Komplexný tvar Fourierovho radu

Ak na vyjadrenie goniometrických funkcií vo Fourierovom rade

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos n\omega x+b_n\sin n\omega x\right),$$

použijeme Eulerove vzťahy

$$\cos n\omega x=\frac{1}{2}\left(e^{in\omega x}+e^{-in\omega x}\right),\quad \sin n\omega x=\frac{1}{2i}\left(e^{in\omega x}-e^{-in\omega x}\right),$$

dostaneme

$$f(x)\approx\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{a_n-ib_n}{2}e^{in\omega x}+\frac{a_n+ib_n}{2i}e^{-in\omega x}\right].$$

Ak položíme

$$\frac{a_0}{2}=c_0,\qquad \frac{a_n-ib_n}{2}=c_n,\qquad \frac{a_n+ib_n}{2}=c_{-n},\qquad n\in N,$$

potom platí

$$f(x)\approx\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos n\omega x+b_n\sin n\omega x\right)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_ne^{in\omega x}+c_{-n}e^{-in\omega x}\right)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_ne^{in\omega x},$$

kde

$$c_n=\int_0^T f(x)e^{-in\omega x},\qquad n\in Z.$$

Rad

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_ne^{in\omega x}$$

sa nazýva Fourierov rad funkcie f v komplexnom tvare.