

1. Náhodná premenná X má v intervale $(-\infty, \infty)$ hustotu pravdepodobnosti danú vzťahom

$$f(x) = \begin{cases} b(x^2 + 2x + 1) & x \in (-\infty; 0; 1) \\ 0 & x \notin (-\infty; 0; 1) \end{cases}$$

Nájdite konštantu b a distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

2. Náhodná premenná X má distribučnú funkciu

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, -5) \\ \frac{x+5}{7} & x \in (-5, 2) \\ 1 & x \in (2, \infty) \end{cases}$$

Vypočítajte:

- hustotu pravdepodobnosti $f(x)$
- $P(-2 < X < 2)$
- $P(X = 2)$
- $P(-6 < X < 1)$.

3. Čomu sú rovné hodnoty konštanty c , aby nasledujúce funkcie boli hustotami pravdepodobnosti náhodnej premennej X :

- $f(x) = cxe^{-x} \quad x \in (0, \infty)$
- $f(x) = c \sin x \quad x \in (0, \pi)$
- $f(x) = cx^4(1-x)^5 \quad x \in (0, 1)$

4. Hustota pravdepodobnosti náhodnej premennej X má tvar

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, 2) \\ \frac{x-2}{4} & x \in (2, 4) \\ \frac{6-x}{4} & x \in (4, 6) \\ 0 & x \in (6, \infty) \end{cases}$$

Nájdite:

- distribučnú funkciu náhodnej premennej X ,
- pravdepodobnosť, že náhodná premenná X nadobúda hodnoty väčšie ako 3 a menšie alebo rovné 5,
- nakreslite graf hustoty a distribučnej funkcie.

5. Predpokladajme, že doba čakania na obsluhu pri priehradke v banke, udávaná v minútach, je náhodná premenná X popísaná hustotou pravdepodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2x^4}, & x > 1 \end{cases}$$

Určte:

- distribučnú funkciu náhodnej premennej X ,
 - s akou pravdepodobnosťou bude zákazník čakať viac ako pol minúty a menej ako jeden a pol minúty,
 - graficky znázorníte $f(x)$ a $F(x)$.
6. Rozdelenie času prestoja strojov je dané distribučnou funkciou

$$F(x) = 1 - a.e^{-\lambda \cdot x}, \quad x \geq 0, \quad \lambda > 0$$

- určte koeficient a ,
- graficky znázorníte distribučnú funkciu a hustotu pravdepodobnosti.