

# LOGICKÉ SYSTÉMY

2014-2015

Ing. Adam Jaroš, PhD – prednášky, cvičenia

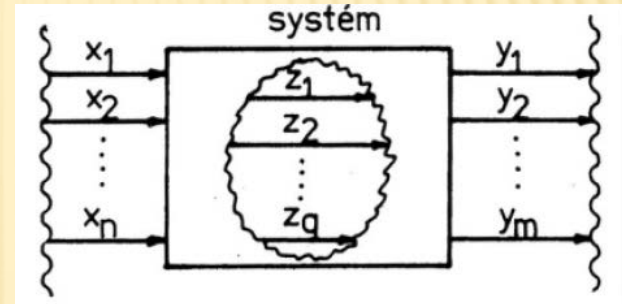
Ing. Michal Chovanec – cvičenia

Katedra technickej kybernetiky

Web predmetu: <http://frtk.fri.uniza.sk>

# ÚVOD DO KOMBINAČNÝCH LOGICKÝCH OBVODOV

**Diskrétny systém** má konečný počet stavov, v ktorých sa môže nachádzať.



## Príklad 1.1

Nech je daný logický systém, ktorý má dva vstupné signály  $x_1 \in \{0, 1, 2\}$ ,  $x_2 \in \{3, 4\}$ . Zapište všetky symboly vstupnej abecedy.

## Riešenie

Všetky symboly vstupnej abecedy  $\{3, 0; 3, 1; 3, 2; 4, 0; 4, 1; 4, 2\}$  sú zapísané ako množina usporiadaných dvojíc v poradí  $x_2, x_1$ .

My sa budeme zaoberať výlučne **diskrétnymi systémami**, kde každý vstupný a výstupný symbol môže nadobúdať len dve hodnoty.

Označujeme ich *log. 0* a *log. 1*. Takéto systémy nazývame **číslíkové logické systémy** alebo skrátene **logické systémy**.

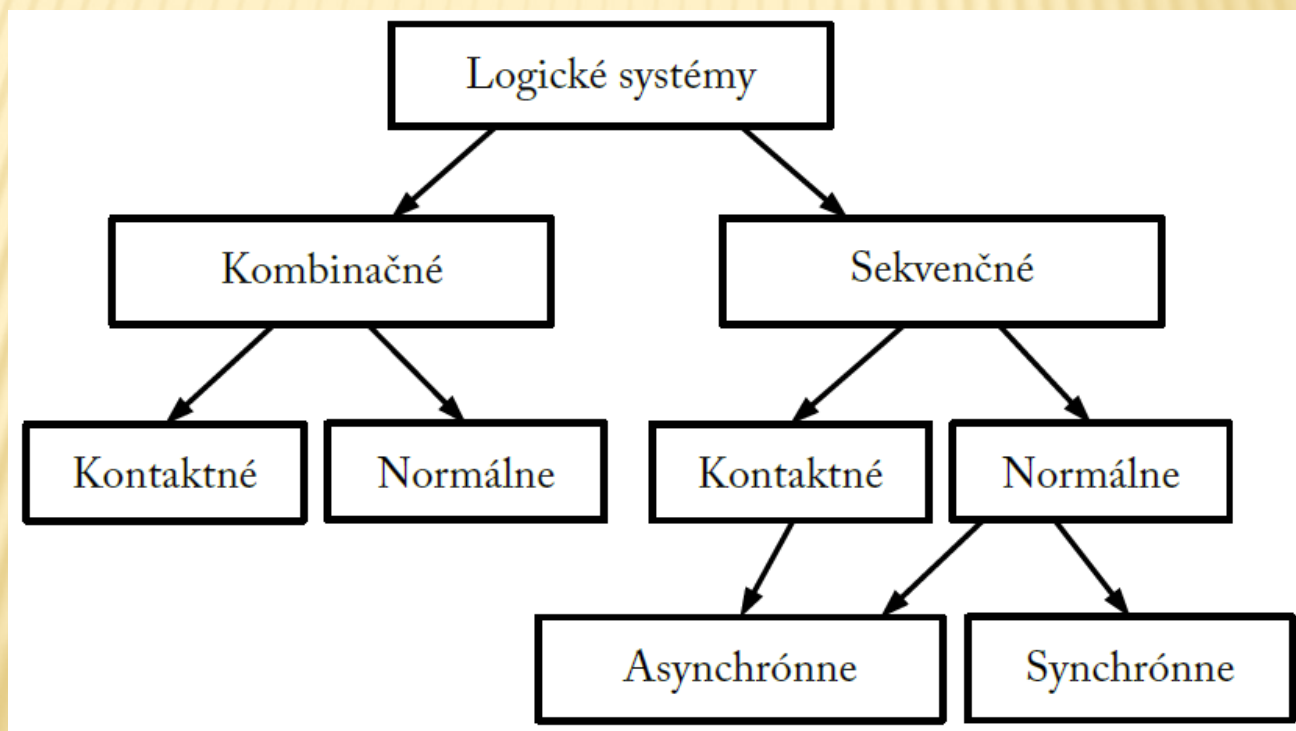
# ROZDELENIE LOGICKÝCH SYSTÉMOV

Uved'me si niekoľko základných hľadísk. Polovodičové integrované obvody (IO).

Prvá úroveň je z hľadiska *vstupno-výstupnej transformácie* signálov.

Druhá úroveň je z hľadiska *technickej realizácie*.

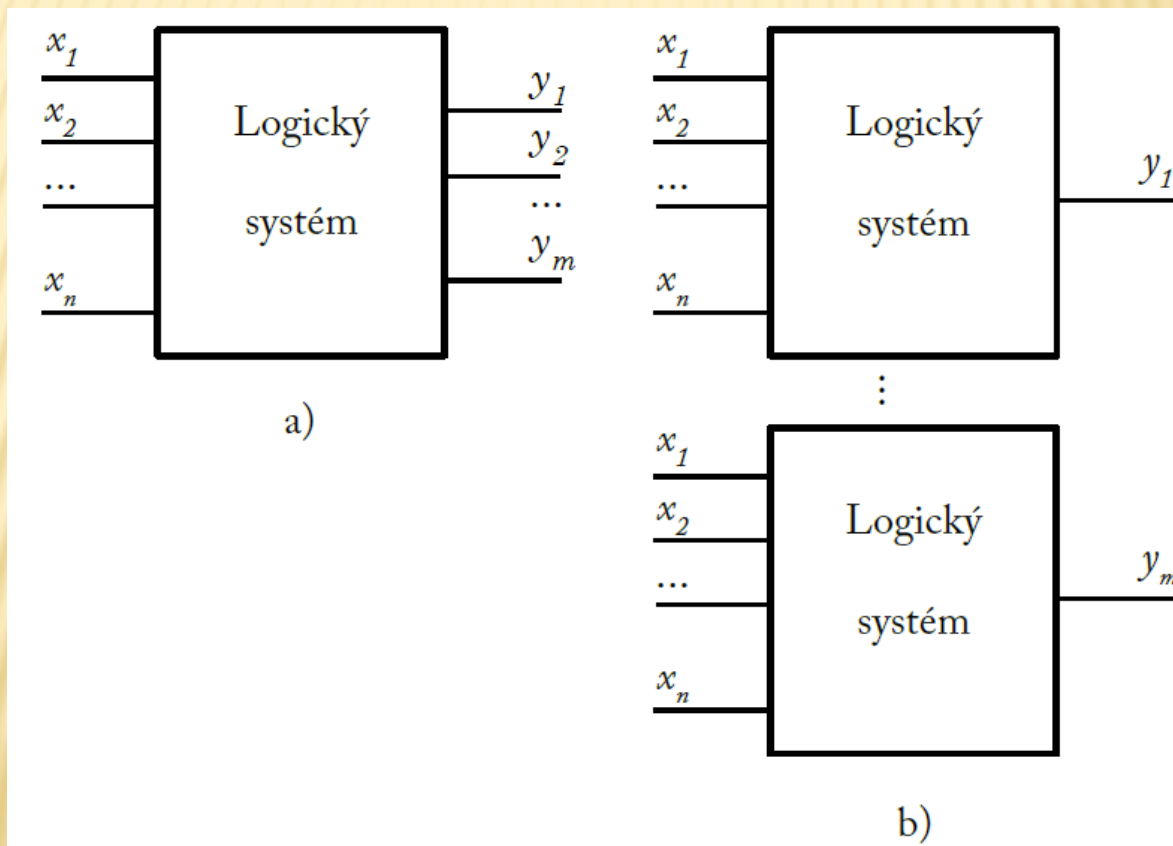
Tretia úroveň z hľadiska *činnosti v čase*.





# KOMBINAČNÉ LOGICKÉ SYSTÉMY

Princíp dekompozície zložitého logického systému s viacerými výstupmi na množinu jednoduchých logických systémov, pričom každý z nich má práve jeden výstup.



# SPÔSOBY ZÁPISU SPRÁVANIA SA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Najčastejšie spôsoby *zápisu správania sa* kombinačných logických obvodov.

## *Pravdivostná tabuľka*

Definícia logického systému pravdivostnou tabuľkou predstavuje tabuľkový zápis, kde uvedieme priradenie hodnôt výstupným signálom pre všetky kombinácie vstupných signálov - *úplný zápis*.

H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>3</sub>	Výsledok
N	N	N	Z
N	N	A	Z
N	A	N	Z
N	A	A	P
A	N	N	Z
A	N	A	P
A	A	N	P
A	A	A	P

V reálnych prípadoch často nie je potrebné uvádzať všetky vstupné kombinácie, vtedy sa jedná o *skrátенý zápis*.

**Príklad 1.2** Hlasovací systém pre troch hlasujúcich – častý prípad označíme M3

Označenie kladnej voľby použite symbol **A**, pre negatívnu voľbu **N**. Výstupný symbol pre prijaté rozhodnutie nech je **P** a pre zamietnuté rozhodnutie **Z**.

# SPÔSOBY ZÁPISU SPRÁVANIA SA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

## Publikačný spôsob zápisu

Publikačný spôsob definície logického systému zapisujeme pomocou dekadického ekvivalentu, ktorý vyjadrujeme symbolom *de*. Uved'me si definíciu príkladu 1.2 v publikačnom zápise:

$$deV \rightarrow 0 = \{0, 1, 2, 4\},$$

kde

Z znamená log. 0

P znamená log. 1

čísla v zátvorke predstavujú poradové čísla riadkov,  
kedy bol výsledok hlasovania Z.

Pozn. vstupné hodnoty v tabuľke sú usporiadané podľa binárneho kódu vzostupne. Zápis čítame „*dekadický ekvivalent, kedy hodnota výstupnej premennej vedie na nulu*“.

H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>3</sub>	Výsledok
N	N	N	Z
N	N	A	Z
N	A	N	Z
N	A	A	P
A	N	N	Z
A	N	A	P
A	A	N	P
A	A	A	P



# SPÔSOBY ZÁPISU SPRÁVANIA SA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

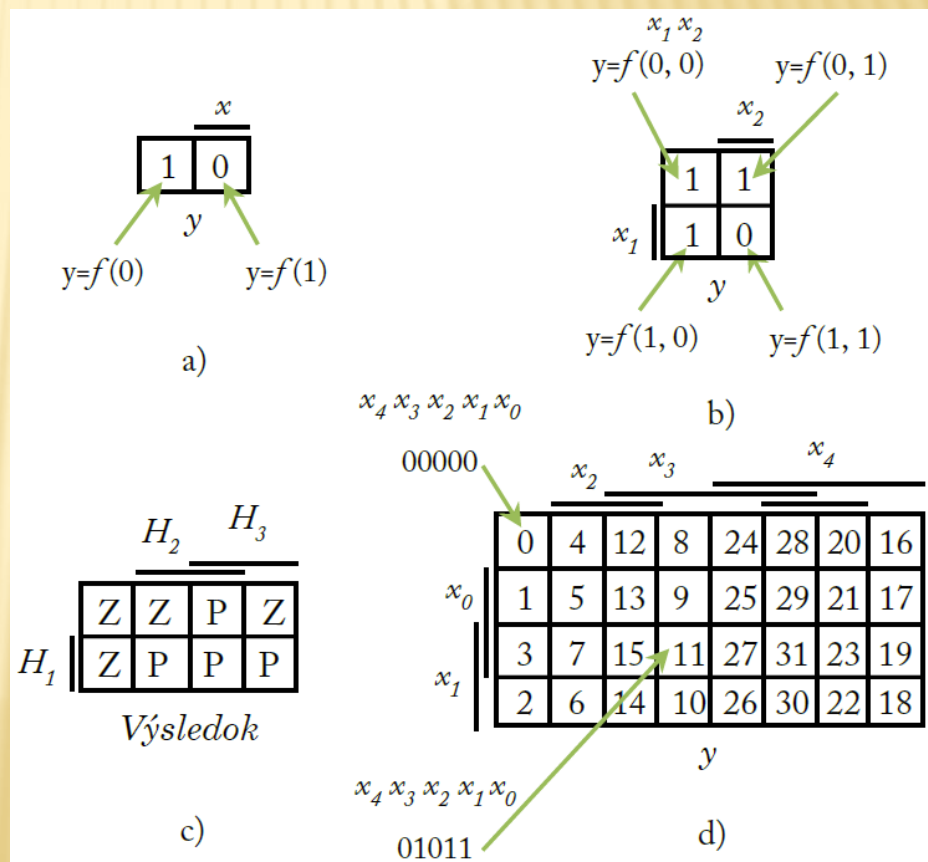
## Karnaughova mapa

Predstavuje grafickú reprezentáciu *úplnej pravdivostnej tabuľky*. Popisuje vždy len jednu závislú premennú  $y = f(x_1 \dots x_n)$ . Má toľko polí, koľko je možností vstupných premenných, t.j.  $2^n$ .

Karnaughovu mapu použijeme len pre malý počet premenných.

## Vytvorenie K-mapy

Karnaughovu mapu  $n$ -premenných vytvoríme z mapy o jednu premennú menšiu a to preklopením mapy podľa ľubovoľnej hrany.

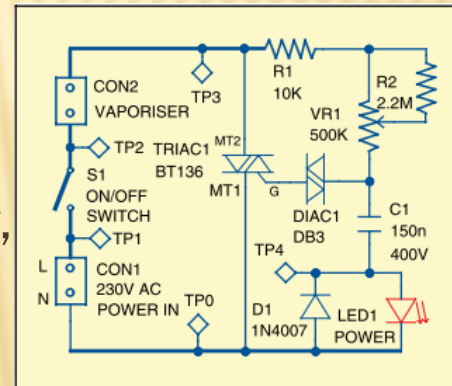


# ZÁKLADNÉ LOGICKÉ ČLENY – LOGICKÉ HRADLÁ

Pred návrhom číslicových logických systémov musí byť zrejmé akú súčiastkovú základňu máme k dispozícii.

## *Logické členy, hradlá*

Jedná sa o polovodičové súčiastky zostavené z tranzistorov, ktoré k svojej činnosti potrebujú zdroj napájania.



Niekoľko logických hradíel je vždy umiestnených v pevnom puzdre s vývodmi, ktoré slúžia k prepájaniu hradíel medzi sebou, tak ako to určuje štruktúrálna/elektrická schéma.



# ZÁKLADNÉ LOGICKÉ ČLENY – LOGICKÉ HRADLÁ

My budeme používať z pohľadu zložitosti obvody tzv. nízkej integrácie (zložitosti).

## Circuitry up close

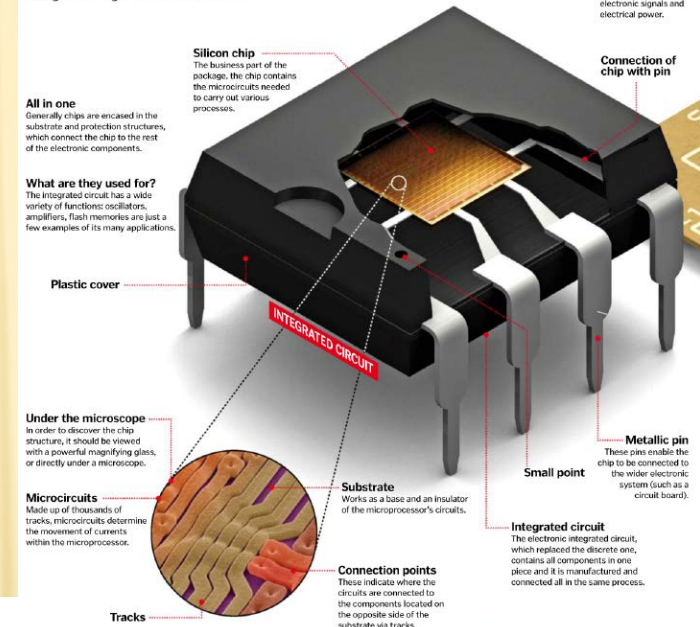
We take a look at the nanoscale tech that distinguishes integrated and discrete circuits

### All in one

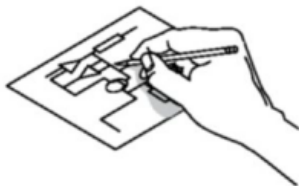
Generally chips are encased in the substrate and protection structures, which connect the chip to the rest of the electronic components.

### What are they used for?

The integrated circuit has a wide variety of functions: oscillators, amplifiers, flash memories are just a few examples of its many applications.

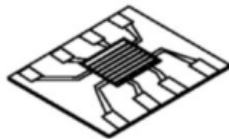


## A circuit in the making



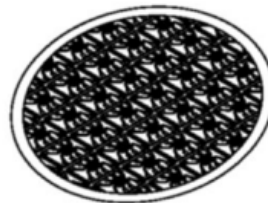
### 1. Draw circuit

Integrated circuit design is drawn onto paper.



### 2. Photolithography

With a photolithography process the design is copied onto a silicon wafer.



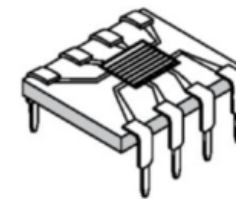
### 3. Add circuit

The circuit is transferred to a wafer. There are multiple circuits per wafer.



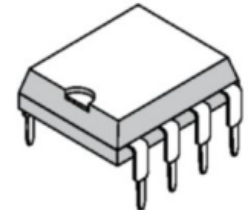
### 4. Trim excess

Any empty sections on the wafer are cut.



### 5. Terminals

The circuit terminals are welded on.



### 6. Plastic shell

Finally the protective plastic casing is mounted.

# LOGICKÉ HRADLÁ

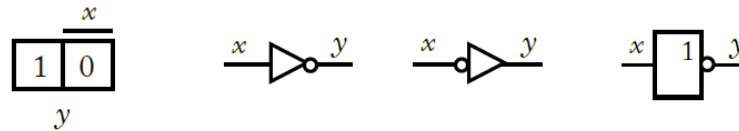
## *Negácia alebo inverzia (skratka INV alebo NOT)*

Najjednoduchšie logické hradlo. Má jeden vstup a jeden výstup. Existuje verzia s trojstavovým výstupom, vtedy pribudne riadiaci vstup.

Zápis logickej funkcie:

$$y = \overline{x}$$

Schématická značka:



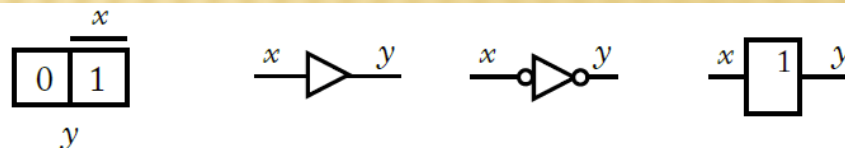
## *Buffer (skratka BUF)*

Má jeden vstup a jeden výstup. Existuje verzia s trojstavovým výstupom, vtedy pribudne riadiaci vstup. Z logického hľadiska neplní žiadnu funkciu, môže slúžiť na oddelenie signálov, posilnenie signálu alebo ako oneskorenie.

Zápis logickej funkcie:

$$y = x$$

Schématická značka:



# LOGICKÉ HRADLÁ

## *Logický súčet (skratka OR)*

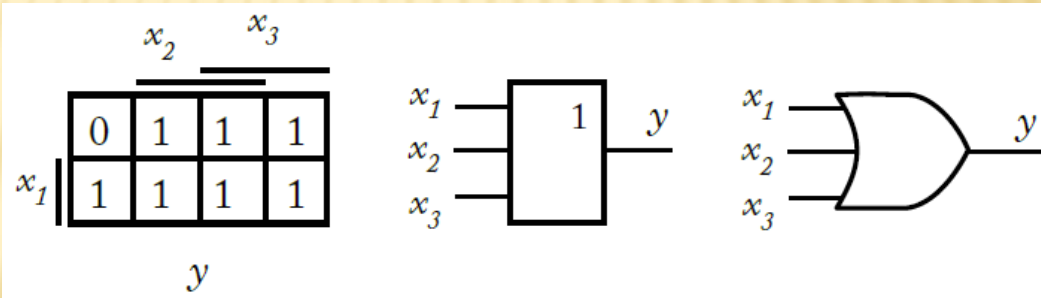
Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie:

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$$y = x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$$

Schématická značka:





# LOGICKÉ HRADLÁ

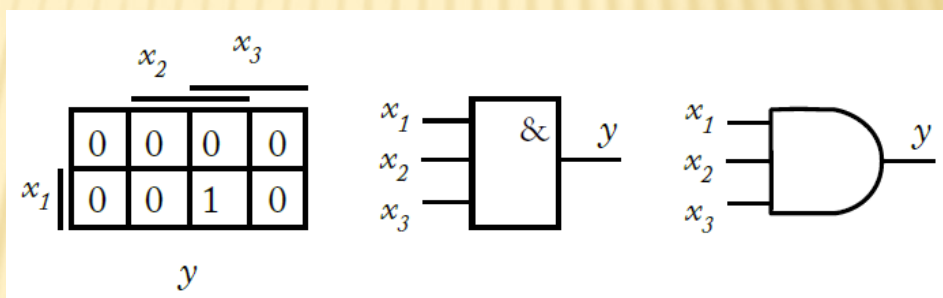
## *Logický súčin (skratka AND)*

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie:

$$y = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

Schématická značka:



# LOGICKÉ HRADLÁ

## *Negácia logického súčtu (skratka NOR), Pierceova funkcia*

Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup. K zápisu často používame symbol:  $\downarrow$  (*Pierceov operátor*), ktorý sprehľadňuje zápis.

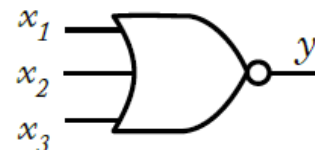
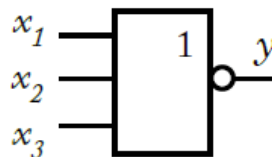
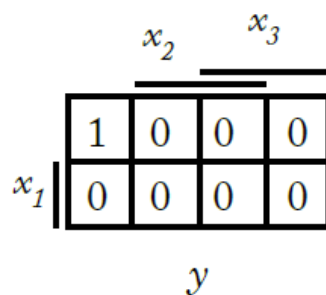
Ak je operátor aplikovaný na celý logický výraz, potom je zhodný s negáciou.

Zápis logickej funkcie:

$$y = \overline{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$$

$$y = \overline{x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n} = x_1 \downarrow x_2 \downarrow \dots \downarrow x_n$$

Schématická značka:



# LOGICKÉ HRADLÁ

## *Negácia logického súčinu (skratka NAND), Shafferova funkcia*

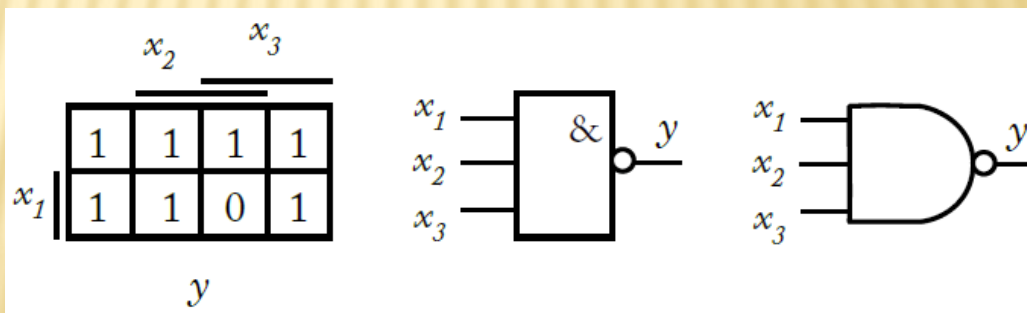
Funkcia má dva a viac vstupov a jeden výstup. K zápisu často používame symbol: **|** (*Shafferov operátor*), ktorý sprehľadňuje zápis. Ak je operátor aplikovaný na celý logický výraz, potom je zhodný s negáciou.

Ak je operátor aplikovaný na celý logický výraz, potom je zhodný s negáciou.

Zápis logickej funkcie:

$$y = \overline{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = x_1 | x_2 | \dots | x_n$$

Schématická značka:





# LOGICKÉ HRADLÁ

*Neekvivalencia, nerovnoznačnosť (skratka XOR, eXclusive OR)*

Funkcia má dva alebo viac vstupov a jeden výstup.

Zápis logickej funkcie:

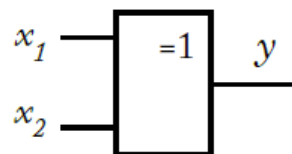
$$y = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$$

pre dve premenné:

$$y = x_1 \oplus x_2 = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2$$

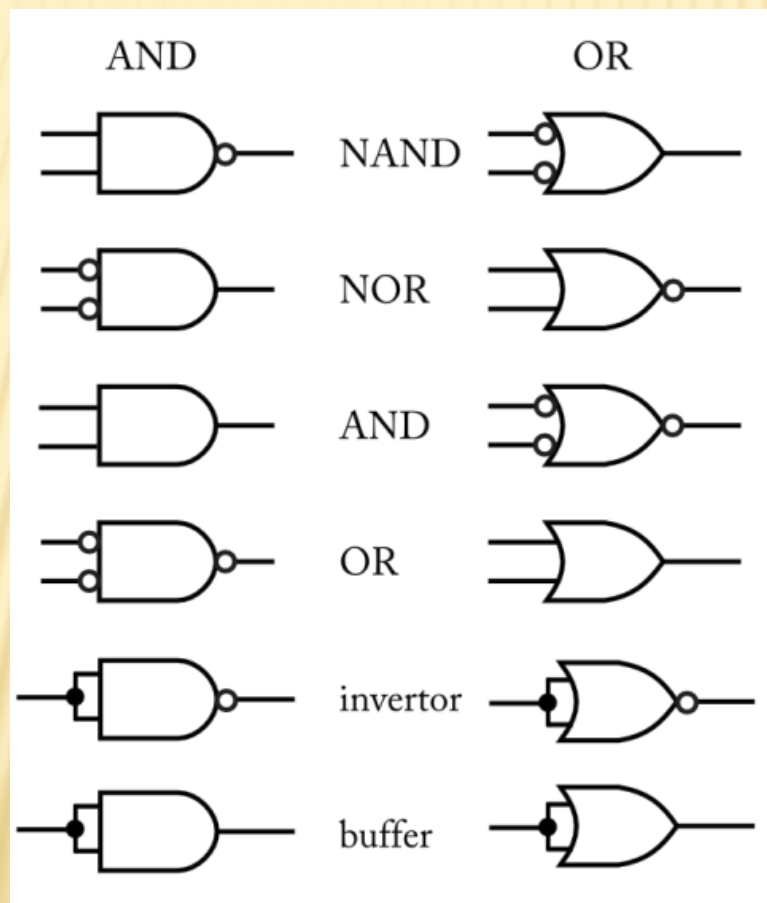
Schématická značka:

		$x_2$
		$\overline{\overline{\phantom{x}}}$
	0	1
$x_1$	1	0
		$y$



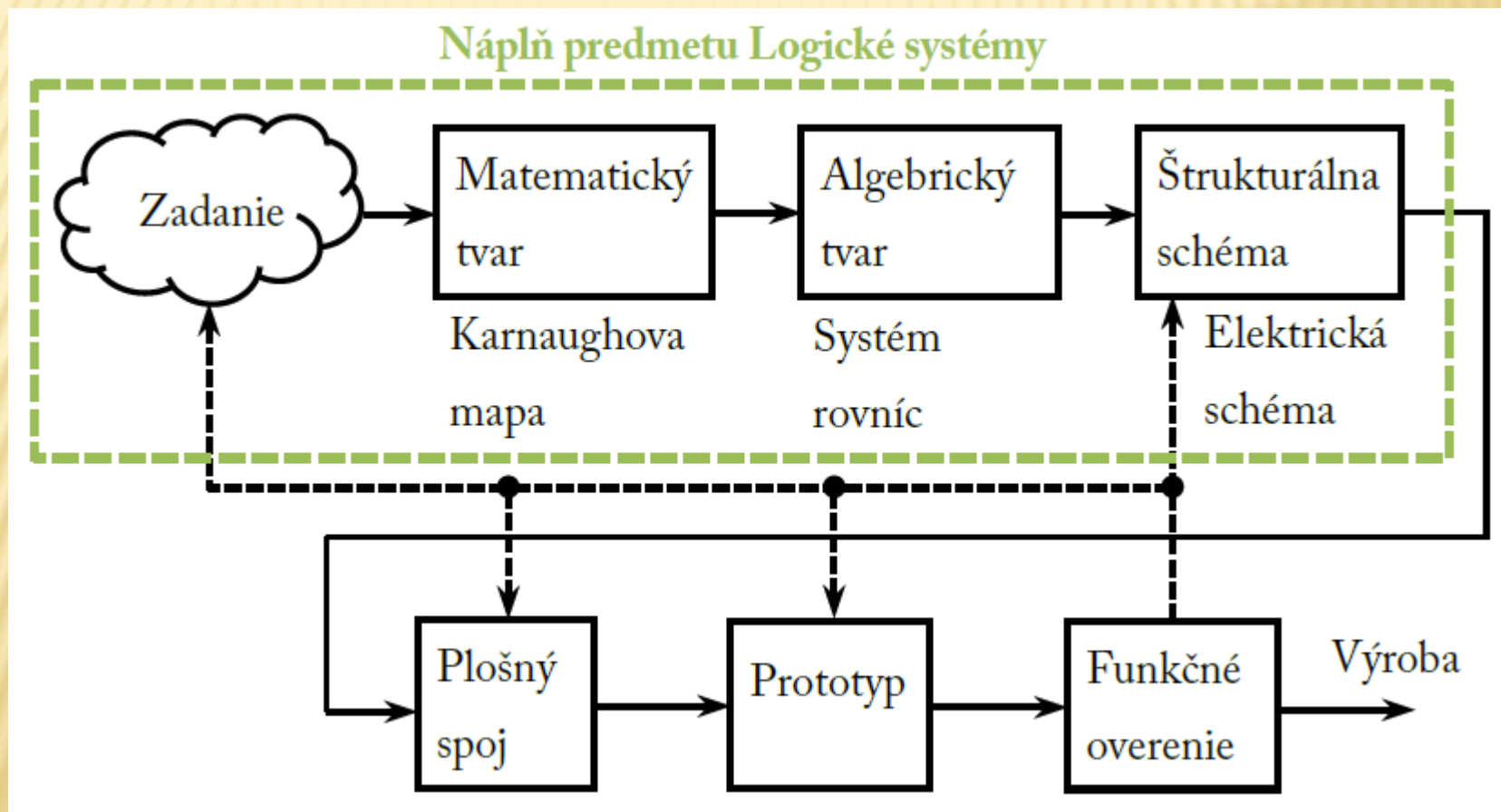
# EKVIVALENTNÉ ZAPOJENIA

Schematické značky základných logických členov zakreslené s použitím AND, OR a NOT.



# FÁZY VÝVOJA ČÍSLICOVÉHO LOGICKÉHO SYSTÉMU

Jednotlivé fázy vývoja výrobku sú určené stavom vývoja technológií, voľbou použitých nástrojov ako aj skúsenosťami riešiteľa.





# BOOLEOVA ALGEBRA

Pravidlá Booleovej algebry.

$$a+a=a$$

Zákon absorpcie:

$$a+a.b=a$$

Zákon absorpcie negácie:

$$a + \bar{a}.b = a + b$$

Distributívny zákon:

$$a+(b.c)=(a+b).(a+c)$$

Napr.:  $a+(a.b)=a$

$$a.b + \bar{a}.b = b$$

Neutrálnosť nuly a jednotky:

$$a+0=a$$

Agresívnosť nuly a jednotky:

$$a+1=1$$

Zákon vylúčenia tretieho:

$$a + \bar{a} = 1$$

$$a.a=a$$

$$a.(a+b)=a$$

$$a.(\bar{a} + b) = a.b$$

$$a.(b+c)=a.b+a.c$$

$$a.(a+b)=a$$

$$(a + b).(\bar{a} + b) = b$$

$$a.1=a$$

$$a.0=0$$

$$a.\bar{a} = 0$$

De Morganove zákony:

$$\overline{a + b} = \bar{a}.\bar{b}$$

$$\overline{a.b} = \bar{a} + \bar{b}$$