

1 Úvod do logiky

1. Sformulujte negácie nasledujúcich tvrdení.

- Niektoré banány sú modré.
- Všetci študenti sa usilovne učia.
- V každej krajine je politik, ktorý nie je poctivý.
- Existuje krajina, v ktorej za všetky futbalové kluby hrá nejaký futbalista s tetovaním.

2. Výroky vysvetlite, určte ich pravdivostnú hodnotu a znegujte.

1. $(\forall x \in N)(\forall y \in N) x < y$
2. $(\forall x \in N)(\exists y \in N) x < y$
3. $(\exists x \in N)(\forall y \in N) x < y$
4. $(\exists x \in N)(\exists y \in N) x < y$
5. $(\forall y \in N)(\forall x \in N) x < y$
6. $(\forall y \in N)(\exists x \in N) x < y$
7. $(\exists y \in N)(\forall x \in N) x < y$
8. $(\exists y \in N)(\exists x \in N) x < y$

3. Nech D označuje množinu dievčat a C množinu chlapcov. Zápis $d \in D$ (resp. $c \in C$) značí, že d je dievča (resp. c je chlapec). Definujme vlastnosť "osoba a sa páči osoba b " (pozor táto vlastnosť nie je symetrická), ktorú budeme označovať aPb .

Prečítajte a "preložte" do hovorového jazyka nasledujúce tvrdenia.

1. $(\forall d \in D)(\exists c \in C) cPd$
2. $(\exists c \in C)(\forall d \in D) cPd$
3. $(\exists d \in D)(\forall c \in C) cPd$
4. $(\exists c \in C)(\forall d \in D) \neg cPd$
5. $(\exists d \in D)(\exists c \in C) dPc \wedge cPd$

Zapíšte, ako matematickú formulu.

1. Niektoré dievčatá sa páčia aspoň dvom chlapcom.
2. Každý chlapec sa niekomu páči.
3. Každé dievča sa samo sebe páči.
4. Niektorí chlapci sa nepáčia žiadnemu chlapcovi.

4. Na ostrove poctivcov (vždy hovoria pravdu) a klamárov (vždy klamú) prebieha sčítanie obyvateľov (zisťuje sa aj povaha obyvateľov). V troch domoch vedľa seba bývajú tri manželské páry. V každom manžel povie sčítačovi jednu vetu. Na základe tejto vety určte povahu manželov v tomto dome.

1. Obaja sme klamári.
2. Aspoň jeden z nás dvoch je klamár.
3. Ak som poctivec, potom je poctivá aj moja žena.

5. Na ostrove poctivcov a klamárov bol jedem muž obvinený zo zločinu. Súd mu dovolil vysloviť na svoju obhajobu jednu vetu. Muž sa zamyslel a vyslovil výrok: "Ten kto spáchal zločin je klamár." Pomohol si týmto výrokom?

6. Istý muž bol obvinený z bankovej lúpeže. Žalobca vyhlásil: "Ak je obžalovaný vinný, potom mal spoločníka." Obhajca protestoval: "To nie je pravda!" Pomohol obhajca klientovi? 7. Máme dve krabice. V každej sa nachádza práve jedna guľička, ktorá môže byť čierna, alebo biela. Na prvej krabici je nápis: "V tejto krabici je biela a v susednej čierna guľička." Na druhej krabici je nápis: "V jednej z krabíc je biela a v jednej čierna guľička." Vieme, že jeden z nápisov je pravdivý a jeden nie. Určte pravdivostnú hodnotu oboch nápisov a to, v ktorej krabici sa nachádza guľička akej farby.

8. Máme dve krabice. V každej sa nachádza práve jedna guľička, ktorá môže byť čierna, alebo biela. Na prvej krabici je nápis: "Aspoň v jednej z krabíc je biela guľička." Na druhej krabici je nápis: "V susednej krabici je čierna guľička." Vieme, že oba nápisy majú rovnakú pravdivostnú hodnotu. Určte pravdivostnú hodnotu oboch nápisov a to, v ktorej krabici sa nachádza guľička akej farby.

9. O obyvateľoch planéty Alfa je známe, že sú to buď poctivci (vždy hovoria pravdu), alebo klamári (vždy klamú). Obyvateľstvo planéty tvoria dve rasy: ľudia a androidi (umelé bytosti na nerozoznanie podobné ľuďom). Zistilo sa, že androidi pripravujú sprisahanie proti ľuďom. Vašou úlohou je zistiť na základe vyslovených výrokov, kto je človek a kto android.

Máme pred sebou troch obyvateľov (A,B,C). Vieme, že práve jeden z nich je android. Vypovedajú:

A: Som android.

B: Som android.

C: Najviac jeden z nás je poctivec.

10. Podobná situácia, práve jeden z obyvateľov (A,B,C) je android a ten je poctivec. Vypovedajú však len dvaja.

A: Aspoň jeden z nás troch je klamár.

B: C je pravdovravný.

11. Podobná situácia, práve jeden z obyvateľov (A,B,C) je android a ten je poctivec. Vypovedajú len dvaja.

B: Aspoň jeden z nás troch je klamár.

C: A je android.

12. Teraz máme jedného androida, ten je poctivec, ostatní dvaja sú klamári. Vypovedá len jeden z nich.

B: C je android.