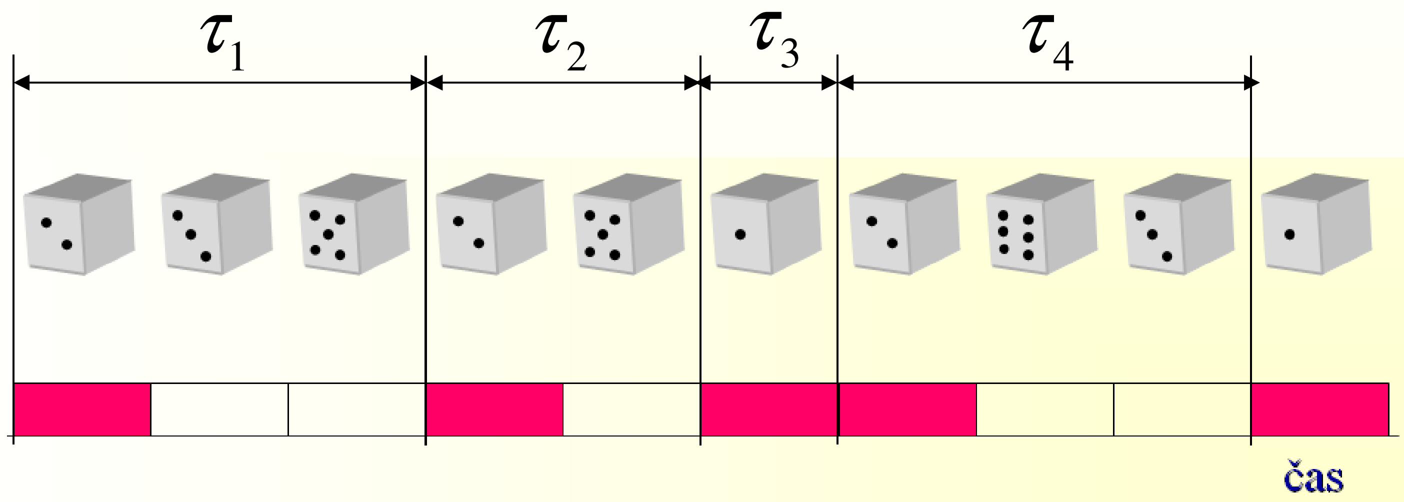
Teória sietí

Prvá úloha

Ako popísať proces, ktorý sa v sieti odohráva?

Bernoulliho proces



rozdelenie pravdepodobnosti

$$P\{\tau_k = n\} = P\{\tau = n\} = p(1-p)^{n-1}$$

$$\forall k,\ n = 1,2,\ldots$$

Proces nie Bernoulliho

Proces so stavmi $\{S_1,...,S_n\}$

počiatočné rozdelenie pravdepodobnosti

$$\mathbf{p}_0 = (p_0(1),..., p_0(n))$$

matica pravdepodobností prechodov

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n,1} & \cdots & p_{n,n} \end{pmatrix}$$

Invariantné rozdelenie

Invariantné rozdelenie pravdepodobnosti

$$\boldsymbol{\pi} = (\pi(1),\ldots,\pi(n))$$

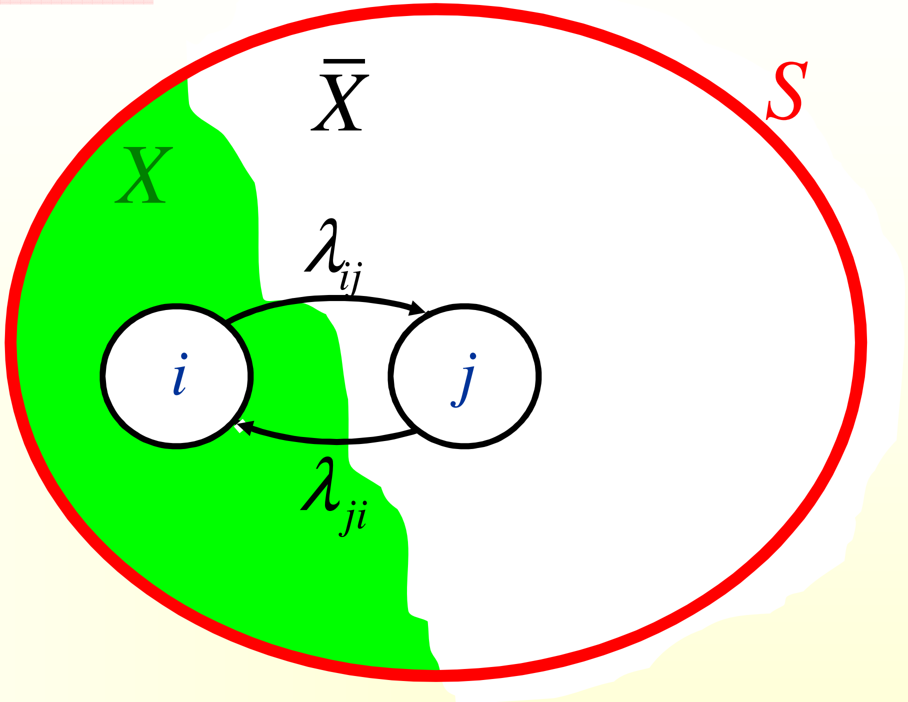
procesu so stavmi $\{S_1,\ldots,S_n\}$ a maticou pravdepodob-nosti prechodov

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n,1} & \cdots & p_{n,n} \end{pmatrix}$$

nájdeme riešením sústavy lineárnych algebraických rovníc

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{P} \ , \quad \sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1$$

Veta o zachovaní toku



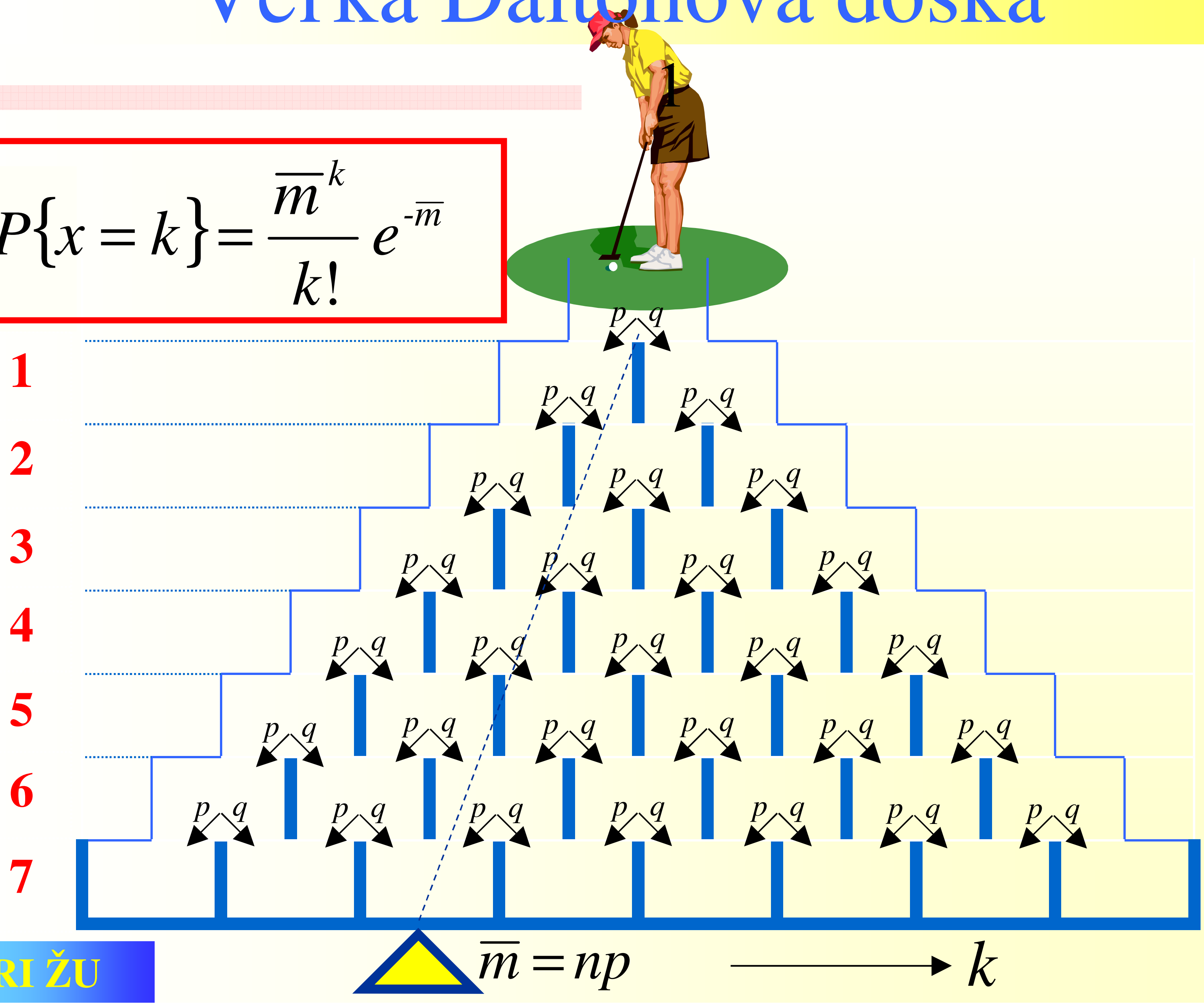
$$\Phi_{X\bar{X}} = \Phi_{\bar{X}X}$$

$$\sum_{i\in X}\sum_{j\in \bar{X}} \pi_i p_{ij} = \sum_{j\in \bar{X}}\sum_{i\in X} \pi_j p_{ji}$$

Formálny dôkaz za domácu úlohu

Veľká Daltonova doska

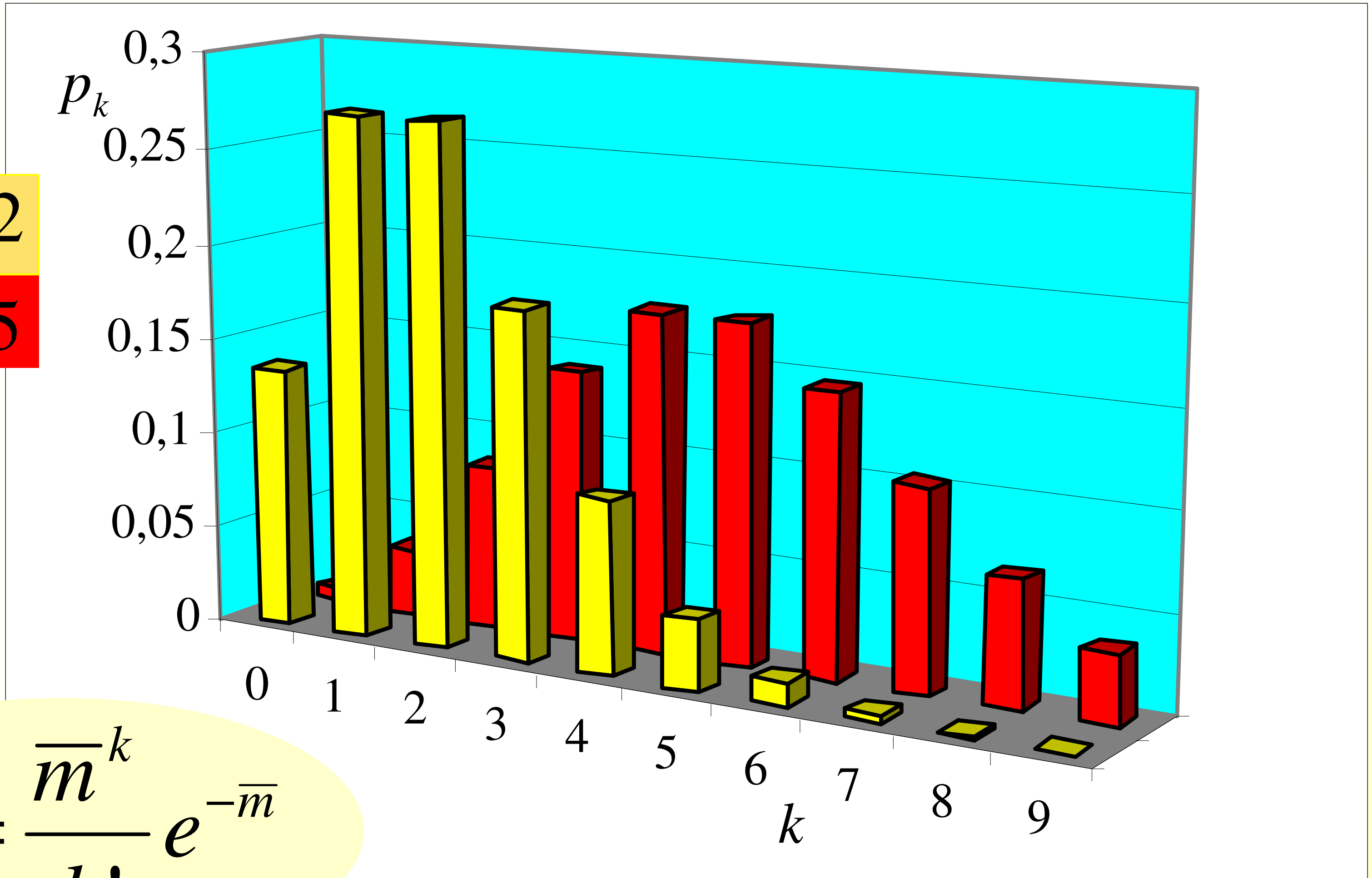
$$P\{x=k\}=\frac{\overline{m}^{k}}{k!}e^{-\overline{m}}$$



Poissonovo rozdelenie

$\overline{m} = 2$

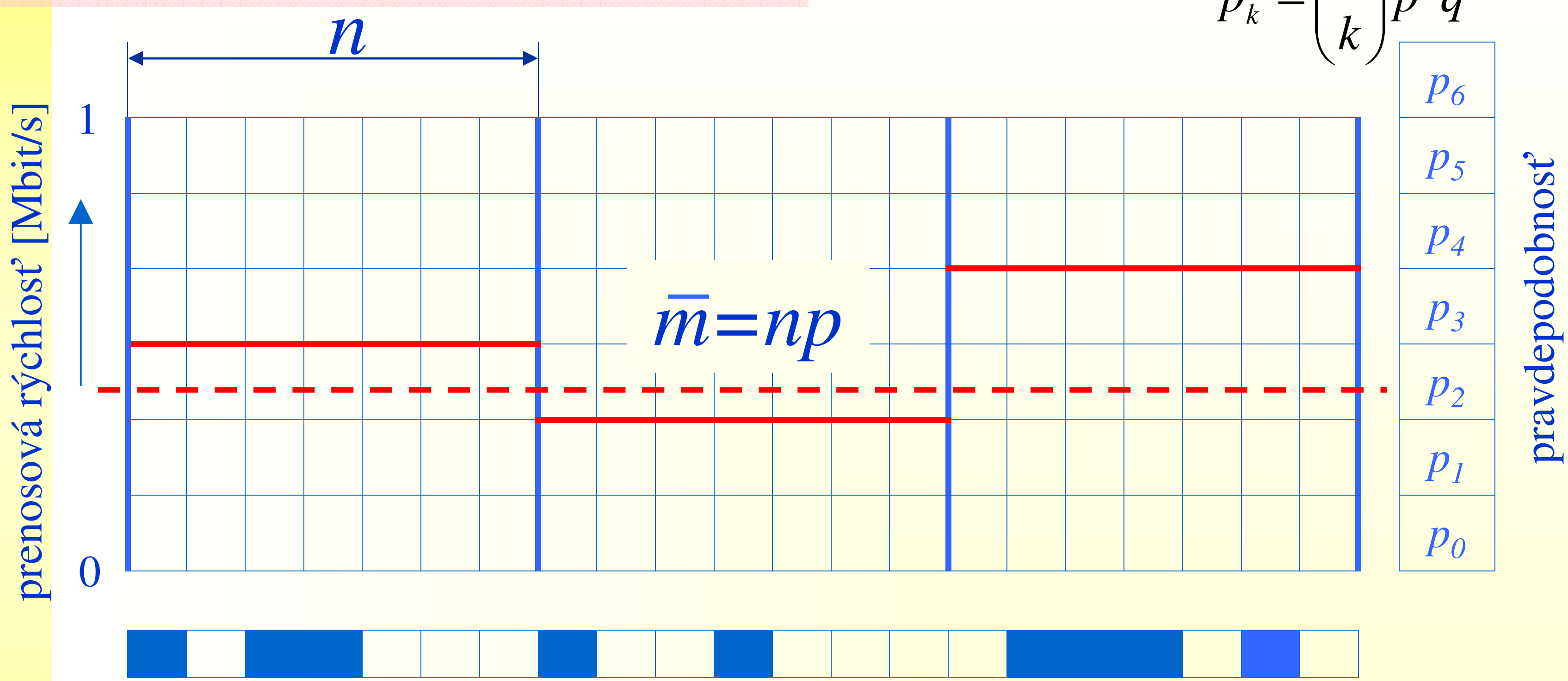
$\overline{m} = 5$



$$p_k = \frac{\overline{m}^k}{k!} e^{-\overline{m}}$$

Rozdelenie prevádzky

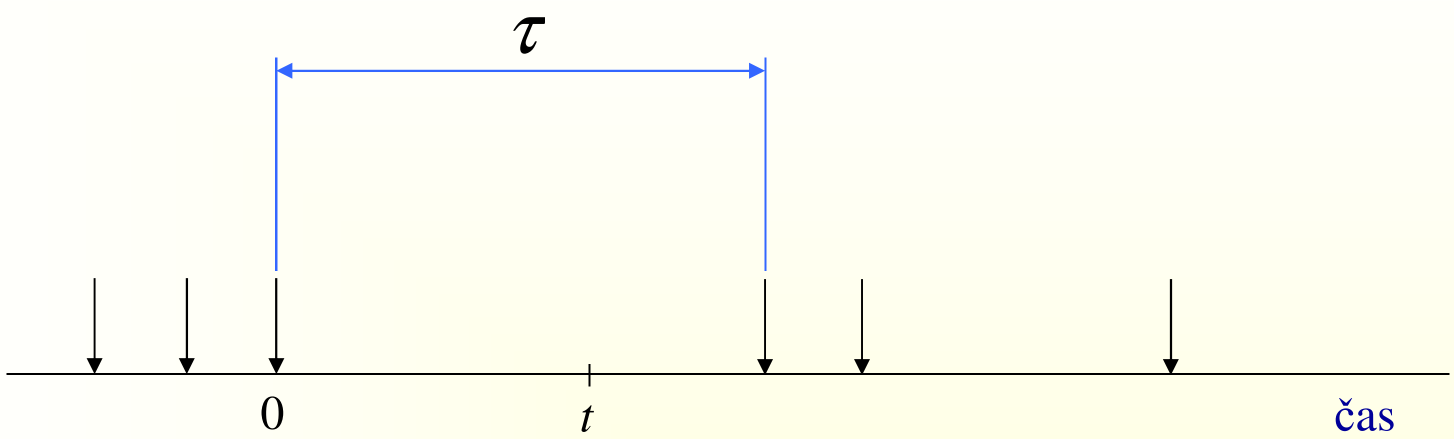
$$p_k = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$



$$\overline{m} = \lambda t$$

$$\boxed{P\{x = k\} = \frac{\overline{m}^k}{k!} e^{-\overline{m}}}$$

Interval medzi príchodmi



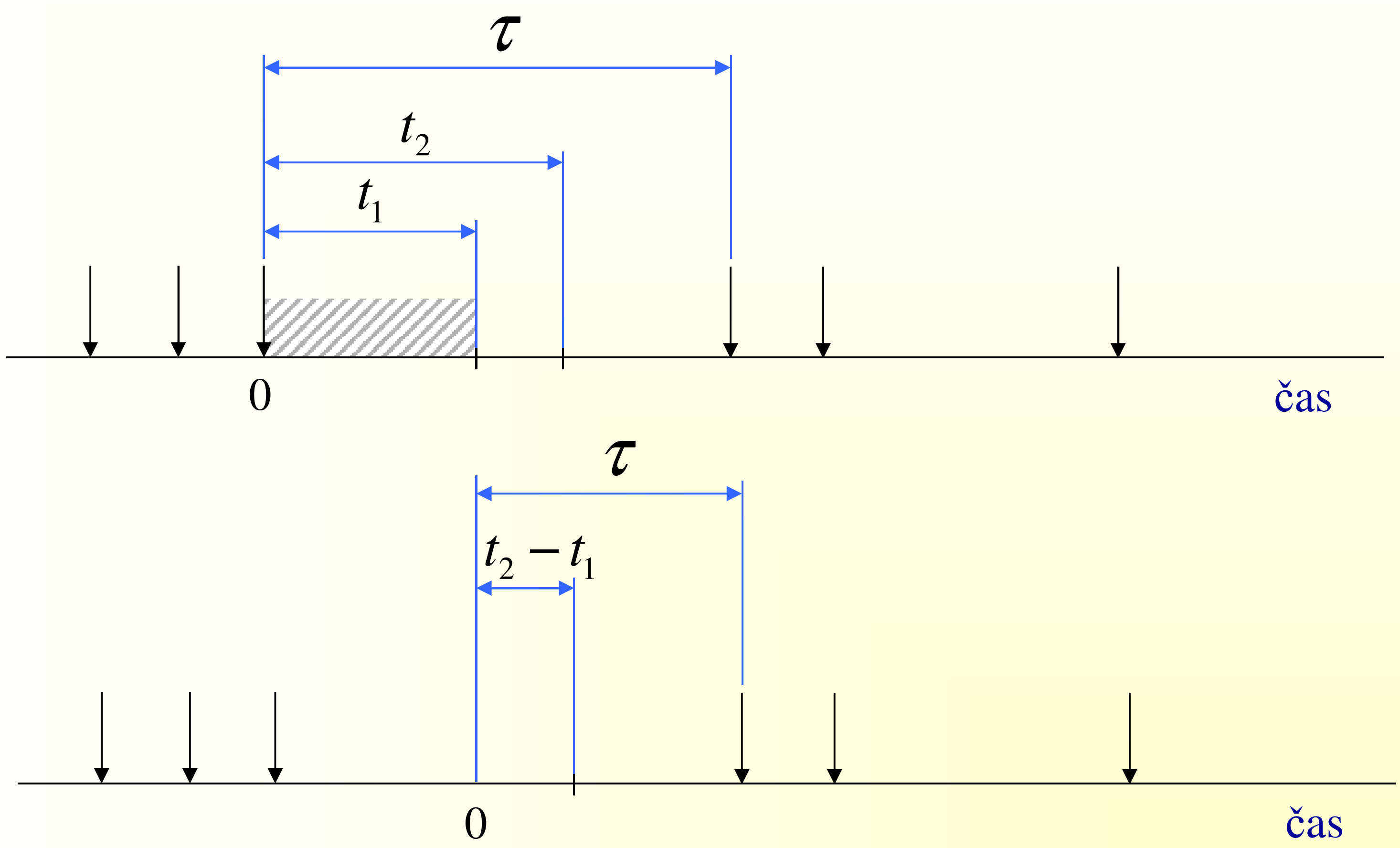
Distribučná funkcia

$$F(t) = P\{\tau < t\} = 1 - e^{-\lambda t}$$

Hustota rozdelenia pravdepodobnosti

$$f(t) = F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Neexistencia pamäte



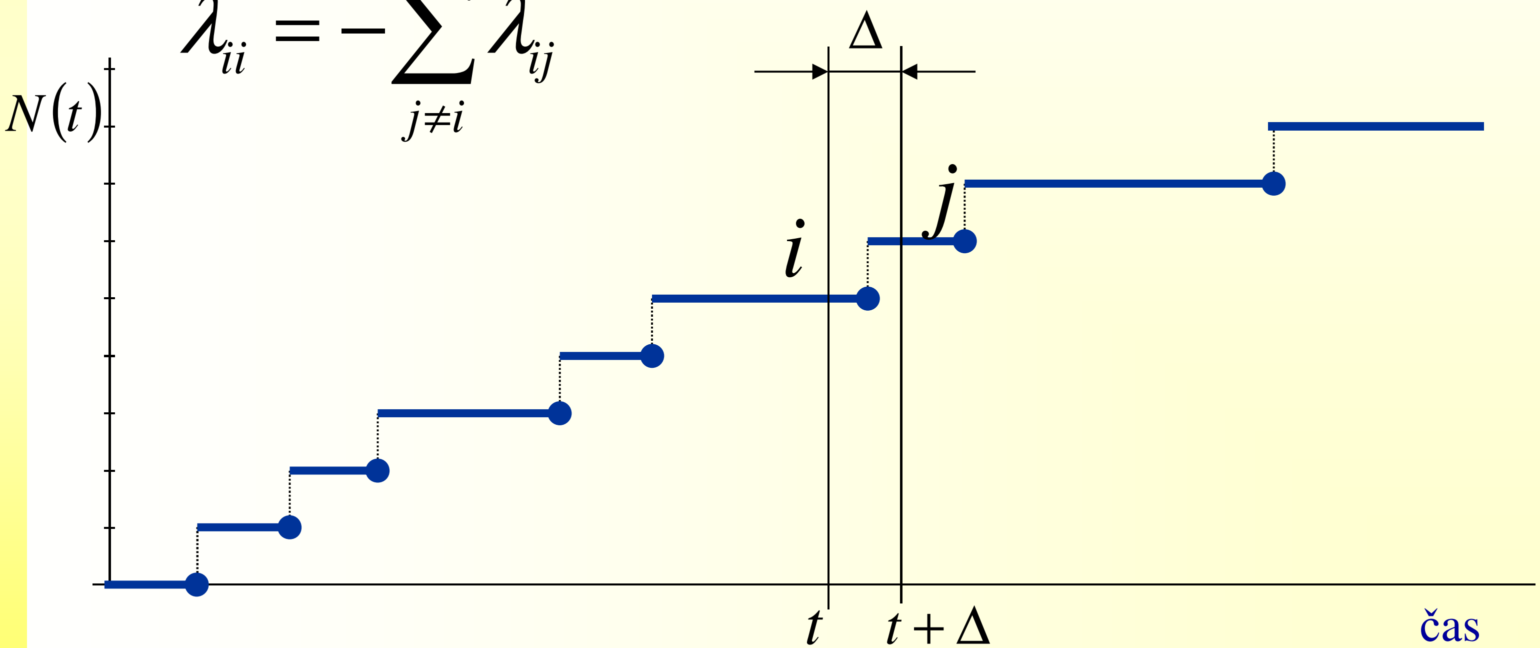
$$F(t_2 / \tau > t_1) = F(t_2 - t_1)$$

Intenzity prechodov

$$i = 0,1,\ldots,$$

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{1}{\Delta} P\{N(t+\Delta) = j \,/\, N(t) = i\}, \quad j \neq i$$

$$\lambda_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$$



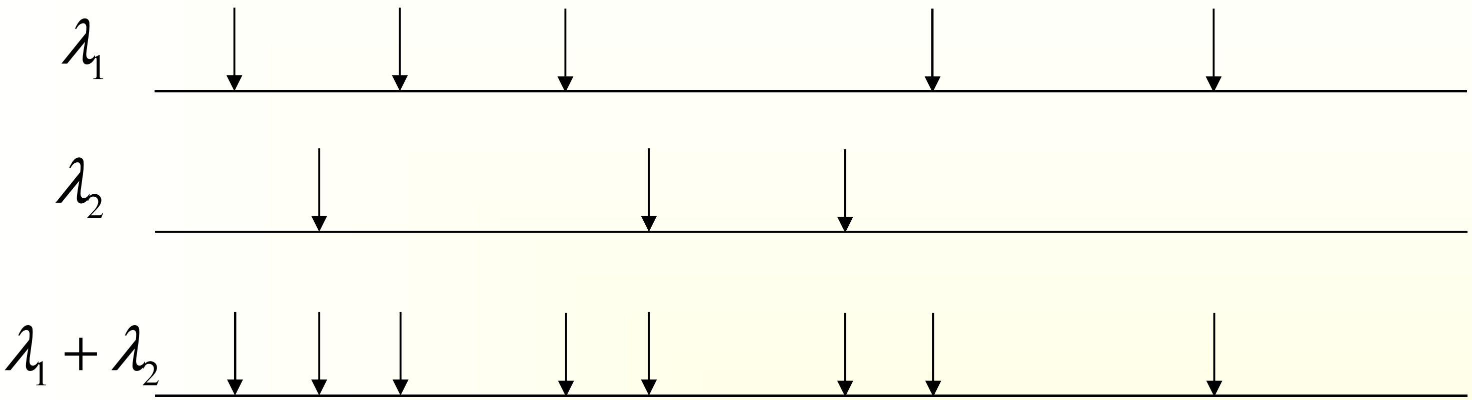
Matica intenzít

$$\mathbf{\Lambda} = \left(\lambda_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \lambda_{00} & \lambda_{01} & \dots \\ \lambda_{10} & \lambda_{11} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Poissonov proces s parametrom λ

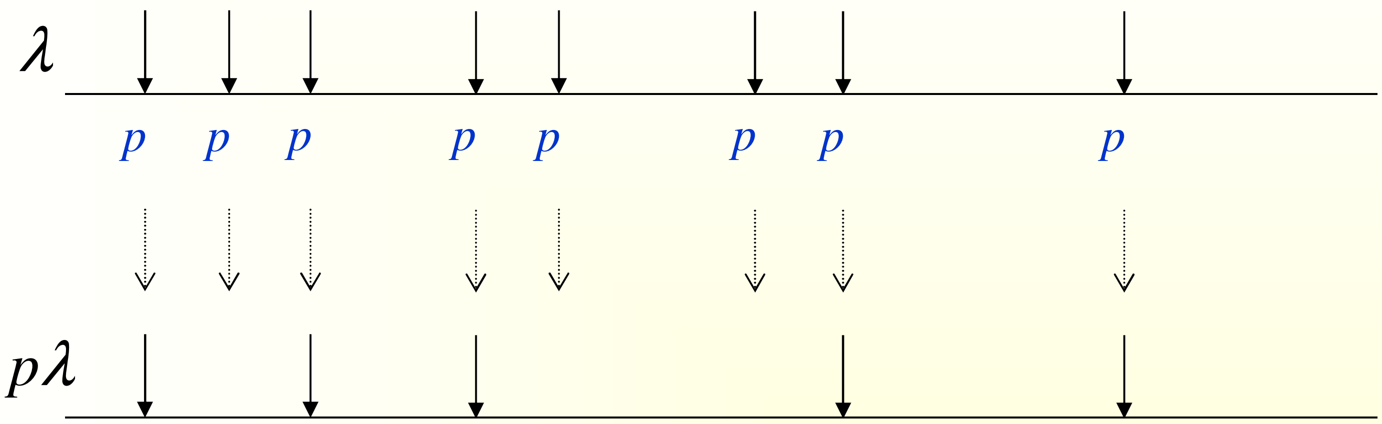
$$\mathbf{\Lambda} = \left(\lambda_{ij}\right) = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & \dots \\ 0 & -\lambda & \lambda & \dots \\ 0 & 0 & -\lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Súčet Poissonových procesov



Súčet Poissonových procesov s parametrami λ_1 a λ_2 je Poissonovým procesom s parametrom $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$

Náhodné smerovanie



Náhodný výber udalostí s pravdepodobnosťou p z Poissonovho procesu s parametrom λ je Poissonovým procesom s parametrom $p\lambda$

Úloha vrstvy prevádzky?

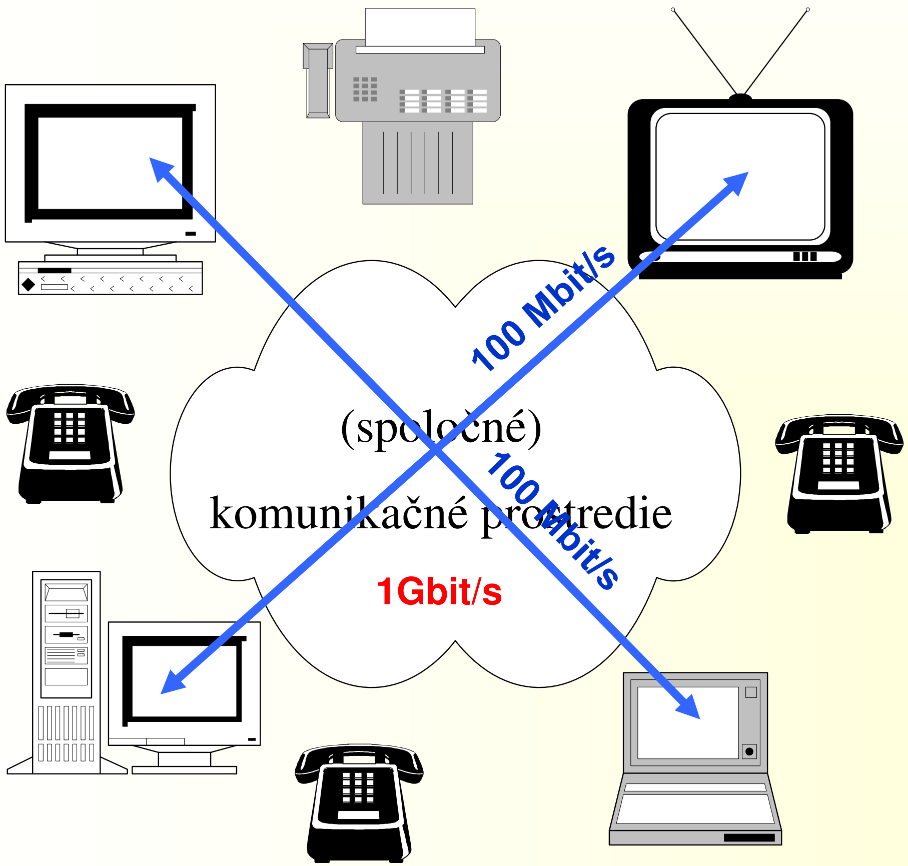
Nájsť kompromis medzi kvalitou a efektívnosťou siete.

1. **z ekonomických dôvodov musí byť kapacita siete menšia než sú možné požiadavky na prenos**
2. **požiadavky na prenos vznikajú náhodne**

Aká je priepustnosť spoločného komunikačného prostredia?

Jednoduchý komunikačný systém

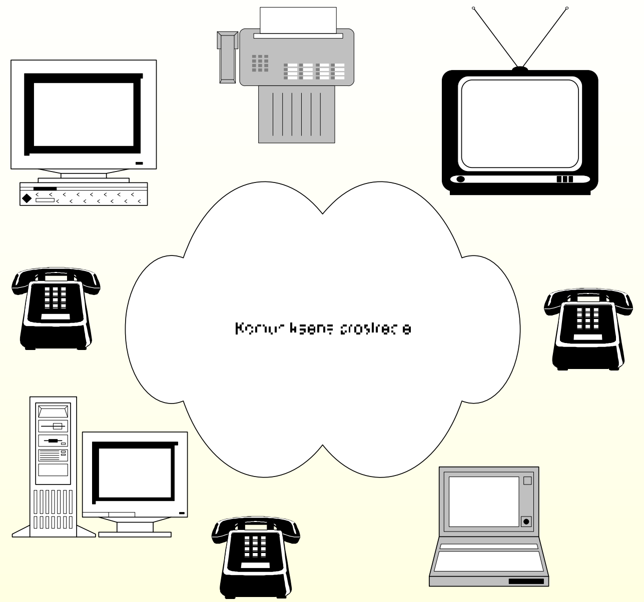
zdroje a prijímače informácie



Aké prepojovanie zvoliť?

- kanálov
- paketov

Kapacita spoločného prostredia



kapacita kanála

Synchrónny prenos

komutácia kanálov

0

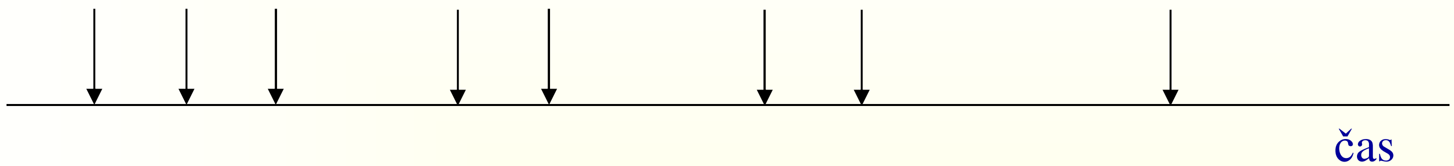
1 Gbit/s

objem vstupného toku

deterministická garancia kvality

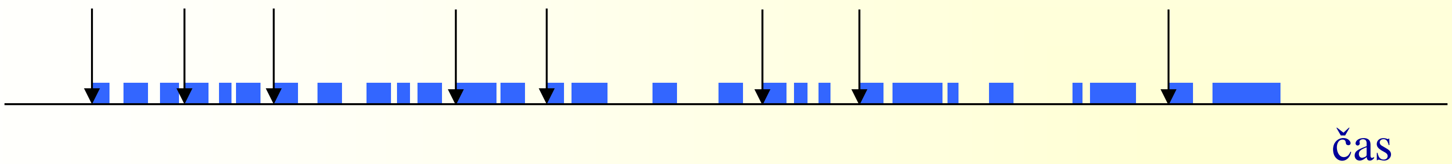
Primárny a sekundárny proces

Žiadosti o zriadenie relácie



priemerný počet relácií	priemerná dĺžka relácií
20 rel/min	5 min

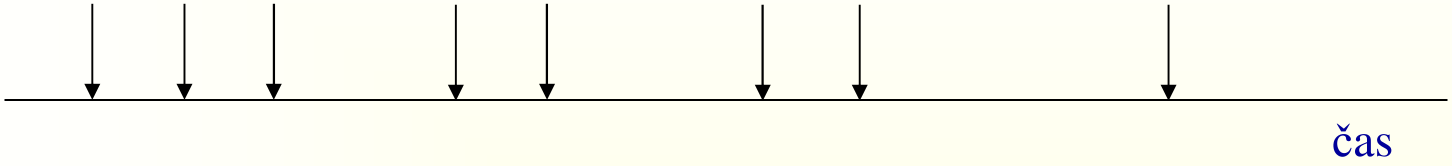
Príchody paketov počas relácie



priemerný počet paketov	priemerná dĺžka paketov
500 p/s	1000B

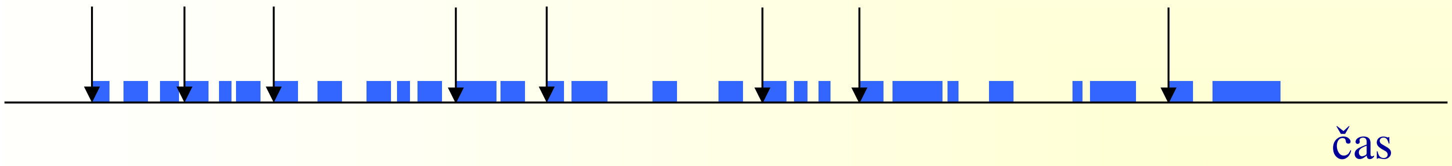
Domáca úloha 1

Žiadosti o zriadenie relácie



Vypočítajte stredný počet zriadených relácií

Príchody paketov celkovo



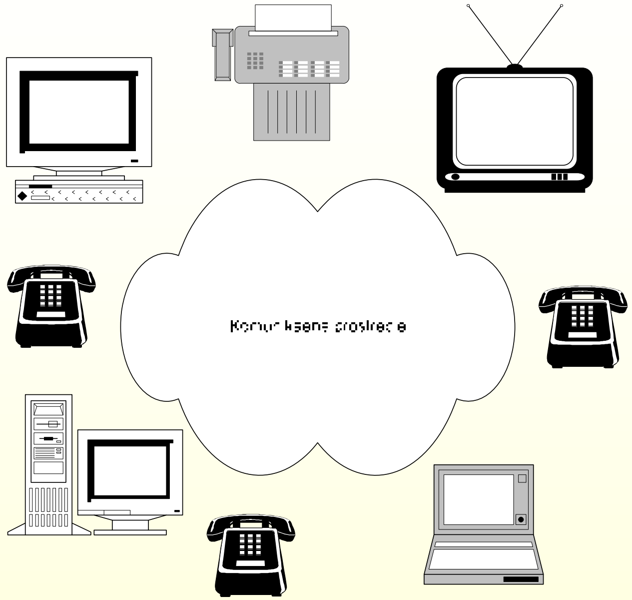
Vypočítajte stredný počet prichádzajúcich paketov

Domáca úloha 2

Vypočítajte:

- **pravdepodobnosť odmietnutia žiadosti o zriadenie relácie (miera kvality)**
- **stredné využitie spoločného komunikačného prostredia (miera efektívnosti)**

Kapacita spoločného prostredia



kapacita

komutácia paketov

0

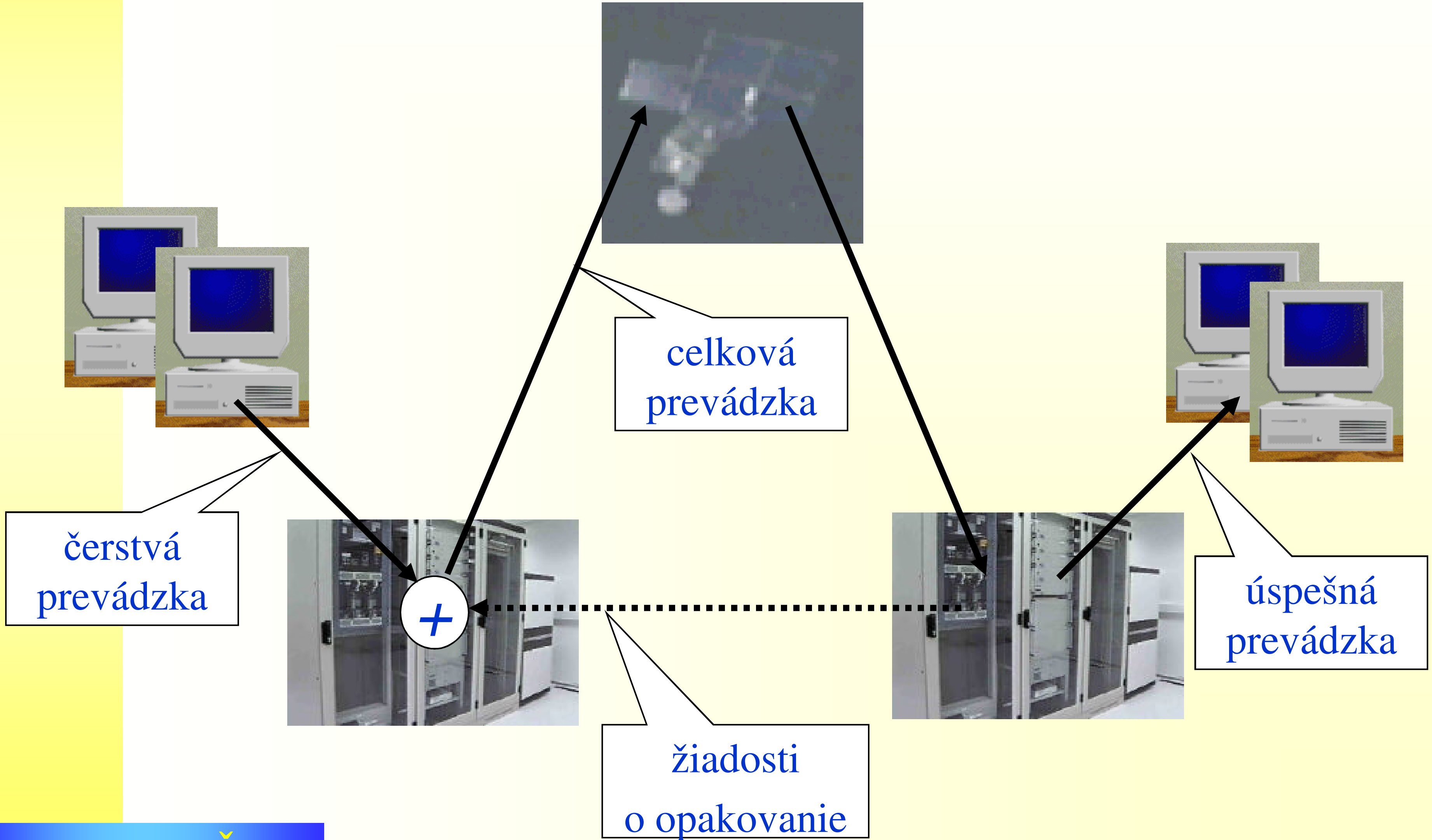
objem vstupného toku

stochastická garancia kvality

nemožnosť deterministicky garantovať kvalitu pre ľubovoľne malé toky

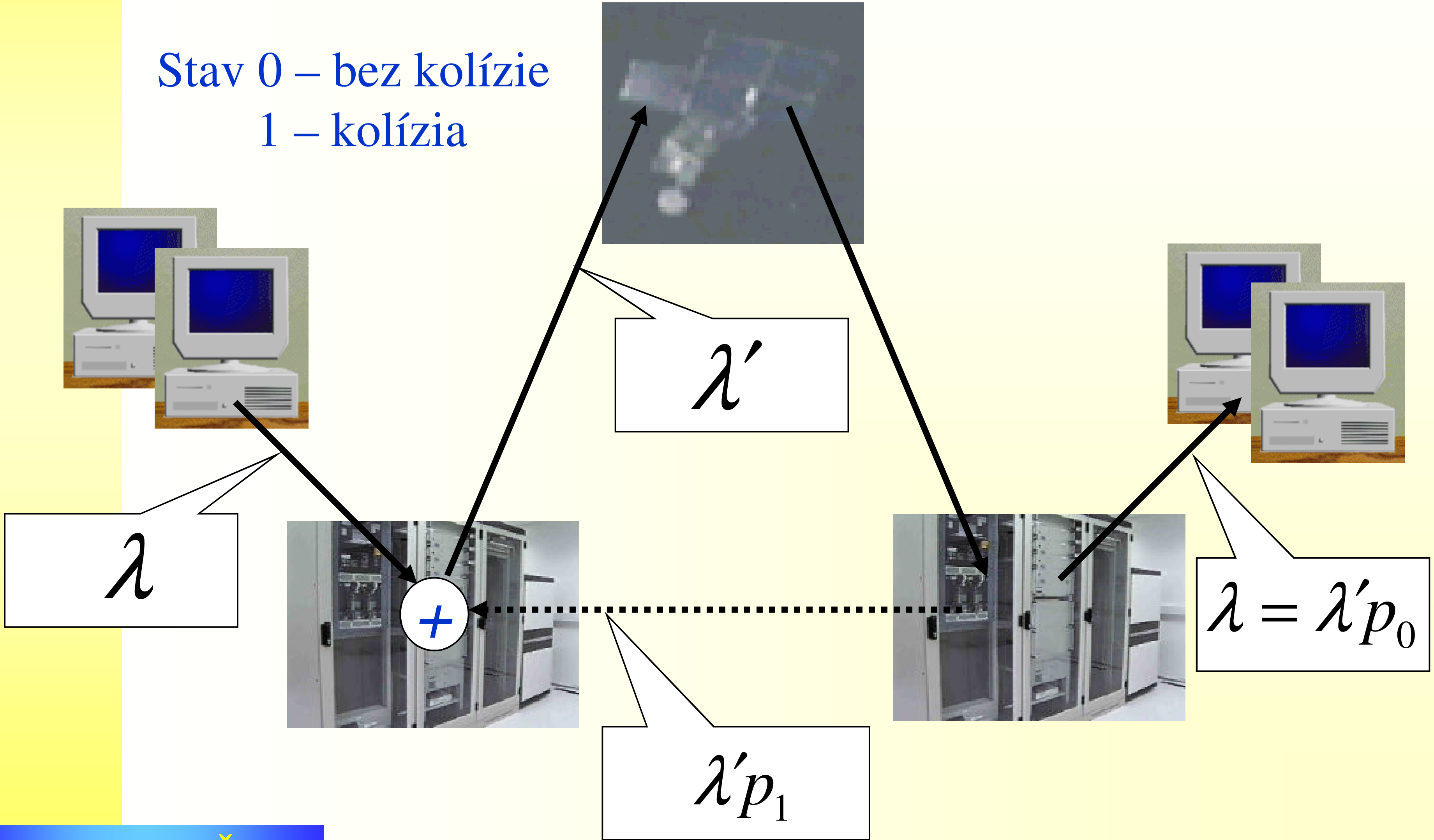
Sieť ALOHA

Sieť ALOHA


celková prevádzka
čerstvá prevádzka
+
žiadosti o opakovanie
úspešná prevádzka

Sieť ALOHA

Stav 0 – bez kolízie
1 – kolízia



Sieť ALOHA

$$\lambda = \lambda' p_0$$

doba vysielania informácie 1 slot $\boxed{\tau}$

intenzita prevádzky:

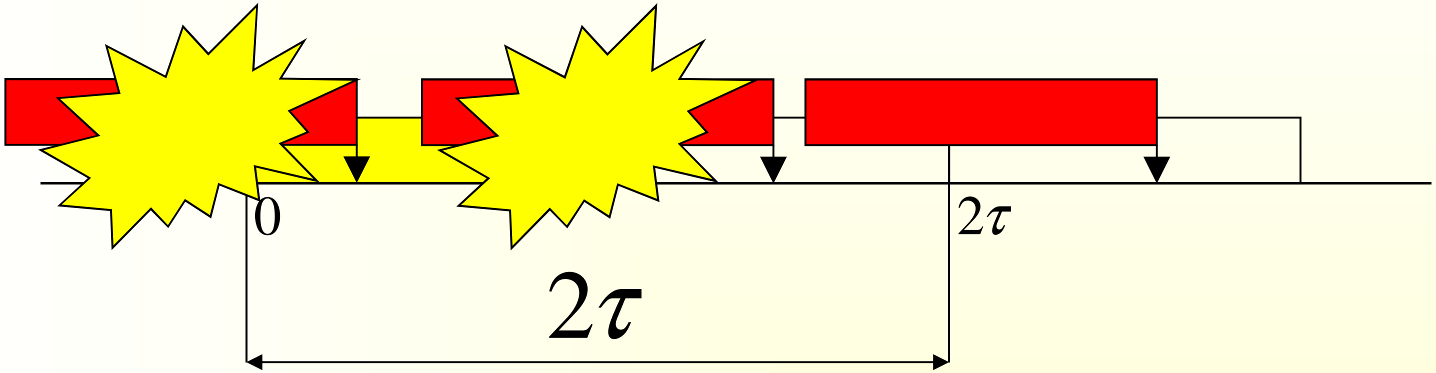
čerstvej $\rho = \lambda\tau$

celkovej $\rho' = \lambda'\tau$

$$p_0 = \frac{\rho}{\rho'}$$

Sieť ALOHA

pravdepodobnosť stavu bez kolízie

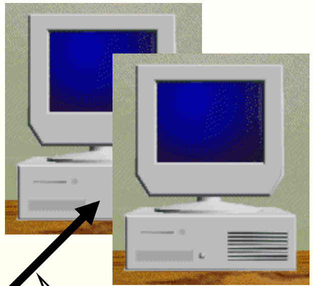


$$p_0 = P\{T > 2\tau\} = 1 - F(2\tau) = e^{-\lambda' 2\tau} = e^{-2\rho'}$$

Sieť ALOHA

$$p_0 = e^{-2\rho'}$$

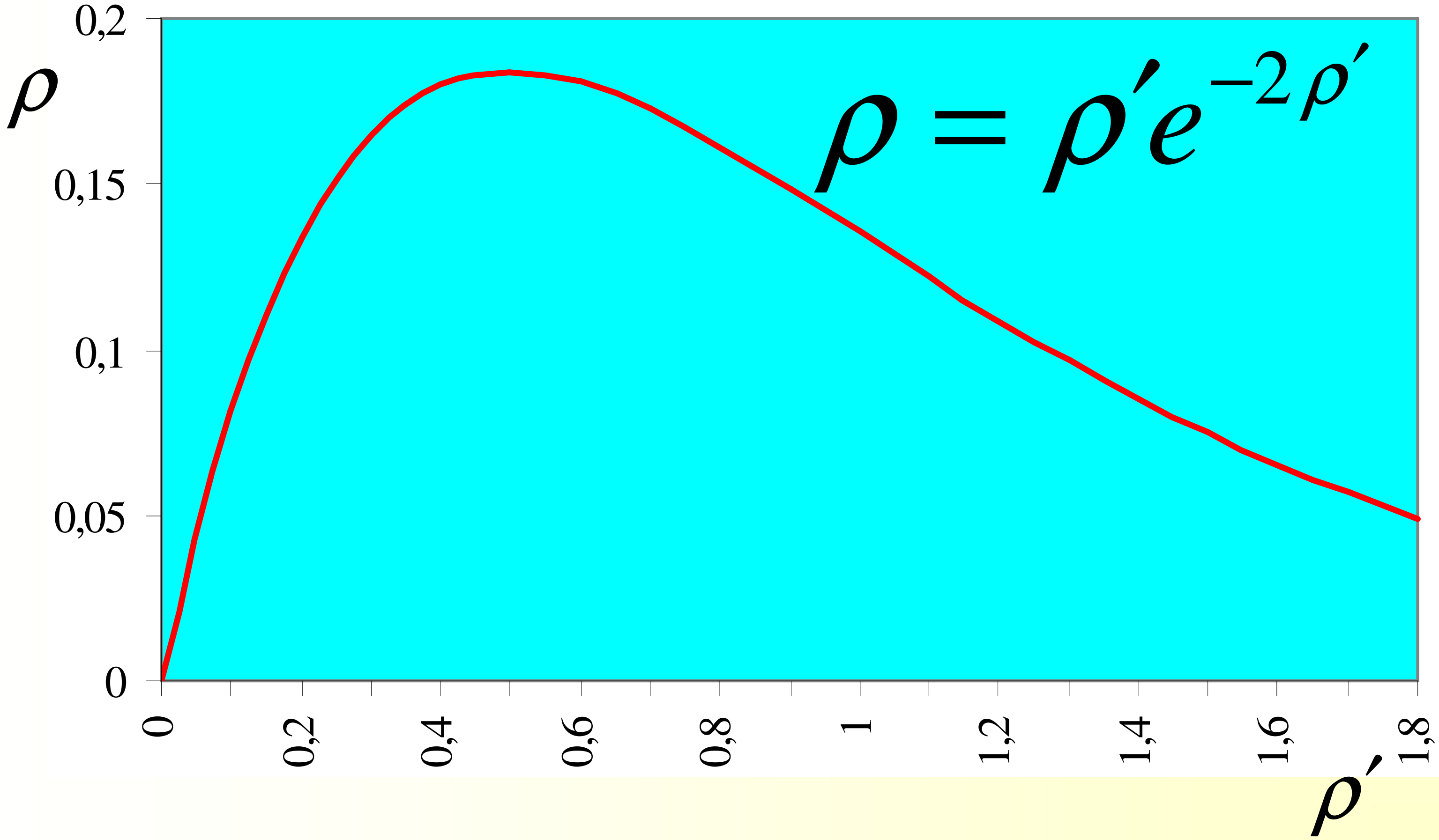
$$p_0 = \frac{\rho}{\rho'}$$



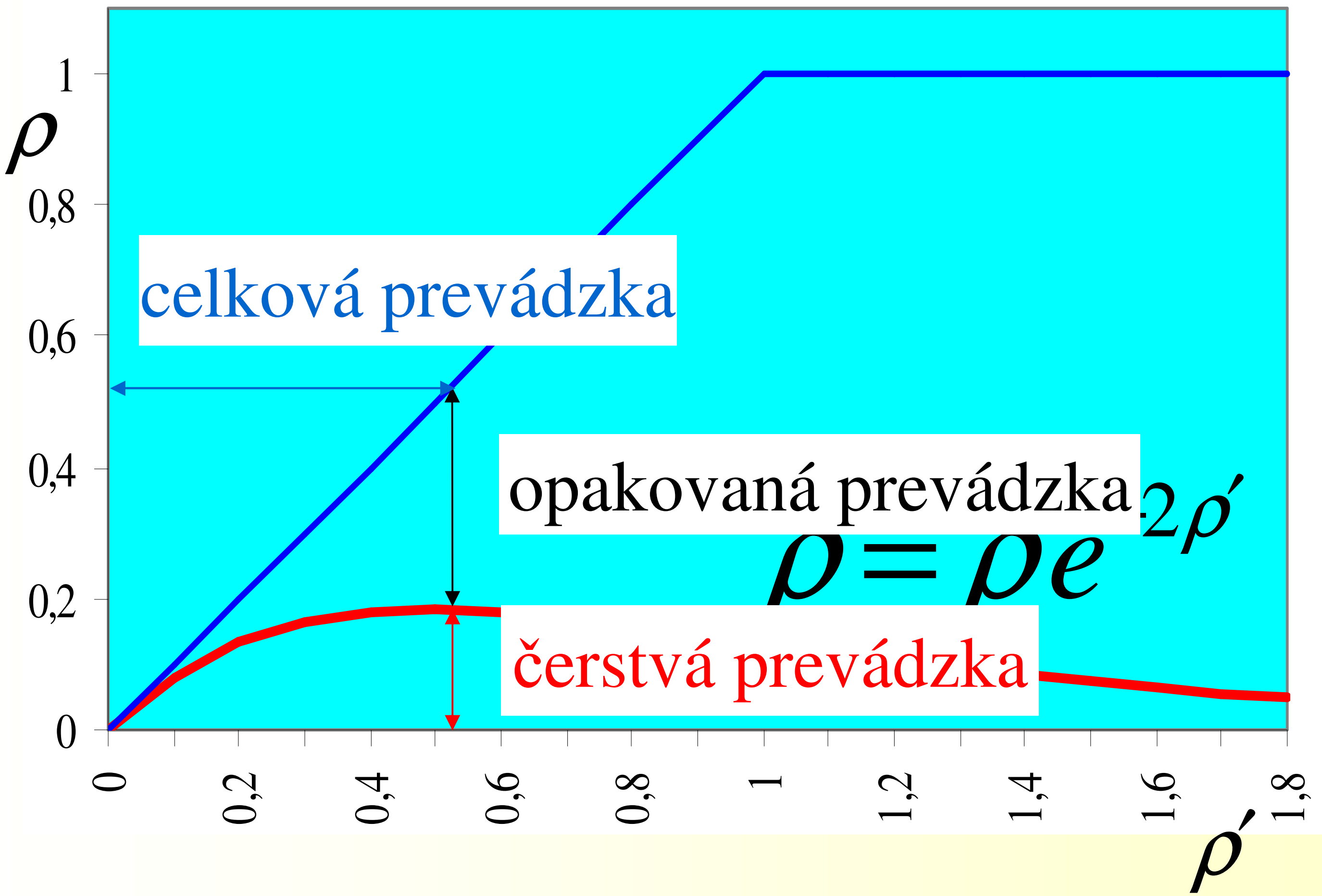
$$\lambda = \lambda' p_0$$

$$\boxed{\rho = \rho' e^{-2\rho'}}$$

Sieť ALOHA

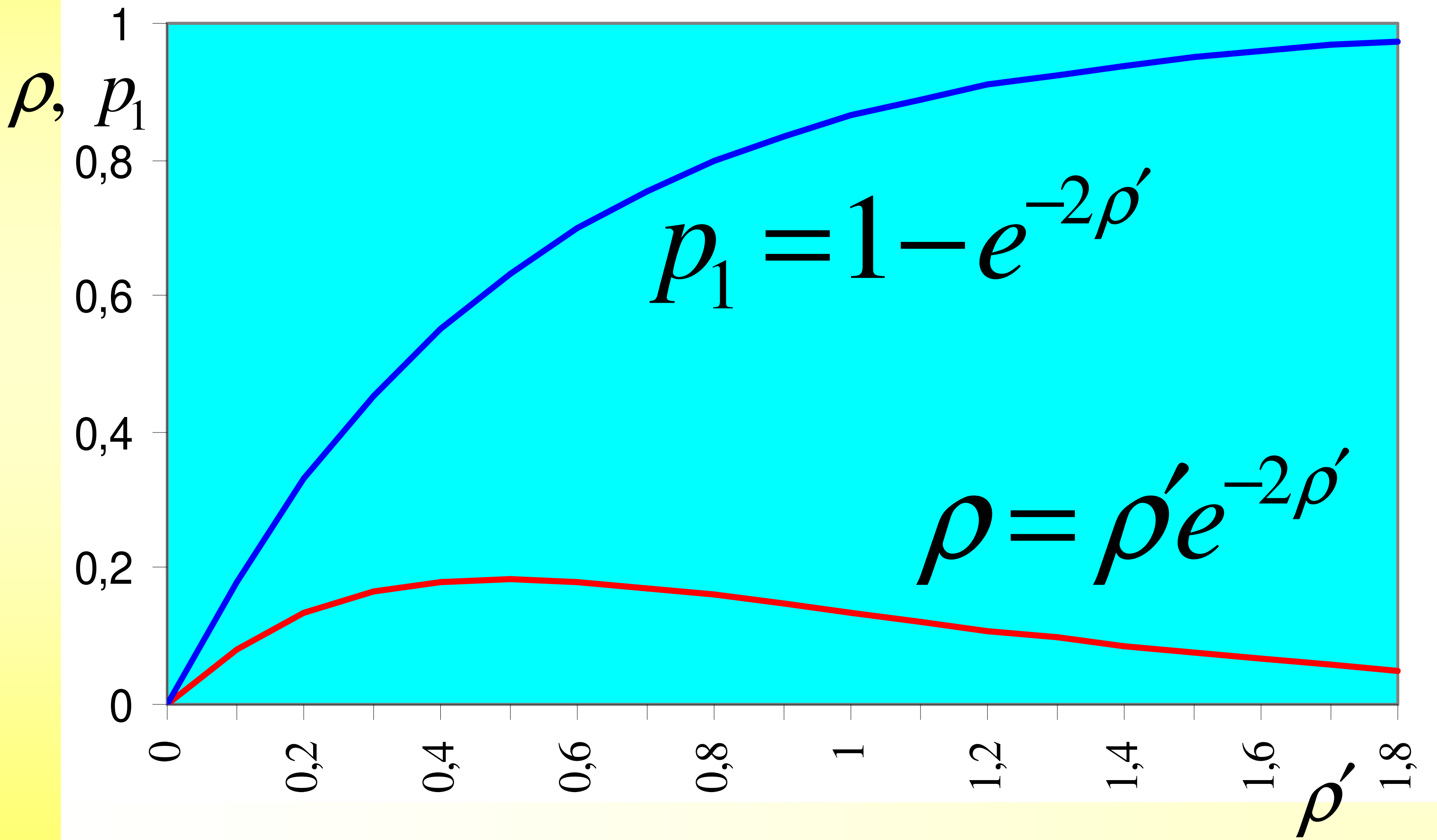


Sieť ALOHA



1
ρ
0,8
celková prevádzka
0,6
0,4
opakovaná prevádzka
$\rho = \rho' e^{-2\rho'}$
0,2
čerstvá prevádzka
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
ρ′

Pravdepodobnosť kolízie



Počet vysielaní

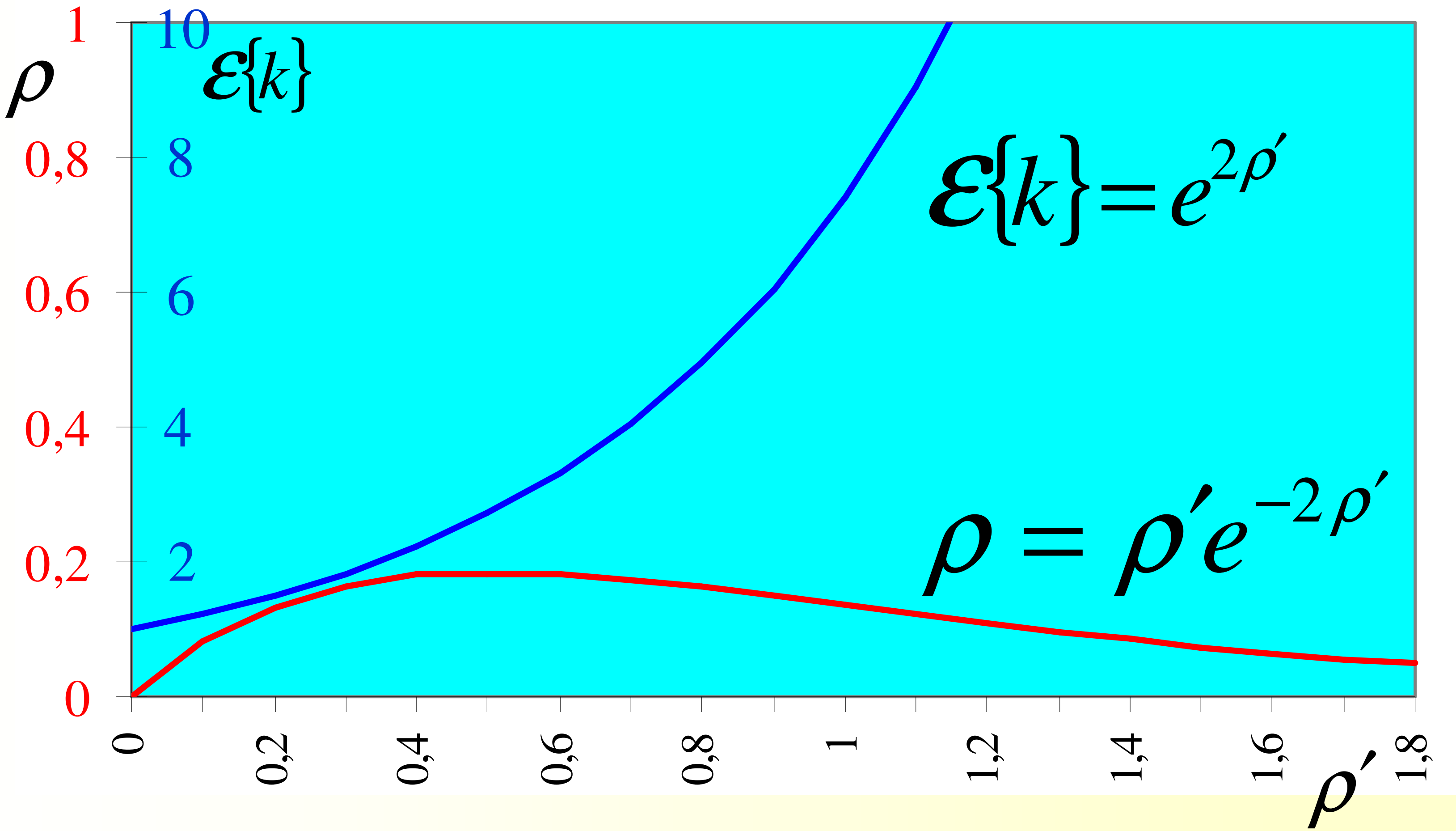
$$p_0 = e^{-2\rho'} \qquad p_1 = 1 - e^{-2\rho'}$$

$$r_k = p_1^{k-1} p_0 = \left(1 - e^{-2\rho'}\right)^{k-1} e^{-2\rho'}, \quad k = 1,2,\ldots$$

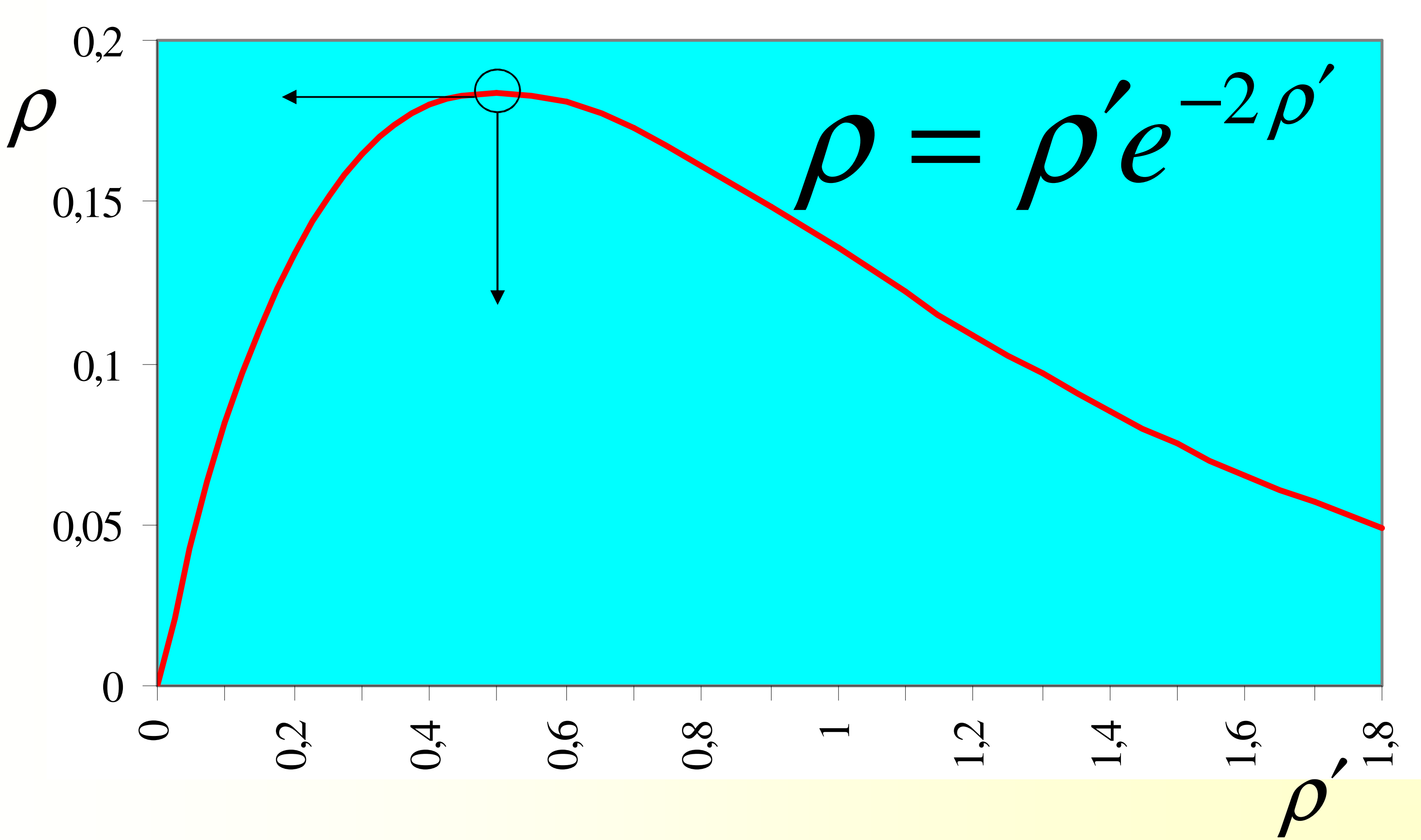
Stredný počet vysielaní

$$\mathcal{E}\{k\} = \sum_{k=1}^{\infty} k p_1^{k-1} p_0 = \frac{1}{p_0} = e^{2\rho'}$$

Stredný počet vysielaní



Maximálna priepustnosť



Maximálna priepustnosť

$$\rho = \rho' e^{-2\rho'} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial \rho'} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho'} = \frac{\partial}{\partial \rho'} \rho' e^{-2\rho'} = e^{-2\rho'} - 2\rho' e^{-2\rho'} = 0$$

$$\boxed{\rho' = \frac{1}{2} \qquad \rho = \frac{1}{2e} \approx 0{,}184}$$

Maximálna priepustnosť

Miera efektívnosti

užitočné zaťaženie systému – 18,4%

celkové zaťaženie systému - 50%

z toho čerstvá prevádzka – 36,8%

opakovaná prevádzka – 63,2%

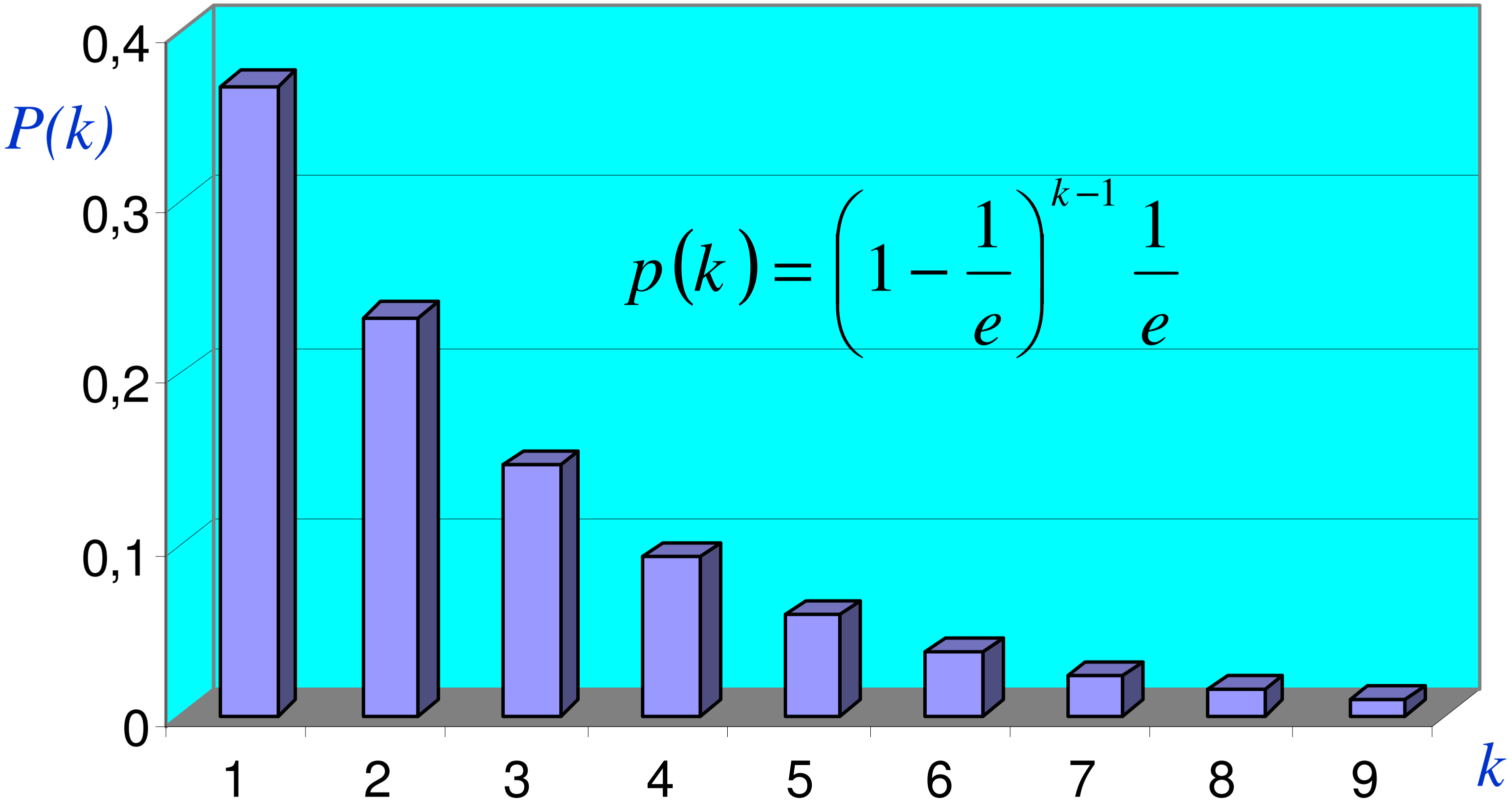
Miera kvality

pravdepodobnosť kolízie – $p_1=0,63$

stredný počet vysielaní – $\mathcal{E}\{k\} = e = 2,72$

Počet vysielaní

Rozdelenie pravdepodobnosti počtu vysielaní



$$p(k) = \left(1 - \frac{1}{e}\right)^{k-1} \frac{1}{e}$$

Ďakujem za pozornosť