Kapitola 5

Úvod do sekvenčných systémov. Metódy popisu a návrhu automatov.

Sekvenčné systémy. Moorov a Mealyho automat, matematický popis, stavová a výstupná funkcia. Zápis automatu, tabuľka prechodov, výstupná funkcia. Štruktúra Moorovho a Mealyho automatu (spätná väzba).

Sekvenčné systémy

V predchádzajúcich štyroch kapitolách sme si ukázali všetky potrebné aspekty návrhu kombinačných logických systémov. I keď tvoria veľkú množinu zapojení v reálnych úlohách existuje stále mnoho prípadov, kedy logický systém musí reagovať na vstupné podnety s ohľadom na predošlé vstupy, t.j. jeho predchádzajúci stav. Predchádzajúci stav je definovaný ako postupnosť zmien logických signálov na vstupe logického systému od určitého času (napr. od vykonania „*resetu*“). Takého logické systémy, ktoré vykazujú pamäťové správanie nazývame *sekvenčné systémy* alebo často *automaty*.

Popis správania sa sekvenčných systémov

Činnosť automatu bežne zapisujeme v podobe orientovaného grafu. Použitý postup nám určuje ako je graf označený. Uveďme si dva klasické spôsoby zápisu správania sa sekvenčného systému – Moorov a Mealyho automat.

Mealyho automat je zovšeobecnením postupu, ktorý navrhol Moore. Mealyho zápis automatu má obvykle menší počet stavov. Uveďme si matematickú formuláciu oboch automatov.

V ďalšej časti sa budeme zaoberať výhradne popisom a návrhom *konečných deterministických automatov* na báze číslicových logických obvodov.

Moorov automat

Nazývame ho tiež *Moorov aparát*. Správanie sekvenčného systému zapíšeme pomocou dvoch funkcií. Prvá je *stavová prechodová funkcia*, ktorá určuje stav v čase $t + \tau$. Druhá je *funkcia výstupného priradenia*, skrátene *výstupná funkcia* a určuje hodnotu výstupu automatu v čase t.

$$\begin{aligned} S_{(t+\tau)} &= \delta\left(S_{(t)}, x_{(t)}\right) \approx S_{t+\tau} = \delta(S_t, x_t) \approx S` = \delta(S, x) \\ y_{(t)} &= \lambda(S_{(t)}) \approx y_t = \lambda(S_t) \approx y = \lambda(S) \end{aligned} \tag{1.1}$$

kde:

S_t – stav v čase t, pričom S_0 – stav v čase $t = 0$ (v čase „nula“), množina stavov S_i je konečná, S` – stav v čase v čase $t + \tau$ (nový stav),

x_t – vstup v čase t,

δ, λ – kombinačné siete, deterministické funkcie (na rovnaký vstup dostaneme vždy rovnaký výstup),

τ – predstavuje časový interval zmien stavu automatu; *takt* hodín.

Mealyho automat

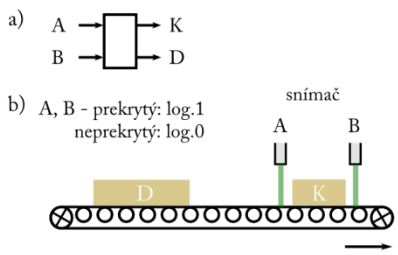
Nazývame ho tiež *Mealyho aparát*. Uveďme si len zjednodušený zápis.

$$\begin{aligned} S_{t+\tau} &= \delta(S_t, x_t) \\ y_t &= \lambda(S_t, x_t) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Zmena oproti Moorovmu automatu je *vo výstupnej funkcii*.

Príklad 5.1

Majme dopravníkový pás, po ktorom prechádzajú dva typy výrobkov v dostatočnej vzdialenosti od seba. Dlhý a krátky výrobok prechádzajú cez dva snímače (vždy prechádza len jeden výrobok pred snímačmi), viď. obr. 1. Zakreslite Moorov a Mealyho automat, ktorý správne rozpozná typ výrobku.



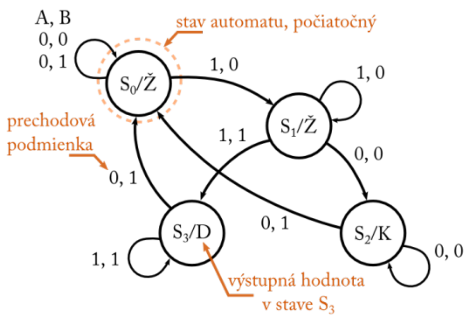
Obrázok 1. Bloková schéma automatu pre rozpoznávanie výrobkov – a), dopravníkový pás s optickými snímačmi – b).

Riešenie

Ako prvý navrhneme Moorov automat. Začíname voľbou podmienok a výstupnej hodnoty pre počiatočný stav S_0. Ten si zvolíme ako kľudový stav, kedy pred snímačmi neprechádza žiadny výrobok – podmienka $A=0, B=0$ (zakreslíme slučku k stavu S_0), tzn. zotrvávame v rovnakom stave. Výstupná hodnota *Ž* (žiadny výrobok, t.j. $K=0, D=0$) je zapísaná vo vnútri stavu.

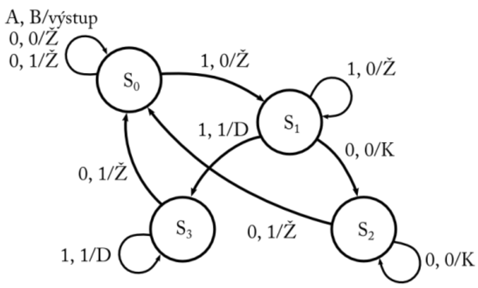
Zmena nastáva pri prechode niektorého výrobku cez snímač *A*. Vzhľadom na ďalší vývoj zmien musíme vytvoriť nový stav – S_1. Zakreslíme obe podmienky.

Týmto spôsobom, kedy pre každú zmenu snímačov zakreslíme nový stav získame prvotný návrh automatu. Voľbou vhodnej podmienky ($A=0, B=1$) v stavoch S_2 a S_3 pre návrat do stavu S_0 uzavrieme celý proces rozpoznávania výrobkov. Túto podmienku pridáme do slučky stavu S_0.



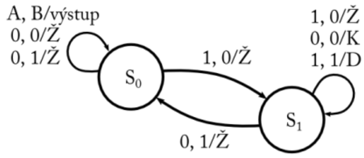
Obrázok 2. Návrh Moorovho automatu pre rozpoznávanie výrobkov z obr. 1. Stav S_0 je počiatočný. Označenie výstupných symbolov: *Ž* – žiadny výrobok, *K* – krátky výrobok a *D* – dlhý výrobok.

Úvodný návrh Mealyho automatu získame napr. prepisom Moorovho automatu z obr. 2. Jediná zmena je v zápise symbolu výstupnej hodnoty priamo za podmienku (vstupný symbol).



Obrázok 3. Prvotný návrh Mealyho automatu získaný prepísaním automatu z obr. 2.

Postupnou redukciou počtu stavov možno zapísať riešenie úlohy ako dvojstavový automat.



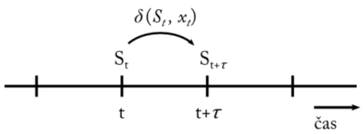
Obrázok 4. Optimálny návrh Mealyho automatu.

V predošlom príklade 5.1 sme navrhli Moorov a Mealyho automat. Tento krok vyžaduje od návrhára určité skúsenosti. Návrh automatu je mnohokrát nejednoznačný. Jedná sa o tvorivú, kreatívnu činnosť.

Po návrhu automatu sa ďalšie kroky vedúce až k výslednému návrhu prevádzajú podľa predpísaných postupov.

Zmeny stavov automatu v čase

Zmeny v automate—prechody medzi stavmi prebiehajú v čase. Nový stav je určený *stavovou funkciou*.



Obrázok 5. Časový priebeh zmien stavov v automate. Zmeny nastávajú v diskrétnych okamžikoch.

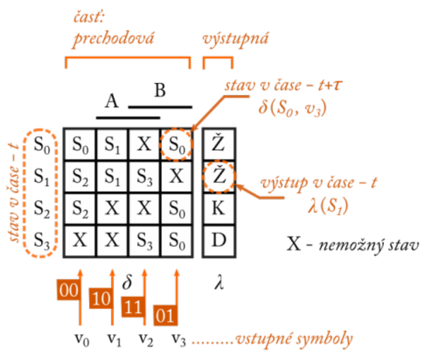
Zápis automatu do tabuľky prechodov

Pre ďalšie spracovanie *orientovaného grafu* automatu ho zapisujeme v tabuľkovej reprezentácii. Tá pozostáva z dvoch častí—prechodovej a výstupnej tabuľky. Moorov a Mealyho automat sa líšia len v zápise výstupnej časti.

Príklad 5.2

Zapíšte do tabuľky Moorov automat z obr. 2.

Riešenie



Obrázok 6. Tabuľka prechodov a výstupného priradenia – Moorov automat.

Prechodová časť popisuje zmenu stavu logického systému a podmienky, pri ktorých k nemu dochádza. Má toľko riadkov, koľko máme stavov. Má toľko stĺpcov, koľko je možností vstupných signálov (symbolov).

Výstupná časť priraďuje výstupný symbol (hodnotu) príslušnému stavu. Často používame v tejto fáze symbolický zápis. Porovnajte so zápisom v obr. 7b.

Príklad 5.3

Zapíšte do tabuľky Mealyho automat z obr. 3 a 4.

Riešenie

a)

časť: prechodová | výstupná

	δ				λ			
S_0	S_0	S_1	X	S_0	Ž	Ž	-	Ž
S_1	S_2	S_1	S_3	X	K	Ž	D	-
S_2	S_2	X	X	S_0	K	-	-	Ž
S_3	X	X	S_3	S_0	-	-	D	Ž

výstup v čase - t $\lambda(S_1, v_3)$

b)

K				D			
0	0	X	0	0	0	X	0
1	0	0	X	0	0	1	X
1	X	X	0	0	X	X	0
X	X	0	0	X	X	1	0

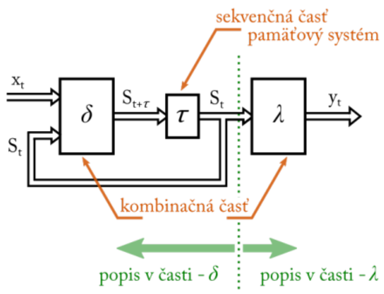
Obrázok 7. Tabuľka prechodov a výstupného priradenia – Mealyho automat z obr. 3 – a), príklad rozpísania výstupnej časti (Karnaughova mapa pre výstupy *K* a *D*) – b).

	δ				λ			
S_0	S_0	S_1	X	S_0	Ž	Ž	-	Ž
S_1	S_1	S_1	S_1	S_0	K	Ž	D	Ž

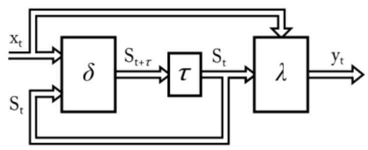
Obrázok 8. Tabuľka prechodov a výstupného priradenia – Mealyho automat z obr. 4.

Prepis automatu na logický systém, bloková štruktúra automatu

Doposiaľ sme popisovali správanie automatu a to formou orientovaného grafu alebo tabuliek. Ako však vyzerá bloková schéma automatu? Vychádzajme z matematického zápisu Moorovho a Mealyho automatu t.j. z rovníc 1.1 a 1.2.



Obrázok 9. Bloková schéma Moorovho automatu, zakreslenie rovnice 1.1.

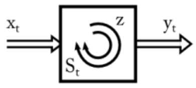


Obrázok 10. Bloková schéma Mealyho automatu, zakreslenie rovnice 1.2.

Kódovanie vnútorných stavov automatu

K reprezentácii *aktuálneho stavu* automatu sú nutné ďalšie logické signály, ktoré nazývame *vnútorné premenné*. Vystupujú len vo vnútornej štruktúre sekvenčného systému, obr. 11.

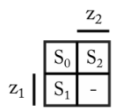
Budeme ich označovať z_i, i=1..q a ich počet je väčší alebo rovný ako dvojkový logaritmus počtu stavov automatu, t.j. $q \geq \log_2(počet\_stavov)$.



Obrázok 11. Reprezentácia aktuálneho stavu automatu vnútornými premennými.

Kódovanie vnútorných stavov

Priradenie kombinácii vnútorných premenných k vnútorným stavom automatu nazývame *kódovanie stavov automatu* (skrátene *kód automatu*) a jeho zápisu hovoríme *mapa kódovania*. Kód automatu spravidla nie je jednoznačný. Príklad kódovania troch stavov s dvoma vnútornými premennými je na obr. 12.



Obrázok 12. Mapa kódovania stavov S_0, S_1 a S_2.

Poznamenajme, že voľbu „vhodného" kódu automatu určuje typ automatu, ktorý navrhujeme.

Návrh s priamymi spätnými väzbami—*rovnice pre Moorov a Mealyho automat*

Rozpíšme si prechodovú a výstupnú časť rovnice 1.1 a 1.2. Zakreslime detailnú štruktúru Moorovho automatu z obr. 9 a Mealyho automatu z obr. 10.

Uveďme si zápis prechodovej rovnice Moorovho a Mealyho automatu. Zjednodušený zápis bez „času":

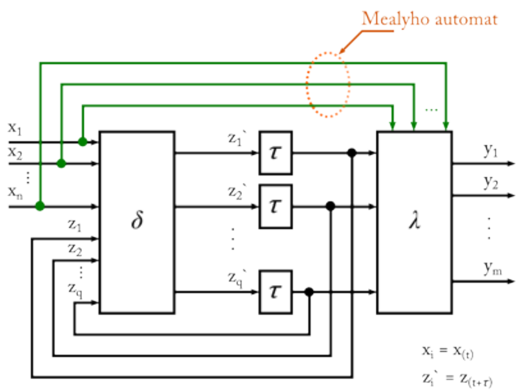
$$\begin{aligned} \grave{z}_1 &= \delta_1(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ \grave{z}_2 &= \delta_2(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ &\cdots \\ \grave{z}_q &= \delta_q(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \end{aligned} \tag{1.3}$$

Rovnica výstupného priradenia, zjednodušený zápis bez „času" – Moore:

$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1(z_1 \cdots z_q) \\ y_2 &= \lambda_2(z_1 \cdots z_q) \\ &\cdots \\ y_m &= \lambda_m(z_1 \cdots z_q) \end{aligned} \tag{1.4}$$

Rovnica výstupného priradenia, zjednodušený zápis bez „času" – Mealy:

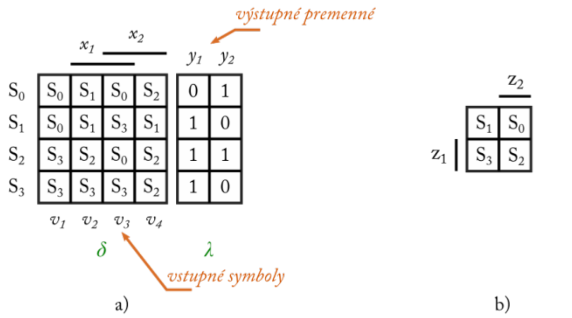
$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ y_2 &= \lambda_2(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ &\cdots \\ y_m &= \lambda_m(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \end{aligned} \tag{1.5}$$



Obrázok 13. Štruktúra Moorovho a Mealyho automatu, je určená rovnicami 1.3 až 1.5.

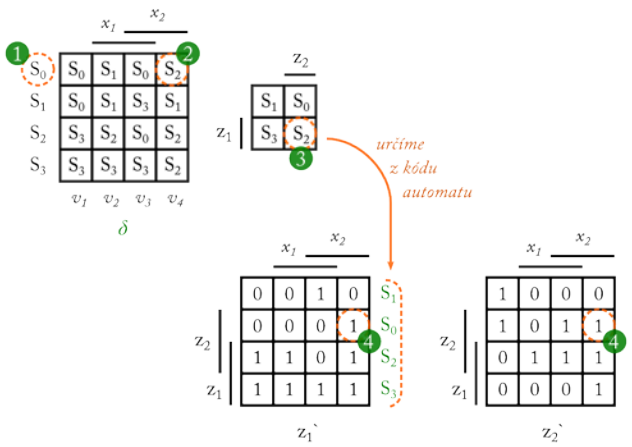
Príklad 5.4

Zapíšte Karnaughove mapy pre nové hodnoty vnútorných a výstupných premenných v Moorovom automate na obr. 14.



Obrázok 14. Moorov automat zadaný tabuľkou prechodov – a) a kódom automatu – b).

Riešenie



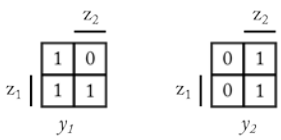
Obrázok 15. Karnaughove mapy nových hodnôt vnútorných premenných automatu. Jednotlivé kroky určovania hodnôt sú označené číslami 1 až 4.

Pred vypĺňaním hodnôt Karnaughových máp vnútorných premenných si označme k riadkom *rozloženie stavov* podľa *kódu automatu*. Označenie vstupných (nezávislých) premenných v mapách je určené rovnicou 1.3.

Postup určovania hodnôt, aplikujeme pre všetky existujúce prechody medzi stavmi:

1. Sme v stave S_0,
2. chceme prejsť do stavu S_2 (pri vstupnom symbole v_4, t.j. x_1=0, x_2=1),
3. z mapy kódovania určíme nové hodnoty vnútorných premenných (z_1=1, z_2=1); musíme ich nastaviť na výstupe aby sme sa dostali do S_2,
4. nové hodnoty zapíšeme do Karnaughovej mapy premenných z_1\` a $z_2$\`.

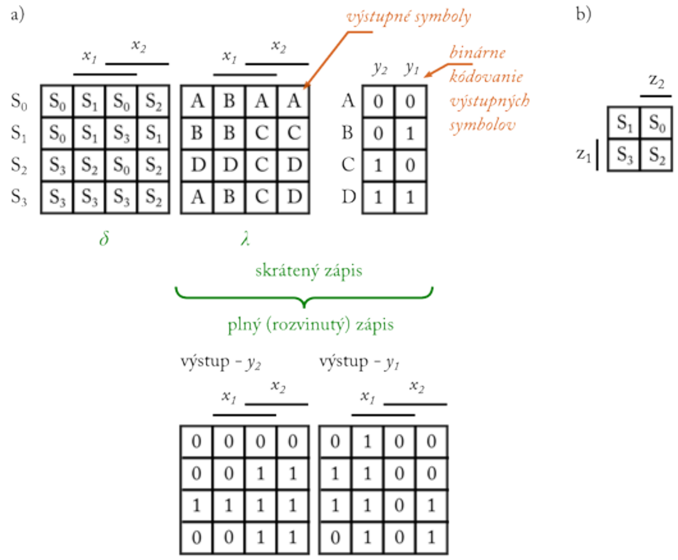
Hodnoty výstupných premenných sú určené rovnicou 1.4.



Obrázok 16. Karnaughove mapy výstupných premenných Moorovho automatu.

Príklad 5.5

Zapíšte Karnaughove mapy pre nové hodnoty vnútorných a výstupných premenných v Mealyho automate na obr. 17.

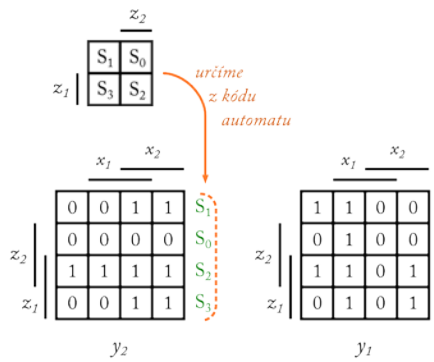


Obrázok 17. Mealyho automat zadaný tabuľkou prechodov – a) a kódom automatu – b).

Riešenie

Karnaughove mapy vnútorných premenných sú rovnaké ako v riešení predošlého príkladu 5.4.

Na rozdiel od Moorovho automatu hodnoty výstupných premenných Mealyho automatu sú určené rovnicou 1.5.



Obrázok 18. Karnaughove mapy výstupných premenných Mealyho automatu.