

1. Náhodná premenná X má hustotu pravdepodobnosti danú vzťahom

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x)(1+x) & x \in (-1; 1) \\ 0 & x \notin (-1; 1) \end{cases}$$

- a) Nájdite konštantu c tak, aby funkcia $f(x)$ bola zadaná korektne.
- b) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej premennej X .
- c) Určte $P(X = 2)$, $P(0 < X < 10)$, $P(X > 0, 5)$.

2. Náhodná premenná X má distribučnú funkciu

$$F(x) = a + b \operatorname{arctg} x \quad x \in (-\infty; \infty)$$

Určte:

- a) Koeficienty a , b .
- b) Hustotu pravdepodobnosti náhodnej premennej X .
- c) $x_1 \in R$ tak, aby $P(X > x_1) = \frac{1}{4}$.

3. Hustota pravdepodobnosti náhodnej premennej X je daná vzťahom

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 e^{-x^3} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- a) Nájdite konštantu c tak, aby funkcia $f(x)$ bola zadaná korektne.
- b) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej premennej X .
- c) Nájdite pravdepodobnosť, že náhodná premenná X nadobúda hodnoty z intervalu $(0; 1)$.

4. Čomu sú rovné hodnoty konštanty c , aby nasledujúce funkcie boli hustotami pravdepodobnosti náhodnej premennej X :

- a) $f(x) = cx e^{-x} \quad x \in (0, \infty)$
- b) $f(x) = c \sin x \quad x \in (0, \pi)$
- c) $f(x) = cx^4(1-x)^5 \quad x \in (0, 1)$

5. Hustota pravdepodobnosti náhodnej premennej X má tvar

$$f(x) = \begin{cases} cx(1-x) & x \in (0; 1) \\ 0 & x \notin (0; 1) \end{cases}$$

- a) Nájdite konštantu c tak, aby funkcia $f(x)$ bola zadaná korektne.
- b) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej premennej X .
- c) Nájdite pravdepodobnosť, že náhodná premenná X nadobúda hodnoty väčšie ako 0, 2.
- d) Nájdite strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X .

6. Rozdelenie času prestoja strojov je dané distribučnou funkciou

$$F(x) = 1 - a \cdot e^{-\lambda \cdot x}, \quad x \geq 0, \quad \lambda > 0$$

- a) Nájdite koeficient a tak, aby $F(x)$ bola distribučnou funkciou.
- b) Vypočítajte stredný prestoj a rozptyl prestoja strojov.

7. Nájdite hodnotu konštanty a tak, aby funkcia definovaná vzťahom

$$f(x) = a \cdot \frac{2}{x^2 + 4} \quad x \in (-\infty; \infty)$$

bola hustotou pravdepodobnosti spojitej náhodnej premennej X a vypočítajte $P(X > 0)$.