieme, že každú sekundu môžeme pri danej veľkosti okna prijať zhruba 6400 rámcov. Ak priemerne pri daných parametroch kódovania vygeneruje jeden program 200 rámcov za sekundu, potom môže po takto rýchlej linke tiecť pri plnej záťaži 32 kanálov, každý s 2.2 Mb/s. Presne takýto tok som mal k dispozícii pri študovaní tohto typu prevádzky.

Pristupovať k analýze tejto prevádzky sa dá vzhľadom na CBR povahu toku rôzne. Bud' môžeme analyzovať počty rámcov v jednotlivých časových okamihoch a na základe počtov si povedať, že EB pásma je daná:

$$packet * E(packetsize)$$

Čo je z hľadiska náročnosti výpočtu omnoho jednoduchšia metóda ako pracovať s celým tokom. Z CAP súboru si ľahko vieme spraviť časový záznam príchodu, vid'. užívateľská príručka. Ak potom zvolíme v programe parameter dĺžky časového okna, prebehne proces, ktorý spočíta počet paketov v jednotlivých slotoch. S takto upraveným vektorom môžeme ďalej pracovať. Tento postup značne zjednodušuje náročnosť na výpočet v samotnej aplikácii, no musí mu predchádzať predpríprava vstupu, ktorá býva taktiež náročná. Druhým spôsobom je spracovávať priamo CAP súbor. Aj keď tento typ postupu môžeme odporučiť pri práci s VBR tokmi rôznych zdrojov, je tento výpočet nepomerne náročnejší na výpočtovú a pamäťovú kapacitu.

### 3.1.3 Klasické rozdelenia

V tejto podkapitole si rozoberieme jednoduché známe toky. Budeme sa týmito generátormi zaoberať s dôvodu pochopenia správania sa EB. Aby si mohol užívateľ vyskúšať rôzne rozdelenia a ich správanie.

Vo všeobecnosti je v THO za tok považovaná postupnosť udalostí (javov), ktoré nastali v určitých časových okamihoch. Na tok (cháp proces) sa dá nazerať dvoma spôsobmi. Prvým je možnosť popísať tok náhodnými premennými  $T_i$ , ktoré popisujú medzery medzi výskytom jednotlivých udalostí. Náhodná premenná  $T_i$  popisuje dĺžku medzery medzi výskytom udalosti  $i$  a nasledujúcej udalosti  $i + 1$ . Druhou možnosťou je pozorovať počet výskytov udalostí v určitom časovom intervale  $(t_0, t_+)$ ,  $t_0 < t_+$ . Túto náhodnú premennú označíme  $Z(t_0, t_+)$ . Potom budeme rátať s pravdepodobnosťou, že za časový okamžik  $(t_0, t_k)$  nastalo práve  $k$  udalostí:

$$f_k(t_0, t_+) = P(Z(t_0, t_+) = k)$$

Toky majú tri základné vlastnosti:

1. stacionárnosť (homogenita)
2. beznáslednosť alebo neexistencia “pamäti”
3. ordinárnosť

O toku povieme, že je **stacionárny** keď pravdepodobnosť nastatia  $k$  udalostí v časovom intervale  $(t_0, t_0 + h)$  nezávisí od počiatočnej hodnoty intervalu, ale len od dĺžky intervalu  $h$ .

$$P(Z(t_1, t_1 + h) = k) = P(Z(t_2, t_2 + h) = k) \quad \forall t_1, t_2 : t_1 < t_2$$

Inak vyjadrená skutočnosť, že premenné  $Z$  pochádzajú z rovnakej distribučnej funkcie po celú dobu existencie toku.

O toku povieme, že je **beznásledný** ak pravdepodobnosť nastatia  $k$  udalostí v časovom intervale  $(t_0, t_0 + h)$  nezávisí od počtu predchádzajúcich udalostí, prípadne od času, ktorý uplynul od výskytu poslednej udalosti.

$$P\left(P(Z(t_0, t_0 - h_1) = k) = P(Z(t_0, t_0 + h_2) = k)\right) = P(Z(t_0, t_0 - h_1)) \cdot P(Z(t_0, t_0 + h_2))$$

**Ordinárnym** tokom nazveme tok, pre ktorý existuje krátky časový okamih, kde sa udalosti vyskytujú maximálne po jednej.

Elementárnym tokom nazveme tok, ktorý spĺňa všetky tri vlastnosti. Takýmto tokom je Poissonov process.



#### Poissonov proces

Tento typ procesu najlepšie napodobňuje správanie sa procesov v prírode. Jednotlivé udalosti majú tendenciu prichádzať v zhlukoch, ktoré oddeľujú väčšie medzery obr. 3.5.



Obr. 3.5: Výskyt udalostí elementárneho procesu

Ak označíme  $Z(t)$  ako náhodnú premennú popisujúcu počet udalostí za čas  $t$ , potom môžeme zadefinovať Poissonov proces nasledovne:

1.  $Z(0) = 0$
2. tok je nezávislý
3.  $Z(t)$  majú poissonovu distribučnú funkciu  $Po(\lambda t) \sim Z(t)$

$$f_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad \text{kde} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Parameter  $\lambda$  predstavuje intenzitu toku, inak povedané stredný počet udalostí za časovú jednotku. Obrátená hodnota je strednou dĺžkou intervalu medzi výskytom udalostí. Parameter  $k$  určuje očakávaný počet udalostí. Stredná hodnota tohto rozdelenia má tvar  $EZ(t) = \lambda t$ . Iným spôsobom je práve nazerať na Poissonov proces z pohľadu časových okamihov medzi udalosťami  $T_i$ :

1.  $Z(0) = 0$
2.  $T_i$  sú navzájom nezávislé náhodné premenné a majú exponenciálne rozdelenie pravdepodobnosti  $exp(\lambda) \sim Z(t)$

To v podstate značí, že ak má počet udalostí za čas  $t$  distribúciu  $Po(\lambda t)$ , potom medzery medzi výskytom udalostí majú rozdelenie exponenciálne  $exp(t/\lambda)$ . Túto skutočnosť som využil aj pri generovaní Poissonovho toku. Poslednou zaujímavou skutočnosťou je, že ak položíme  $\lambda = np$ , tak sa Poissonove rozdelenie dá veľké  $n$  a malé  $p$  aproximovať Bino-mickým rozdelením.

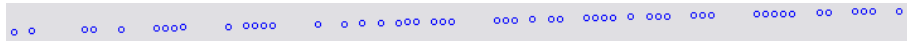
#### Bernoulliho proces

Podobne ako predchádzajúci typ procesu, aj Bernoulliho proces uvedieme len pre názornú ukážku. Keďže sa dá EB pre Bernoulliho proces ľahko spočítať analyticky, je tento typ procesu ideálnym príkladom na dokázanie správnosti aproximácie a často krát ho pre tieto účely v publikáciách používame. V najjednoduchšej forme pre  $n = 1$  sa Bernoulliho proces

redukuje na alternujúcu náhodnú premennú (binomickú náhodnú premennú). Teda buď padne 1, alebo 0. To je veľmi užitočné napríklad pri modelovaní ON/OFF zdrojov. Taktiež sa pomocou binomického rozdelenia dá simulovať prevádzka na linke na najnižšej ISO úrovni. Binomická náhodná premenná sa nedá popisovať časmi medzi udalosťami, pretože udalosti pri modelovaní toku nastávajú v pravidelných časových okamihoch obr. 3.6. Ale počet udalostí, ktoré sa vyskytnú v časovom okamihu  $t_i$ ,  $Z(t_i)$ , už môžeme modelovať Bernoulliho rozdelením:

1.  $p$  vyjadruje pravdepodobnosť že nastane práve  $n$  udalostí
2. náhodné premenné sú nezávislé a platí :  $Z(t_i) \sim Bi(n, p)$

$$P(Z(t_i) = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$



Obr. 3.6: Výskyt udalostí binomický proces

Je užitočné vedieť, že Bernoulliho rozdelenie sa dá simulovať sčítaním  $n$  nezávislých alternatívnych premenných. Výsledkom simulácie je vektor zložený z prirodzených čísel, ktoré predstavujú počet paketov (udalostí), ktoré sa vyskytli v danom časovom okamihu.

#### Erlangov proces

Erlangov proces je rekurentným procesom, resp. procesom s ohraňenými spätnými väzbami. Pretože tu neplatí druhá vlastnosť, a to že Erlangov tok nie je bez-pamäťový, sú intervaly medzi udalosťami navzájom závislé. Špeciálne som si zvolil tento typ najmä preto, že neexistuje analytické určenie EB pre tento tok. Navyše nájdenie odpovedajúceho ON/OFF zdroja by bolo veľkým prínosom práce. Erlangov tok sa dá matematicky zadefinovať nasledovne:

1.  $Z(0) = 0$
2.  $T_i$  sú nezávislé, rovnako rozdelené náhodné premenné a sú distribuované ako  $T_i \sim Er(n, \lambda)$

$$f_{n,\lambda} = \frac{\lambda^n t^{n-1} e^{-\lambda t}}{(n-1)!}, \quad t \geq 0$$

Aj pri simulovaní využijeme vlastnosť, že Erlangové rozdelenie je súčtom navzájom nezávislých exponenciálnych rozdelení  $exp(\lambda)$ . Stredná hodnota medzier medzi udalosťami sa preto rovná  $n$  násobku strednej hodnoty medzier v exponenciálnom rozdelení  $E Er(n, \lambda) = \lambda/n$ .

Ďalšou zaujímavosťou je to, že Erlangové toky môžu vznikať tzv. “riedením” elementárneho toku. Z THO: *Ak do systému vstupuje  $n$  čiastočných požiadaviek, ktoré až spolu invokujú skutočnú požiadavku na systém, vieme povedať že tok požiadaviek je Erlangov  $Er(n, \lambda_e)$  avšak tok prvotných čiastočných požiadaviek je Poissonov  $Po(\lambda_p)$ , kde  $\lambda_e = \lambda_p/n$ . Teda čím viac zvyšujeme  $n$ , tým viac riedime elementárny tok. Pre  $n \rightarrow \infty$  sa  $Er(n, \lambda)$  správa ako konštantný tok. Výsledkom generovania je vektor s časovou postupnosťou udalostí usporiadaných na časovej osi s Erlangovou distribučnou funkciou.*

#### Gaussov proces

Gaussov proces je široko používaný na simulovanie Ethernetovej prevádzky [5]. Tento typ zdroja má ľahko spočítateľnú EB pásma. Pre generovanie sa používa náhodná premenná s Normálnym rozdelením. Zadefinovať tok cez medzery medzi udalosťami  $T_i$  sa dá nasledovne:

1. stredná hodnota rozostupu medzi udalosťami je daná parametrom  $\lambda$
2. variancia procesu je daná Normálnym rozdelením  $N(t)$

$$T_i = \lambda t_i + N(t_i)$$

Tento typ procesu sa dá ľahko použiť na simulovanie  $A(\sigma, \rho)$  charakteristického toku. Výstupom je vektor popisujúci časovú os výskytu jednotlivých udalostí.

#### Hyper-exponenciálne rozdelenie

Základným princípom je generovanie doby medzi udalosťami za použitia dvoch exponenciálnych rozdelení.

$$T_i = c_1 \mu_1 e^{-\mu_1 t} + c_2 \mu_2 e^{-\mu_2 t}$$

Pokúsme sa teraz vysvetliť, prečo by malo byť toto rozdelenie “horšie”, ako ostatné. Zo štatistiky vieme, že koeficient variabilnosti, označovaný ako  $C_T$  (prípadne  $V_T$ ), je pomer medzi štandardnou odchýlkou a strednou hodnotou:  $C_T = \frac{\sigma_T}{ET} = \frac{s}{\bar{x}}$ . Toto číslo voľne povedané určuje, ako moc je tok variabilný. Vypočítajme preto toto číslo pre rôzne typy tokov:

- $Po(\lambda)$

$$C_T = \frac{\sigma_T}{ET} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

- $\exp(\mu)$

$$C_T = \frac{\sigma_T}{ET} = \frac{\sqrt{1/\mu^2}}{1/\mu} = 1$$

- $\text{Er}(n, \lambda)$

$$C_T = \frac{\sigma_T}{ET} = \frac{\sqrt{n/\lambda^2}}{n/\lambda} = 1/\sqrt{n}, \quad \text{pre } n = 1 \rightarrow C_T = 1, n = \infty \rightarrow C_T = 0$$

- Hyper-exponencionálne  $E_2(\mu_1^{c_1}, \mu_2^{c_2})$

$$C_T = \frac{\sigma_T}{ET} = \frac{\sqrt{c_1 \cdot 1/\mu_1^2 + c_2 \cdot 1/\mu_2^2}}{c_1 \cdot 1/\mu_1 + c_2 \cdot 1/\mu_2}, \quad \Rightarrow C_T \geq 1$$

Malo by to v praxi znamenať, že hyper-exponencionálne rozdelenie dokáže vytvárať najväčšie zhluky udalostí.

## 3.2 VoIP prevádzka

### 3.2.1 Modely VoIP prevádzky

Budeme sa zaoberať kódexmi pre hlas G.711, G.723.1 a G.729.A, viac v kapitole 3.2. Pre jednoduchosť pri čítaní si ich tu uvedieme znova.

Tabuľka 3.2: Zoznam rečových kódexov a ich parametrov

Kódek	Rýchlosť [kb/s]	Telo paketu [ms]	Rýchlosť [paket/s]	Paket [B/rámec]	Rámec [B]	Ef. rýchlosť [kb/s]
G.711	64	20	50	160	214	84.8
	64	30	33.3	240	294	78
G.723.1	6.3	24	33.3	24	78	20
G.729.A	8	20	50	10x2	74	30

Prvým pokusom som overil jednotlivé hlasové toky. T.j. pozoroval som ako sa správa EB pre jeden tok odpovedajúci jednému kódovaciemu mechanizmu. Je zrejmé, že programovanie tohto mechanizmu iba z pohľadu paketizácie so sebou prináša určitú nepresnosť a preto sa na výsledky nedá úplne spoľahnúť. V kapitole o ITU-T p.59 odporúčaní pre tvorbu reči sme spomenuli, že efektívnosť ľudskej reči je okolo 27 %. Toto číslo v priemere udáva ako sa bude správať priemerný bit-rate toku. Ak napríklad použijeme kódex G.723.1 s rýchlosťou 6.3kb/s je moja úvaha nasledovná:

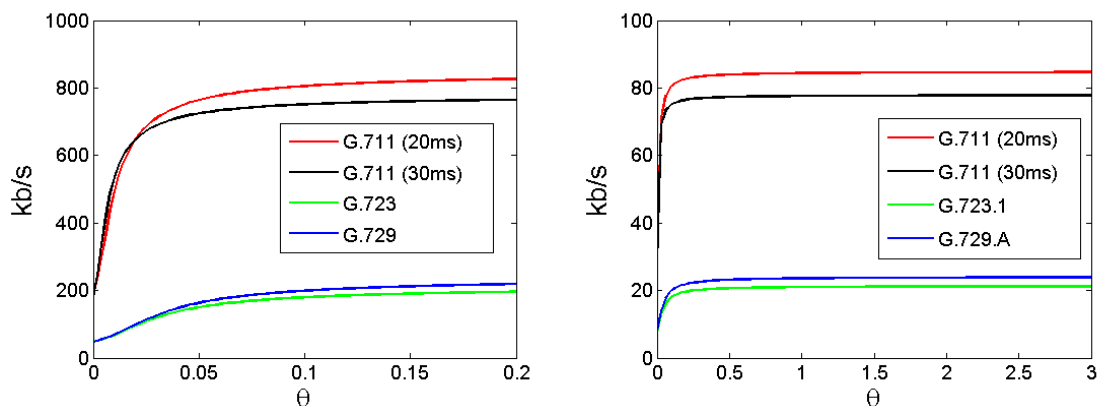
- zo zdroja sa generujú doby ticha a doby hlasu (ITU-T p.59 )
- tento vektor dôb sa následne podľa kódovacích charakteristík zabalí uje do paketov (24ms sloty po 78 B)
- ak je efektívnosť hlasu 27 %, potom je priemerná hodnota toku daná ako  $78 \text{ B} * 27 \%$

V nasledujúcej tabuľke nájdete zoznam pre jednotlivé kódovacie mechanizmy a im odpovedajúce ON/OFF zdroje. Ako už je určite čitateľovi zrejmé, pre jeden zdroj je parameter intenzity toku v On fáze ( $\lambda_{on}$ ) rovný veľkosti rámca. Parameter vo fáze Off ( $\lambda_{off}$ ) bude pravdepodobne malý. Veľmi zaujímavým je však porovnanie prechodov medzi tokmi. Pozornejšiemu oku neunikne fakt, že približne odpovedajú intenzite zdroju reči.

Tabuľka 3.3: Zoznam rečových kódexov a parametrov im odpovedajúcim ON/OFF zdrojov

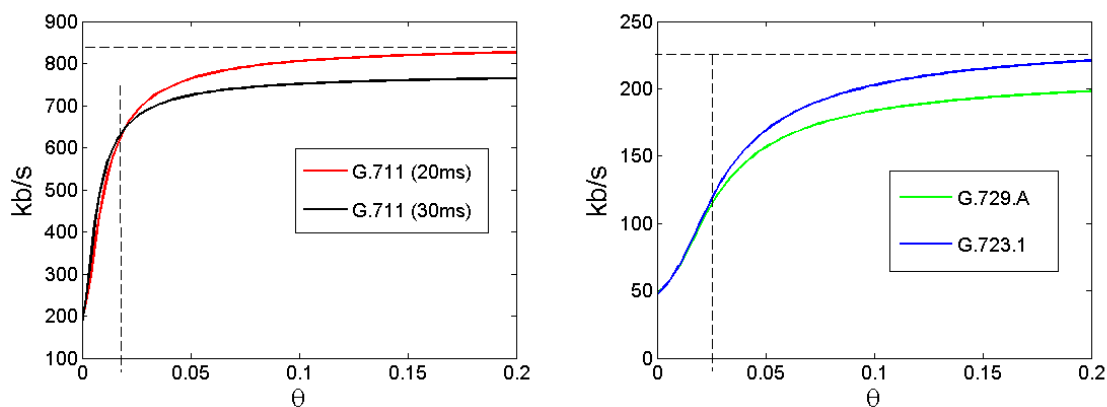
Parametre kódovania				Parametre odpovedajúceho ON/OFF zdroja			
Kódek	Rýchlosť [kb/s]	Telo paketu [ms]	Rámec [B]	Int. v Off [ $\lambda_{off}$ ]	Int. v On [ $\lambda_{on}$ ]	Prech. do On [ $\gamma_{on}$ ]	Prech. do Off [ $\gamma_{off}$ ]
G.711	84.8	20	214	16.8117	214	27.3640	72.6360
	78	30	294	27.1188	294	28.2051	71.7949
G.723.1	17	24	78	5.3489	78	27.6358	72.3642
G.729.A	24	20	74	4.7608	74	27.3669	72.6331

Na nasledujúcich obrázkoch 3.7 je zobrazenie EB pásma pre jednotlivé toky prepočítané na jednotky kb/s. Ako je vidieť z podrobnejšieho obrázku, funkcie konvergujú k ITU-T charakteristikám jednotlivých tokov, čo len potvrdzuje správnosť teórie o aproximovaní EB.



Obr. 3.7: EB pásma pre rôzne modely kódokov

Zaujímavejšie by ale bolo, ako sa toky správajú pri vyššom počte zdrojov. Skúsil som teda púšťať do toku desať navzájom nezávislých zdrojov kódovaných rovnakým kódekom. Výsledok však až tak zaujímavý nebol. S funkciami EB sa nič zásadné nestane, len sa navýšia na danú úroveň zdrojov. Aby sme nekreslili 2x tie isté obrázky len s inou škálou, rozdel'me obrázky podľa príbuzenstva kódokov.



Obr. 3.8: Vľavo je kódek G.711 pre 20ms a 30ms sloty, vpravo kódeky G.723 a G.729

Použitie 10 zdrojov na jednu linku má ale väčší vplyv na výsledný ON/OFF model aproximácie. V tabuľke nájdete analógiu s tabuľkou pre 10 zdrojov avšak s inými úrovňami hodnôt.

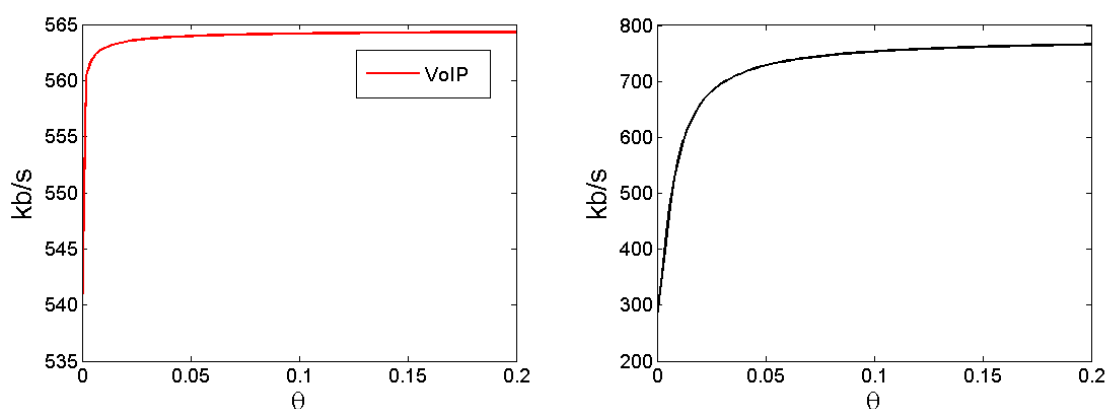
Tabuľka 3.4: Zoznam rečových kódexov a parametrov im odpovedajúcim ON/OFF zdrojov pre 10 homogénnych zdrojov

Parametre kódovania				Parametre odpovedajúceho ON/OFF zdroja			
Kódek	Rýchlosť [kb/s]	Telo paketu [ms]	Rámec [B]	Int. v Off [ $\lambda_{off}$ ]	Int. v On [ $\lambda_{on}$ ]	Prech. do On [ $\gamma_{on}$ ]	Prech. do Off [ $\gamma_{off}$ ]
G.711	848	20	212	125.94	2120.00	20.80	79.20
	780	30	292	211.52	2920.00	21.05	78.95
G.723.1	170	24	78	40.25	640.00	21.09	78.91
G.729.A	240	20	74	18.56	600.00	21.46	78.54

Tento záver je praktickou ukážkou toho, že EB viacerých tokov sa v najhoršom prípade rovná súčtu pásiem týchto tokov ešte pred zmiešaním (viď. kapitola 1 - II. vlastnosť efektívnej šírky pásma). Pre rôznorodé zdroje sa dá predpokladať rovnaké správanie. Teda, že EB pásma sa pre takýto zmiešaný zdroj rovná súčtu EB pásiem jednotlivých zložiek.

### 3.2.2 Záznam VoIP prevádzky

Získať reálny záznam VoIP prevádzky, ktorý by vyhovoval požiadavkám na porovnanie s matematickým modelom bol veľký problém. Nakoniec sa mi podarilo nadobudnúť asi 227s dlhý záznam z testovania (SSIP). Záznam pozostával z 218 hovorov, pričom priemerný čas hovoru bol 10.005 s. Hovory vznikali každú sekundu jeden. V priemere teda bolo za čas 227s v sieti  $218 * 10.005s / 227s$  hovorov, čo je zhruba 9.6 hovorov. Použitý kódek bol G.711 s 30ms slotmi a veľkosťou rámcov 294 B. Predpoklad teda bol, že EB pásma dosiahne minimálnu hodnotu na úrovni 202.18 kb/s ( $9.6 * 78kb/s * 0.27$ ). Avšak ako je zrejme už z obrázka, zo záznamu vyplynula úroveň zhruba 538kb/s, čo pre jeden hovor značí asi 56kb/s. Toto si ale protirečí s očakávaním 27 % využiteľnosti linky.

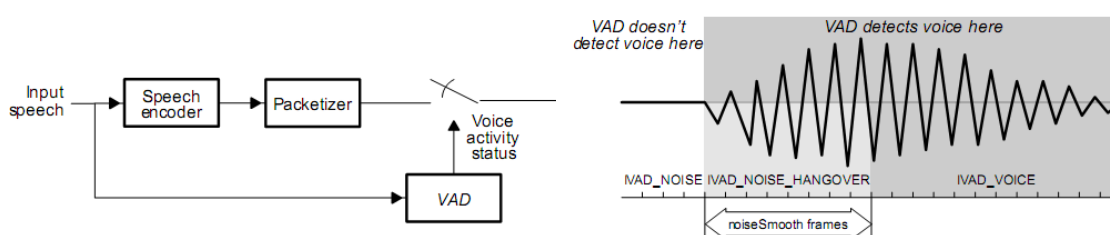


Obr. 3.9: Vľavo EB pre reálny záznam z testovania, vpravo model 10 umelých zdrojov

Dôvodov na to môže byť viacero. Jednak mohla nastať nepresnosť, prípadne chyba pri vytváraní matematického modelu, čomu však nenasvedčujú výsledky z predchádzajúcej sekcie. Prípadne sa mohla stať chyba pri spracovávaní originálneho súboru so záznamom.

Z toho totiž treba pred porovnaním odstrániť všetky iné typy správ a prevádzok a nechať len UDP pakety obsahujúce hlas. Poslednou príčinou tohto rozdielu môže byť fakt, že v tele správ nebol zaznamenaný rozhovor osôb, ale len jednotlivé slová alebo krátke útržky viet. Každopádne mi ale tento rozdiel znemožnil adekvátne porovnať matematický model s týmto typom reálnej prevádzky.

Navyše matematický model explicitne používa VAD (voice activity detection). Tento mechanizmus prepúšťa rámce iba vtedy, ak algoritmus rozpozná hlas. Či bol tento mechanizmus implementovaný aj v tomto prípade, sa povedať nedá. Ak by v matematickom modeli neexistoval zabudovaný mechanizmus VAD, EB by bola exaktne určená, rovná tabuľkovej hodnote.



Obr. 3.10: Mechanizmus voice activity detection

Alternatívou bolo porovnanie matematických modelov s reálne simulovanou prevádzkou za použitia generátora D-ITG. Ani tu sa však neobídeme bez zbytočných komplikácií. Fakt je, že existuje pre každý kódex viacero rôznych kombinácií parametrov. D-ITG natívne podporuje len niektoré vybrané varianty. Prienikom oboch množín kódexov sa napokon stali tieto:

Tabuľka 3.5: Parametre kódexov, ktoré sú zhodné pre Matematický model aj pre D-ITG

Kódex	Rýchlosť [kb/s]	Telo paketu [ms]	Rýchlosť [paket/s]	Paket [B/rámec]	Rámec [B]	Ef. rýchlosť [kb/s]
G.711	64	20	50	160	214	84.8
G.729.A	8	20	50	10x2	74	30

Čo ma však prekvapilo, bol fakt, že D-ITG nepodporuje VAD v takej forme v akej reálne funguje, čiže neredukuje počet paketov na sieti, ale namiesto toho redukuje ich veľkosť. Pravdepodobne sa len snaží zachovať strednú hodnotu toku. Z tohto hľadiska sa D-ITG javil ako nepoužiteľný pre porovnanie a tak len uvediem niekoľko záverov pre toky generované týmto generátorom, tab. 3.6.

Ďalšie experimentovanie s týmto generátorom tokom nemá zmysel. Keďže sú pakety generované konštantne a na sieti dochádza len k minimálnym rozostupom medzi paketmi, tok sa javí ako konštantný. Pri viacerých tokoch je EB daná súčtom odpovedajúcich hodnôt v tabuľke. Záchadzať do podrobností pri dimenzovaní VoIP prevádzky nemá až také dôležité



Tabuľka 3.6: EB pre D-ITGkom generované toky

Kódek	VAD	Rámec [B]	Intenzita [p/s]	Priemerný tok
G.711 1 sample	-	134	100	107.2 kb/s
G.711 1 sample	X	106	100	84.8 kb/s
G.711 2 sample	-	214	50	85.6 kb/s
G.711 2 sample	X	158	50	63.2 kb/s
G.723.1	-	84	26	17.5 kb/s
G.723.1	X	73	26	15.2 kb/s
G.729 2 sample	-	74	50	29.6 kb/s
G.729 2 sample	X	67	50	26.8 kb/s
G.729 3 sample	-	84	33.3	22.4 kb/s
G.729 3 sample	X	73	33.3	19.5 kb/s

opodstatnenie, pretože ide o relatívne malé toky a EB sú už známe z odporúčaní výrobcov a iných zdrojov.

### 3.2.3 Jednoduchý príklad dimenzovania

Ukážme si teraz jednoduchý príklad dimenzovania linky, do ktorej vstupuje jeden zdroj (G711.A). Požiadavky na QoS služby budú dané nasledovne

- maximálna pravdepodobnosť straty paketu  $p = 5\% = 0.05$
- veľkosť zásobníka  $n = 10 \text{ rámcov} = 10 \times 214B = 2140B$
- chceme vypočítať  $c$  ?

Z teórie vieme, že  $p \leq e^{-\theta n}$ , prípadne  $p \leq e^{-\theta dc}$ . Po upravení výrazu dostaneme  $\theta = -\frac{\ln p}{n}$ , keďže hľadáme len jedno riešenie rovnice, je toto riešenie aj  $\sigma$ -kritériom. Môžeme napísať:

$$\sigma = -\frac{\ln p}{n}$$

Z aproximácie zistíme 4-parametre popisujúce odpovedajúci ON/OFF zdroj ku danému toku. Ak vieme  $\sigma$  a spomínané 4 parametre, nič nám nebráni použiť vzťah 2.4.1

$$\alpha(\sigma) = \frac{\sigma(\lambda_1 + \lambda_2) - \gamma_1 - \gamma_2 + \sqrt{[\sigma(\lambda_1 + \lambda_2) - \gamma_1 - \gamma_2]^2 - 4\sigma[\sigma\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\gamma_2 - \lambda_2\gamma_1]}}{2\sigma}$$

Ako prvý vyskúšame dimenzovať umelý tok G711.A s VAD detekciou, tab. 3.3, riadok 1. Po numerickom výpočte dostaneme  $c = 71.4254$ , čo je ale hodnota pre časový slot 20ms. Teda  $c = 3571.27B/s = 28,6kb/s$ . To znamená, že ak nastavíme takúto šírku pásma, tak pre spomínané pakety bude pravdepodobnosť zahodenia, menšia-rovná ako 5%.

Pre nameraný tok bez VAD detekcie, generovaný pomocou D-ITG generátora, tab. 3.4, budeme mať situáciu podobnú. Po numerickom výpočte dostaneme  $c = 226.2746$ , čo je ale hodnota pre časový slot 20ms. Teda  $c = 11313.73B/s = 90,51kb/s$ .

### 3.3 IPTV prevádzka

Ako bolo spomenuté, ku analýze IPTV prevádzky pri CBR tokoch sa dá v základe pristupovať dvoma spôsobmi. Prvou možnosťou je pozerat' sa na IPTV tok ako na časovú os na ktorej sú zaznamenané časy príchodov rámcov.

#### 3.3.1 CBR tok (Mágio)

Predpokladom je ich približne rovnaká veľkosť, ktorá sa v reálnej prevádzke pohybuje medzi 1340 – 1380B. Zoberme teda základný časový slot 8ms, položíme priemernú veľkosť paketu  $E(packetsize) = 1360B$  a preskúmame rôzne toky. Ako je vidieť z tabuľky, zjednodušenie nazerania na tok iba ako na postupnosť paketov nie je až tak zlé.

Tabuľka 3.7: Porovnanie jednotlivých tokov IPTV z pohľadu prichádzania dĺžky paketov

Typ toku IPTV	paketov/s [p/s]	E(packetsize) [B]	priemerný tok [Mbit/s]	<b>priemerný tok z aproximácie</b> [Mbit/s]
monoskop	25.143	1 362.239	0.274	<b>0.2736</b>
1 kanál	218.986	1 360.742	2.394	<b>2.3825</b>
6 kanálov	1 202.511	1 360.483	13.088	<b>13.0828</b>
50 kanálov <sup>1</sup>	15 704.040	1357.983	170.607	<b>168.6154</b>

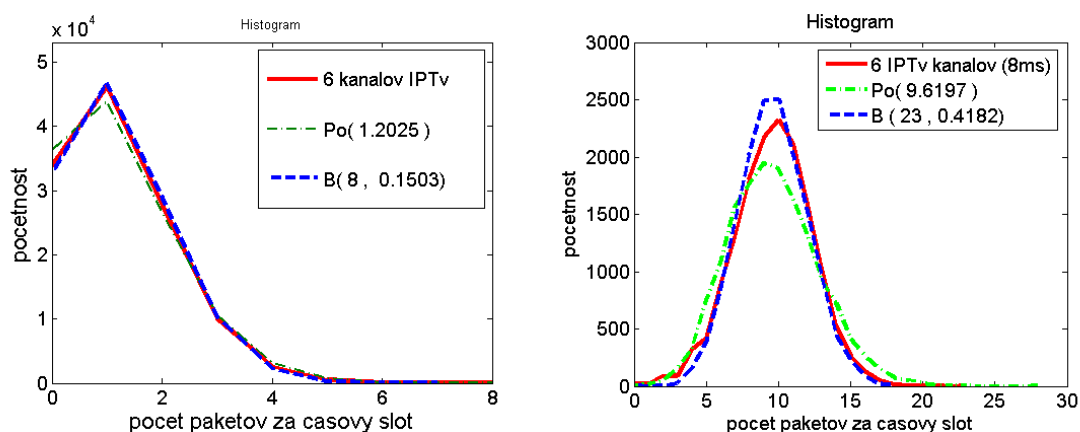
Tučným písmom je zvýraznená hodnota získaná z pokusu, kedy sa na tok nehl'adalo ako na celok, ale iba ako na postupnosť rámcov. Odchýlky sú zanedbateľné v porovnaní s úsilím, ktoré sa vynaloží pri spracovávaní veľkých súborov<sup>2</sup>. Otázka ale znie, či sa nedá tento tok aproximovať niektorým zo známych rozdelení. Odpoveď je podmienená presnosťou, s akou chceme tieto toky aproximovať. Pre veľmi malé časové okamihy sa to dá obr. 3.11. S narastajúcou veľkosťou časového okna sa najprv stáva nepresnou Bernoulliho aproximácia, neskôr aj aproximácia Poissonovým rozdelením obr. 3.12.

Ako je aj v [7] ukázané, veľmi záleží na zvolenom časovom okne. Čím menší slot, tým menej je rozptýlená relatívna početnosť rámcov na časové okno. Ukážeme si teraz aproximáciu Bernoulliho a Poissonovým procesom. Presnosť tejto aproximácie je do značnej miery ovplyvnená práve zvolením správneho časového okna. Pri väčších hodnotách časového okna prichádza k nepresnostiam.

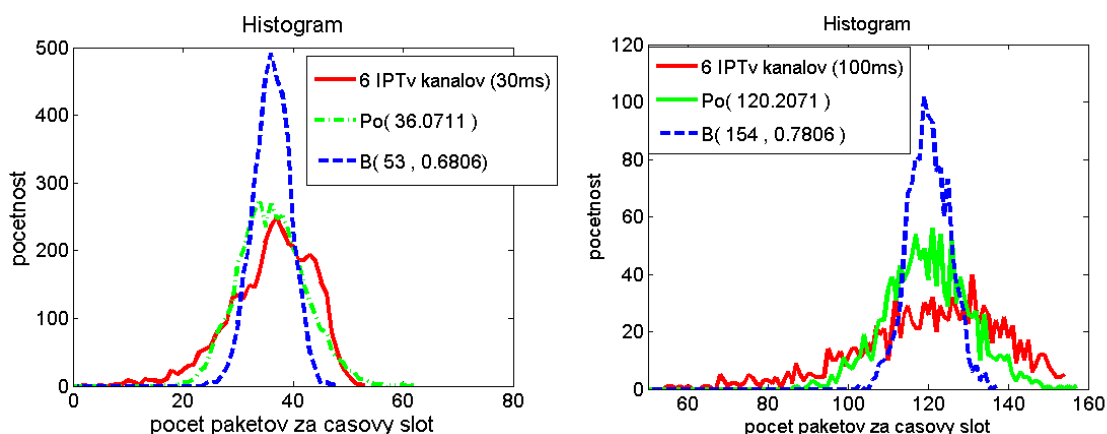
Je treba si byť vedomí toho, že už od začiatku pracujeme so zjednodušeným popisom toku (práve pre CBR vlastnosť) a preto ďalšia aproximácia tohto toku nemá až taký veľký význam. Na obrázku 3.13 sú vidieť vypočítané EB pásma pre tok 6 kanálov IPTV a jeho aproximáciu odpovedajúcim Poissonovým rozdelením pre daný časový slot. S aproximáciou prichádza aj určité skreslenie funkcie EB. Otázne však ostáva, či nie je vhodnejšie,

<sup>1</sup>záznam za enkóderom

<sup>2</sup>50 kanálový záznam s trvaním 120s má približne 2.6 GB



Obr. 3.11: Aproximácie Bernoulliho a Poissonovym rozdelením pre 6 kanálov. Časové sloty 1ms a 8ms



Obr. 3.12: Aproximácie Bernoulliho a Poissonovym rozdelením pre 6 kanálov. Časové sloty 30ms a 100ms

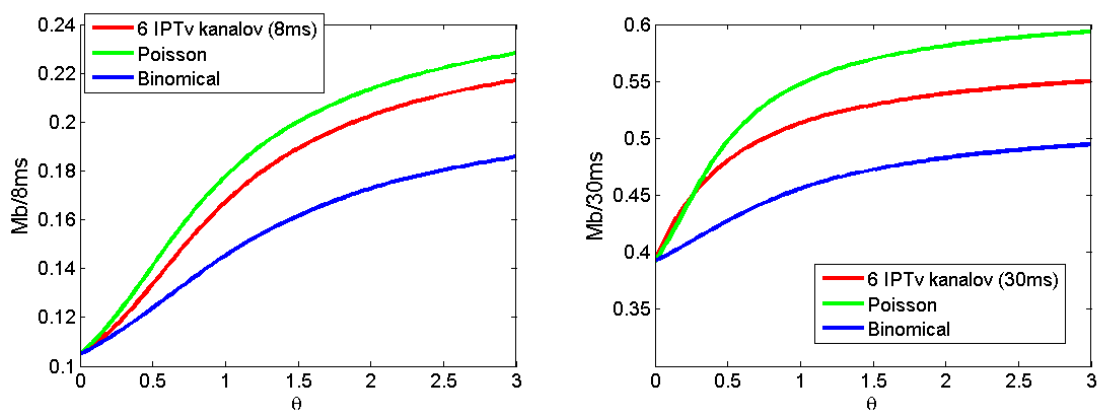
aby EB konvergovala k väčšiemu maximu ako je to pri aproximácii pomocou Poissonovho toku.

Dovolím si tvrdiť, že ak poznáme reálne maximum v toku pre daný časový interval, **je najvhodnejšie použiť pre dimenzovanie Mágia reálny tok**<sup>1</sup>. Do tohto toku umelo vniesť predpokladaný peak a s týmito dátami ďalej počítat'.

Ak by sme IPTV modelovali pomocou Poissonového rozdelenia (z priebehu EB vidíme) zvýšili by sme koeficient bezpečnosti dimenzovanie tejto prevádzky v “prijateľnom” rozsahu. Naopak, dimenzovanie pomocou Bernoulliho toku, prináša so sebou riziko “poddimenzovania”!

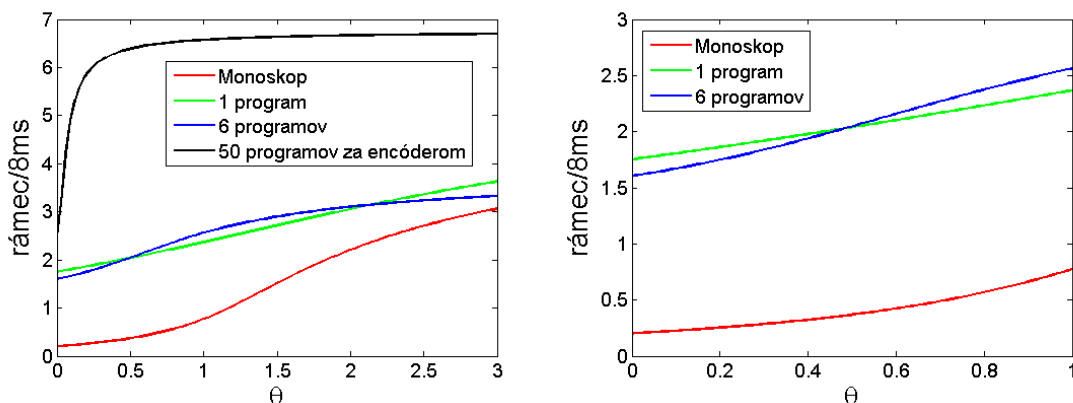
Pri pokuse o spriemerovanie EB pre jednotlivé zdroje, som však narazil na problém. Pred-

<sup>1</sup>pričom nám stačí poznať len časy príchodov paketov



Obr. 3.13: EB pre 6 kanálov a aproximácie tohto toku Poissonovým a Binomickým rozdelením pre 8ms a 30ms

pokladal som, že ak uvediem zdroje pre 6 a 50 kanálov do pomeru k zdroju s 1 kanálom, dostanem EB so stále väčšou presnosťou a výpovednou hodnotou. Na počudovanie, sa EB navzájom prekrížovali a EB pre 50 kanálov sa kvôli zmeneným počiatočným podmienkam (tok bol meraný až za enkóderom), nedala použiť vôbec. Z obrázka sa dá vidieť, že EB pre viacero tokov, konverguje k nižšiemu maximu, no zároveň k nemu konverguje rýchlejšie. Tento jav je zapríčinený častejším výskytom burst periódy v toku. Odporučiť, teda určitú EB šírku pásma pre daný tok, môžeme len teoreticky s malou presnosťou.



Obr. 3.14: EB pre jednotlivé zdroje, odpovedajúce EB pre jeden kanál

Ak by sme napríklad mali požiadavku na dimenzovanie týchto tokov danú ako:

- maximálne oneskorenie rámečka je  $d = 1.2ms = 0.0012s$
- maximálne povolené straty  $p = 0.05\% = 0.0005$
- máme vypočítať  $c$  ?

Postup si ukážeme na príklade 6 kanálov. Tok nadobudol maximálnu hodnotu 23 rámcov v časovom slotu 8ms. Predpokladajme, že je to pre tento prípad aj reálne maximum. Ďalej predpokladajme, že veľkosť zásobníka je daná na 15 rámcov, každý o veľkosti 1360B. Táto hodnota určite nezodpovedá reálnym zariadeniam a nastaveniam zásobníka, avšak pre názornú ukážku nám takto zvolená veľkosť zásobníka postačuje. Použitím parametrov pre odpovedajúci ON/OFF zdroj z tabuľky 3.8 vo vzorci 2.4.1, dostaneme EB pre tento konkrétny prípad  $c = 2094043B/s = 16Mb/s$ . Podobne sa dá postupovať pre ostatné toky:

Tabuľka 3.8: Zoznam ON/OFF parametrov pre IPTV toky

Tok	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	peak	EB (n=15,p=0.0005)
Monoskop	0.00	5.00	0.37	6.04	6 800 B	0.613 Mb/s
1 kanál	0.10	6.00	3.73	9.62	8 160 B	2.77 Mb/s
6 kanálov	6.34	23.00	2.36	9.63	31.28 KB	16.75 Mb/s

### 3.3.2 VBR tok

Ak rámce nemajú rovnakú veľkosť, nazývame takýto tok variabilným. Na nešťastie som nemal žiadny zdroj s podobnou charakteristikou a preto budú moje závery len teoretické. Je silným predpokladom, že EB bude konvergovať k väčším maximám ako je to u CBR toku. To však môže znamenať pomalšiu ale aj rýchlejšiu konvergenciu. Keďže som nedokázal získať IPTV tok s touto charakteristikou, nemal som správanie týchto dvoch typov ani ako porovnať. Práca s týmto tokom je o niečo náročnejšia, no v programe je na to určený typ vstupu MAT. Kedy sa okrem času príchodu rámca, zachováva aj charakteristika jeho veľkosti. S týmto vstupom sa počíta podobne ako s TXT záznamom času príchodov. Rozdielom je len to, že počet rámcov v časovom okne nenásobíme  $E(\text{packet size})$ , ale v časovom okne už je priamo uložené číslo popisujúce počet Bytov, ktoré prišli do daného okamihu. Pre názornosť som skúsil vytvoriť takto sa správajúce toky, pričom som zachoval strednú hodnotu počtu prenesených B. Vzhľadom na to, že som nedokázal získať reálny záznam takejto prevádzky, rozhodol som sa aproximovať príchod paketov exponenciálnym rozdelením a veľkosť jednotlivých paketov som skúšal aproximovať rôznymi rozdeleniami (Normálne, Exponenciálne, Poissonovo). Keďže ide len o hrubý nástrel správania sa takéhoto toku, nedá sa z výsledkov dedukovať jednoznačný záver. Dá sa len vyvodit' záver, že funkcia EB konverguje k maximu pre VBR podstatne rýchlejšie ako u CBR tokov. Maximum takéhoto toku sa zároveň horšie odhaduje a prakticky je zhora obmedzené len algoritmom kompresie.

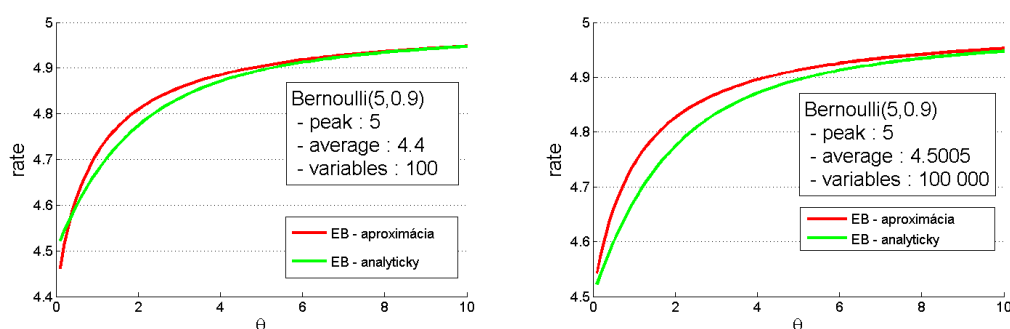
## 3.4 Pokusy vykonané na “umelých” zdrojoch

### 3.4.1 Porovnanie aproximácie a analytického určenia EB

Ako už bolo veľa krát spomenuté, analytické určenie EB je niekedy veľmi náročné, dokonca v niektorých prípadoch sa nedá spočítať (Erlangove rozdelenia). V tejto časti si ukážeme základné vlastnosti medzi analytickým určením EB a Changovou aproximáciou. Ako vždy, je treba mať na pamäti, že vstupné toky sú do systému simulované a preto je veľmi závažným faktorom nepresnosť. Pre jednoduchosť vyskúšajme aproximovať Bernoulliho rozdelenie a porovnajme výsledok s analytickým výpočtom. Je známa skutočnosť [2], že EB pásma pre Bernoulliho rozdelenie má vzorec:

$$\alpha(\theta) = n \cdot \frac{\ln(1 - p + p \cdot e^{(\theta)})}{\theta}$$

Ako vstup najprv simulujeme B(5,0.9) so 100 hodnotami a následne to isté rozdelenie s 100 000 hodnotami. Už z povahy simulácie je zrejmé, že pri dlhšom behu dostaneme presnejšie výsledky.



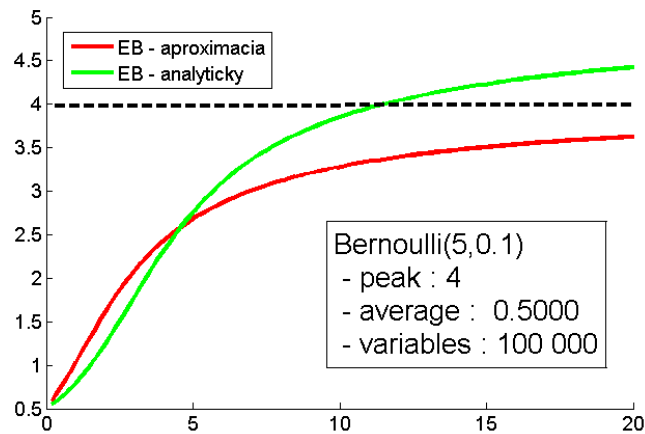
Obr. 3.15: Vľavo vektor 100 hodnôt, vpravo 100 násobné dlhšia simulácia

Zaujímavým záverom je zlý odhad aproximácie pri malom množstve dát, kedy pre veľmi malé  $\theta$  analytická šírka pásma prekročí aproximáciu a naopak pre veľké  $\theta$  príde k opačnému efektu. Problém spočíva v garantovaní určitej pravdepodobnostnej hranice odhadu. Preto, keď chceme z nejakého dôvodu aproximovať EB, musíme si byť vedomí toho, že tento odhad má len určitú limitovanú pravdepodobnosť (schopnosť) garantovať výsledok. Na štatistických vlastnostiach simulácie preto veľmi záleží a je si na to treba dať pozor. Ďalším veľkým problémom je konvergencia analytickej šírky pásma k *peaku*. Predstavme si príklad z predchádzajúcej časti, ale pravdepodobnosť nadobudnutie peaku bude rovná  $p = 0.1$ . Teda Bernoulli(5,0.1) - obr. 3.16. Veľmi ľahko sa aj pre veľmi dlhú simuláciu môže stať, že sa v toku nevyskytne možný peak. V takom prípade ale aproximačná funkcia (červená) nekonvertuje k reálnemu peaku, ale k aktuálnemu peaku v toku. Na obrázku je

jasne vidieť týmto javom spôsobená nepresnosť aproximácie. Otázkou je, ako zabezpečiť aby aproximácia pokrývala všetky prípady? Jednoduchým riešením je umelo zaviesť do simulačného behu aspoň jednu hodnotu peaku. Takto zabezpečíme, že výraz 2.2.15:

$$\alpha^*(\theta) \approx \frac{-\beta_2\theta + \eta_3\beta_1\theta + 1 - \sqrt{(\beta_2\theta - \eta_3\beta_1\theta - 1)^2 - 4\beta_1\theta(\eta_1 - \beta_2\eta_3\theta)}}{2\beta_1\theta}$$

bude konvergovať v limite k skutočnému maximu. Ďalšou pozitívnou skutočnosťou o ktorú sme sa pri tomto riešení opreli je fakt, že pre veľmi dlhé toky, takto “umelo” zavedená hodnota, len minimálne zmení štatistické vlastnosti samotného toku. Naopak má tento jednoduchý zákrok značný vplyv na výsledok a jeho správnosť.



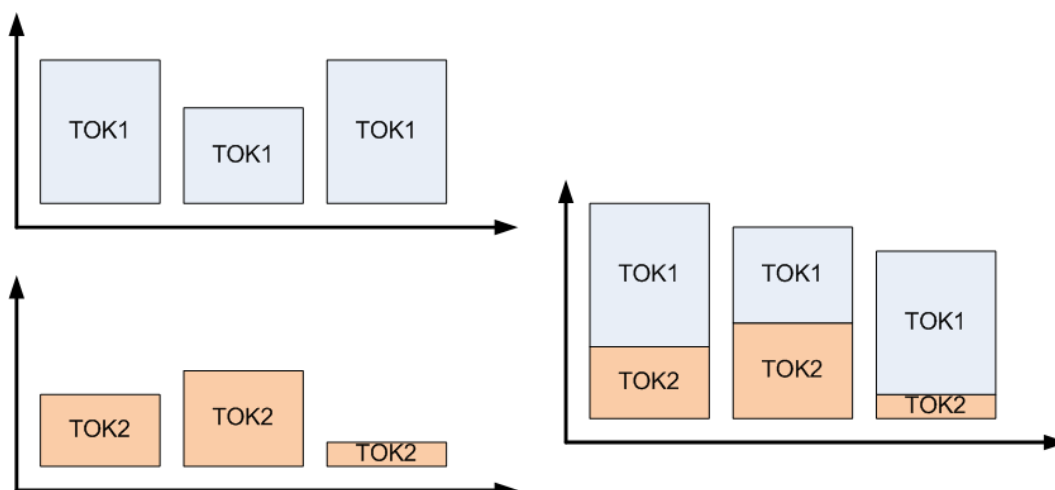
Obr. 3.16: Nutnosť zavedenia umelého peaku do simulovaného toku

### 3.4.2 Sčítavanie EB

Pokúsme sa teraz overiť v praxi druhú vlastnosť EB, uvedenú v kapitole 1. Ak je tok  $A(t)$  zložený z viacerých čiastočných tokov  $B_i$ ,  $A(t) = \sum_{i=1} B(i)$  a všetky toky  $B_i$  sú nezávislé, potom sa výsledná EB tohto toku rovná súčtu EB zložkových tokov

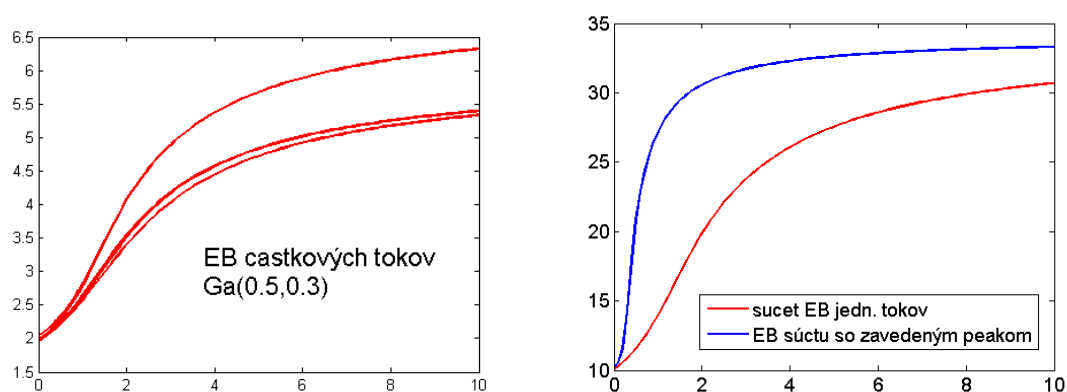
$$\alpha(\theta, t) = \frac{1}{\theta t} \sum_i \ln E [e^{\theta(B_i)}] = \sum_i \alpha_i(\theta, t)$$

Už z laického hľadiska musí byť EB šírka súčtu tokov menšia-rovná súčtu EB pásiem čiastkových tokov. Ak sú prírastky jednotlivých tokov nezávislé, je nezávislá aj náhodná premenná popisujúca výsledný tok. Navyše je silný predpoklad, že čiastkové toky nenadobudnú všetky v jednom časovom okamihu maximum. To zaručí, že EB výsledného toku bude konvergovať k menšej hodnote ako, súčet čiastkových EB.



Obr. 3.17: Sčítavanie tokov

Na pokusy budeme používať Gaussove toky, ktoré sa používajú na simuláciu Ethernetovej prevádzky. Povedzme, že udalosť sa v priemere vyskytne každú pol sekundu s odchýlkou 0.3 sekundy  $Ga(\mu = 0.5, \sigma = 0.3)$  a stanovený časový slot 1s. Na obrázku vpravo je nakreslená EB výsledného toku, do ktorého bola zavedená umelá peak hodnota. Ako bolo v predchádzajúcej časti ukázané, tento úkon nám zaručí, že EB zohľadní aj najväčší možný peak v toku. V tomto “umelom” prípade však druhá vlastnosť neplatí.

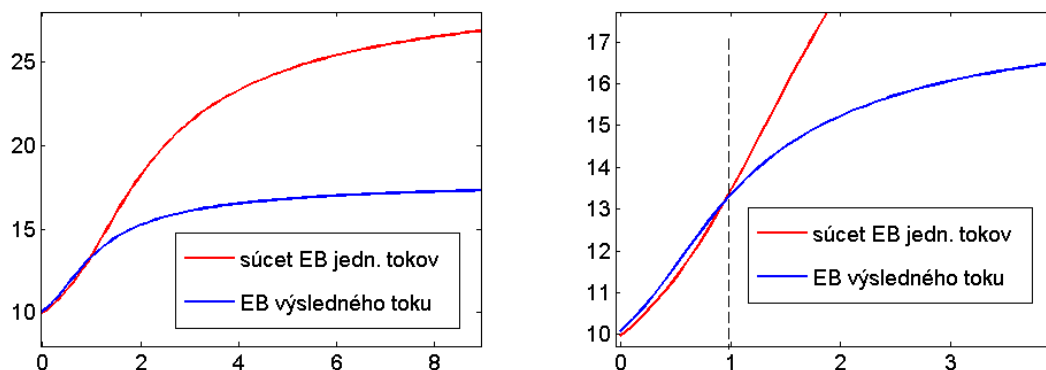


Obr. 3.18: Sčítavanie EB a EB s umelým peakom

Výskyt takéhoto extrémneho prípadu nie je v reálnej prevádzke veľmi pravdepodobný. Preto môžeme povedať, že sa toky a ich EB správajú podľa uvedených vlastností, viď. obr. 3.19. Ako je vidieť z podrobnejšieho obrázku (EB výsledného toku síce na intervale (0,1) prekročí súčet EB čiastkových tokov, avšak tento jav je spôsobený len nepresnosťou simulácie!), je EB výsledného toku menšia, nanajvýš rovná súčtu EB čiastkových tokov. Experimentálne dokázanie druhej vlastnosti. Môžeme teda tvrdiť, že pre malý rozsah



priestorového parametru  $\theta$ , platí rovnosť. Pri reálnej prevádzke, alebo simulovaní dokonca dochádza k nerovnosti a EB súčtu tokov je menšia ako súčet EB jednotlivých tokov.



Obr. 3.19: EB výsledného toku je menšia rovná ako súčet EB čiastkových tokov

### 3.4.3 Toky s neznámym maximom

Voľne nadviažeme na predchádzajúcu úvahu a ukážeme si ako sa správajú toky, o ktorých nevieme povedať, aké nadobúdajú maximum. Ako príklad použijeme Poissonovo rozdelenie. Pre toto rozdelenie je EB spočítaná analyticky ako:

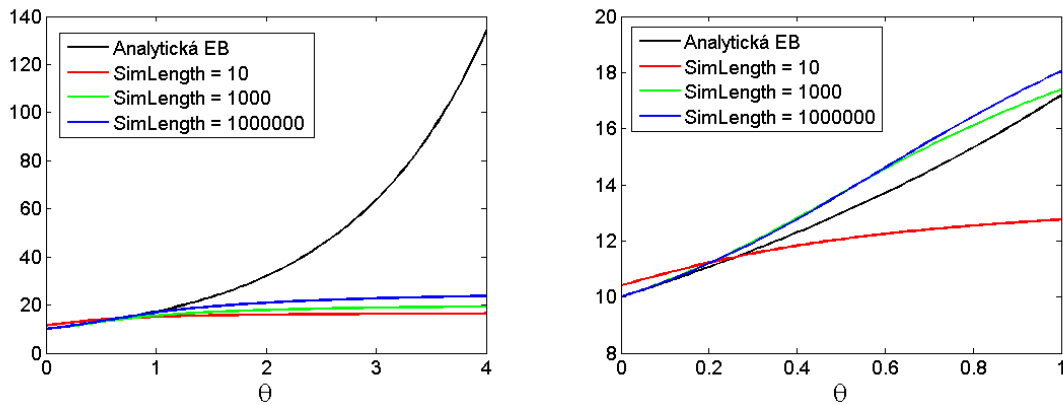
$$\alpha(\theta) = \lambda \cdot \frac{e^\theta - 1}{\theta}$$

Odskúšajme teraz ako sa správa EB pri rôznych dĺžkach simulácie. Vygenerovali sme tri toky s  $Po(\lambda = 10)$  a menili sme dĺžku simulácie na 10, 1 000 a 1 000 000 hodnôt. Parametre toku je vidieť v tabuľke 3.9 a správanie EB v grafoch obr. 3.20.

Tabuľka 3.9: Parametre ON/OFF zdroja pre rôzne dĺžky simulácie  $Po(10)$  toku

Charakter toku				Parametre ON/OFF zdroja			
$\lambda$	Dĺžka simulácie	Max(X)	E(X)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
10	10	17.00	11.40	7.89	17.00	38.51	61.49
10	1000	21.00	9.96	5.86	21.00	27.08	72.92
10	1000000	27.00	10.00	4.68	27.00	23.83	76.17

Ako je aj z tohto príkladu zrejmé, pre toky o ktorých nevieme, aké dosiahnu maximum, musíme vykonať veľmi dlhú simuláciu a aj tak môžeme považovať EB za dobrú len rozmedzí  $\theta \in (0, 1)$ . Pravdepodobnosť že sa v toku vyskytne hodnota napr. 27 je daná ako



Obr. 3.20: EB pre rôzne dĺžky simulácie  $Po(10)$

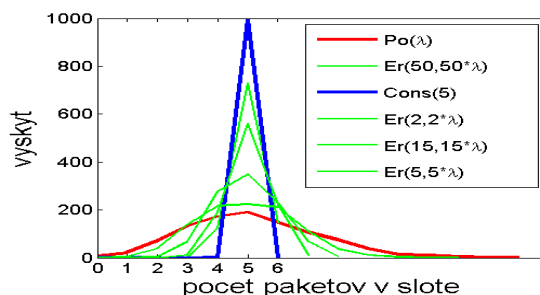
$\frac{10^{27} \cdot e^{-27}}{27!} = 1.7261 \times 10^{-13}$ . Práve preto sa odporúča, snažiť sa takéto toky vypočítat’ analyticky. Na obrázku je analyticky určená čierna EB a ako je vidieť, nekonverguje k žiadnemu maximu.

### 3.4.4 Erlangov tok

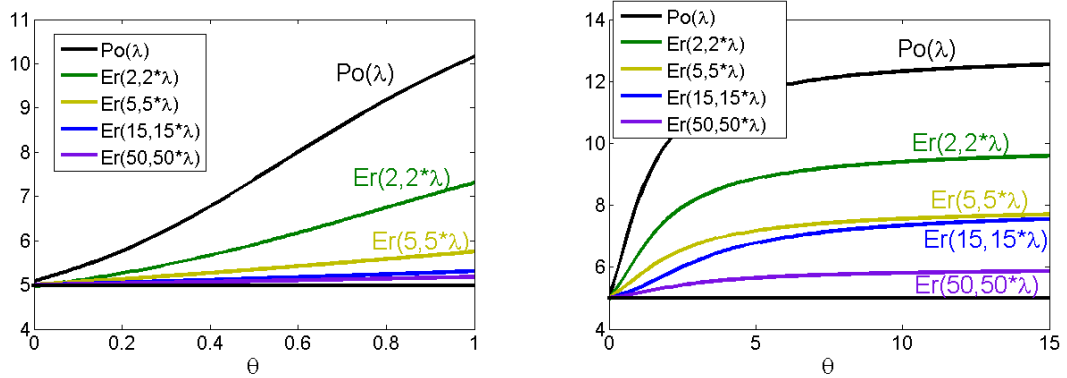
Erlangove toky, ako už bolo spomenuté aproximujeme (simulujeme) ako súčet exponenciálnych rozdelení. Odvodené zo vzťahu:

$$Er(n, \lambda) \sim -\frac{1}{\lambda} \ln \left( \prod_{i=1}^n U_i(0, 1) \right)$$

Tieto toky sme do práce vybrali najmä z dôvodu, že neexistuje spočítaný ON/OFF zdroj, ktorým by sa tieto toky mohli v teórii EB aproximovať. To je ale na škodu veci, najmä ak si uvedomíme (viď. sekcia 3.1.3), akú veľkú škálu procesov (medzi konštantným tokom a elementárnym tokom) tieto procesy pokrývajú. Táto vlastnosť sa samozrejme prenáša aj do funkcie EB. Podobný jav je vidieť aj na histograme takýchto tokov obr. 3.22.



Obr. 3.21: Histogram jednotlivých tokov



Obr. 3.22: EB pre rôzne parametre Erlangových procesov pre  $\lambda = 5$  zákazníkov za 1s

V nasledujúcej tabuľke sú vykonané pokusy s nájdením odpovedajúcich ON/OFF zdrojov pre jednotlivé Erlangové toky. Je vidieť, že parametre  $peaku = \eta_3$  a variancie  $\eta_2$  konvergujú postupne pre zväčšujúce sa  $n$ . Stredná hodnota ostáva zachovaná  $\eta_1$ . Parameter  $\eta_4$  (average burst period) veľmi závisí od priebehu simulácie, avšak aj tu je vidieť určitá klesajúca tendencia.

Tabuľka 3.10: Parametre spočítaných ON/OFF zdrojov pre jednotlivé toky

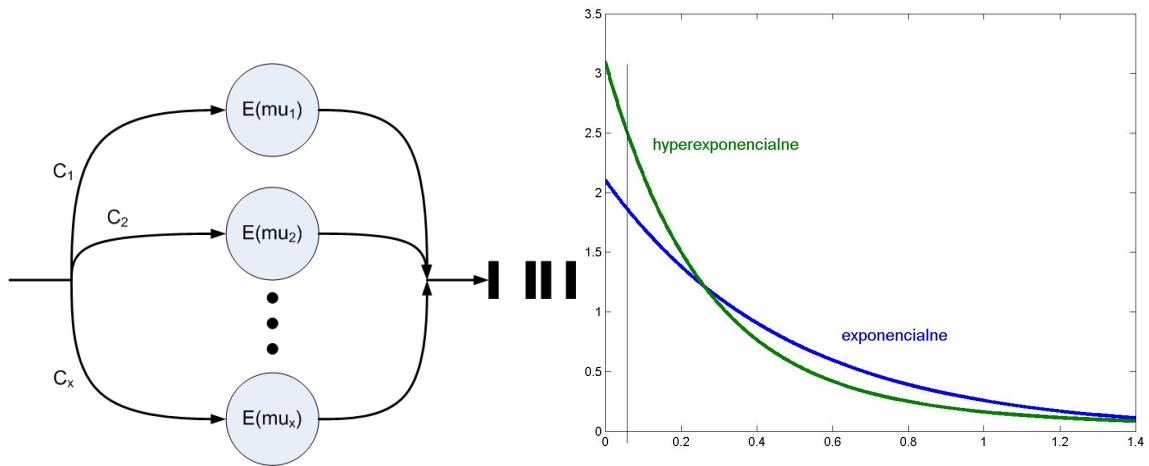
Tok	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$\eta_4$	$\lambda_1$	$\lambda_1$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
Po( $\lambda=5$ )	4.9401	2.4512	16	6.9088	3.1628	16	1.1102	6.9088
Er(2,2* $\lambda$ )	5.0190	1.3983	12	6.2156	3.5037	12	1.3491	6.2156
Er(5,5* $\lambda$ )	5.0150	0.5794	8	4.4238	3.8096	8	1.7864	4.4238
Er(15,15* $\lambda$ )	4.9790	0.2693	8	6.9088	4.2055	8	1.7689	6.9088
Er(50,50* $\lambda$ )	4.9910	0.1335	6	2.0966	4.6086	6	0.7946	2.0966
Cons( $\lambda$ )	5	0	5	0	NaN <sup>1</sup>	5	NaN <sup>1</sup>	0

Podobne sa správajú aj parametre  $\gamma_1$  a  $\gamma_2$ , ktoré určujú intenzity prechodov medzi stavmi. Ako toky konvergujú ku konštantnému toku, proces sa ustálí uje len v On perióde. Pre väčšie hodnoty intenzity príchodu  $\lambda$  sa správanie mení len čiastočne. Prirodzene sa zväčšuje hodnota maxima, strednej hodnoty, ale na správanie sa intenzít prechodov to vplyv nemá.

### 3.4.5 Hyper-exponencionálny tok

Toky charakteristické hyper-exponencionálnym rozdelením (ďalej  $E_x$ ) majú tendenciu vytvárať väčšie zhľuky udalostí ako akékoľvek iné rozdelenia (viď. koeficient variance, kapitola 3.1.3). Práve preto sú ideálne pre “ťažkú” prevádzku, t.j. prevádzku, ktorá je charakteristická väčšími peakmi. Predpoklad pre správanie sa EB bol teda nasledovný. Ak  $E_x$  toky vytvárajú väčšie zhľuky, bude EB v simulácii konvergovať k vyšším hodnotám (aj

<sup>1</sup>pri výpočte nastane delenie nulou, EB pásma pre konštantný tok je ale daná explicitne  $C$



Obr. 3.23: Generovanie medzier medzi udalosťami

keď reálne takýto tok maximum nemá - o tomto fakte sme už písali). Navyše, práve vďaka “zhlukovitosti” prevádzky, je silný predpoklad, že EB bude konvergovať k tejto hodnote rýchlejšie. To by mohlo znamenať, že by sa takýto typ toku mohol používať pri zvýšenej potrebe dimenzovať EB bezpečne proti stratám. Ako je vidieť z obrázka 3.23, princíp Hyper-exponenciálneho toku spočíva v generovaní páуз medzi príchodmi pomocou exponenciálnych rozdelení na základe pravdepodobnosti danej  $c_x$ , pričom:

$$1 = \sum_{i=1}^x c_i$$

Na obrázku je tiež znázornená relatívna početnosť veľkosti medzier medzi udalosťami pre hyper-exponenciálne a exponenciálne (odpovedá Poissonovému toku) rozdelenie.

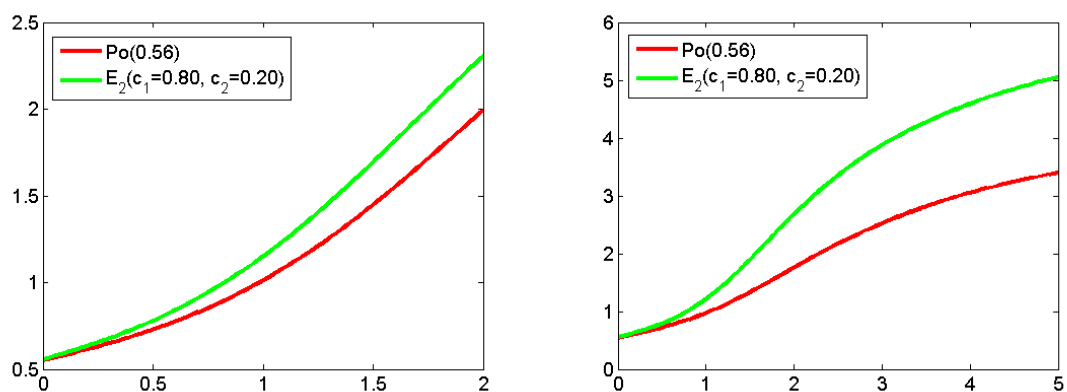
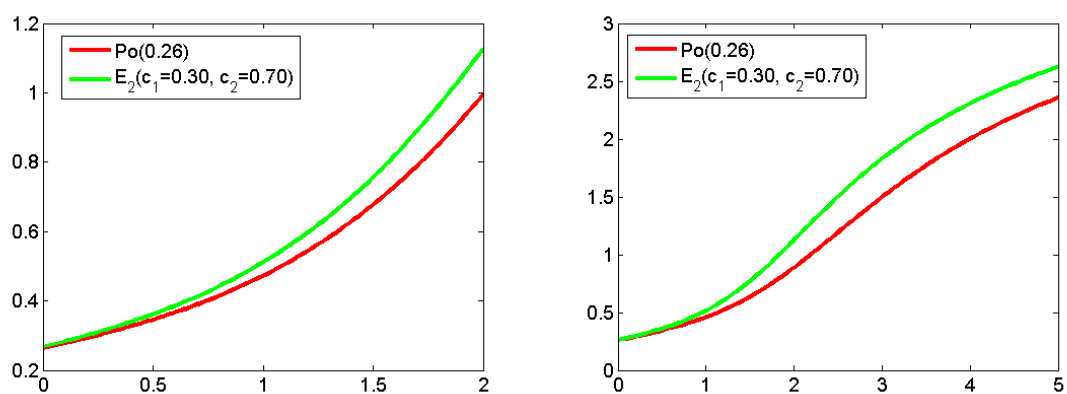
Pre naše potreby bude stačiť generovať  $E_x$  pre  $x = 2$ . Overíme túto hypotézu pri vzájomnom porovnaní s Poissonovým tokom s rovnakou strednou hodnotou. Ak vyjadríme strednú hodnotu  $E_1$  a  $E_2$  pomocou počtu udalostí za časovú jednotku, resp. pomocou  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ , vieme strednú hodnotu Poissonového rozdelenia ( $\lambda$ ) vyjadriť ako:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{c_1 \lambda_2 + c_2 \lambda_1}$$

Naopak pri vyjadrení stredných hodnôt  $E_1$  a  $E_2$  pomocou veľkosti medzier medzi udalosťami,  $\mu_1 = 1/\lambda_1$  a  $\mu_2 = 1/\lambda_2$  dostaneme:

$$\lambda = \frac{1}{c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2}$$

Ukážeme si teraz na niekoľkých príkladoch, ako sa správa EB pre tieto dva toky. Nastavme  $\lambda_1 = 5$ ,  $\lambda_2 = 1$  a veľkosť časového okna v ktorom sa budeme pozeráť na tok na 0.2 sekundy.


Obr. 3.24: EB pre pravdepodobnosti  $c_1 = 0.8$  a  $c_2 = 0.2$ 

Obr. 3.25: EB pre pravdepodobnosti  $c_1 = 0.3$  a  $c_2 = 0.7$ 

Podobné výsledky by sme dostali aj pre iné hodnoty  $c_1$  a  $c_2$ . Záverom teda môžeme zhrnúť, že toky s neznámym maximom, majú určitú nevýhodu pri použití aproximácie EB. Zároveň môžeme tvrdiť, že pre zvýšenie koeficientu bezpečnosti pri dimenzovaní, by sme mali použiť Poissonovo, prípadne Hyper-exponenciálne rozdelenie.

### 3.4.6 Praktický príklad dimenzovania

Zoberme si ako príklad systém so statickou kapacitou  $C$  a vstupujúcim tokom s intenzitou  $\lambda = 50p/s$ . Ako vieme:

$$C = \frac{\lambda(\theta)}{\theta} \quad \text{ako aj} \quad C = \frac{n}{d}$$

Z teórie ďalej vieme, že pravdepodobnosť straty paketu zaniká s exponenciálnym trendom:

$$P_{lost} = P(q > n) \leq e^{-\theta n}$$

### 3.4. Pokusy vykonané na “umelých” zdrojoch

Pre jednoduchosť predpokladajme<sup>1</sup>, že vstupný tok je Poissonov tok, pre ktorý vieme vypočítať funkciu  $\lambda(\theta)$ .

$$C = \frac{\lambda(\theta)}{\theta} = \frac{\lambda(e^\theta - 1)}{\theta}$$

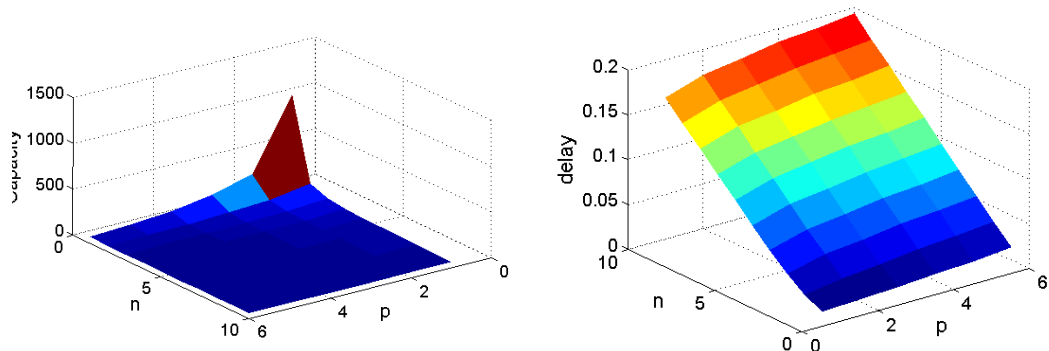
Zároveň vieme, že:

$$P_{lost} = e^{-\theta n} \rightarrow \theta = -\frac{\ln P_{lost}}{n} \rightarrow C = \lambda n \cdot \frac{1 - e^{-\ln P_{lost}/n}}{\ln P_{lost}}$$

Pre pravdepodobnosť straty paketov [0.0100, 0.0500, 0.1000, 0.2000, 0.3000, 0.5000] a veľkosť zásobníka pohybujúcu sa od 1 do 10, odpovedajú nasledujúce tabuľky pre kapacitu  $C$  a oneskorenie delay.

Tabuľka 3.11: Kapacita a oneskorenie pre  $M/D/1/\infty$  systém

n/p	Kapacita						Oneskorenie					
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.50	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.50
1	1074,9	317,12	195,43	124,27	96,901	72,135	0.0009	0.0032	0.0051	0.0080	0.0103	0.0139
2	195,43	115,9	93,907	76,801	68,585	59,758	0.0102	0.0173	0.0213	0.0260	0.0292	0.0335
3	118,61	85,843	75,205	66,17	61,522	56,248	0.0253	0.0349	0.0399	0.0453	0.0488	0.0533
4	93,907	74,422	67,6	61,556	58,34	54,594	0.0426	0.0537	0.0592	0.0650	0.0686	0.0733
5	82,075	68,478	63,504	58,985	56,534	53,632	0.0609	0.0730	0.0787	0.0848	0.0884	0.0932
6	75,205	64,847	60,949	57,348	55,37	53,003	0.0798	0.0925	0.0984	0.1046	0.1084	0.1132
7	70,734	62,404	59,205	56,215	54,557	52,559	0.0990	0.1122	0.1182	0.1245	0.1283	0.1332
8	67,6	60,648	57,939	55,384	53,958	52,23	0.1183	0.1319	0.1381	0.1444	0.1483	0.1532
9	65,284	59,327	56,978	54,75	53,499	51,976	0.1379	0.1517	0.1580	0.1644	0.1682	0.1732
10	63,504	58,297	56,225	54,248	53,134	51,774	0.1575	0.1715	0.1779	0.1843	0.1882	0.1931



Obr. 3.26: Kapacita linky a oneskorenie

<sup>1</sup>odvodenie inverznej funkcie  $\lambda^{-1}(\theta)$  pre ON/OFF zdroj nebude v tejto práci ukázané. Je to náročnejší proces, ktorý bude lepšie ukázaný v [7]

## Záver

Prínosom práce je rozpracovanie málo známej teórie, ktorá má niektoré výhody v porovnaní s dimenzovaním na základe teórie hromadnej obsluhy. Hlavnou myšlienkou tejto práce bolo priblížiť čitateľovi základy dimenzovania pomocou štatistického odhadu efektívnej šírky pásma, poskytnúť mu dostatočný teoretický úvod do problematiky, ako aj načrtnúť základné mechanizmy a problémy s nimi spojené. Pozornosť je predovšetkým zameraná na dimenzovanie zdrojov, ktorých EB nevieme analyticky spočítať. Pre tento účel je v kapitole 1 rozobraná teória EB spolu s jej teoretickým východiskom, princípom veľkých odchýliek. Práca voľne vychádza z poznatkov popísaných v [3] a [4] a popisuje spôsob odhadu EB pomocou aproximácie vstupného toku odpovedajúcim ON/OFF zdrojom (viď. kapitola 2) na základe štatistických parametrov toku.

Posledná časť práce je zameraná viacej experimentálne. Približuje správanie sa EB pre rôzne typy prevádzok: VoIP, IPTV a iné. Taktiež sa na praktických príkladoch snaží ukázať princípy a vlastnosti spojené s dimenzovaním. Na príklade Gaussových tokov je ukázaná vlastnosť sčítavania EB pásiem pre čiastkové toky. V inej sekcii je podrobnejšie popísaný problém tokov s nedefinovaným maximom. Tieto toky treba v prípade potrieb špeciálne ošetriť umelým vložením maxima do toku, čím zabezpečíme konvergenciu EB k požadovanej hodnote. Časť práce, zameraná na VoIP skúma matematické modely s podporou VAD mechanizmu, ako aj generovanú prevádzku bez tohto mechanizmu. Ukázali sme, ako sa dá získať ON/OFF zdroj pre Erlangov tok, ako aj, že EB pre hyper-exponencionálne toky koverguje rýchlejšie a k väčšiemu maximu ako pre Poissonov tok s rovnakou strednou hodnotou.

Do budúcnosti by som zdôraznil problém dimenzovania IPTV prevádzky, konkrétne tokov s variabilným bit-rateom o ktorých zatiaľ vieme veľmi málo a táto práca sa nimi zaoberá len okrajovo. Taktiež by bolo vhodné podrobiť analýze rozsiahlejšiu vzorku nameranej IPTV prevádzky a následne, na jej základe, určiť odporúčanie na dimenzovanie IPTV CBR tokov (Mágio) pre operátorov. Taktiež by som odporučil rozpracovať podrobnejšie výhody a nevýhody pri aproximovaní IPTV (ale i iných burst tokov) pomocou hyper-exponencionálnych a Poissonových rozdelení.

Pri vypracovaní tejto práce som sa oboznámil s pokročilejšími nástrojmi na dimenzovanie sietí, ako aj s inými zaujímavými mechanizmami a technológiami. Pevne verím, že v mojom povolaní budem môcť niektoré poznatky aplikovať a prispieť tak svojimi vedomosťami k zefektívneniu celého procesu.

# Literatúra

- [1] M. Klimo, K. Bechratá, J. Smieško, J. Uramová, *Teória IP telefónie*, Žilinská Univerzita v Žiline, EDIS, 2009, ISBN 978-80-8070-915-0
- [2] J. Smieško, *Stochastické Modely riadenia prístupu v sieti IP telefónie*, Žilinská Univerzita v Žiline 2004
- [3] G. Kesidis, J. Walrand, C.S. Chang, *Effective Bandwidths for Multiclass Markov Fluids and Other ATM Sources*, *IEEE/ACM Tran. Networking*, Vol. 1, pp 424-428, 1993
- [4] Cheng Shang Chang, *Performance Guarantees in Communication Networks*, Springer Verlag, 2000
- [5] F. P. Kelly, *Notes on Effective Bandwidth*, "Stochastic Networks: Theory and Application", pages 141-168, Oxford University Press, 1996
- [6] Š. Peško, J. Smieško, *Stochastické Modely Operačnej Analýzy*, Žilinská Univerzita v Žiline 1999
- [7] J. Smieško, *Efektívna šírka pásma*, Žilinská Univerzita v Žiline 2009
- [8] T. Vala, *Úvod do VoIP*, [atm.felk.cvut.cz/mps/referaty/2004/valat1/](http://atm.felk.cvut.cz/mps/referaty/2004/valat1/), ČVUT Praha, 2004
- [9] Alessio Botta, Alberto Dainotti, Antonio Pescapè, *Multi-protocol and multi-platform traffic generation and measurement*, INFOCOM 2007 DEMO Session, May 2007, Anchorage (Alaska, USA).
- [10] P. Kluvánek, F. Brandalík, *Operačná Analýza I - skriptum*, ALFA - Bratislava 1981 Žilinská Univerzita v Žiline 1999
- [11] ITU-T Recommendation P.59, *Artificial Conversational Speech*, 1993
- [12] ITU-T Recommendation G.107, *E-model*, 03/2005
- [13] P.F. Chimento, *Standard Token Bucket Terminology*, "[qbone.internet2.edu/bb/Traffic.pdf](http://qbone.internet2.edu/bb/Traffic.pdf)", 2000



- [14] J. Pechiar, G. Perera, M. Simon, *Effective bandwidth estimation and testing for Markov sources*, Performance Evaluation 48, Universidad del la República, Uruguay, 2002
- [15] R.S. Ellis, K. Haven, B. Turkington, *Large Deviation Principles and Complete Equivalence and Nonequivalence Results for Pure and Mixed Ensembles*, Department of Mathematics and Statistics, University of Massachusetts, USA, 2003
- [16] A. Baiocchi, N. Blefari Melazzi, M. Listani, A. Roveri, R. Winkler, *Loss performance analysis of an ATM multiplexer loaded with high speed ON/OFF sources*, IEEE J. Selected Areas Commun. 9 (3) (1991) 388–393.
- [17] V.G. Kulkarni, *Effective bandwidths for Markov regenerative sources*, Queueing Syst. 24 (1996) 137–153.
- [18] P. Jelenkovič, A. Lazar, N. Semret, *The effect of multiple time scales and subexponentiality in MPEG video streams on queuing behaviour*, IEEE J. Selected Areas Commun. 15 (6) (1997) 1052–1071.
- [19] J.T. Lewis a R. Russell, *An Introduction to Large Deviations for Teletraffic Engineers*, October 24, 1996
- [20] From R. Jain, *The Art of Computer Systems Performance Analysis*, John Wiley and Sons, 1991. (Page 443, Figure 26.2)
- [21] M. Simon, J. Pechiar, M. de Oliveira, L. Casamayou, *Video coding and ATM statistical bit rate capability*, ATM networks, & Chapman Hall, London, 1997
- [22] <http://www.stat.fsu.edu/pub/diehard/>
- [23] <http://wiki.wireshark.org/Development/LibpcapFileFormat>
- [24] <http://www.csee.usf.edu/~christen/christen.html>
- [25] <http://www.trainsignaltraining.com/cisco-voip-voice-encapsulation/2008-03-31/>

# Appendix

## CAP súbor

Popis štruktúry CAP súboru, ktorý štandardne používa Wireshark (Ethereal), je to aktuálna verzia 2.4



Obr. .1: Štruktúra CAP súboru

### GLOBAL HEADER

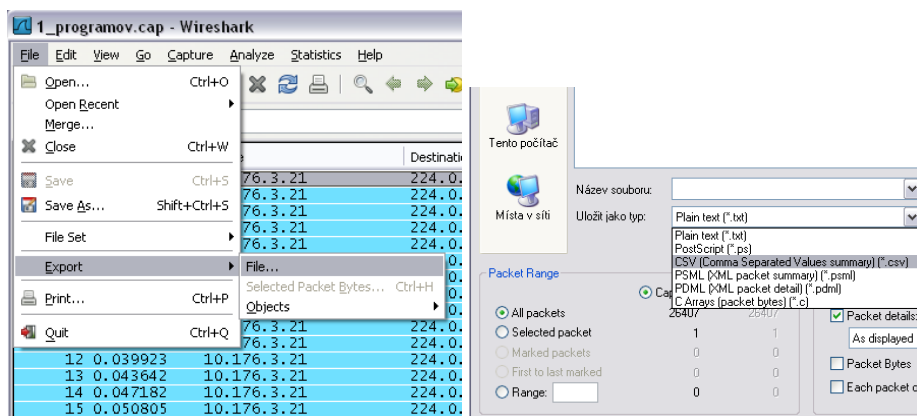
```
int32 magic_number;    /* magic number 4B*/
int16 version_major;   /* major version number 2B*/
int16 version_minor;   /* minor version number 2B*/
int32 thiszone;        /* GMT to local correction 4B*/
int32 sigfigs;         /* accuracy of timestamps 4B*/
int32 snaplen;         /* max length of captured packets*/
int32 network;         /* data link type 4B*/
```

### Packet HEADER

```
int32 ts_sec;          /* timestamp seconds */
int32 ts_usec;         /* timestamp microseconds */
int32 incl_len;        /* number of octets of packet*/
int32 orig_len;        /* actual length of packet */
```

## Len časy príchodov - vytvorenie TXT súboru

V nasledujúcich krokoch popíšem postup ako si jednoducho pomocou jednotlivých programov vytvoriť textový záznam príchodu paketov do textového súboru obr. ?? . Na začiatok je potrebné načítaný CAP záznam exportovať z Wiresharku ako CSV (*coma separated value*) súbor.



Obr. .2: Export hlavičiek paketov

Následne treba formát CVS upraviť a dostať sa len k stĺpcu s časovým údajom príchodu paketov obr. .3. Najjednoduchším spôsobom je import tohto súboru do niektorého tabuľkového editora, tam označiť daný stĺpec a uložiť ho do textového súboru. Prípadne treba upraviť formát desatinných čísel, aby oddelovač desatinných miest bola bodka a nie čiarka, pretože Matlab pracuje s desatinnými číslami v tvare *xx.xxxx* .

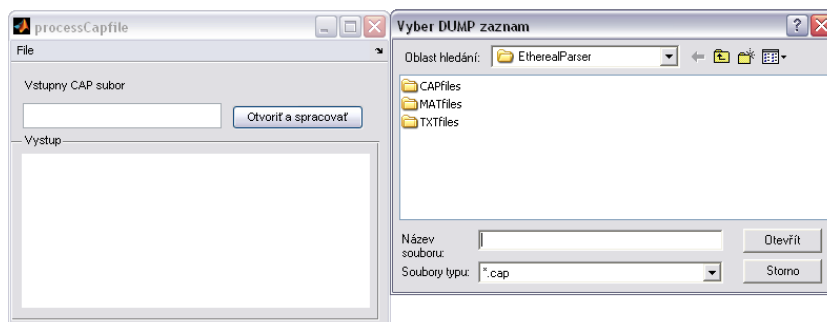
	A	B	C	D	E	
1	No.	Time	Source	Destination	Protocol	0.000000
2	1	0.000000	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.003630
3	2	0.003630	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.007418
4	3	0.007418	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.010893
5	4	0.010893	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.014546
6	5	0.014546	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.018159
7	6	0.018159	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.021790
8	7	0.021790	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.025414
9	8	0.025414	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.029047
10	9	0.029047	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.032669
11	10	0.032669	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.036296
12	11	0.036296	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.039923
13	12	0.039923	10.176.3.21	224.0.1.205	UDP	0.043642

Obr. .3: Získanie časov

Hotovo. Veľkosť simulačného časového okna (slotu) môžete meniť v programe

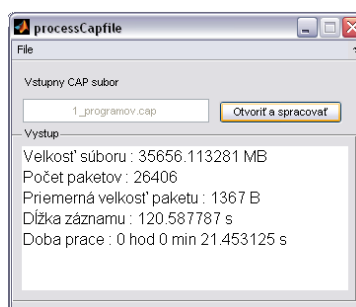
## Vytvorenie MAT súboru

Výsledný MAT súbor popisuje celkové správanie toku. Teda jednotlivé pakety aj s veľkosťami. Pre spracovanie som vytvoril jednoduchý program, ktorý prípravu MAT súboru spraví za Vás obr. .4.



Obr. .4: Spracovanie CAP súboru

Hneď ako sa proces spracovania dokončí, vyskočí dialógové okno operačného systému s ponukou uloženie MAT súboru. Nezabudnite na miesto uloženia, pretože z programu ho následne budete načítavať. V tom to súbore sú uložené dva vektory. Prvý sú postupné časy príchodov paketov, druhý vektor popisuje veľkosť daných paketov. Nastavením daného časového okna, sa v programe dá meniť počet Byteov na jednotlivé časové sloty. Je daný ako súčet veľkostí paketov, ktoré prišli do daného časového okamihu. Výsledkom je aj jednoduchá charakteristika získaná zo súboru obr. .5



Obr. .5: Spracovanie CAP súboru časť 2.

Hotovo. MAT súbor je vytvorený a dá sa s ním v programe pracovať po jeho načítaní. Podobne ako spracovanie MAT súboru funguje aj načítanie CAP súboru priamo v programe. Užívateľ si ale musí byť vedomý toho, že spracovanie je časovo aj výpočtovo veľmi náročné a s veľkosťou vstupného CAP súboru rastie aj čas potrebný pre jeho spracovanie (pre 40MB a cca. 30 000 paketov je to zhruba 30s, pričom pre súbor o veľkosti 200MB a s 145 000 paketmi je to už 13 minút !!! na stroji Intel Pentium Dual Core 1.6GHz, 3G Ram)

## Programátorská príručka

### Zoznam funkcií

- $[ArrTime, ArrData, Gheader, FSize, CPUTime] = \text{processCap}(Fname, count)$   
- vstupom do funkcie, sú meno CAP súboru a číslo udávajúce počet načítaných rámcov. Výstupom je vektor popisujúci časovú os výskytu paketov *ArrTime*, potom vektor veľkostí rámcov *ArrData*, hlavička CAP súboru *Gheader*, veľkosť spracovaného súboru *FSize* a CPU čas potrebný k práci *CPUTime*
- $[m1, m2, m3, m4, l1, l2, g1, g2] = \text{analyzer}(S)$  - ako vstup berie *S* tok a výstupom je 4-parametrový popis toku a odpovedajúce 4-parametre ON/OFF zdroja.

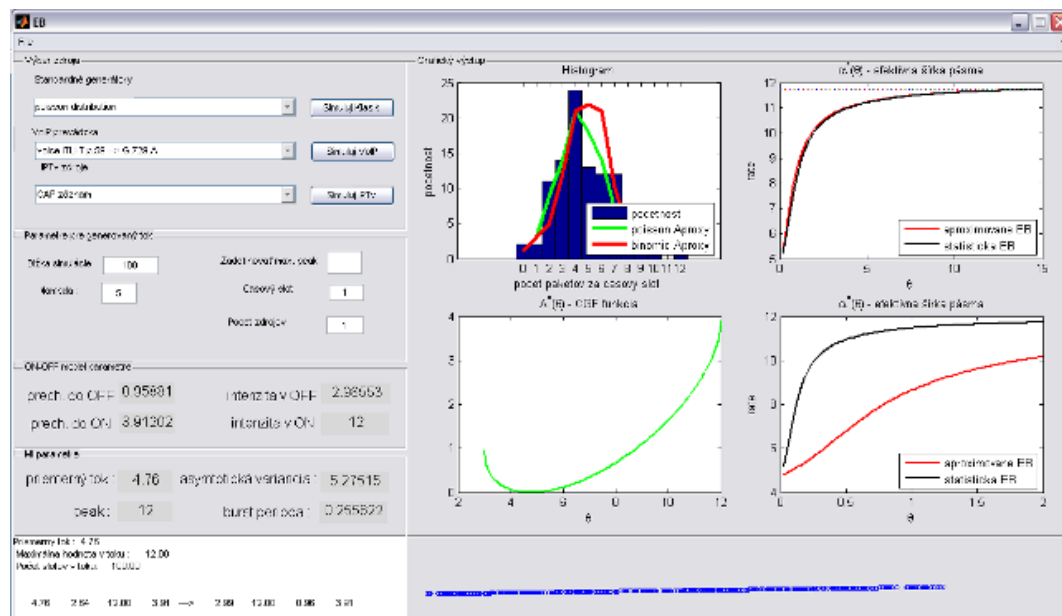
m1 - stredná hodnota	m2 - variancia toku/2	m3 - maximum	m4 - priemerná burst perióda
l1 - intenzita v ON	l2 - intenzita v OFF	g1 - prechod do ON	g2 - prechod do OFF

- $[alfa1, alfa2, theta] = \text{Changaproxy}(m1, m2, m3, m4, x_{min}, x_{max}, x_{linspace})$  - aproximácia EB pomocou 4-parametrového popisu toku.  $x_{min}$ ,  $x_{max}$  a  $x_{linspace}$  určujú parametre funkcie *linspace* v matlabe. Výstupom je *alfa1* - aproximácia EB a *alfa2* - aproximácia EB cez ON/OFF model a *theta* - odpovedá *linspace()*
- $[OnOff] = \text{MMP}(simL, Pon, Poff, Ion, Ioff, Poisson)$  - funkcia generujúca MMP, alebo MMPP proces. Ak je parameter *Poisson* nastavený na 0, ide o MMP proces, inak odpovedá parametru  $\lambda$  v  $Po(\lambda)$  a je použitý pri generovaní výstupného procesu. Parameter *simL* určuje dĺžku simulácie v počte vygenerovaných hodnôt.  $P_{on}$  a  $P_{off}$  určujú pravdepodobnosti stavu ON a OFF a  $I_{on}$  a  $I_{off}$  určujú intenzity výstupu v týchto stavoch. Pri MMPP zastupuje úlohu  $I_{on}$  parameter *Poisson*!
- $[Y] = \text{Bernoulli}(n, p, count)$  - funkcia generuje tok s Bernoulliho vlastnosťami. Parameter *n* je počet zdrojov, *p* je pravdepodobnosť nadobudnutia hodnoty. *Count* udáva dĺžku výsledného vektoru. Funkciu je možné použiť ako zdroj Bernoulliho procesu, kedy hodnoty výsledného vektoru udávajú počet rámcov v slotu. Funkcia generuje tok spočítavaním *n* nezávislých binomických rozdelení. Adekvátne jej odpovedá funkcia *binornd*
- $[TOK] = \text{Gaussian}(simL, zdrojov, par1, par2)$  - obdobne ako v predchádzajúcom príklade. *Par1* je stredná hodnota, *par2* je odchýlka  $\sigma$ . Výsledným vektorom je časová os, popisujúca príchody udalostí.
- $[TOK] = \text{Poisson}(simL, zdrojov, par1)$  - generuje niekoľko Poissonových zdrojov so strednou hodnotou *par1* udalostí, za časovú jednotku. *SimL* udáva dĺžku simulácie. Funkcia postupne spočítava niekoľko nezávislých exponencionálnych generátorov. Výsledným vektorom je časová os, popisujúca príchody udalostí.

- $[TOK] = \text{ErlangTok}(\text{simL}, \text{zdrojov}, \text{par1}, \text{par2})$  - generátor Erlangových tokov.  $\text{SimL}$  - udáva dĺžku simulácie,  $\text{zdrojov}$  udáva počet nezávislých Erlangových zdrojov,  $\text{par1}$  odpovedá parametru  $k$  a  $\text{par2}$  je zhodný s parametrom  $\lambda$ , teda počet udalostí za jednotku času.
- $[OnOff, \text{SpeechEffectivness}, \text{Eon}, \text{Eoff}] = \text{p59genpure}(\text{simL}, \text{tSlot})$  - generátor na základe odporúčania ITU-T p.59 produkujúci ONOFF vektor hlasu. Nepárna hodnota je doba OFF a párna hodnota ON, resp. hlasu. Parameter  $\text{SimL}$  určuje dĺžku simulácie v sekundách.  $\text{tSlot}$  určuje tzv. "granulovanie" reči (odporúčaná hodnota je 5), udáva sa v milisekundách.
- $[Y] = \text{paketizerDef}(\text{ArrTime}, \text{ArrData}, \text{Tslot})$  - všeobecný "paketizér", na základe vstupného parametra  $\text{Tslot}$  zoberie vektory  $\text{ArrTime}$  a  $\text{ArrData}$  a vytvorí výstupný vektor, popisujúci počet Byteov prijatých v jednotlivých slotoch.

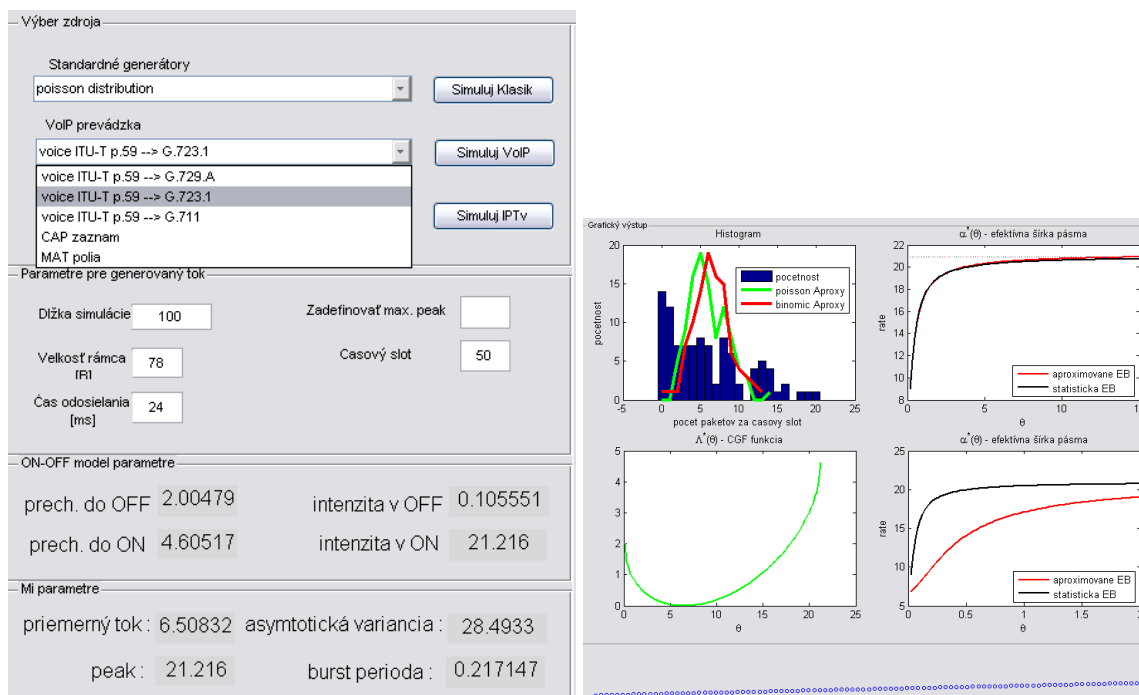
## Práca s GUI a viditeľné výstupy

Aj keď bolo hlavnou úlohou hlavne naprogramovať funkcie, ktoré by sa dali ďalej v Matlabe používať volaním, vytvoril som aj zjednodušené GUI, ktoré poskytuje prístup k niektorým funkciám, ako aj základné výstupy. GUI využíva všetky hore popísané funkcie pomocou volania.



Obr. .6: Graphical user interface

V ľavej časti je na výber viacerých možných vstupných tokov. V zásade sú rozčlenené na klasické rozdelenia, VoIP modely a iné zdroje (CAP, MAT). Taktiež sa dajú upraviť parametre



Obr. .7: Graphical user interface, časť 2

vstupujúce do funkcií. V ľavej časti sú okrem výberu vstupu aj výstupy 4-parametrového popisu toku a parametrov pre ON/OFF model. V spodnej časti je ešte text area, určená na čiastkové výpisy a budúce využitie. V pravej časti sa nachádzajú grafické výstupy. Ľavým horným grafom je histogram výskytu rámcov (prípadne Byteov) v časovom slotu a odpovedajúca aproximácia tohto výskytu Bernoulliho<sup>1</sup>, alebo Poissonovým procesom. Pod ním je grafický priebeh kumulatívnej generujúcej funkcie. Napravo sa nachádza graf EB aproximovaného pásma a EB odhadnutá štatisticky z toku. Spodný graf je zameraný na úvod.

## Testy rovnomernosti generátorov

```
BIRTHDAY SPACINGS TEST, M= 512 N=2**24 LAMBDA= 2.0000
Results for aaa.mat
For a sample of size 500: mean
aaa.mat using bits 1 to 24 2.006
Chisquare with 6 d.o.f. = 5.30 p-value= .494546
For a sample of size 500: mean
aaa.mat using bits 2 to 25 2.076
Chisquare with 6 d.o.f. = 6.03 p-value= .580516
For a sample of size 500: mean
aaa.mat using bits 3 to 26 2.082
Chisquare with 6 d.o.f. = 6.06 p-value= .583378
For a sample of size 500: mean
aaa.mat using bits 4 to 27 2.140
```

<sup>1</sup>Bernoulli sa zobrazuje iba pri dostačujúcom nároku na pamäť

```

Chisquare with 6 d.o.f. = 9.26 p-value= .840266
      For a sample of size 500: mean
      aaa.mat using bits 5 to 28 2.088
Chisquare with 6 d.o.f. = 4.93 p-value= .447221
      For a sample of size 500: mean
      aaa.mat using bits 6 to 29 2.268
Chisquare with 6 d.o.f. = 22.64 p-value= .999075
      For a sample of size 500: mean
      aaa.mat using bits 7 to 30 2.026
Chisquare with 6 d.o.f. = 8.53 p-value= .798257
      For a sample of size 500: mean
      aaa.mat using bits 8 to 31 1.970
Chisquare with 6 d.o.f. = 1.58 p-value= .046086
      For a sample of size 500: mean
      aaa.mat using bits 9 to 32 1.980
Chisquare with 6 d.o.f. = 6.29 p-value= .608691
The 9 p-values were
      .494546 .580516 .583378 .840266 .447221
      .999075 .798257 .046086 .608691
A KSTEST for the 9 p-values yields .730256

```

```

      The 3DSPHERES test for file aaa.mat
sample no: 1      r^3= 35.919      p-value= .69799
sample no: 2      r^3= 1.587      p-value= .05153
sample no: 3      r^3= 1.991      p-value= .06420
sample no: 4      r^3= 14.232     p-value= .37775
sample no: 5      r^3= 11.873     p-value= .32683
sample no: 6      r^3= 7.113      p-value= .21109
sample no: 7      r^3= 34.084     p-value= .67894
sample no: 8      r^3= 57.533     p-value= .85306
sample no: 9      r^3= 22.300     p-value= .52447
sample no: 10     r^3= 2.281      p-value= .07322
sample no: 11     r^3= 11.663     p-value= .32211
sample no: 12     r^3= 24.207     p-value= .55377
sample no: 13     r^3= 8.303      p-value= .24177
sample no: 14     r^3= 8.154      p-value= .23800
sample no: 15     r^3= 22.965     p-value= .53490
sample no: 16     r^3= 6.756      p-value= .20163
sample no: 17     r^3= 20.353     p-value= .49258
sample no: 18     r^3= 22.675     p-value= .53039
sample no: 19     r^3= 31.880     p-value= .65446
sample no: 20     r^3= 29.799     p-value= .62964

```

A KS test is applied to those 20 p-values.

```
-----
3DSPHERES test for file aaa.mat      p-value= .805685
```

```

      The RUNS test for file aaa.mat
      Run test for aaa.mat      :
      runs up; ks test for 10 p's: .645531
      runs down; ks test for 10 p's: .895710
      Run test for aaa.mat      :
      runs up; ks test for 10 p's: .626313
      runs down; ks test for 10 p's: .889378

```