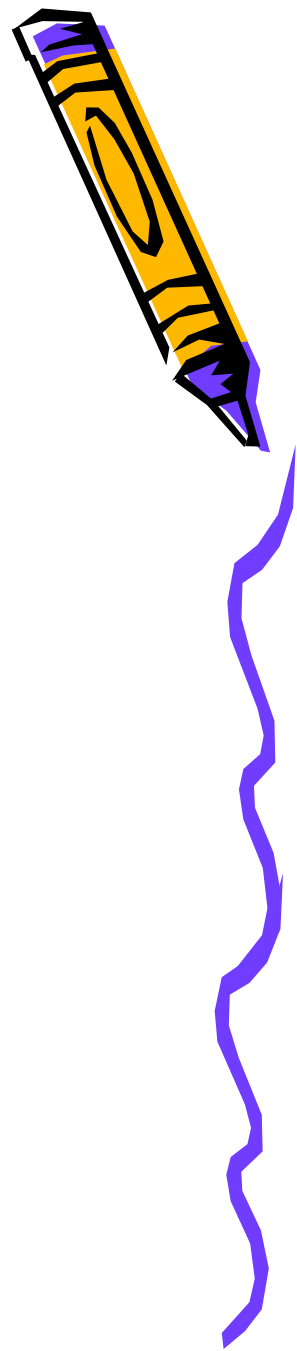




# TEÓRIA FIRMY- Výroba

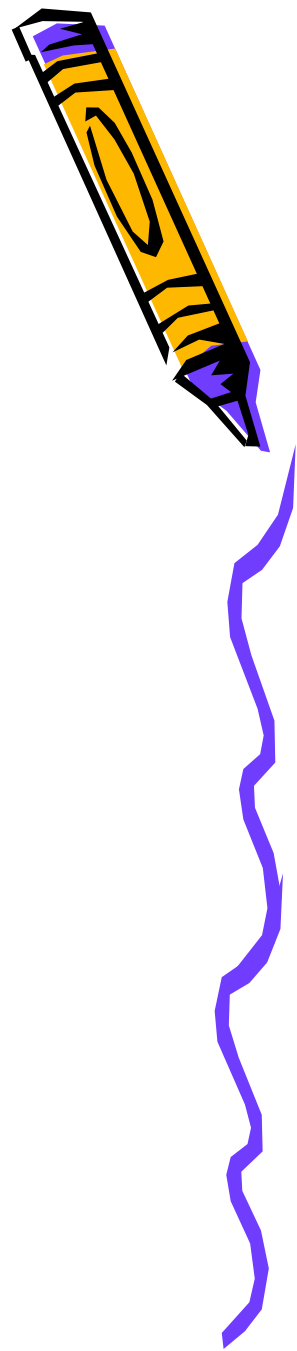
Cvičenie 7





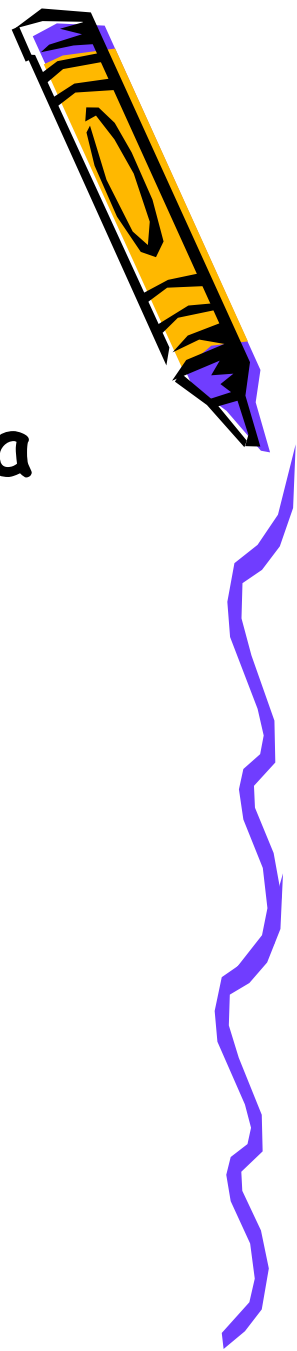
- budeme sledovať rozhodnutia na strane ponuky.
- ako sa jednotlivé firmy rozhodujú, koľko by mali vyrábať, aby maximalizovali svoj zisk





- nákup výrobných faktorů (na trhu VF)  $\Rightarrow$  výrobné náklady firmy (TC)
- realizovaná produkcia  $\Rightarrow$  celkové příjmy (výnosy) firmy (TR)






- Hlavný cieľ firmy = maximalizácia zisku
- $TR - TC = \text{zisk firmy}$

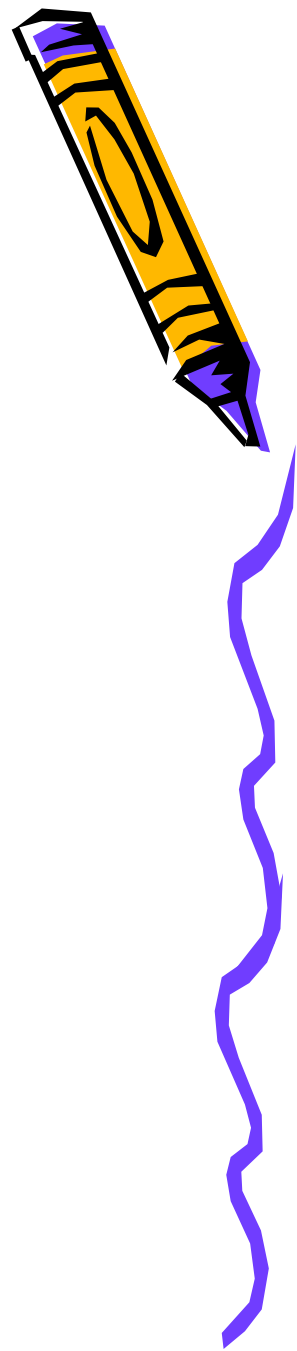


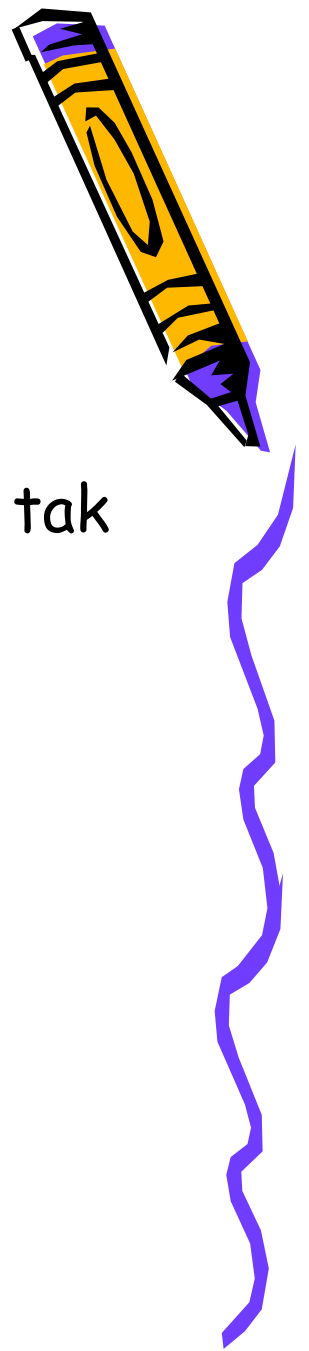
Z hľadiska formy prejavu môžu byť náklady:

- **Explicitné náklady** - sa vykazujú pri platbách iným hospodárskym subjektom za poskytnutie nejakého vstupu.
-  **Implicitné náklady** sú náklady, ktoré nepredstavujú priame peňažné výdavky



- Dva pohľady na zisk firmy:
  - Ekonomický zisk
  - Účtovný zisk





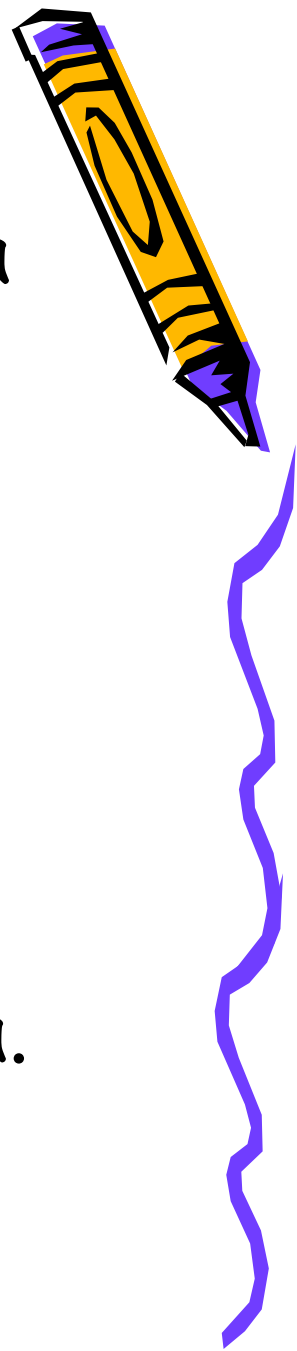
# Čo je produkcia (výroba)?

- je **proces**, v rámci ktorého firmy kombinujú výrobné vstupy, s použitím danej technológie, tak aby vyprodukovali výstup.

## Aké sú základné výrobné vstupy?

- pôda, práca a kapitál



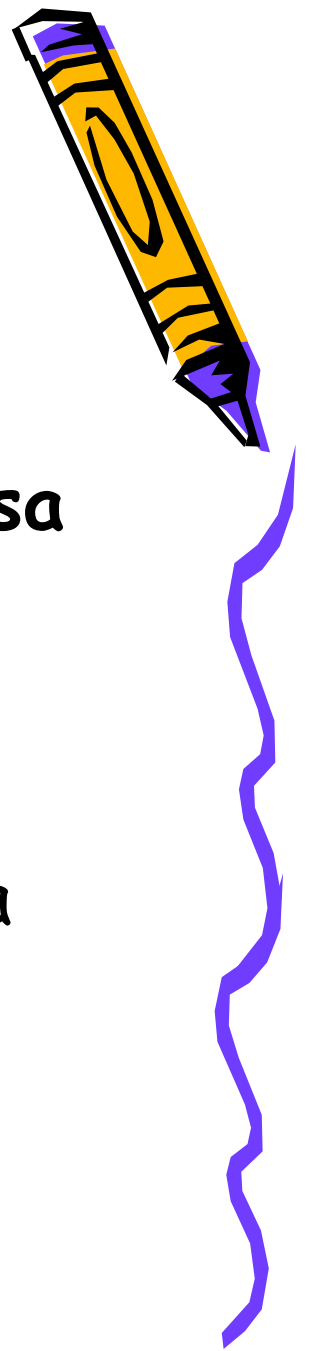


- Základné otázky , ktoré rieši firma pri svojom rozhodovaní:
- Čo sa bude vyrábať a v akom množstve?
- Ako budú kombinované výrobné faktory pri výrobe?
- Teoretickým vyjadrením tohto rozhodovania je produkčná funkcia.



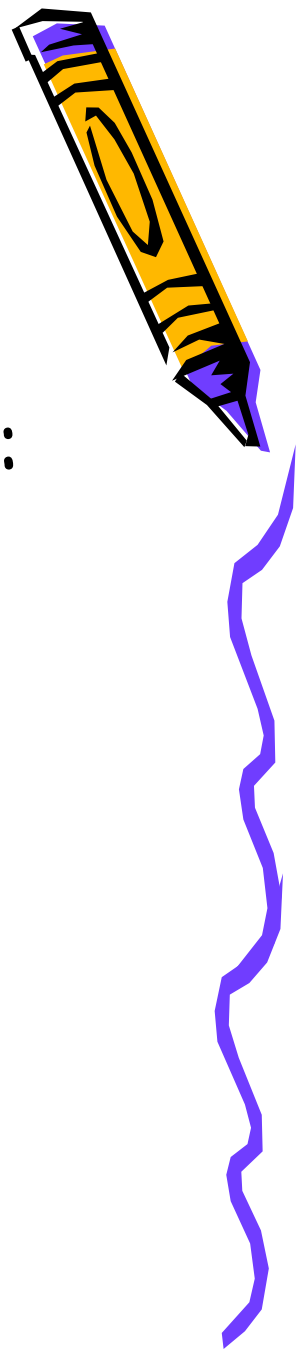


# Produkčná funkcia



- vyjadruje vzťah medzi výstupom a použitými vstupmi.
- hovorí ako sa bude meniť výstup, ak sa mení niektorý, niektoré alebo všetky vstupy.
- $Q = F(K, L, A)$  (kapitál, práca, pôda)
- Zjednodušený model uvažuje len prácu a kapitál  $\Rightarrow$  dvojfaktorová produkčná funkcia  $Q = F(K, L)$





Podoba produkčnej funkcie závisí od:

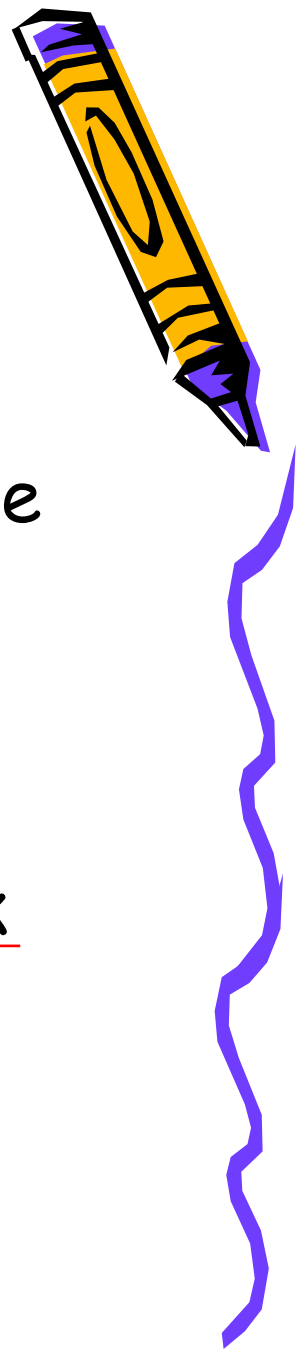
- technickej úrovne kapitálových statkov
- používanej technológie
- spôsobu riadenia
- kvality práce a pod.





- $\Rightarrow$  firma prijíma rozhodnutia v dvoch časových horizontoch:
- v krátkom časovom horizonte (krátke obdobie)
- v dlhom časovom horizonte (dlhé obdobie)





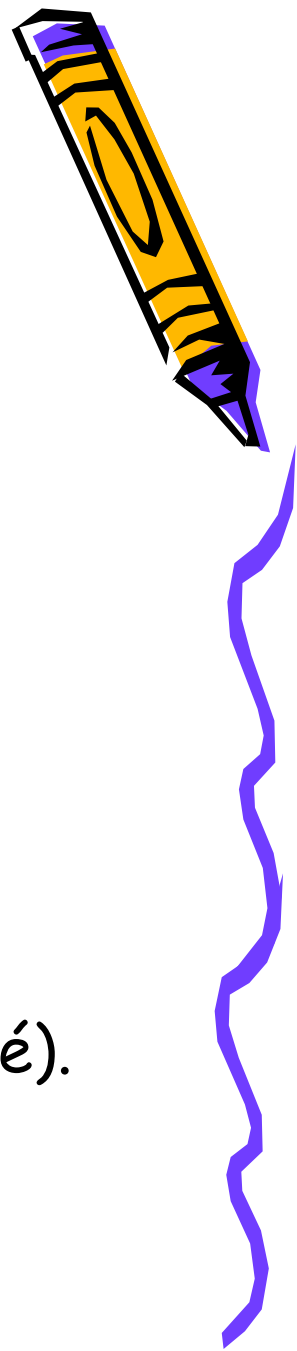
## Krátke obdobie

- najdlhšie časové obdobie, v priebehu ktorého nemožno meniť objem minimálne jedného zo vstupov používaných vo výrobnom procese.

## Dlhé obdobie

- najkratšie časové obdobie nevyhnutné k zmene objemu všetkých vstupov používaných vo výrobnom procese.





Rozlišujeme:

## Variabilný vstup:

- vstup, ktorého množstvo je možné ľubovoľne meniť v rámci daného časového obdobia.

## Fixný vstup:

- vstup, ktorého množstvo nie je možné v rámci daného časového obdobia ľubovoľne meniť (náklady na túto zmenu by boli neúnosne vysoké).



# Výroba v krátkom období – jednofaktorová produkčná funkcia



- v krátkom období možno meniť prácu, ale kapitál je fixný

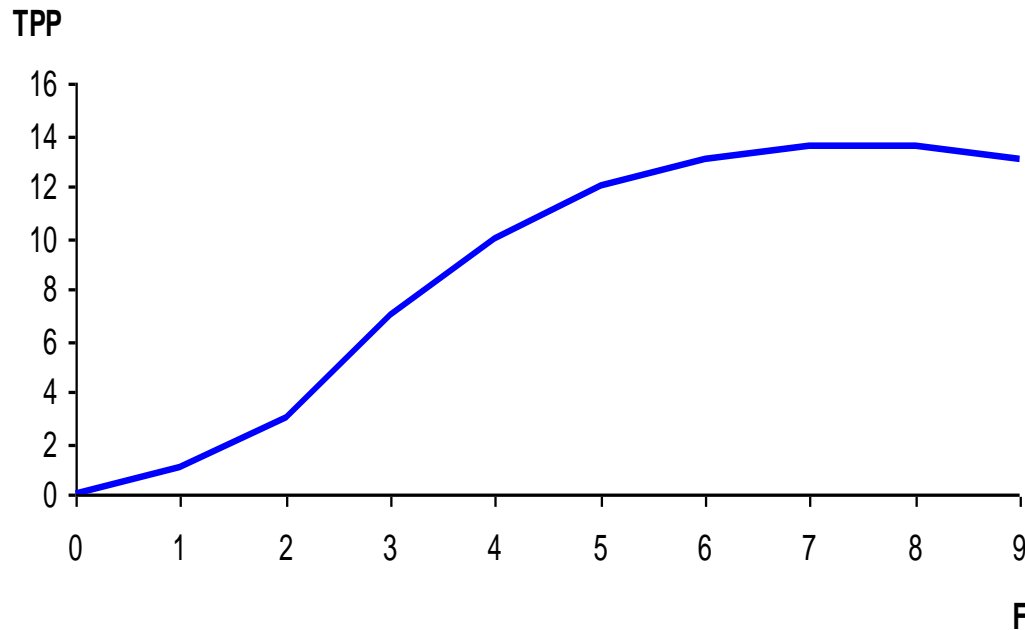
Uvažujeme výrobný proces, ktorý využíva dva výrobné faktory: prácu ( $L$ ) a kapitál ( $K$ ), na výrobu výstupu ( $Q$ ). Vzťah medzi  $K$ ,  $L$  a  $Q$  môžeme vyjadriť produkčnou funkciou v tvare:

- $Q = F(K, L)$

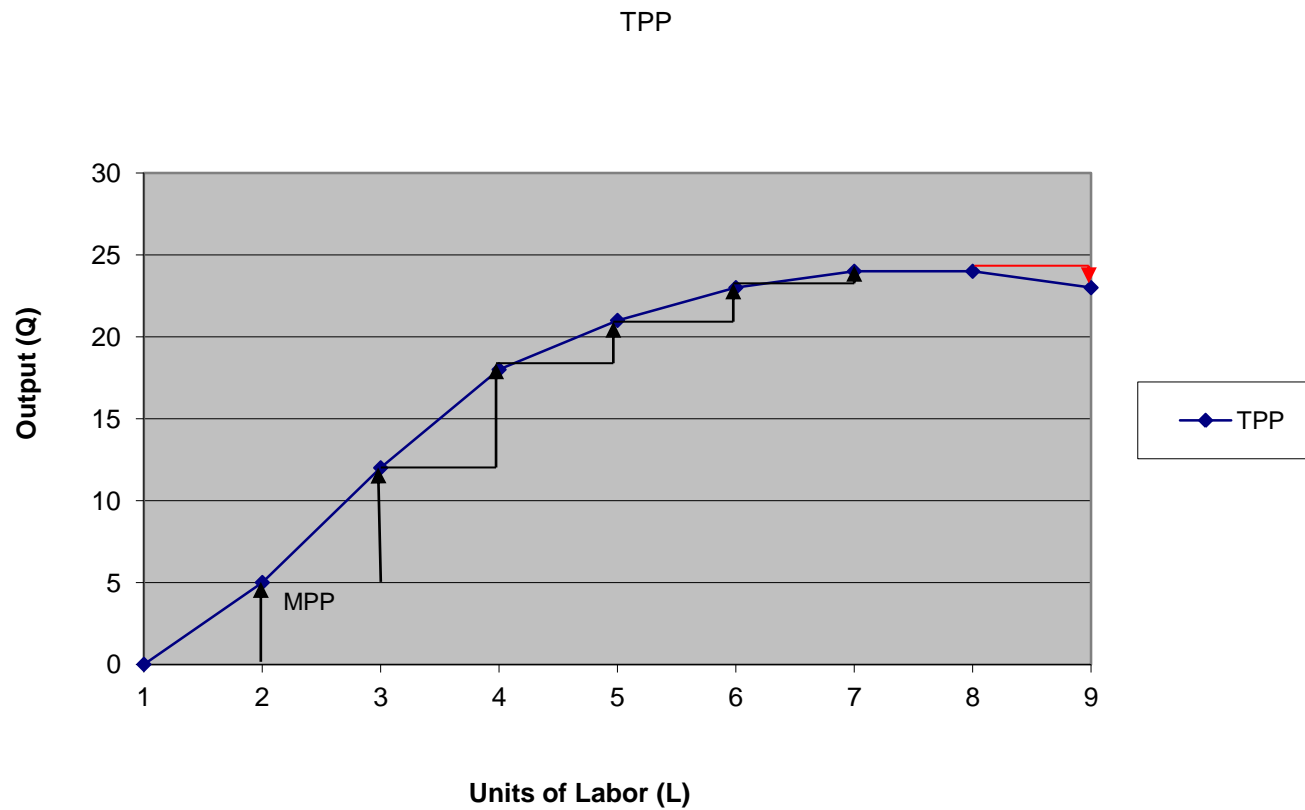
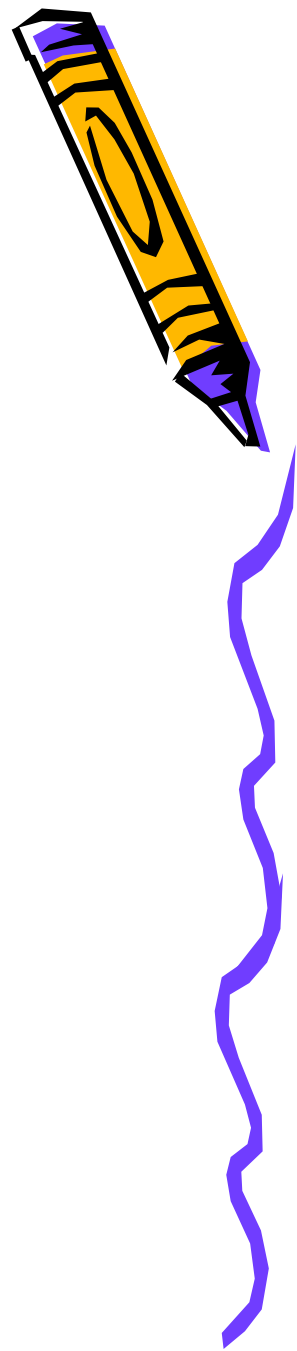


# Jednofaktorová produkčná funkcia

Produkčná funkcia



Staníková, Zábovská



Staníková, Záborská







- produkčná funkcia prechádza počiatkom,
- pridávaním jednotiek variabilného vstupu sa výstup zo začiatku zvyšuje rastúcim tempom,
- od určitého bodu dodatočné jednotky variabilného vstupu prinášajú čoraz menšie prírastky výstupu

⇒ **Zákon klesajúcich výnosov**

- (platí v krátkom období)
- nie je univerzálny pre všetky krátkodobé produkčné funkcie



# Zákon klesajúcich výnosov:



- Ak pridávame rovnaké množstvá variabilného vstupu a všetky ostatné vstupy sú konštantné, výsledné prírastky výstupu budú od určitej hranice klesať.



## Príklad 1.:



- Uvažujme krátkodobý výrobný proces výroby kosačiek, ktorý môžeme vyjadriť funkciou  $Q=F(K,L)=3KL$ . ( $Q$  je počet kosačiek/týždeň,  $L$  je počet človekohodín/týždeň). Predpokladáme, že kapitál ( $K$ ) je v krátkom období fixovaný na  $K_0=1$  strojhod./týždeň.
  - a) Nakreslite túto produkčnú funkciu.
  - b) Ako sa zmení táto produkčná funkcia, ak bude kapitál fixovaný na  $K_1=3$  strojhod./týždeň?



## Príklad 2.:

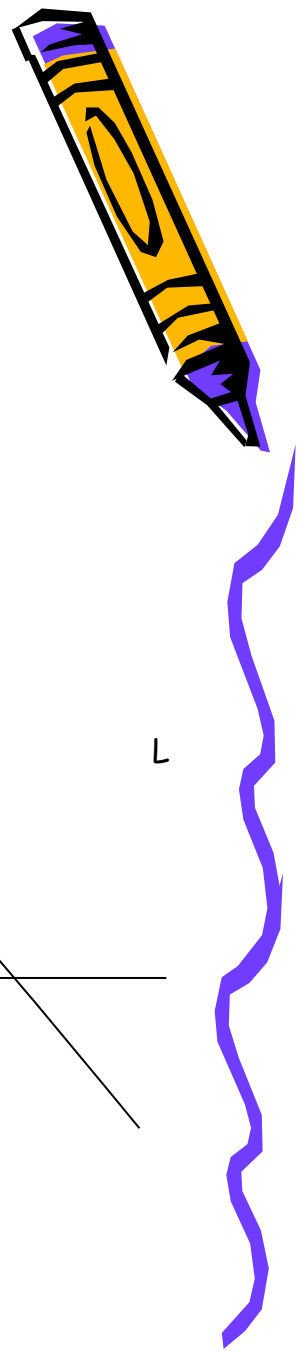
- Nakreslite produkčnú funkciu výroby kosačiek v krátkom období. Produkčná funkcia je daná vzťahom

$$F(K, L) = \sqrt{K} \sqrt{L}$$

- kapitál (K) je v krátkom období fixovaný na  $K_0 = 4$  strojhod./týždeň.



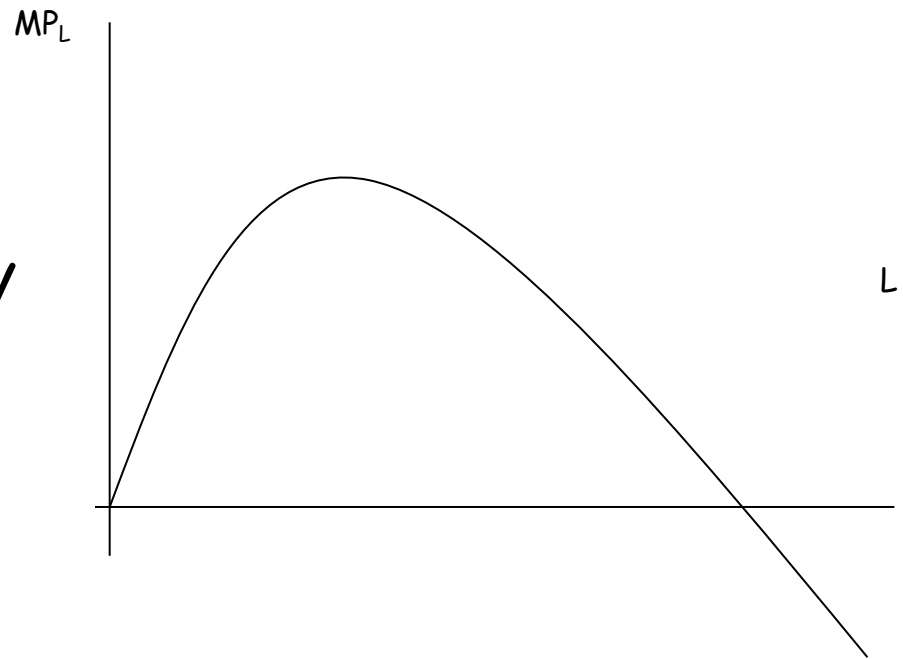
# Krivka hraničného produktu (variabilného vstupu)

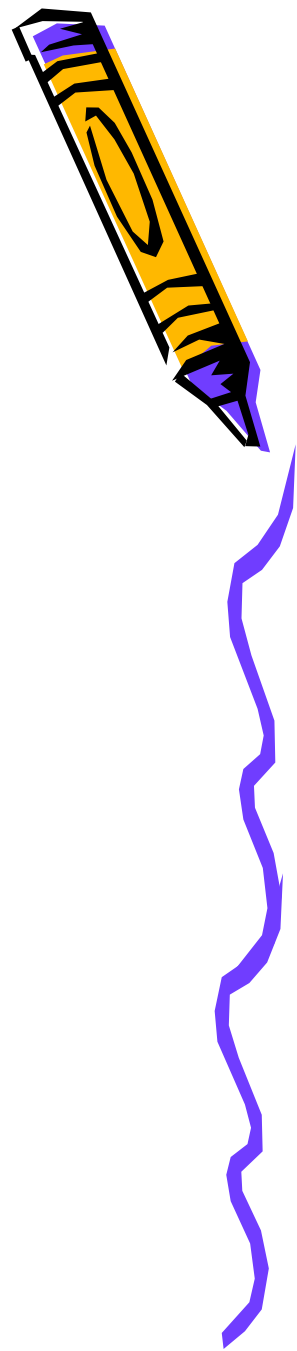


- zmena celkového produktu, ktorá nastane v dôsledku zmeny variabilného vstupu o jednotku, pričom ostatné vstupy zostávajú konštantné

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

- $MP_L = 0$  tam, kde celkový produkt je maximálny



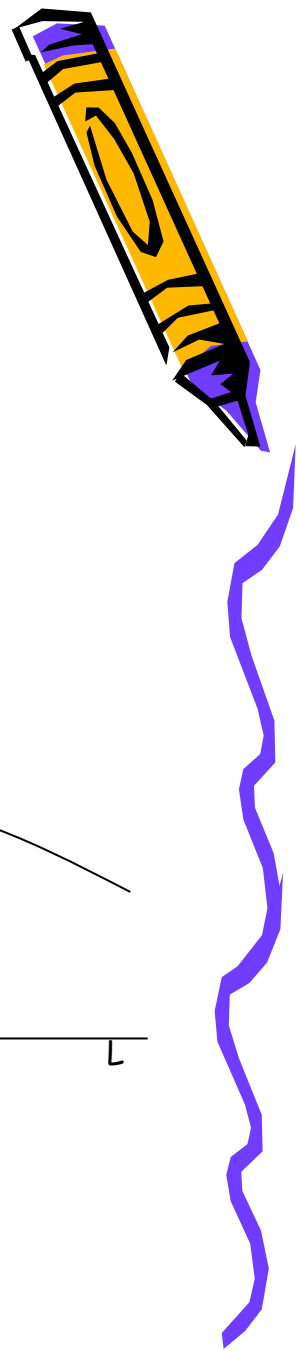


- Ak poznáme funkciu celkového produktu, jej zderivovaním dostaneme hraničný produkt

$$MP_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L}$$

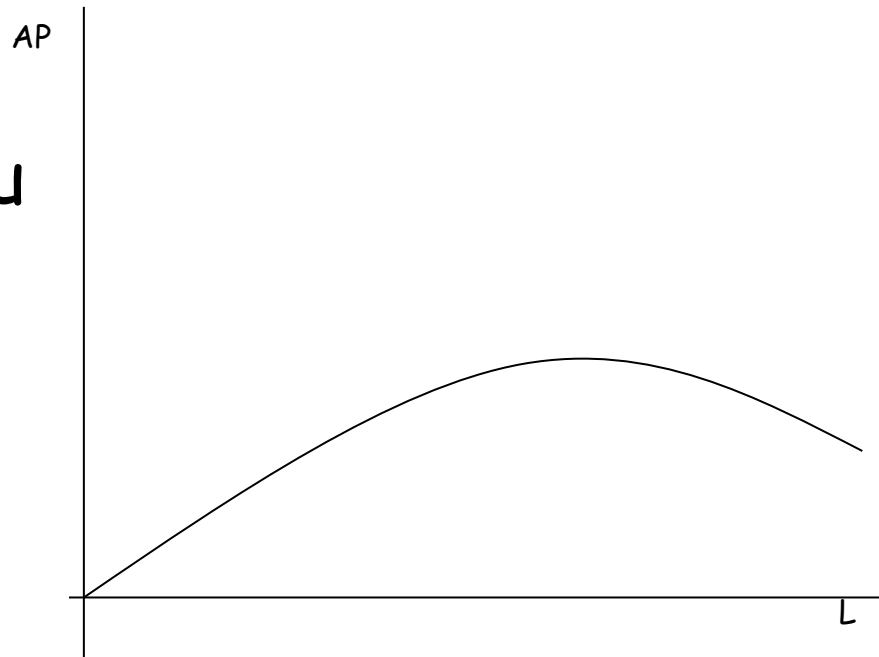


# Priemerný produkt variabilného vstupu

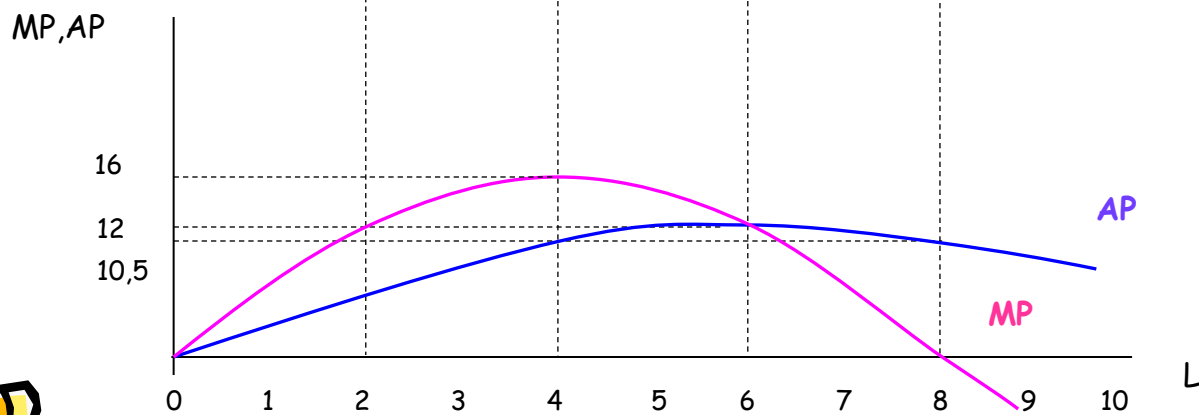
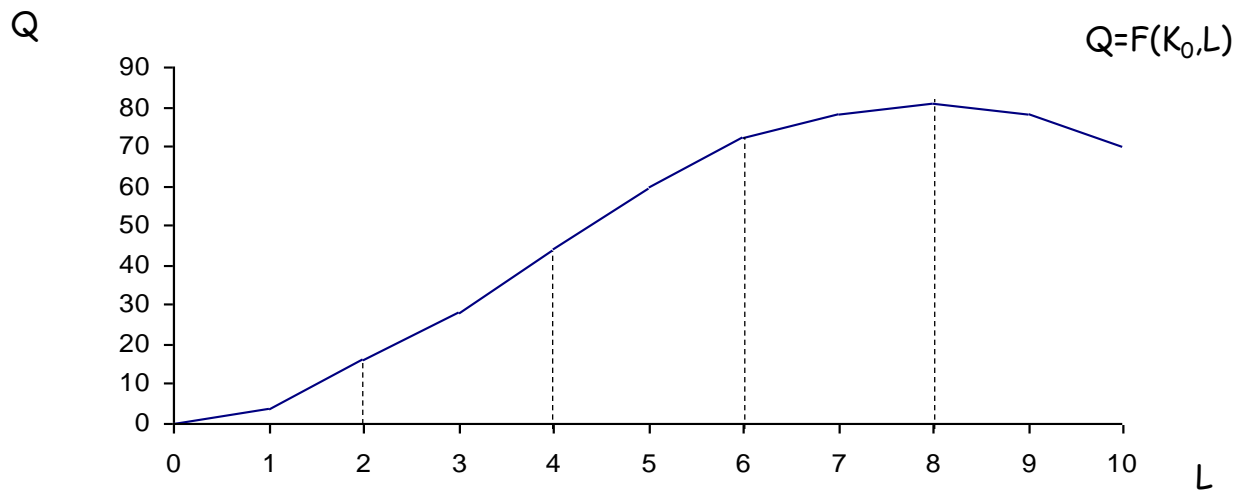


- celkový produkt  
delený množstvom  
variabilného vstupu

$$AP_L = \frac{Q}{L}$$



# Vzťah medzi krivkami celkového, hraničného a priemerného produktu





# Výroba v dlhom období (dvojfaktorová produkčná funkcia)

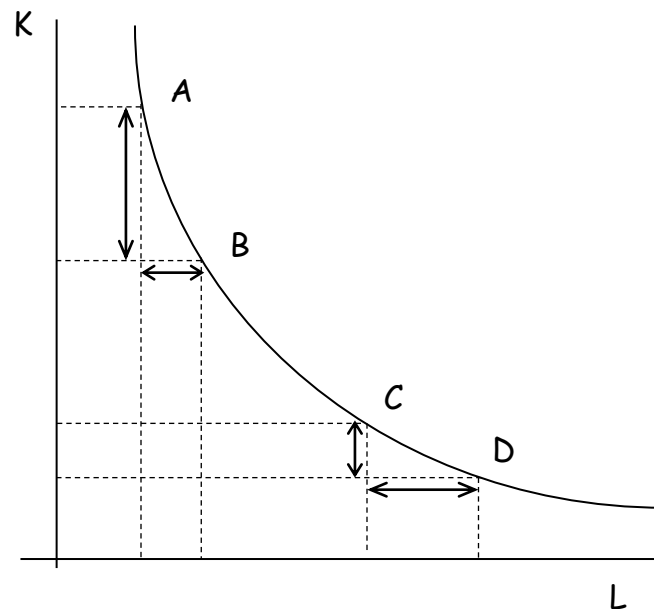


- V dlhom období sú všetky vstupy variabilné
- Pre zjednodušenie budeme uvažovať dva variabilné vstupy: prácu ( $L$ ) a kapitál ( $K$ )

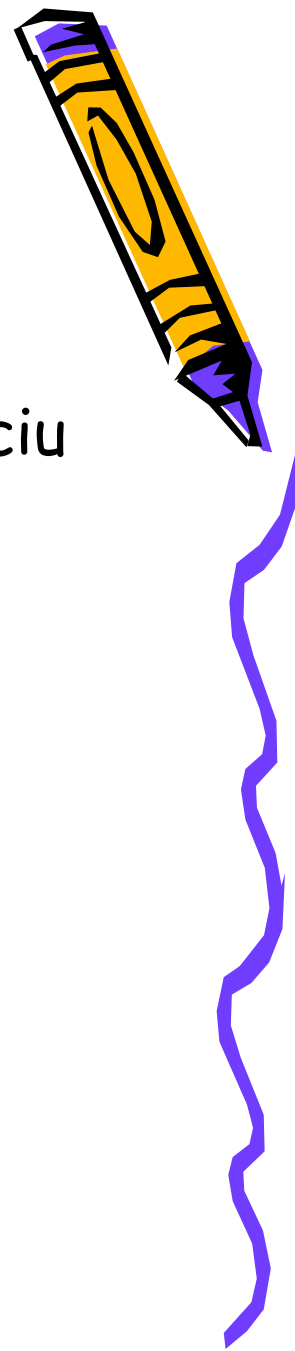


# Izokvanta

- znázorňuje množinu všetkých dvojíc vstupov  $K$  a  $L$ , ktoré dávajú rovnakú úroveň výstupu.
- Jednotlivé úrovne výstupu potom môžeme znázorniť pomocou **mapy izokvant**



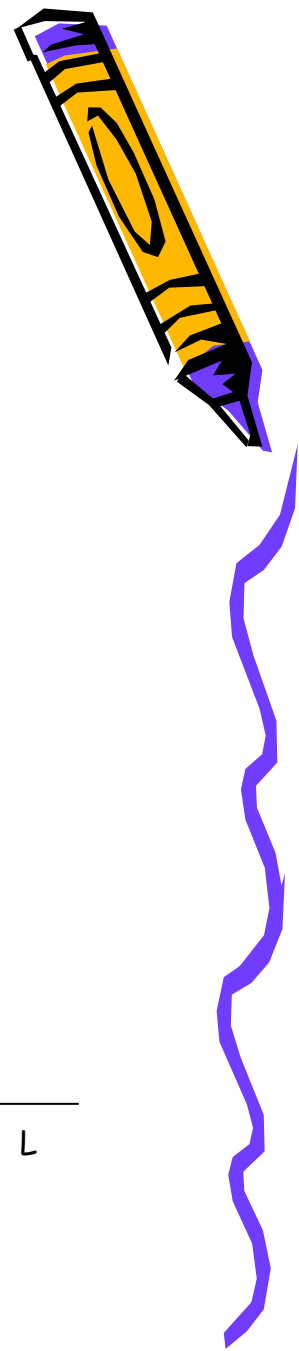
## Príklad 3:



- Nakreslite mapu izokvant pre produkčnú funkciu  
 $Q = F(K,L) = 3KL$ , kde
  - a)  $Q = 18$
  - b)  $Q = 36$
  - c)  $Q = 72$

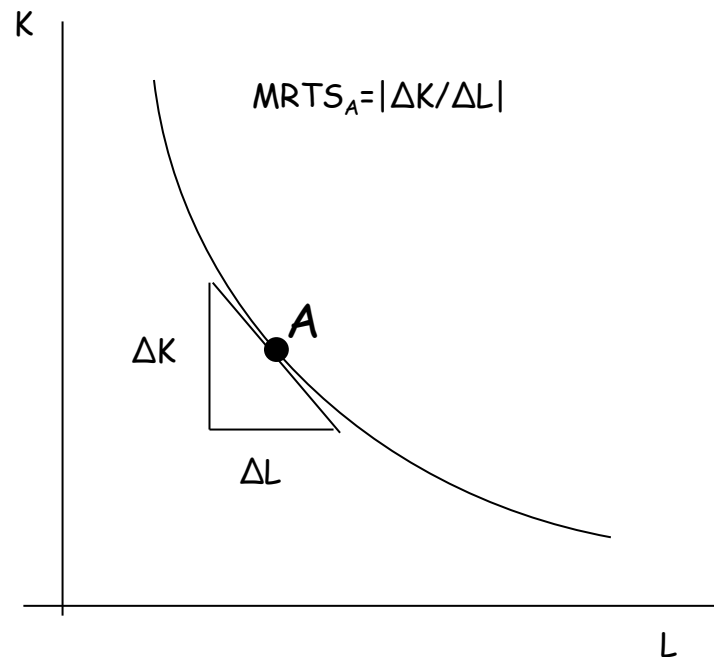


# Hraničná miera technickej substitúcie (MRTS, Marginal Rate of Technical Substitution)



- pomer, v ktorom je možné jeden vstup nahradzovať druhým bez toho, aby sa zmenil výstup.

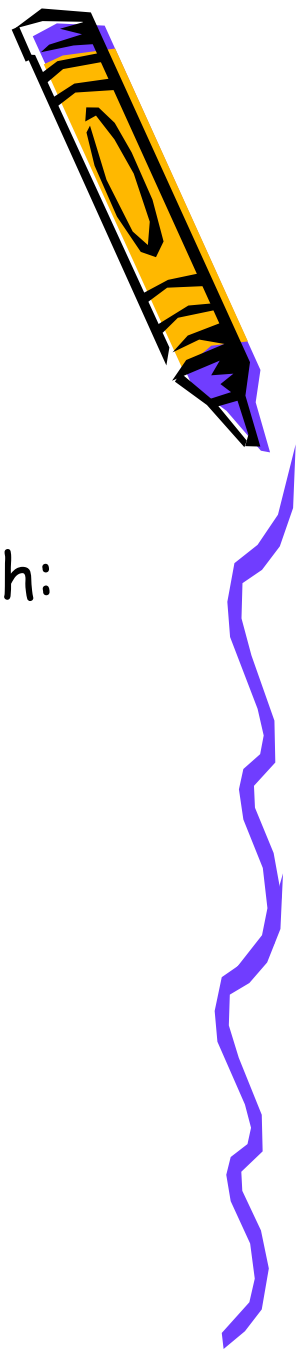
$$MRTS_A = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|$$



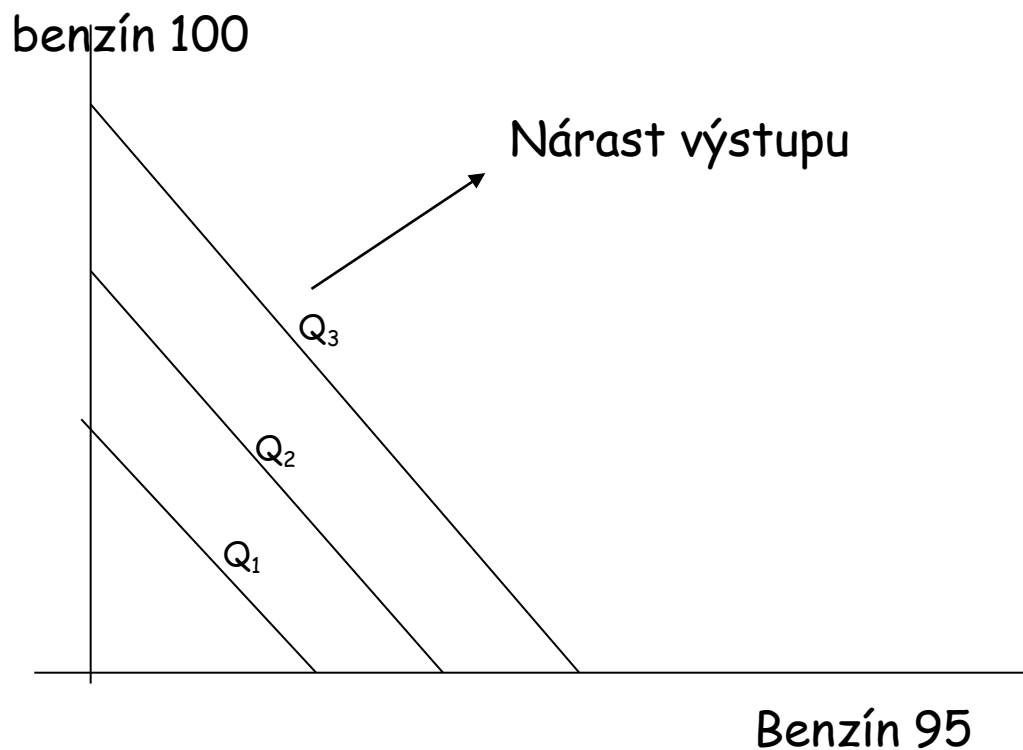
# MRTS

- V každom bode izokvanty sa MRTS rovná absolútnej hodnote smernice izokvanty prechádzajúcej týmto bodom.
- Medzi MRTS v danom bode a  $MP_L$  a  $MP_K$ , ktoré tomuto bodu zodpovedajú, existuje určitý vzťah:

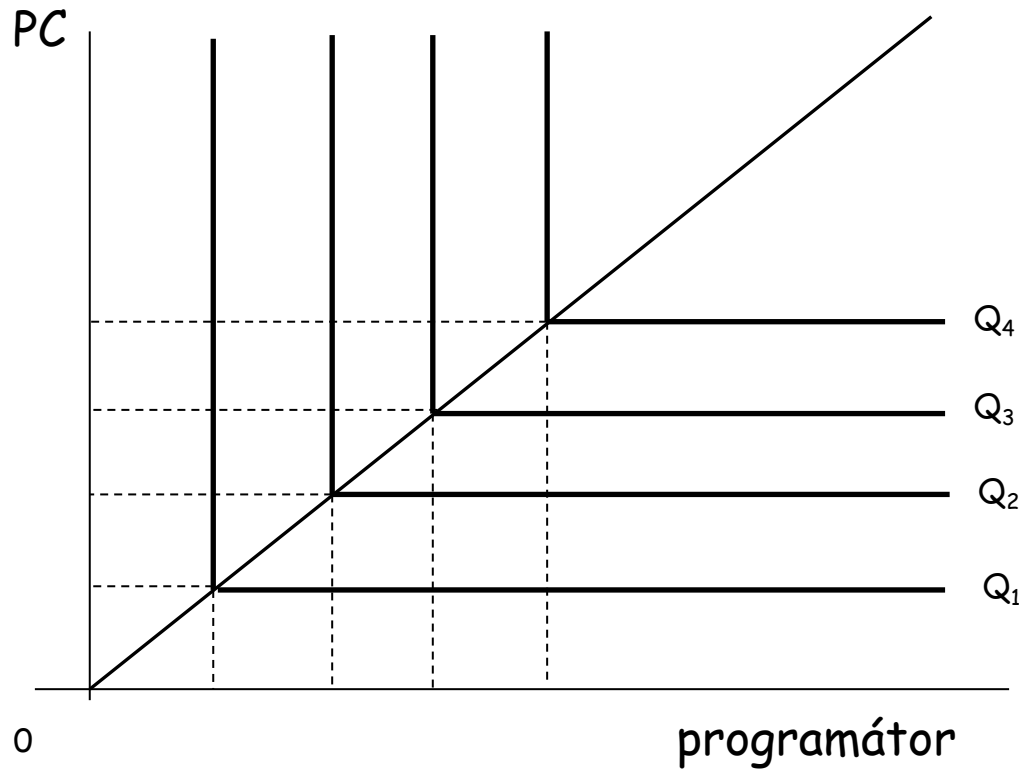
$$MRTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K} \quad \square$$



# Mapa izokvant dokonalých substitútův



# Mapa izokvant dokonalých komplementů



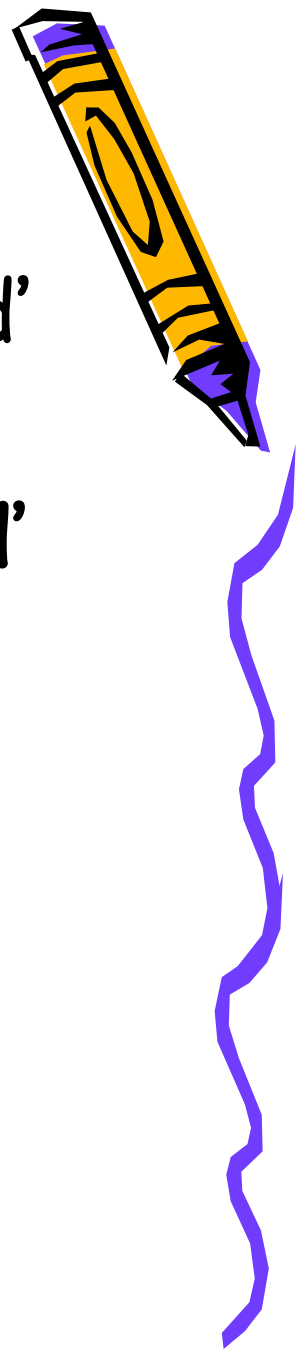
Staníková, Zábovská

# Výnosy z rozsahu

- Predstavujú technickú vlastnosť produkčnej funkcie, ktorá slúži na vyjadrenie vzťahu medzi rozsahom a efektívnosťou, t.zn. či je výhodnejšie, ak produkciu v danom odvetví zabezpečuje viac malých firiem alebo menší počet veľkých firiem.



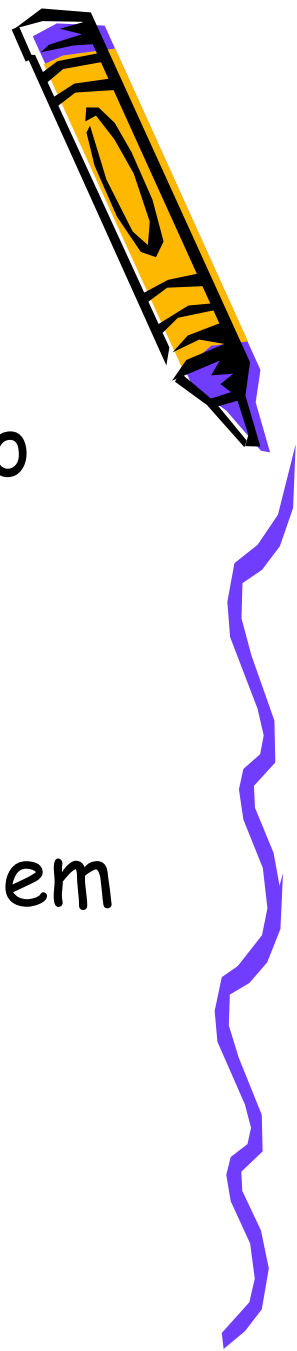




- týkajú sa dlhého obdobia (t.zn. keď sú všetky vstupy variabilné)
- udávajú, ako sa mení výstup, keď sa všetky vstupy zvýšia rovnakou proporciou.
- Poznáme:



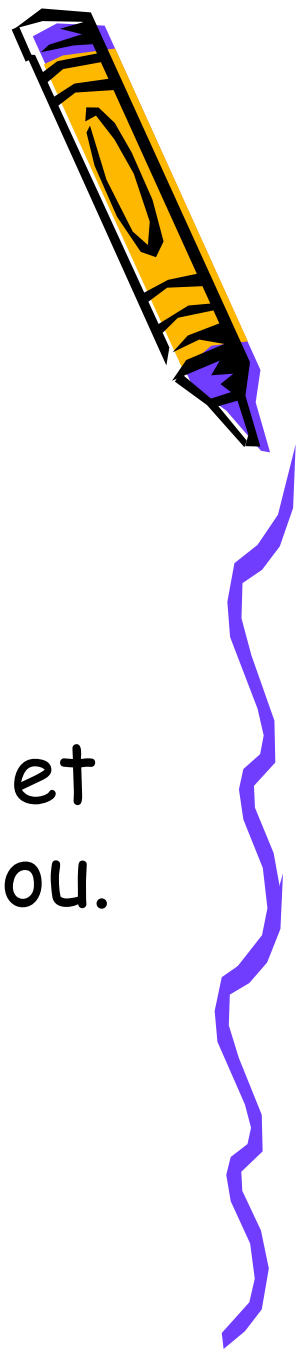
# Rastúce výnosy z rozsahu:



- proporcionálne zvýšenie každého zo vstupov spôsobí viac než proporcionálne zvýšenie výstupu.
- Ide o odvetvie, kde na trh dodáva svoju produkciu len malý počet firiem



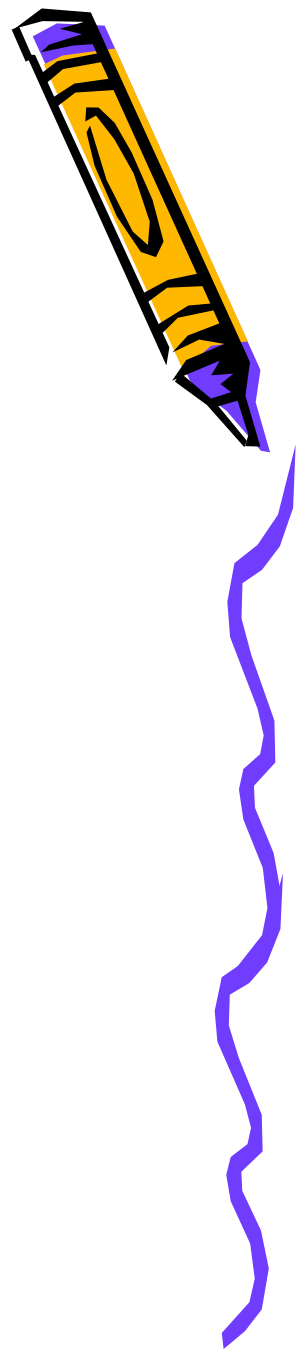
# Konštantné výnosy z rozsahu



- proporcionálny rast každého zo vstupov spôsobí rovnako proporcionálny rast výstupu.
- V takomto odvetví nie je veľký počet malých firiem výhodou ani nevýhodou.



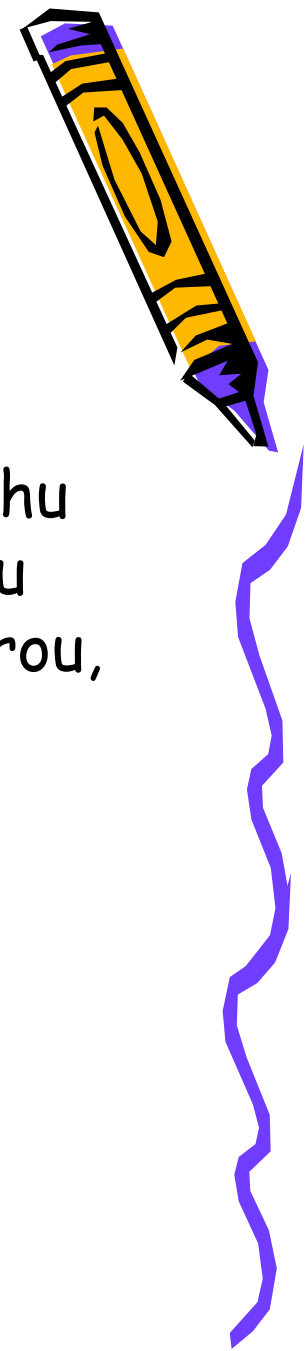
# Klesajúce výnosy z rozsahu



- proporcionálny rast každého zo vstupov spôsobí menej než proporcionálne zvýšenie výstupu
- V tomto odvetví sú firmy s veľkým rozsahom výroby nevýhodou



# Matematické vyjadrenie výnosov z rozsahu:




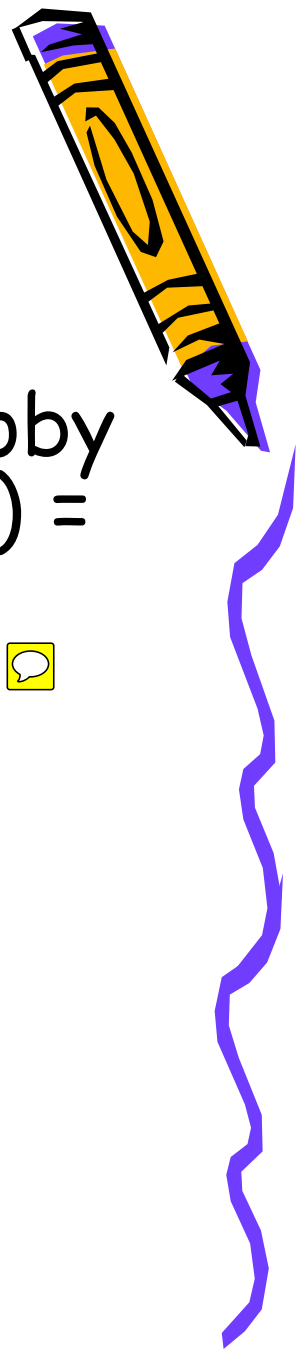
- $F(cK, cL) > cF(K, L)$  - rastúce výnosy z rozsahu
- $F(cK, cL) = cF(K, L)$  - konštantné výnosy z rozsahu
- $F(cK, cL) < cF(K, L)$  - klesajúce výnosy z rozsahu

Ak chceme zvýšiť všetky vstupy rovnakou mierou,  
tak ich vynásobíme rovnakým číslom  $c > 1$ .

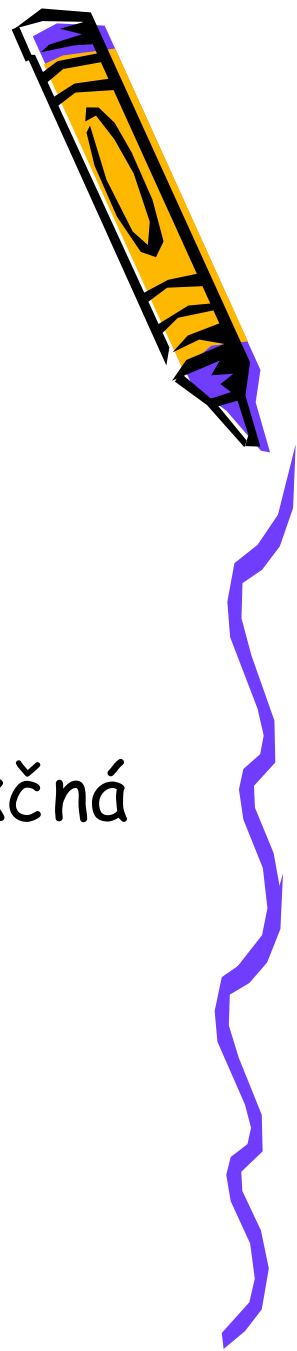


## Príklad 4:

- Máme danú produkčnú funkciu výroby kosačiek v dlhom období  $Q = F(K, L) = 2KL$ . Zistite, aké výnosy z rozsahu vykazuje táto produkčná funkcia? 



# Príklady produkčných funkcií:



- Cobb-Douglasova produkčná funkcia:

$$Q = mK^{\alpha} L^{\beta}$$

Kde  $\alpha, \beta$  sú čísla medzi 0 a 1 a  $m$  je akékoľvek kladné číslo

- Leontievova produkčná funkcia (produkčná funkcia so stálymi proporciami):

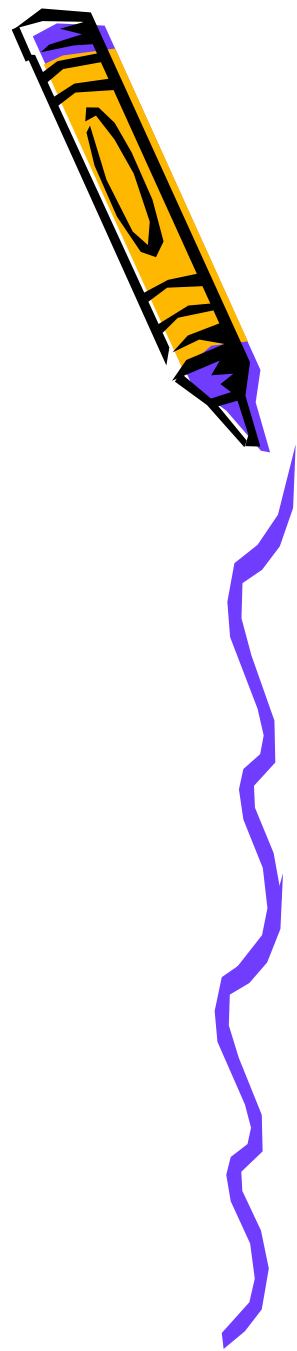
$Q = \min(aK, bL)$  ak sú obidva vstupy dokonalé komplementy



# Výnosy z rozsahu v prípade Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie:

Ak bude:

- $\alpha + \beta > 1$  ide o rastúce výnosy z rozsahu
- $\alpha + \beta < 1$  ide o klesajúce výnosy z rozsahu
- $\alpha + \beta = 1$  ide o konštantné výnosy z rozsahu



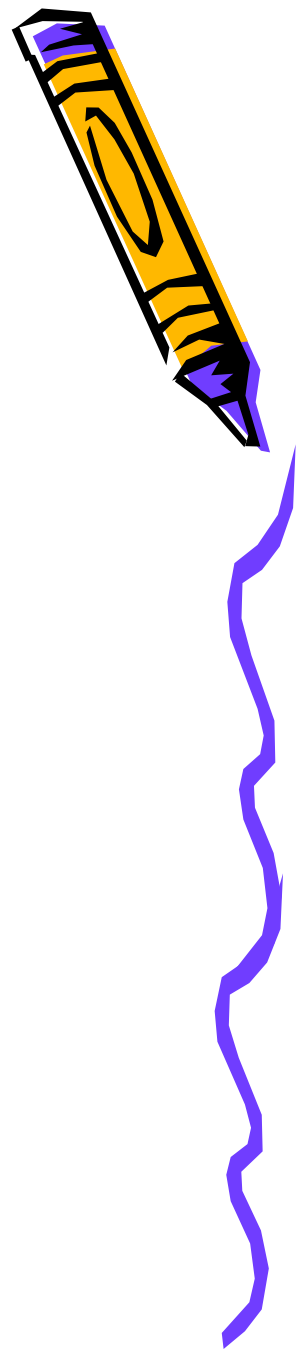


# Kontrolné otázky a príklady:



1. Zakreslite graf kriviek krátkodobého celkového produktu pre každú z nasledujúcich výrobných funkcií, ak je  $K$  fixované na 2 jednotkách.  
a)  $Q = F(K,L) = 4K + 2L$   
b)  $Q = F(K,L) = 2K^2 L$   
Vyhovujú tieto výrobné funkcie zákonu klesajúcich výnosov?
2. Predpokladajme, že kapitál je fixovaný na 3 jednotkách v produkčnej funkcii  $Q = F(K,L) = 2KL$ . Nakreslite krivky celkového, medzného a priemerného produktu pre vstup práce.
3. Hraničná miera technickej substitúcie medzi výrobnými faktormi  $K$  a  $L$  je 4. Ak máme záujem vyrábať rovnaké množstvo produkcie, ale pritom znížiť využívané množstvo faktoru  $L$  o 3 jednotky, o koľko viac jednotiek výrobného faktoru  $K$  budeme potrebovať?
4. Pri danom objeme vstupu kapitálu a práce je hraničný produkt práce vo výrobnom procese 3 jednotky výstupu. Ak je hraničná miera technickej substitúcie medzi  $K$  a  $L$  9, aký je hraničný produkt kapitálu?
5. Zakreslite mapu izokvant pre dokonalé substitúty a dokonalé komplementy.





6. Zistite, aké výnosy z rozsahu vykazujú nasledujúce výrobné funkcie:

$$a) Q = F(K, L) = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$$

$$b) Q = F(K, L) = K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}}$$

$$c) Q = F(K, L) = 2K + 3L$$

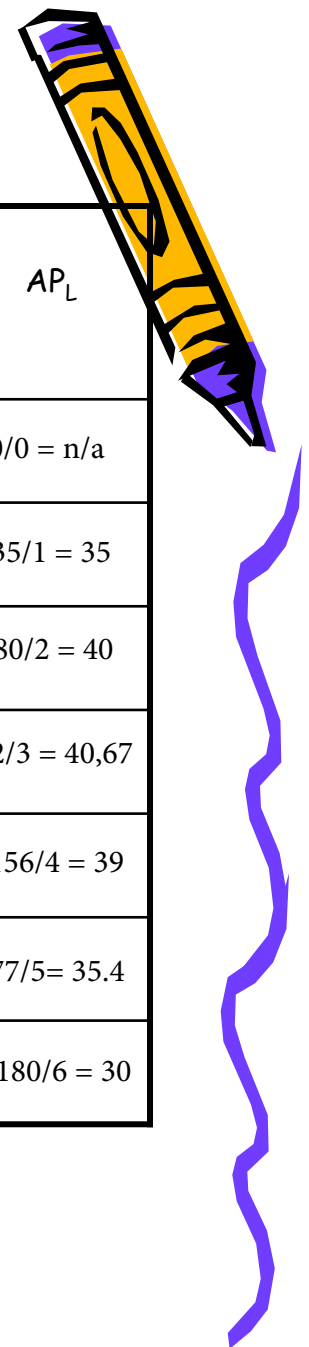


$$d) Q = F(K, L) = K_1^{0,3} K_2^{0,3} L^{0,3}$$


$$e) Q = F(K, L) = aK^3 + bL^3$$

$$f) Q = F(K, L) = K^{0,5} L^{0,6}$$





7. Firma produkuje v krátkom období pri stálom kapitálovom vybavení a meniacom sa variabilnom vstupe. Tabuľka ukazuje, ako sa mení množstvo práce pri jednotlivých úrovniach výstupu

- a) Vypočítajte hraničný produkt práce ( $MP_L$ ) a priemerný produkt práce  $AP_L$
- b)  Graficky znázorníte  $MP_L$  a  $AP_L$
- c) Približne od akej úrovne pracovného vstupu sa začína výnos znižovať? **od  $L = 2$  (maximum)**
- d) Približne pri akej úrovni pracovného vstupu  $MP_L$  pretne  $AP_L$ ? **približne pri  $L = 3$**

Práca L Pracovníci /týždeň	Výstup (výrobky/ týždeň)	$MP_L$	$AP_L$
0	0	$0/0 = \text{n/a}$	$0/0 = \text{n/a}$
1	35	$(35-0) / 1-0 = 35$	$35/1 = 35$
2	80	$(80-35) / (2-1) = 45$	$80/2 = 40$
3	122	$(122-80) / 1 = 42$	$122/3 = 40,67$
4	156	$(156-122) / 1 = 34$	$156/4 = 39$
5	177	$(177-156) / 1 = 21$	$177/5 = 35.4$
6	180	$(180-177) / 1 = 3$	$180/6 = 30$



# Sú nasledujúce tvrdenia správne? ÁNO/NIE



1. Rozdiel medzi dlhým a krátkym obdobím spočíva v tom, že v krátkom období existuje aspoň jeden fixný vstup, zatiaľ čo v dlhom období sú všetky vstupy variabilné? **ÁNO**
2. Hraničný produkt variabilného vstupu vyjadríme ako celkový produkt delený množstvom tohto vstupu. **ÁNO**  
medzný produkt sa vypočíta ako zmena množstva kapitálu delený zmenou množstva práce
3. Ak produkčná funkcia vykazuje klesajúce výnosy z rozsahu, tak pre ňu súčasne platí aj zákon klesajúcich výnosov. **ÁNO**
4. Ak chceme alokovať vstupy medzi dva výrobné procesy tak, aby bol maximalizovaný výstup, hraničné produkty vstupu pre obidva výrobné procesy musia byť rovnaké. **ÁNO**
5. Izokvanta vyjadruje kombináciu výrobných faktorov, ktoré prinášajú rovnaký zisk. **ÁNO**
6. V podmienkach konštantných výnosov z rozsahu platí, že zdvojnásobenie každého zo vstupov povedie k zdvojnásobeniu výstupu? **ÁNO**



# Doplňte:



1. Produkčná funkcia vyjadruje vzťah medzi množstvom vstupov a .....**vyprodukovaným množstvom**.....
2. Zákon klesajúcich výnosov znie: Od určitého bodu rastie výstup .....**pomalšie**....., než sa zvyšuje variabilný vstup.
3. Izokvanta je množina všetkých vstupov, ktoré dávajú .....**rovnaký výstup**.....
4. Hraničná miera technickej substitúcie vyjadruje pomer, v ktorom je možné **jeden vstup nahrádzať iným, pri nezmenenom výstupnom množstve**
5. Ak sú obidva vstupy v danej výrobe dokonalými substitútmi, hraničná miera technickej substitúcie medzi týmito vstupmi bude .....**konštantná**.....
6. Výnosy z rozsahu udávajú, .....**ako sa mení výstup**....., keď .....**všetky vstupy zvýšime rovnakou proporciou**.....

