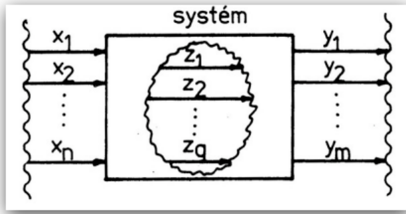
Kapitola 1

Úvod do kombinačných logických obvodov. Karnaughova mapa.

Diskrétny systém. Pojmy, symbol, abeceda. Rozdelenie logických obvodov. Kombinačné a sekvenčné logické obvody, základné rysy. Popis kombinačného systému. Pravdivostná tabuľka, publikačný spôsob zápisu, Karnaughova mapa. Spôsoby ich vytvárania. Základné logické členy— NOT, OR, AND, NOR, NAND, XOR, pravdivostné tabuľky a schematické značky. Fázy vývoja produktu na báze logického systému.

Diskrétny systém má konečný počet stavov, v ktorých sa môže nachádzať. Vieme koľko možných stavov môže zaujať.

Symbol je akákoľvek kombinácia vstupného, respektíve výstupného signálu. Všetky kombinácie reálnych vstupných signálov tvoria *vstupnú abecedu* logického systému. Rovnako všetky kombinácie reálnych výstupných signálov tvoria *výstupnú abecedu.*



Obrázok 1. Diskrétny systém

Príklad 1.1

Nech je daný logický systém, ktorý má dva vstupné signály $x_1 \in \{0, 1, 2\}$, $x_2 \in \{3, 4\}$. Zapíšte všetky symboly vstupnej abecedy.

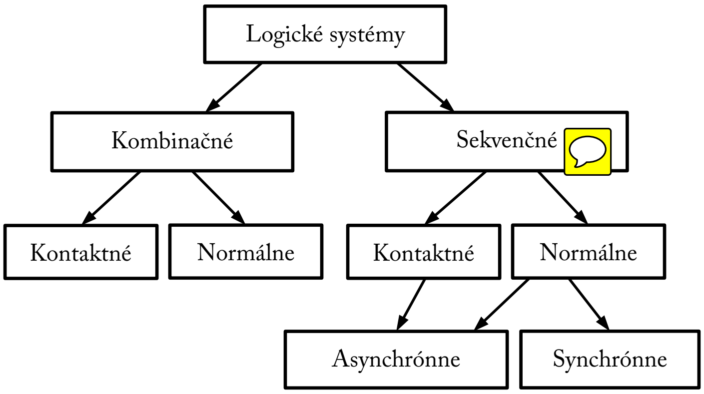
Riešenie

Všetky symboly vstupnej abecedy {3, 0; 3, 1; 3, 2; 4, 0; 4, 1; 4, 2} sú zapísané ako množina usporiadaných dvojíc v poradí x_2, x_1.

V ďalšom sa budeme zaoberať výlučne *diskrétnymi systémami*, kde každý vstupný a výstupný symbol môže nadobúdať len dve hodnoty. Tieto dve hodnoty označujeme *log. 0* a *log. 1*. Takéto systémy nazývame *číslicové logické systémy* alebo skrátene *logické systémy*.

Rozdelenie logických systémov

Uveďme si niekoľko základných hľadísk. Prvá úroveň je z hľadiska *vstupno–výstupnej transformácie* signálov. Druhá úroveň je z hľadiska *technickej realizácie*. Tretia úroveň z hľadiska *činnosti v čase.*

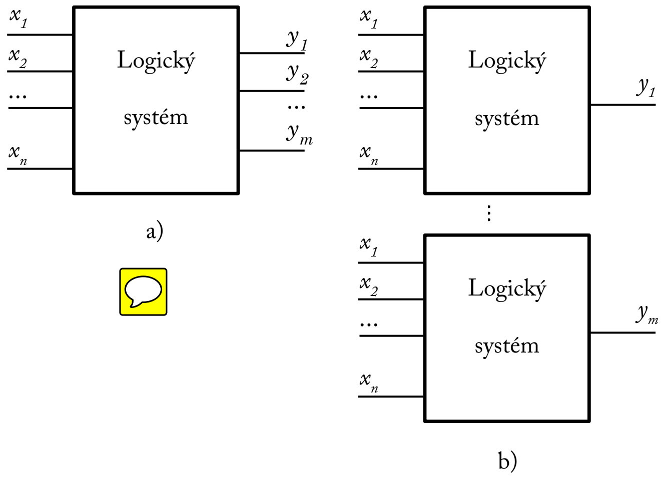


Obrázok 2. Rozdelenie logických systémov.

Kombinačné logické systémy

Princíp dekompozície zložitého logického systému s viacerými výstupmi na množinu jednoduchých logických systémov, pričom každý z nich má práve jeden výstup je ukázaný na obrázku 3. Syntézu potom vykonávame práve na tejto množine zjednodušených logických systémov, obrázok 3b.

Najskôr si uveďme najbežnejšie spôsoby *zápisu správania sa* kombinačných logických obvodov, ktorých štruktúra je zobrazená na obrázku 3a alebo 3b.



Obrázok 3. Zložitý logický systém (vľavo) a jeho dekompozícia na jednoduché logické systémy s jediným výstupom (vpravo).

Pravdivostná tabuľka

Definícia logického systému pravdivostnou tabuľkou predstavuje tabuľkový zápis, kde uvedieme priradenie hodnôt výstupným signálom pre všetky kombinácie vstupných signálov. Ten predstavuje *úplný zápis*. Často nie je potrebné uvádzať všetky vstupné kombinácie, vtedy sa jedná o *skrátený zápis*.

Príklad 1.2

Zapíšte pravdivostnú tabuľku hlasovacieho systému pre troch hlasujúcich. Pre označenie kladnej voľby použite symbol *A*, pre negatívnu voľbu *N*. Výstupný symbol pre prijaté rozhodnutie nech je *P* a pre zamietnuté rozhodnutie *Z*.

Riešenie

Úplný zápis pravdivostnej tabuľky jednej výstupnej premennej:

H_1	H_2	H_3	Výsledok
N	N	N	Z
N	N	A	Z
N	A	N	Z
N	A	A	P
A	N	N	Z
A	N	A	P
A	A	N	P
A	A	A	P

Publikačný spôsob zápisu

Publikačný spôsob definície logického systému zapisujeme pomocou dekadického ekvivalentu, ktorý vyjadrujeme symbolom *de*. Uveďme si definíciu *príkladu 1.2* v publikačnom zápise:

$$deV \rightarrow 0 = \{0, 1, 2, 4\},$$

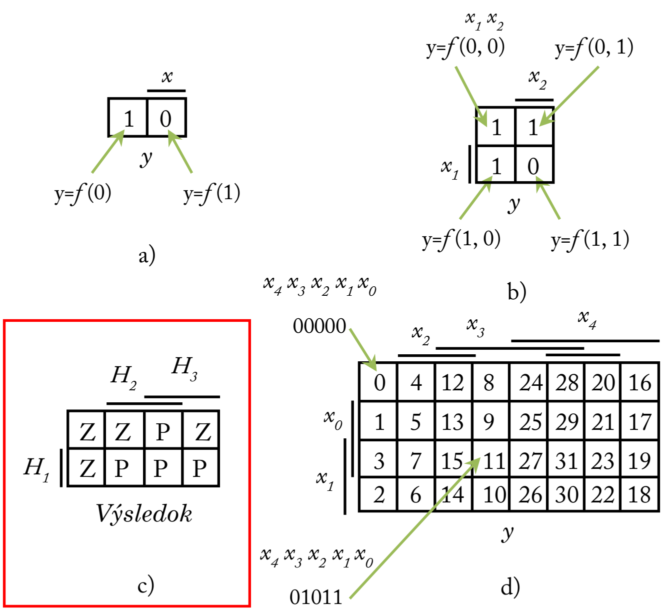
kde čísla v zátvorke predstavujú poradové čísla riadkov, kedy bol výsledok hlasovania *Z*. Symbolu *Z* sme priradili hodnotu *log. 0*. Poznamenajme, že vstupné hodnoty v tabuľke sú usporiadané podľa binárneho kódu vzostupne, pričom sme zvolili hodnotu *log. 0* pre vstupný symbol *N* a hodnotu *log.1* pre vstupný symbol *A*. Zápis čítame *„dekadický ekvivalent, kedy hodnota výstupnej premennej vedie na nulu“*.

Karnaughova mapa

Predstavuje grafickú reprezentáciu *úplnej pravdivostnej tabuľky*. Popisuje vždy len jednu závislú premennú $y = f(x_1 \ldots x_n)$. Má toľko polí, koľko je možností vstupných premenných, t.j. 2^n. Karnaughovu mapu výhodne použijeme pre malý počet premenných pri manuálnych výpočtoch. Avšak už pri počte premenných 6 a viac je práca v mape neprehľadná.

Karnaughovu mapu *n*–premenných vytvoríme z mapy o jednu premennú menšiu a to preklopením mapy podľa ľubovoľnej hrany. Mapa jednej premennej je na obrázku 4a. Pri vytváraní mapy sa snažíme zachovať oblasti premenných *spojené*, ktoré značíme čiarkou a názvom vstupnej premennej. To je možné dodržať až do štyroch premenných. Karnaughova mapa piatich premenných je na obrázku 4d, pričom premenná x_3 tu má dve nespojité oblasti. Označuje sa vždy len jedna.

Každá vstupná premenná má v jednej polovine mapy hodnotu *log. 1*, tá je označená čiarkou a v druhej hodnotu *log. 0*, tá je bez čiarky. Výstupnú (závislú) premennú zapisujeme pod mapu. Umiestnenie vstupných premenných je v podstate ľubovoľné, spravidla je však určené typom úlohy. Napr. pri úlohách s číslami volíme postupné/binárne usporiadanie vstupných premenných.



Obrázok 4. Ukážky Karnaughových máp: a) funkcia jednej premennej *y=f(x)*, b) funkcia dvoch premenných $y=f(x_1, x_2)$, c) funkcia troch premenných z príkladu 1.2 a d) funkcia piatich premenných $y=f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, ak je vstupom *binárne číslo* bez znamienka.

Úloha hlasovacieho systému z príkladu 1.2 je pomerne častá a predstavuje špeciálny prípad funkcie troch premenných. Nazýva sa *majorita z troch*.

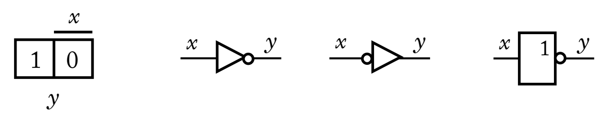
Základné logické členy

Pred návrhom číslicových logických systémov musí byť zrejmé akú súčiastkovú základňu máme k dispozícii. V tejto časti si popíšeme základné logické členy, nazývané tiež *logické hradlá* alebo často skrátene len *hradlá*. Jedná sa o polovodičové súčiastky zostavené z tranzistorov, ktoré k svojej činnosti potrebujú zdroj napájania. Niekoľko logických hradiel je vždy umiestnených v pevnom puzdre s vývodmi, ktoré slúžia k prepájaniu hradiel medzi sebou, tak ako to určuje štrukturálna/elektrická schéma. Z pohľadu zložitosti ide o obvody tzv. nízkej integrácie (zložitosti).

Negácia alebo inverzia (skratka INV alebo NOT)

Najjednoduchšie logické hradlo. Má jeden vstup a jeden výstup. Existuje verzia s trojstavovým výstupom, vtedy pribudne riadiaci vstup.

Zápis logickej funkcie: $y = \overline{x}$

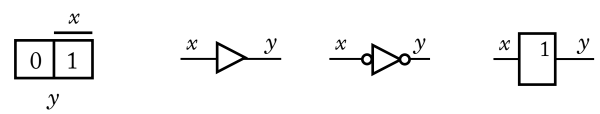


Obrázok 5. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie INV (NOT). Vľavo je vždy uvedená značka americkej normy – US a vpravo Československej – ČSN.

Buffer (skratka BUF)

Najjednoduchšie logické hradlo. Má jeden vstup a jeden výstup. Existuje verzia s trojstavovým výstupom, vtedy pribudne riadiaci vstup. I keď z logického hľadiska neplní žiadnu funkciu, môže slúžiť na oddelenie signálov, posilnenie signálu alebo ako oneskorenie.

Zápis logickej funkcie: $y = x$



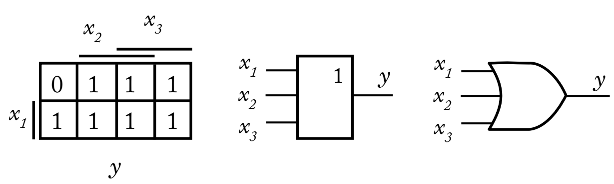
Obrázok 6. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie buffer.

Logický súčet (skratka OR)

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie: $y = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$

alebo $y = x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_n$

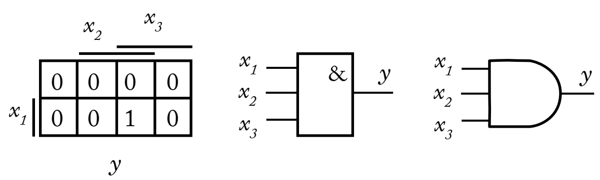


Obrázok 7. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie OR.

Logický súčin (skratka AND)

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie: $y = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n$



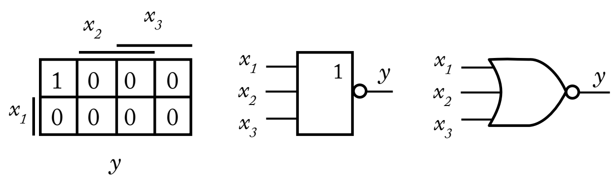
Obrázok 8. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie AND.

Negácia logického súčtu (skratka NOR), Pierceova funkcia

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup. K zápisu často používame symbol: ↓ (*Pierceov operátor*), ktorý sprehľadňuje zápis. Ak je operátor aplikovaný na celý logický výraz, potom je zhodný s negáciou.

Zápis logickej funkcie: $y = \overline{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}$

alebo $y = \overline{x_1 \vee x_2 \vee \ldots \vee x_n} = x_1 \downarrow x_2 \downarrow \cdots \downarrow x_n$

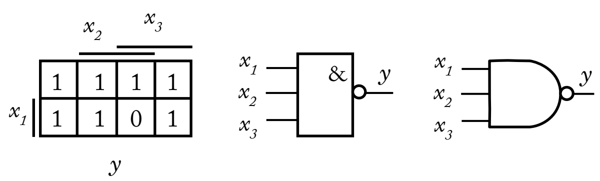


Obrázok 9. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie NOR.

Negácia logického súčinu (skratka NAND), Shafferova funkcia

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup. K zápisu často používame symbol: | (*Shafferov operátor*), ktorý sprehľadňuje zápis. Ak je operátor aplikovaný na celý logický výraz, potom je zhodný s negáciou.

Zápis logickej funkcie: $y = \overline{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = x_1 | x_2 | \ldots | x_n$



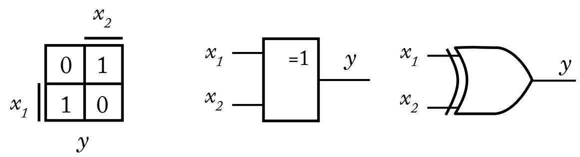
Obrázok 10. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie NAND.

Neekvivalencia, nerovnoznačnosť (skratka XOR, *eXclusive OR*)

Funkcia má dva alebo viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie: $y = x_1 \oplus x_2 \oplus \ldots \oplus x_n$

pre dve premenné: $y = x_1 \oplus x_2 = \overline{x}_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x}_2$



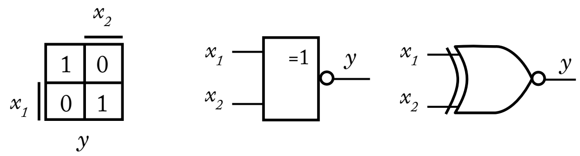
Obrázok 11. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie XOR.

Ekvivalencia, rovnoznačnosť (skratka XNOR, *eXclusive NOR*)

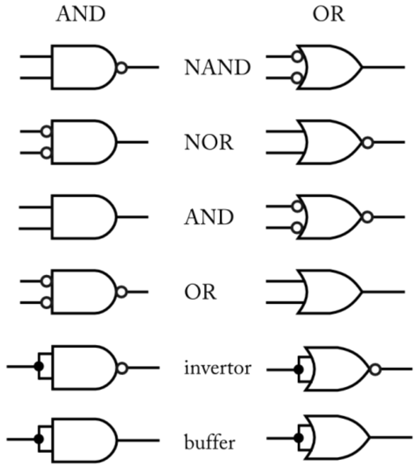
Funkcia má dva alebo viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie: $y = x_1 \odot x_2 \odot \ldots \odot x_n$

pre dve premenné: $y = x_1 \odot x_2 = \overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2 + x_1 \cdot x_2 = (\overline{x}_1 + x_2) \cdot (x_1 + \overline{x}_2)$

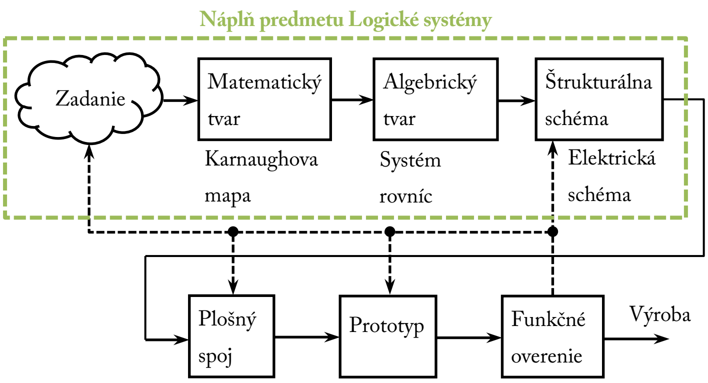


Obrázok 12. Karnaughova mapa a schematické značky funkcie XNOR.



Obrázok 13. Schematické značky základných logických členov zakreslené s použitím AND, OR a NOT.

Fázy vývoja produktu na báze číslicového logického systému



Obrázok 14. Jednotlivé fázy vývoja výrobku sú určené stavom vývoja technológií, voľbou použitých nástrojov ako aj skúsenosťami riešiteľa.

Booleova algebra

Pravidlá Booleovej algebry.

$a+a=a$ $\quad a.a=a$

Zákon absorpcie:

$a+a.b=a$ $\quad a.(a+b)=a$

Zákon absorpcie negácie:

$a+\bar{a}.b=a+b$ $\quad a.(\bar{a}+b)=a.b$

Distributívny zákon:

$a+(b.c)=(a+b).(a+c)$ $\quad a.(b+c)=a.b+a.c$

Napr.: $a+(a.b)=a$ $\quad a.(a+b)=a$

$a.b+\bar{a}.b=b$ $\quad (a+b).(\bar{a}+b)=b$

Neutrálnosť nuly a jednotky:

$a+0=a$ $\quad a.1=a$

Agresívnosť nuly a jednotky:

$a+1=1$ $\quad a.0=0$

Zákon vylúčenia tretieho:

$a+\bar{a}=1$ $\quad a.\bar{a}=0$

De Morganove zákony:

$\overline{a+b}=\bar{a}.\bar{b}$ $\quad \overline{a.b}=\bar{a}+\bar{b}$