

2. SPOJITÁ NÁHODNÁ PREMENNÁ - HUSTOTA, DISTRIBUČNÁ FUNKCIA

PR1.:

$$\begin{aligned} \text{Zistite, či daná funkcia } f(x) &= (x+1)/5 & x \in (0, 1) \\ &= (x^2+1)/5 & x \in (1, 2) \\ &= 0 & \text{inde} \end{aligned}$$

môže byť hustotou pravdepodobnosti spojitej náhodnej premennej X.

PR2.:

$$\begin{aligned} \text{Daná je funkcia } f(x) &= 0 & x \in (-\infty, 2) \\ &= c(x-2) & x \in (2, 4) \\ &= c(6-x) & x \in (4, 6) \\ &= 0 & x \in (6, \infty) \end{aligned}$$

a) Určte konštantu c tak, aby daná funkcia bola hustotou spojitej náhodnej premennej X.

b) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

c) Určte pravdepodobnosť pre X patriace do intervalu $(3, 5)$.

d) Nakreslite graf funkcie hustoty a distribučnej funkcie.

PR3.:

Náhodná premenná je daná distribučnou funkciou

$$\begin{aligned} F(x) &= 0 & x \in (-\infty, 1) \\ &= cx^3 - 3cx + 2c & x \in (1, 2) \\ &= 1 & x \in (2, \infty) \end{aligned}$$

a) Pre akú hodnotu konštanty c je to skutočne pravda?

b) Určte pravdepodobnosť pre hodnoty náhodnej premennej X patriace do intervalu $(-3, 3/2)$.

c) S akou pravdepodobnosťou nadobúda náhodná premenná X hodnoty väčšie ako $4/3$?

PR4.:

$$\begin{aligned} \text{Daná je funkcia } f(x) &= ax^2 e^{-x^3} & x \geq 0 \\ &= 0 & x < 0 \end{aligned}$$

a) Určte konštantu a tak, aby daná funkcia bola hustotou spojitej náhodnej premennej X.

b) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej premennej X.

c) Určte pravdepodobnosť, že absolútna hodnota náhodnej premennej X je menšia alebo rovná 1.

PR5.:

Určte hodnotu konštanty k tak, aby dané funkcie boli hustotou spojitej náhodnej premennej X.

$$\text{a) } f(x) = k \cos x \quad x \in (-\pi/2, \pi/2)$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{k}{1+x^2} \quad x \in (-\infty, \infty)$$

$$\text{c) } f(x) = kx e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad x \in (0, \infty)$$

PR6.:

Predpokladáme, že doba čakania na kúpu lístkov pri pokladni (v minútach) je náhodná premenná daná hustotou pravdepodobnosti

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & x \in (-\infty, 0) \\ &= 1/2 & x \in (0, 1) \\ &= 3/2x^4 & x \in (1, \infty) \end{aligned}$$

S akou pravdepodobnosťou budeme čakať viac ako pol minúty a menej ako jeden a pol minúty?

PR7.:

Životnosť elektronickej aparátúry sa často charakterizuje distribučnou funkciou

$$F(x) = 1 - e^{\frac{-x^\alpha}{2\sigma^2}}, \quad x \geq 0, \alpha > 0, \sigma > 0$$

Zadefinujte iným spôsobom životnosť tejto elektronickej aparátúry.