

Skupina F

1. V každej z dvoch škatúl je práve jedna guľôčka, ktorá môže byť buď biela alebo čierna. Na prvej škatuli je nápis „V prvej škatuli je čierna guľôčka alebo je v druhej škatuli biela guľôčka“ a na druhej škatuli je nápis „V prvej škatuli je biela guľôčka“. Vieme, že oba nápisy majú rovnakú pravdivostnú hodnotu. Určite pravdivostnú hodnotu nápisov a to, v ktorej škatuli je aká guľôčka. Riešenie zdôvodnite.

(2 body)

2. V triede je 24 žiakov, z nich 17 sa učí po anglicky a 7 sa učí po anglicky ale nie po nemecky. Koľko žiakov z triedy sa učí (aj) po nemecky, ak:

- sa každý učí aspoň jeden z týchto dvoch jazykov?

(2 body)

- sa aspoň 1 žiak neučí ani po anglicky ani po nemecky?

(3 body)

3. Označme C množinu chlapcov a D množinu dievčat. Potom $c \in C$ znamená, že c je chlapec a $d \in D$ znamená, že d je dievča. Výrazom $c\theta d$ vyjadríme skutočnosť, že chlapec c sa páči dievčaťu d a výrazom $d\theta c$ skutočnosť, že dievča d sa páči chlapcovi c . Pre tvrdenie

$$(\forall d \in D)(\exists c \in C)(d\theta c \wedge \neg c\theta d)$$

- popíšte čo najjednoduchším a neformálnym jazykom jeho obsah,

(3 body)

- napíšte jeho negáciu (formálne).

(2 body)

4. Nech γ je binárna relácia definovaná na množine $M = \{a, b, c, d, e\}$ tabuľkou:

γ	a	b	c	d	e
a	1	1	0	0	1
b	1	1	0	0	1
c	0	0	1	1	0
d	0	0	1	1	0
e	1	1	0	0	1

Zistite (a dokážte), či je relácia γ reláciou ekvivalencie alebo čiastočného usporiadania.

(4 body)

5. Nech \heartsuit je binárna relácia definovaná na množine všetkých usporiadaných dvojíc celých čísel $M = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$:

$$\forall \mathbf{a} = (a_1, a_2), \mathbf{b} = (b_1, b_2) \in M : \mathbf{a} \heartsuit \mathbf{b} \iff a_1 \leq b_1 \wedge a_2 \leq b_2.$$

Zistite (a dokážte), či je relácia \heartsuit reláciou ekvivalencie alebo čiastočného usporiadania.

(4 body)