ZS za02-021

03.11.09 27.10. 02.11.09 1KO

riešil(a): PETER MÁŠIAR 51025

1. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_1 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in N\}$.

$A_1 = \{\frac{2}{5}; \frac{5}{8}; \frac{8}{11}; \frac{11}{14}; \frac{14}{17}; \frac{17}{20}\}$

$\inf A_1 = \frac{2}{5}$ $\min A_1 = \frac{2}{5}$ $\max A_1 =$ neexistuje $\sup A_1 = 1$

2. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_2 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in Z\}$.

$A_2 = \frac{10}{7}; \frac{7}{4}; \frac{4}{1}; -\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{5}{8}$

$\inf A_2 = -\frac{1}{2}$ $\min A_2 = -\frac{1}{2}$ $\max A_2 = 4$ $\sup A_2 = 4$

3. Napíšte aspoň 6 prvkov a nájdite infimum, suprémum, minimum a maximum množiny $A_3 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in Q, n \neq -\frac{2}{3}\}$.

$A_3 = -5; -\frac{1}{2}; \frac{1}{7}; \frac{1}{4}; -\frac{2}{15}; -\frac{1}{5}$

$\inf A_3 = -\infty$ $\min A_3 =$ nemá $\max A_3 =$ nemá $\sup A_3 = +\infty$

4. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_4 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in N\}$. Svoje tvrdenie zdôvodnite!

$\frac{3n-1}{3n+2} \geq 1 \quad /3n+2$

$3n-1 \geq 3n+2$

$-1 \geq 2$ $\Rightarrow \frac{3n-1}{3n+2} < 1$

Hromadné body množiny A_4 sú: 1

5. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_5 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in Z\}$. Svoje tvrdenie zdôvodnite!

$n \geq 0 \Rightarrow A_1 \cup \{-\frac{1}{2}\}$

$n < 0 \Rightarrow \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in Z^-\} = \{\frac{3(-n)-1}{3(-n)+2}, n \in N\} = \{\frac{-3n-1}{-3n+2}, n \in N\} = \{\frac{3n+1}{3n-2}, n \in N\}$ ($-3n+2 < 0$, $3n-2 > 0$)

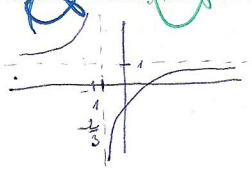
$\frac{3n+1}{3n-2} \geq 1 \quad /3n+2 \quad n=1:4$

$3n+1 \geq 3n-2$

$1 \geq -2$ ✓

Hromadné body množiny A_5 sú: 1

6. Nájdite všetky hromadné body množiny $A_6 = \{\frac{3n-1}{3n+2}, n \in Q, n \neq -\frac{2}{3}\}$. Svoje tvrdenie zdôvodnite!



$(-\infty, -\frac{2}{3})$ - rastúca

$(-\frac{2}{3}, \infty)$ - rastúca

Hromadné body množiny A_6 sú: 1

7. Určte množinu hromadných hodnôt E, lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{3n-1}{3n+2}\}_{n=1}^{\infty}$.

$E = 1$ $\liminf_{n\to\infty} a_n = 1$ $\limsup_{n\to\infty} a_n = 1$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{3n-1}{3n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n(3-\frac{1}{n})}{n(3+\frac{2}{n})} = 1$ ($\frac{1}{n} \to 0$)

—pokračovanie—

8. Určte počet prvkov, vypíšte ich a nájdite všetky hromadné body množiny $A_7 = \{\sin\frac{(n+1)\pi}{3},\ n \in N\}$.

$A_7 = \{\frac{1}{2}\sqrt{3};\ 0;\ -\frac{1}{2}\sqrt{3}\}$ Počet prvkov množiny A_7 je 3

Hromadné body množiny A_7 sú: nemá

9. Určte počet prvkov, vypíšte ich a nájdite všetky hromadné body množiny $A_8 = \{\cos\frac{(n+1)\pi}{3},\ n \in N\}$.

$A_8 = \{-\frac{1}{2}; -1;\ \frac{1}{2}\}$ Počet prvkov množiny A_8 je 4 .

Hromadné body množiny A_8 sú: nemá

10. Vypíšte prvých niekoľko členov (aspoň 6), určte množinu hromadných hodnôt E, určte lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\sin\frac{n\pi+\pi}{3}\}_{n=1}^{\infty} = \{\sin\frac{(n+1)\pi}{3}\}_{n=1}^{\infty}$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}\sqrt{3};\ 0;\ -\frac{1}{2}\sqrt{3};\ -\frac{1}{2}\sqrt{3};\ 0;\ \frac{1}{2}\sqrt{3}\}$

$E = \{\frac{1}{2}\sqrt{3}, 0, -\frac{1}{2}\sqrt{3}\}$ $\liminf_{n\to\infty} a_n = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\limsup_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\lim_{n\to\infty} a_n =$ nemá

11. Vypíšte prvých niekoľko členov (aspoň 6), určte množinu hromadných hodnôt E, určte lim inf, lim sup a lim postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\cos\frac{n\pi+\pi}{3}\}_{n=1}^{\infty} = \{\cos\frac{(n+1)\pi}{3}\}_{n=1}^{\infty}$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -1;\ -\frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ 1;\ \frac{1}{2}\}$

$E = \{-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\}$ $\liminf_{n\to\infty} a_n =$ -1 $\limsup_{n\to\infty} a_n = 1$ $\lim_{n\to\infty} a_n =$ nemá

(6) $\frac{(3m-1)}{(3m+2)} = \frac{(3m+2-3)}{(3m+2)} = \frac{1-3}{(3m+2)}$

Hromadné body množiny A_6: ~~X~~ ~~$\mathbb{R} - \{1\}$~~ $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$