

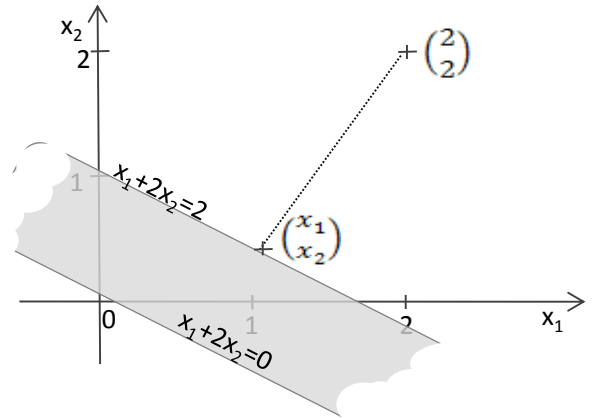
Metóda zlatého rezu / Příklad 1

Příklad 1

Na obrázku je bod $(x_1, x_2)^T$ projekciou bodu $(2, 2)^T$ do množiny bodov ohraničenej rovnobežnými priamkami $x_1 + 2x_2 = 0$ a $x_1 + 2x_2 = 2$.

Metódou **zlatého rezu** určte **súradnice bodu** $(x_1, x_2)^T$! Napíšte **model úlohy** a riešte ju **pre premennú z intervalu $<0, 2>$ s presnosťou $\varepsilon=0,4$!**

Pozn. Uvedomte si, ako je definovaná projekcia a že metóda zlatého rezu minimalizuje funkciu jednej premennej a že bod $(x_1, x_2)^T$ musí ležať na hraničnej priamke množiny, do ktorej sa



Riešenie:

$\min \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2}$ $\text{st } x_1 + 2x_2 = 2$	
A. $x_1 = 2 - 2x_2$	B. $x_2 = 1 - \frac{x_1}{2}$
$\min (2 - 2x_2 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 = 4x_2^2 + (x_2 - 2)^2 =$ $= 5x_2^2 - 4x_2 + 4$ $\min \quad 5x_2^2 - 4x_2 + 4$ $\text{st } x_2 \in <0, 2>$	$\min (x_1 - 2)^2 + \left(1 - \frac{x_1}{2} - 2\right)^2 = (x_1 - 2)^2 + \left(\frac{x_1}{2} + 1\right)^2 =$ $= \frac{5x_1^2}{4} - 3x_1 + 5$

Presnosť $\varepsilon = 0,4$:

Požadovanú presnosť dosiahneme pre počet iteračných krokov i :

$$i \geq -1 + \frac{\log\left(\frac{0.4}{2-0}\right)}{\log\left(\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)} = -1 + \frac{\log(0.2)}{\log(0.618)} = 2.344169$$

T.j. požadovaná presnosť bude dosiahnutá pri počte iteračných krokov=3

Riešenie A

	a	L	P	b	f(L)	f(P)	
1. krok	0	0,764	1,236	2	3,862	6,695	/
2. krok	0	0,472	0,764	1,236	3,226	3,862	/
3. krok	0	0,292	0,472	0,764	3,259	3,226	\
	0,292	0,472		0,764			

$$P = 0 + (2 - 0) \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$5(x_2)^2 - 4x_2 + 4$$

Skutočné minimum je $x_2 = 0,4$

$x_2 = 0,472$ → **minimum**

$x_1 = 2 - 2x_2 = 2 - 2 \cdot 0,472 = 1,056$, t.j. projekcia bodu $<2, 2>^T$ do množiny na obrázku je **$<1,056; 0,472>^T$** .

Riešenie B

	a	L	P	b	f(L)	f(P)	
1. krok	0	0,764	1,236	2	3,438	3,202	\
2. krok	0,764	1,236	1,528	2	3,202	3,334	/
3. krok	0,764	1,056	1,236	1,528	3,226	3,202	\
	1,056	1,236		1,528			

$$1,25(x_1)^2 - 3x_1 + 5$$

Skutočné minimum je $x_1 = 1,2$

$x_1 = 1,236$ → **minimum**

$x_2 = 1 - x_1/2 = 1 - 1,236/2 = 0,382$, t.j. projekcia bodu $<2, 2>^T$ do množiny na obrázku je **$<1,236; 0,382>^T$** .