6 ÚROVEŇ KÓDER KANÁLA - DEKÓDER KANÁLA

Úlohou kódera a dekódera kanála pri prenose dát je upraviť vlastnosti číslicového signálu tak, aby po prechode spojitým kanálom bolo možné čo najvernejšie obnoviť pôvodný číslicový signál.

6.1 PRECHOD DÁTOVÉHO SIGNÁLU SPOJITÝM KANÁLOM

Dátovým signálom nazývame signál s konečnou množinou hodnôt a spojitým časom, u ktorého ku zmene hodnoty môže dôjsť len v spočetnom množstve ekvidištantných okamihoch. Tieto voláme charakteristickými okamihmi. Rozdiel dvoch susedných charakteristických okamihov t_2, t_1, $t_2 > t_1$ voláme charakteristickým intervalom $a = t_2 - t_1$. Prevrátenú hodnotu charakteristického intervalu voláme modulačná rýchlosť, ktorej jednotka je Baud, v skratke Bd.

$$M = \frac{1}{a}$$

Pokiaľ abeceda signálu má S hodnôt, potom definujeme prenosovú rýchlosť

$$R = M \log_2 S$$

a udávame ju v bit/s.

Pri prenose dát metalickými vedeniami sa najčastejšie používa pre detekciu signálu metóda vzorkovania, u ktorej sa zvolí v charakteristickom intervale vzorkovací okamih a na základe hodnoty výstupného signálu vo vzorkovacom okamihu priradíme hodnoty z abecedy dátového signálu. Ak označíme jednotkový dátový signál

$$d(t) = \begin{cases} 1, & t \in \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right\rangle \\ 0, & t \notin \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right\rangle \end{cases}$$

potom dátový signál môžeme vyjadriť v tvare

$$u(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f_i \, d(t-ia)$$

Odozva spojitého lineárneho kanála $\mathcal{K}$ na tento dátový signál je

$$y(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f_i \, \mathcal{K}\left\{ d(t-ia) \right\}$$

Ak $t = ka$ $k = \ldots, -1, 0, 1, \ldots$ je k-ty vzorkovací okamih, potom hodnota výstupného signálu v k-tom vzorkovacom okamihu je

$$y(ka) = \sum_{-\infty}^{\infty} f_i \, \mathcal{K}\left\{ d(ka-ia) \right\} \quad , \quad k = \ldots, -1, 0, 1, \ldots$$

To znamená, že na hodnote $y(ka)$ sa nepodieľa len hodnota vstupného signálu f_k , ale aj ostatné hodnoty vstupného signálu. Hodnotu

$$y(ka) - f_k \, \mathcal{K}\left\{ d(ka) \right\} = \sum_{\substack{i=-\infty \\ i \neq k}}^{\infty} f_i \, \mathcal{K}\left\{ d(ka-ia) \right\}$$

voláme medzisymbolová interferencia.

6.2 SIGNÁLY BEZ MEDZISYMBOLOVEJ INTERFERENCIE

Určíme spektrum signálu na výstupe kanála tak, aby medzisymbolová interferencia bola nulová, t.j.

$$y(ka) = \begin{cases} y_0 \, , & k = 0 \\ 0 \, , & k = \ldots, -1, 1, \ldots \end{cases}$$

Pre signál $y(t)$ platí

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_y(\omega) \, e^{j\omega t} \, d\omega$$

takže v čase $t=ka$ bude

$$y(ka) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_y(\omega) \, e^{j\omega ka} \, d\omega$$

Ak os kruhovej frekvencie rozdelíme s ekvidištantným krokom

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{a} = \frac{\omega_o}{2}$$

potom

$$y(ka) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{(2n-1)}^{(2n+1)} F_y(\omega)\, e^{jk\omega a}\, d\omega$$

Po substitúcii

$$\omega = \nu + n\omega_o\,, \quad \nu \in \left\langle -\frac{\omega_o}{2}\,, \frac{\omega_o}{2} \right\rangle$$

$$a(kT) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{\omega_o}{2}}^{\frac{\omega_o}{2}} F_y(\nu + n\omega_o)\, e^{j(\nu + n\omega_o)ka}\, d\nu$$

Po dosadení

$$e^{j(\nu + n\omega_o)ka} = e^{j(\nu + n\frac{2\pi}{a})ka} = e^{j\nu ka}$$

(pretože $e^{j2\pi nk} = 1$) bude

$$y(ka) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{\omega_o}{2}}^{\frac{\omega_o}{2}} F_y(\nu + n\omega_o)\, e^{j\nu ka}\, d\nu$$

Pretože koeficienty Fourierovho rozvoja funkcie $\varphi(t)$ sú

$$c_k = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(t)\, e^{-j\omega t}\, d\omega$$

potom hodnoty af(-ka)

$$af(-ka) = \frac{a}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_o}{2}}^{\frac{\omega_o}{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_y(\nu + n\omega_o)\, e^{-(-j\nu ka)}\, d\nu$$

$$= \frac{1}{\omega_o} \int_{-\frac{\omega_o}{2}}^{\frac{\omega_o}{2}} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_y(\nu + n\,\omega_o) \right\} e^{-(-j\nu ka)}\, d\nu$$

sú koeficientami rozvoja funkcie

$$\varphi(\nu) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_y(\nu + n\,\omega_o)$$

do Fourierovho radu. Funkciu $\varphi(\nu)$ môžeme potom napísať v tvare Fourierovho radu

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\nu + n\,\omega_o) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Tf(-ka)\, e^{jk\nu a}$$

a keďže $y(ka) = \begin{cases} y_o\,, & k = 0 \\ 0\,, & k \neq 0 \end{cases}$

platí

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_y(\nu + n\,\omega_o) = a y_o \qquad (1)$$

kde

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T}\,.$$

Tento vzťah udáva podmienku pre spektrum výstupného signálu tak, aby tento mal nulovú medzisymbolovú interferenciu. Najužšie spektrum signálu $y(t)$ bude spĺňať podmienku

$$F_y(\omega) = 0\,, \quad |\omega| > \frac{\omega_o}{2}$$

Potom rovnica (1) nadobudne tvar

$$F(\nu) = a y_o\,, \quad |\nu| < \frac{\omega_o}{2} \qquad (2)$$

Ak pripustíme rozšírenie spektra signálu $y(t)$

$$F_y(\omega) = 0\,, \quad |\omega| > \omega_o$$

potom rovnica (1) bude

$$F(\nu - \omega_o) + F(\nu) + F(\nu + \omega_o) = ay_o \,, \quad |\nu| < \omega_o/2 \tag{3}$$

Tento vzťah sa volá 1. Nyquistovo kritérium. Podobne sa odvádza aj 2. Nyquistovo kritérium:

Ak sa spektrum signálu $F_y(\omega)$ dá napísať v tvare

$$F_y(\omega) = F_1(\omega) + F_2(\omega)$$

kde
$$F_1(\omega) = \begin{cases} \cos\dfrac{\omega a}{2} \,, & |\omega| \leq \dfrac{\omega_o}{2} \\ 0 \,, & |\omega| > \dfrac{\omega_o}{2} \end{cases} \qquad \omega_o = \frac{2\pi}{a}$$

$$F_2\left(\frac{\omega_o}{2} + \omega\right) = F_2\left(\frac{\omega_o}{2} - \omega\right)$$

potom platí

$$y(t) = \begin{cases} y_o \,, & t = 0 \\ 0 \,, & t = (2k+1)\dfrac{a}{2} \,, \quad k = \ldots, -1, 1, \ldots \end{cases}$$

To znamená, že signál $y(t)$ nadobúda nulové hodnoty v charakteristických okamihoch. Táto vlastnosť je výhodná pre prácu prijímača, ktorý si z prechodov v charakteristických okamihoch odvádza synchronizačné impulzy.

Spektrom, ktoré spĺňuje obidve Nyquistove charakteristiky je

$$F_y(\omega) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{\omega\pi}{\omega_o}\right) \,, \quad |\omega| < \omega_o$$

kde

$$\omega_o = \frac{2\pi}{a} \,.$$

6.3 SIGNÁLY S ČIASTOČNOU ODOZVOU

V predchádzajúcej kapitole sme videli, že signálom bez medzisymbolovej interferencie, ktorý má najužšie spektrum je signál

$$f(t) = \frac{\sin\frac{\pi}{a}t}{\frac{\pi}{a}t} \,, \quad t \in (-\infty, \infty) \tag{1}$$

so spektrom

$$F(j\omega) = af(o) \quad , \qquad \omega \in \left\langle -\frac{\omega_o}{2} , \frac{\omega_o}{2} \right\rangle$$

kde

$$\omega_o = \frac{2\pi}{a} .$$

Vytvorenie iných signálov bez medzisymbolovej interferencie vyžaduje širšie spektrum. Pomocou signálu (1) môžeme vytvárať ďalšie signály, ktoré budú mať definovanú hodnotu medzisymbolovej interferencie v konečnom počte vzorkovacích okamihov, pričom šírka spektra ostane zachovaná.

Definícia:

Signál

$$r(t) = b \sum_{k=0}^{N} c_k \frac{\sin \frac{\pi}{a}(t-ka)}{\frac{\pi}{a}(t-ka)} \qquad t \in (-\infty, \infty)$$

kde $b \in \{0,1,\dots,M\}$, N je prirodzené číslo a c_k je celé číslo pre $k = 0,1, \dots, N$, voláme signálom s čiastočnou odozvou nad abecedou $\{0,1,\dots,M\}$. Spektrum signálu s čiastočnou odozvou v báze komplexných harmonických funkcií určíme pomocou Fourierovej transformácie

$$\mathcal{F}\left\{ \frac{\sin \frac{\pi}{a} t}{\frac{\pi}{a} t} \right\} = \begin{cases} a & \omega \in \left\langle -\frac{\omega_o}{2} , \frac{\omega_o}{2} \right\rangle \\ 0 & |\omega| > \frac{\omega_o}{2} \end{cases}$$

a s využitím vety o posunutí originálu

$$F_r(j\omega) = \mathcal{F}\left\{ r(t) \right\} = ab \sum_{k=0}^{N} c_k\, e^{jka\omega} \; , \quad |\omega| \leq \frac{\omega_o}{2}$$

a

$$F_r(j\omega) = 0 \qquad |\omega| > \frac{\omega_o}{2}$$

Signál s čiastočnou odozvou zasahuje do nasledujúcich N vzorkovacích okamihov medzisymbolovými interferenciami o veľkosti $b c_k$, $k = 1,2, \dots, N$. Hodnota medzisymbolovej interferencie v čase $t = 0$ je

$$\sum_{n=1}^{N} r(-na) = \sum_{n=1}^{N} b_{-n} c_n$$

kde b_{-n} je hodnota signálu, ktorú vyslal kóder zdroja v čase $t = -na$ a c_n, $n = 1, \ldots, N$ je charakteristikou signálu s čiastočnou odozvou. Prijatý signál má v čase $t = 0$ veľkosť

$$y(o) = b_o c_n + \sum_{n=1}^{N} b_{-n} c_n$$

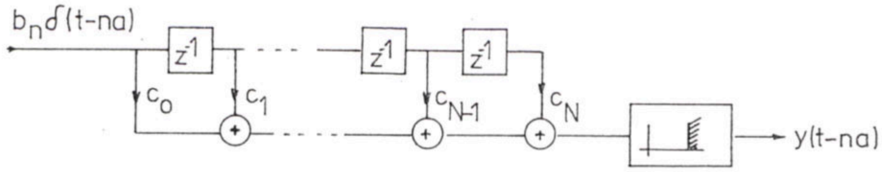
odkiaľ

$$b_o = \frac{1}{c_o} \left(y(o) - \sum_{n=1}^{N} b_{-n} c_n \right)$$

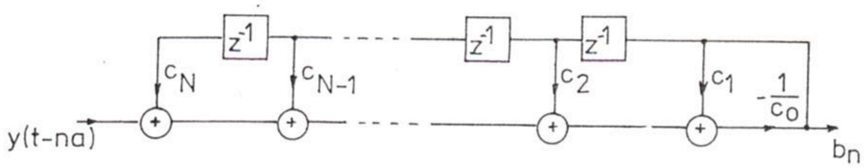
Pretože signál (1) je odozvou dolnopriepustného filtra s frekvenčným prenosom

$$F(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \frac{\pi}{a} \\ 0, & |\omega| > \frac{\pi}{a} \end{cases}$$

na Diracov impulz, môžeme vytvoriť postupnosť signálov s čiastočnou odozvou ako odozvu dolnopriepustného filtra na postupnosť Diracových impulzov modulovaných diskrétnym signálom $\{ b_n, n = \ldots, -1, 0, 1 \ldots \}$ po prechode číslicovým filtrom. Prijímač realizuje rovnicu (2).



Obr. 14
Generátor signálu s čiastočnou odozvou



Obr. 15
Generátor signálu s čiastočnou odozvou

Nevýhodou vyššie uvedeného generátora signálu s čiastočnou odozvou je, že pri vzniku chyby príjmu sa táto lavínovite šíri do ďalších charakteristických intervalov. Zabraňujeme tomu tým, že vstupné dáta prekódujeme tak, aby jedna hodnota na vstupe vytvárala práve jednu hodnotu na výstupe generátora. Ak signál na výstupe v čase $t = 0$ je

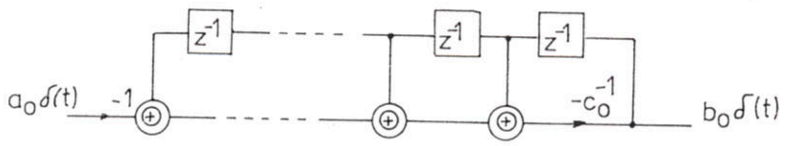
$$y(o) = \sum_{n=0}^{N} b_{-n} c_n$$

potom tejto hodnote na výstupe bude odpovedať len hodnota a_o na vstupe, ak rovnica kódera bude

$$a_o = \sum_{n=0}^{N} b_{-n} \odot c_n$$

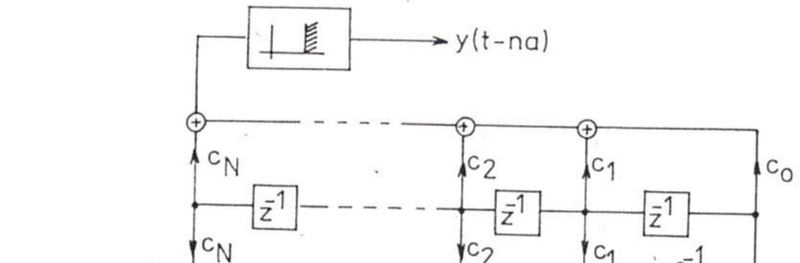
resp., kde súčet a súčin je modulo M. Odtiaľ pre kóder platí:

$$b_o = \left(a_o \ominus \sum_{n=1}^{N} b_{-n} \odot c_n \right) \odot c_o^{-1}$$



Obr. 16

Pri spoločnom využití oneskorovacích členov pre kóder a generátor signálu dostávame nasledujúci kóder kanála.



Obr. 17
Kóder kanála pre signál s čiastočnou odozvou

Podstatne sa zjednoduší dekóder kanála, ktorý určuje prvok a_n vyslaný kóderom zdroja informácie len z jednej hodnoty prijatého signálu $y(na)$. Nie je ťažké sa presvedčiť, že výstupný signál $y(t)$ má viac stavov než vstupný signál $a = a_n$, $n = \ldots,-1,0,1,\ldots$. Ak hodnoty vstupného signálu sú z abecedy $0, 1, \ldots, M$, potom stav výstupného signálu je z abecedy