

LOGICKÉ SYSTÉMY

Prednáška 6, 2014-2015

Ing. Adam Jaroš, PhD – prednášky, cvičenia

Ing. Michal Chovanec – cvičenia

Katedra technickej kybernetiky

Web predmetu: <http://frtk.fri.uniza.sk>

OPAKOVANIE — SEKVENČNÉ SYSTÉMY: **AUTOMATY**

- ✗ V predchádzajúcich štyroch prednáškach sme si ukázali všetky potrebné aspekty návrhu kombinačných logických systémov.
- ✗ V reálnych úlohách často musí logický systém musí **reagovať na vstupné podnety s ohľadom na predošlé vstupy**.
- ✗ Predchádzajúci stav definujeme **postupnosť zmien logických signálov na vstupe logického systému od určitého času** (napr. od vykonania „**resetu**“).
- ✗ Logické systémy, ktoré vykazujú pamäťové správanie nazývame **sekvenčné systémy** alebo len **automaty**.

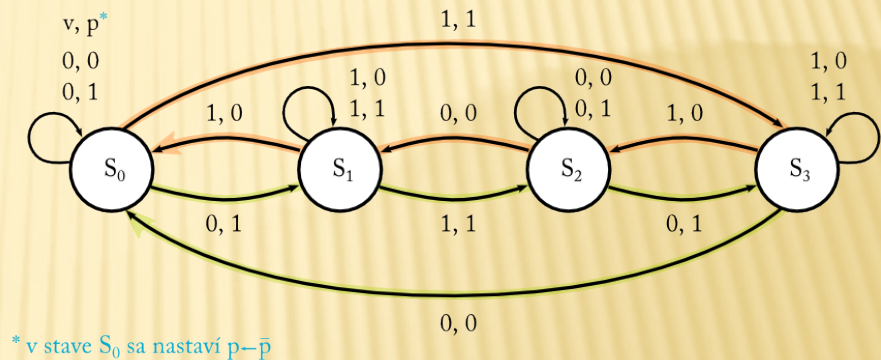
OPAKOVANIE – POPIS SPRÁVANIA SA SEKVENČNÝCH SYSTÉMOV

- ✗ Činnosť automatu zapisujeme v podobe **orientovaného grafu**.

- ✗ Klasické spôsoby zápisu: **Moorov** a **Mealyho** automat. *Petriho siete*.

- ✗ **Mealyho automat** je zovšeobecnením postupu, ktorý navrhol **Moore**. Má obvykle menší počet stavov.

- ✗ Budeme sa zaoberať návrhom **konečných deterministických automatov** na **báze číslicových logických obvodov**.



OPAKOVANIE – AUTOMAT MOORE – MATEMATICKÁ FORMULÁCIA

- ✗ Moorov prístup. Správanie sekvenčného systému zapíšeme pomocou dvoch **stavových rovníc**.
- ✗ Prvá rovnica – **stavová prechodová funkcia**, ktorá určuje stav v čase $t + \tau$.
- ✗ Druhá rovnica – funkcia výstupného priradenia, skrátene **výstupná funkcia** a určuje hodnotu výstupu automatu v čase t .

$$\begin{aligned} S_{(t+\tau)} &= \delta(S_{(t)}, x_{(t)}) \approx S_{t+\tau} = \delta(S_t, x_t) \approx S^* = \delta(S, x) \\ y_{(t)} &= \lambda(S_{(t)}) \approx y_t = \lambda(S_t) \approx y = \lambda(S) \end{aligned}$$

kde:

- S_t – stav v čase t , pričom S_0 – stav v čase $t = 0$ (v čase „nula“), množina stavov S_i je konečná, S^* – stav v čase $t + \tau$ (nový stav),
- x_t – vstup v čase t ,
- δ, λ – kombinačné siete, deterministické funkcie (na rovnaký vstup dostaneme vždy rovnaký výstup),
- τ – predstavuje časový interval zmien stavu automatu; **takt hodín**.

OPAKOVANIE — AUTOMAT **MEALY** — MATEMATICKÁ FORMULÁCIA

- ✗ Mealyho prístup. Správanie sekvenčného systému zapíšeme pomocou dvoch **stavových rovníc**.
- ✗ **Stavová prechodová funkcia** určuje stav v čase $t + \tau$.
- ✗ Funkcia výstupného priradenia—**výstupná funkcia** určuje hodnotu výstupu automatu v čase t .

$$\begin{aligned} S_{t+\tau} &= \delta(S_t, x_t) \\ y_t &= \lambda(S_t, x_t) \end{aligned}$$

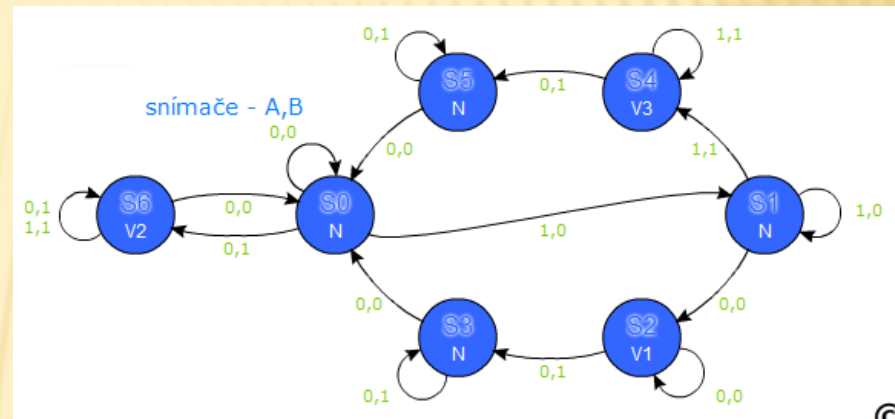
Zmena oproti Moorovmu automatu je vo *výstupnej funkcii*.

OPAKOVANIE – PRÍKLADY A POROVNANIE AUTOMATOV

Porovnanie **ekvivalentných** automatov, ktoré popisujú rovnakú úlohu.

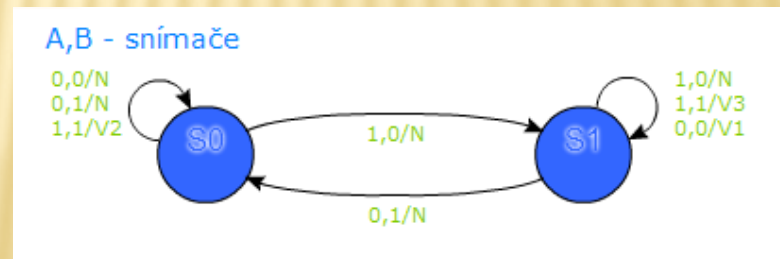
Moorov automat

- *jednoduchšie* vytvoríme
- často viac stavov



Mealyho automat

- náročnejší návrh (obvykle vychádzame z Moorovho)
- *menší počet stavov*



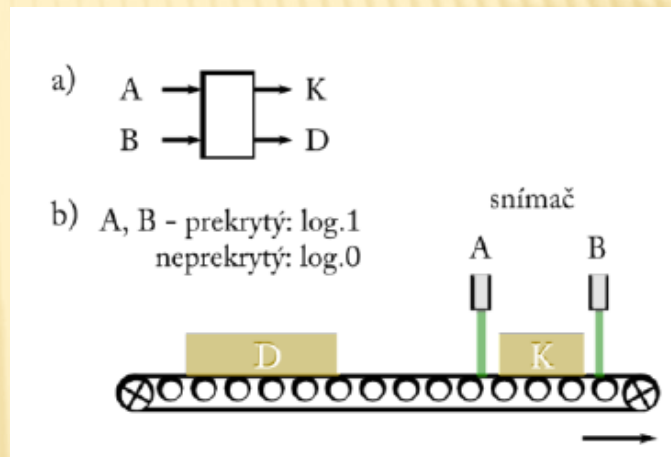
OPAKOVANIE – PRÍKLAD: DOPRAVNÝ PÁS

Príklad

Po dopravníkovom páse prechádzajú dva typy výrobkov v dostatočnej vzdialenosti od seba.

Dlhý a krátky výrobok prechádzajú cez dva snímače (vždy prechádza len jeden výrobok pred snímačmi).

Zakreslite **Moorov** a **Mealyho** automat, ktorý správne rozpozná typ výrobku.



OPAKOVANIE – PRÍKLAD: DOPRAVNÝ PÁS

Riešenie

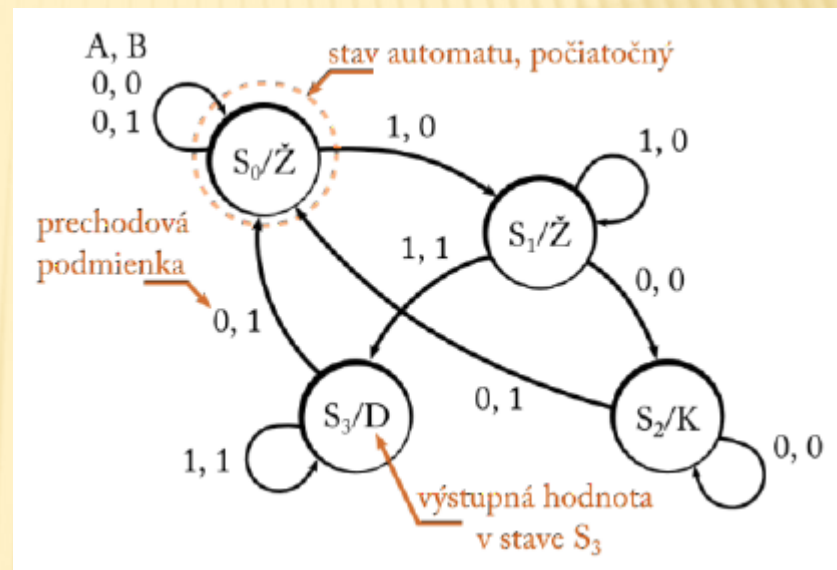
Moorov automat

Začíname voľbou podmienok a výstupnej hodnoty pre **počiatočný stav** S_0 .

Ten si zvolíme ako **počiatočný stav** – pred snímačmi neprechádza žiadny výrobok (podmienka $A=0$, $B=0$).

Výstupná hodnota \checkmark (žiadny výrobok, t.j. $K=0$, $D=0$) je zapísaná vo vnútri stavu.

Zmena nastáva pri prechode niektorého výrobku cez snímač A . Vzhľadom na ďalší vývoj zmien musíme vytvoriť nový stav – S_1 . Zakreslíme obe podmienky.



OPAKOVANIE – PRÍKLAD: DOPRAVNÝ PÁS

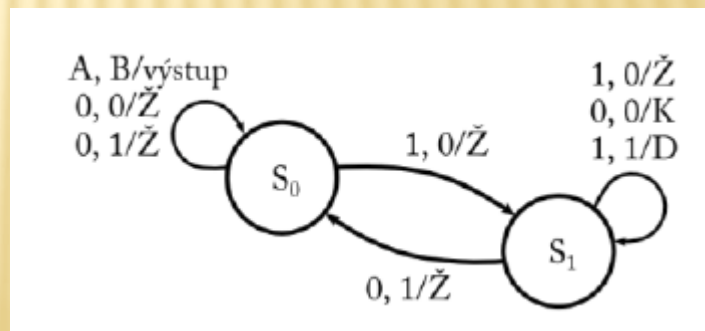
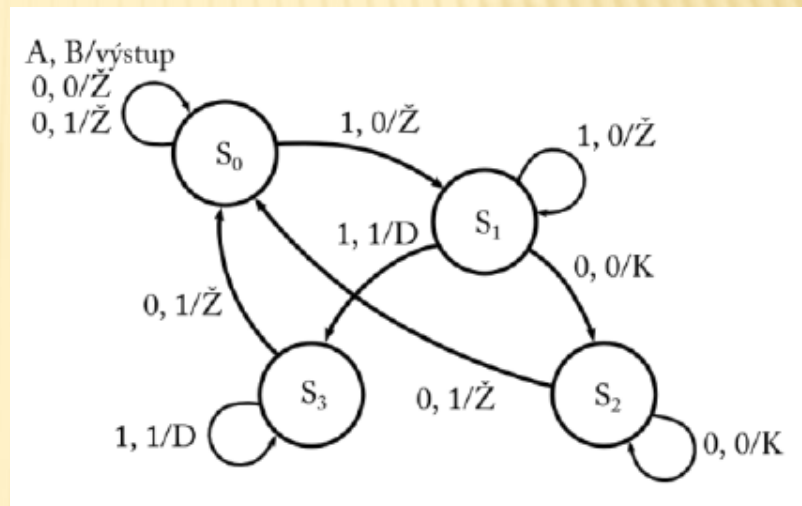
Riešenie

Mealyho automat—získame prekreslením z Moorovho automatu.

Rozdiel je v zápise symbolu výstupnej hodnoty priamo za podmienku (vstupný symbol).

Redukciou počtu stavov možno získať *minimálne riešenie* úlohy.

Návrh automatu je často *nejednoznačný*. Je to *tvorivá činnosť*.



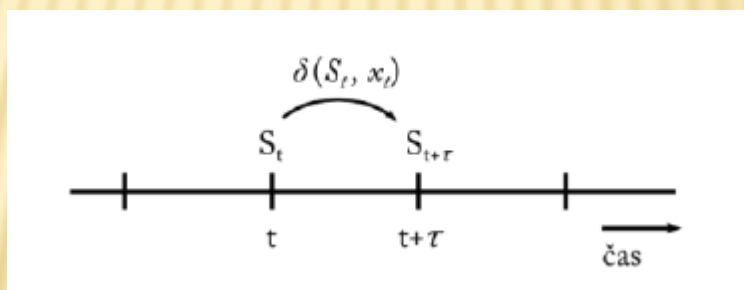
OPAKOVANIE — ZMENY STAVOV AUTOMATU V ČASE

Zmeny v automate—prechody medzi stavmi *prebiehajú v čase*.

Nový stav je určený *stavovou funkciou*.

U synchronného automatu je riadený *taktom hodín* (CLOCK, CLK, resp. C).

U asynchrónneho automatu je prechod do nového stavu spustený—iniciovaný v okamžiku zmeny symbolu vstupnej abecedy. Ustálený—stabilný stav.



GENERALIST - 19612 APPROXIMATE TO 19701 NOVEL FORUM

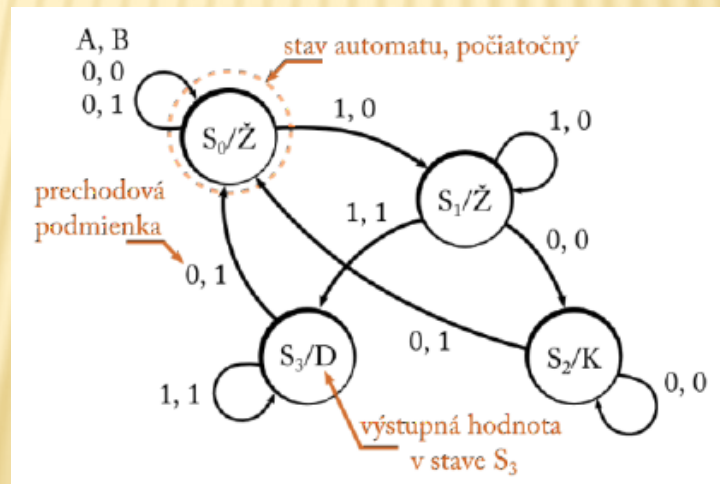
Pre ďalšie spracovanie *orientovaného grafu* automatu ho zapisujeme *v tabuľkovej reprezentácii*.

Tabul'kový zápis automatu

- pozostáva z dvoch častí—prechodovej a výstupnej tabuľky
- Moorov a Mealyho automat sa líšia len v zápise výstupnej časti, blok λ

Príklad

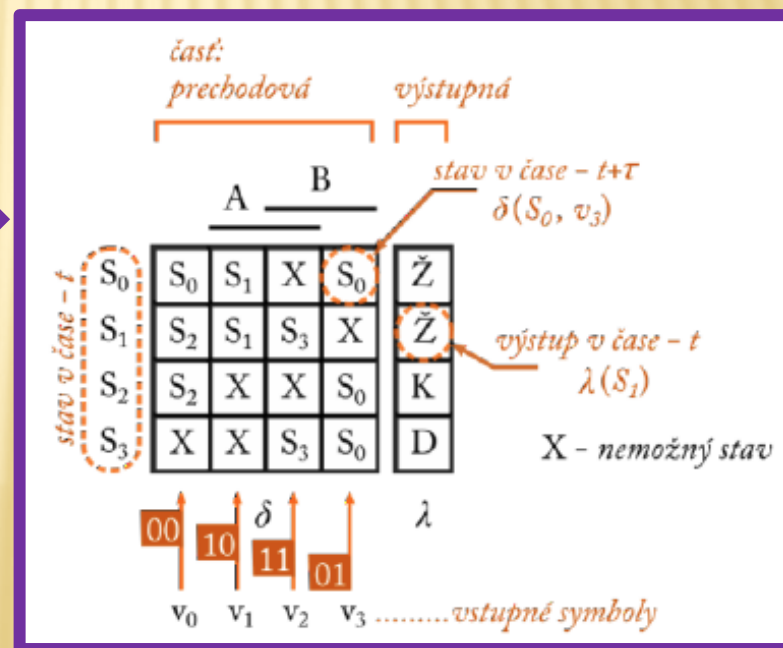
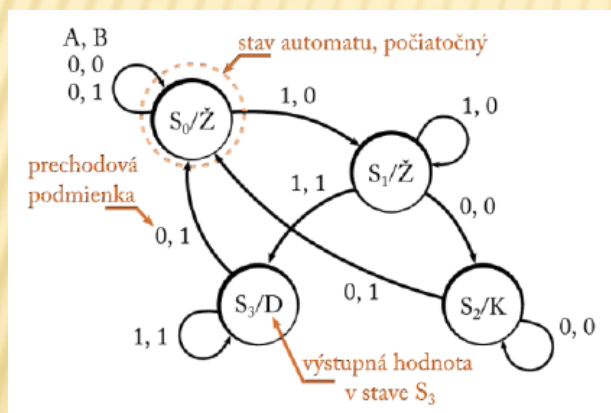
Zapište do tabulky
Moorov automat.



OPAKOVANIE – ZÁPIS AUTOMATU DO TABUĽKOVEJ FORMY

Riešenie

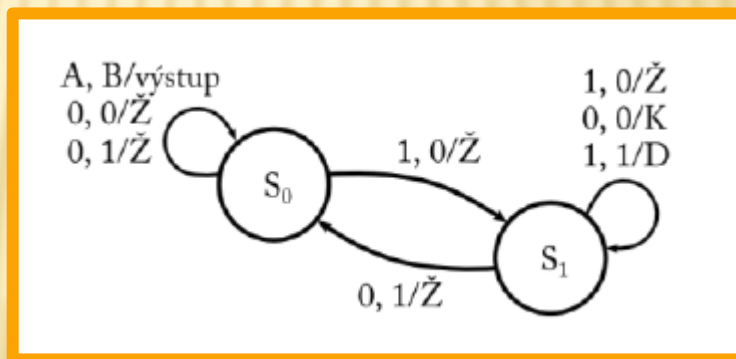
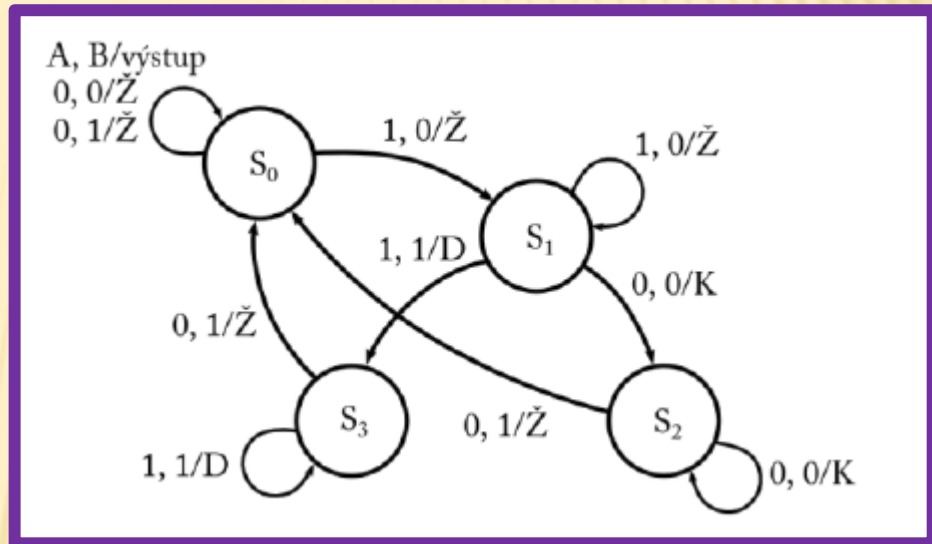
- ✗ **Prechodová časť** popisuje zmenu stavu logického systému a podmienky, pri ktorých k nemu dochádza. Má toľko riadkov, koľko máme stavov. Má toľko stĺpcov, koľko je možností vstupných signálov (symbolov). *Blok δ .*
- ✗ **Výstupná časť** priradzuje výstupný symbol (hodnotu) príslušnému stavu. *Blok λ .* Často používame v tejto fáze *symbolický zápis*.



OPAKOVANIE – ZÁPIS AUTOMATU DO TABUĽKOVEJ FORMY

Príklad

Zapíšte do tabuľky
oba Mealyho automaty.



OPAKOVANIE – ZÁPIS AUTOMATU DO TABUĽKOVEJ FORMY

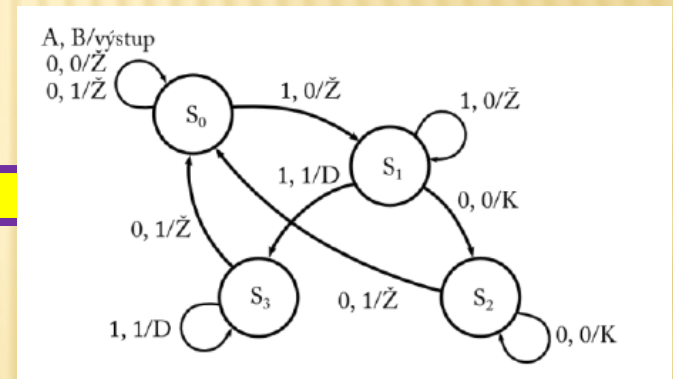
Riešenie (Mealy, **1. automat**)

- ✗ **Prechodová časť** popisuje zmenu stavu, *blok δ*
- ✗ **Výstupná časť** priraduje výstupný symbol, *blok λ* . Symbolický zápis.

časť:

	prechodová				výstupná			
	A		B		A		B	
S ₀	S ₀	S ₁	X	S ₀	Ž	Ž	-	Ž
S ₁	S ₂	S ₁	S ₃	X	K	Ž	D	-
S ₂	S ₂	X	X	S ₀	K	-	-	Ž
S ₃	X	X	S ₃	S ₀	-	-	D	Ž
	δ				λ			

výstup v čase - t
 $\lambda(S_1, v_3)$



OPAKOVANIE – ZÁPIS AUTOMATU DO TABUĽKOVEJ FORMY

Riešenie

(pokračovanie)

- ✦ **Výstupná časť** prirad'uje výstupný symbol, *blok* λ . **Symbolický zápis—zakódovanie výstupných symbolov.**

*časť:
prechodová*

	A			B
S_0	S_0	S_1	X	S_0
S_1	S_2	S_1	S_3	X
S_2	S_2	X	X	S_0
S_3	X	X	S_3	S_0

δ

výstupná

	A			B
S_0	Ž	Ž	-	Ž
S_1	K	Ž	D	-
S_2	K	-	-	Ž
S_3	-	-	D	Ž

λ

výstup v čase - t
 $\lambda(S_1, v_3)$

A				B			
0	0	X	0	0	0	X	0
1	0	0	X	0	0	1	X
1	X	X	0	0	X	X	0
X	X	0	0	X	X	1	0

K

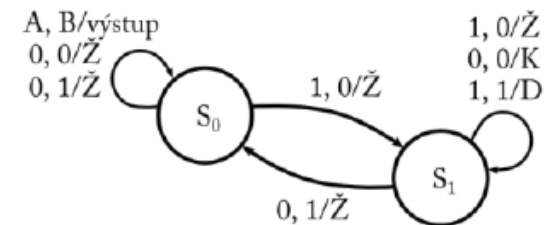
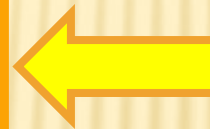
D

OPAKOVANIE – ZÁPIS AUTOMATU DO TABUĽKOVEJ FORMY

Riešenie (Mealy, 2. automat)

- ✗ **Prechodová časť** popisuje zmenu stavu, *blok δ*
- ✗ **Výstupná časť** priraduje výstupný symbol, *blok λ* . Symbolický zápis.

	<u> A B </u>					<u> A B </u>			
S ₀	S ₀	S ₁	X	S ₀	Ž	Ž	-	Ž	
S ₁	S ₁	S ₁	S ₁	S ₀	K	Ž	D	Ž	
	δ					λ			



- ✗ **Symbolický zápis—zakódovanie výstupného symbolu.** Výstupné symboly — **Ž**, **K** a **D** zakódujeme podobne ako v predošlom prípade (1. automat).

OPAKOVANIE – PREPIS AUTOMATU NA LOGICKÝ SYSTÉM

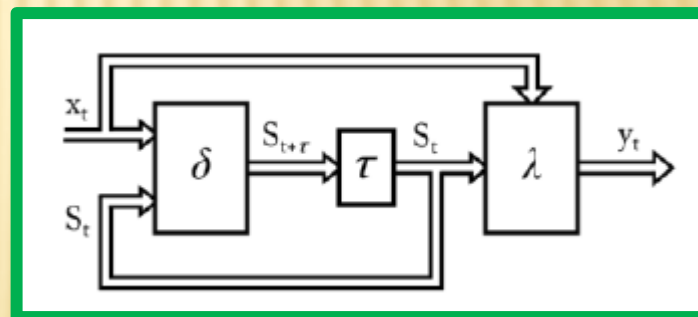
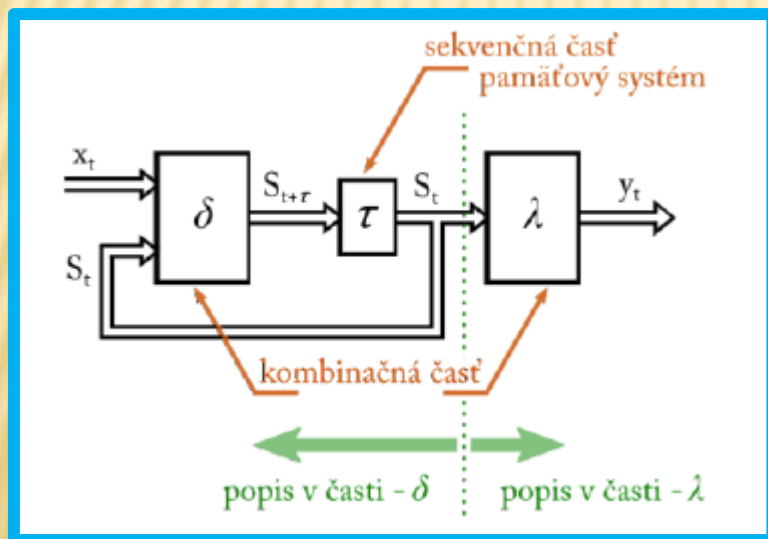
Doposiaľ sme popisovali správanie automatu a to formou *orientovaného grafu* alebo *tabuliek*.

Ako však vyzerá **bloková schéma automatu**?

Vychádzame z matematického zápisu Moorovho a Mealyho automatu.

$$S_{(t+\tau)} = \delta(S_{(t)}, x_{(t)}) \approx S_{t+\tau} = \delta(S_t, x_t) \approx S' = \delta(S, x) \\ y_{(t)} = \lambda(S_{(t)}) \approx y_t = \lambda(S_t) \approx y = \lambda(S)$$

$$S_{t+\tau} = \delta(S_t, x_t) \\ y_t = \lambda(S_t, x_t)$$

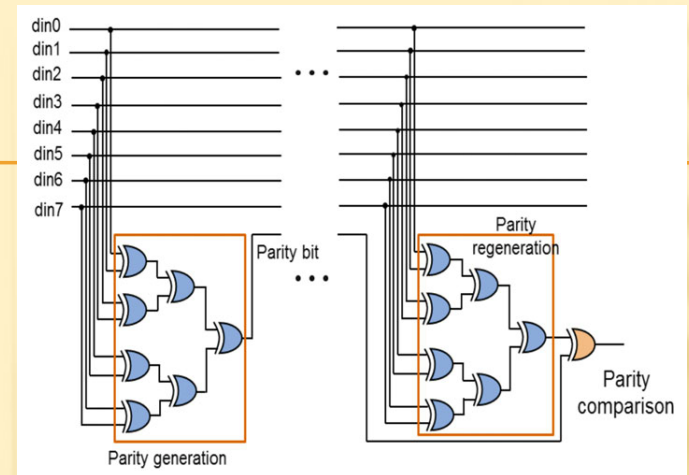


PREDNÁŠKA 6

Parity Check

Témy prednášky:

- 1) Reprezentácia stavov automatu
- 2) Kódovanie vnútorných stavov automatu
- 3) Princíp návrhu asynchrónneho automatu s priamymi spätnými väzbami
- 4) Príklad návrhu Moorovho automatu s priamymi spätnými väzbami
- 5) Príklad návrhu Mealyho automatu s priamymi spätnými väzbami
- 6) Návrh sekvenčných logických systémov s elementárnymi pamäťami
- 7) Elementárne pamäte (klopný obvod R-S)
- 8) Opis správania elementárnych pamätí (P, J, K, N)

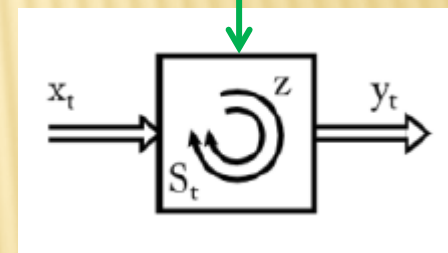
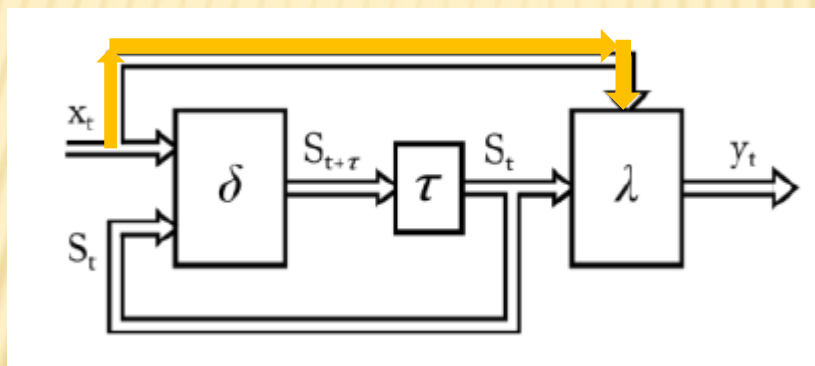


REPREZENTÁCIA STAVOV AUTOMATU

K reprezentácii—uchovaniu **aktuálneho stavu automatu** sú nutné ďalšie logické signály, ktoré nazývame **vnútorné premenné**.

Vystupujú len vo vnútornej štruktúre sekvenčného systému.

MOORE
MEALY



Budeme ich označovať z_i , $i=1\dots q$ a ich počet je väčší alebo rovný ako dvojkový logaritmus počtu stavov automatu, t.j. $q \geq \log_2(\text{počet_stavov})$.

KÓDOVANIE VNÚTORNÝCH STAVOV AUTOMATU

Priradenie kombinácii vnútorných premenných k vnútorným stavom automatu nazývame *kódovanie stavov automatu* (skrátene *kód automatu*) a jeho zápisu hovoríme *mapa kódovania*.

Kód automatu spravidla *nie je jednoznačný*.

Voľba kódu *má vplyv na zložitosť riešenia*.

Príklad

Kódovanie troch stavov s dvoma vnútornými premennými.

		$\overline{z_2}$
	S_0	S_2
z_1	S_1	-

Mapa kódovania stavov
(resp. *mapa kódovania*)

PRINCÍP NÁVRHU ASYNCHRÓNNÉHO AUTOMATU S PRIAMYMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

Rozpíšme si prechodovú a výstupnú časť rovníc **Moorovho** a **Mealyho** automatu.

$$\begin{aligned} S' &= \delta(S, x) \\ y &= \lambda(S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{t+\tau} &= \delta(S_t, x_t) \\ y_t &= \lambda(S_t, x_t) \end{aligned}$$

Uved'me si zápis *prechodovej rovnice*—**blok δ** pre Moorov a Mealyho automat: (zjednodušený zápis bez „času“)

$$\begin{aligned} z_1' &= \delta_1(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ z_2' &= \delta_2(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ &\dots \\ z_q' &= \delta_q(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \end{aligned}$$

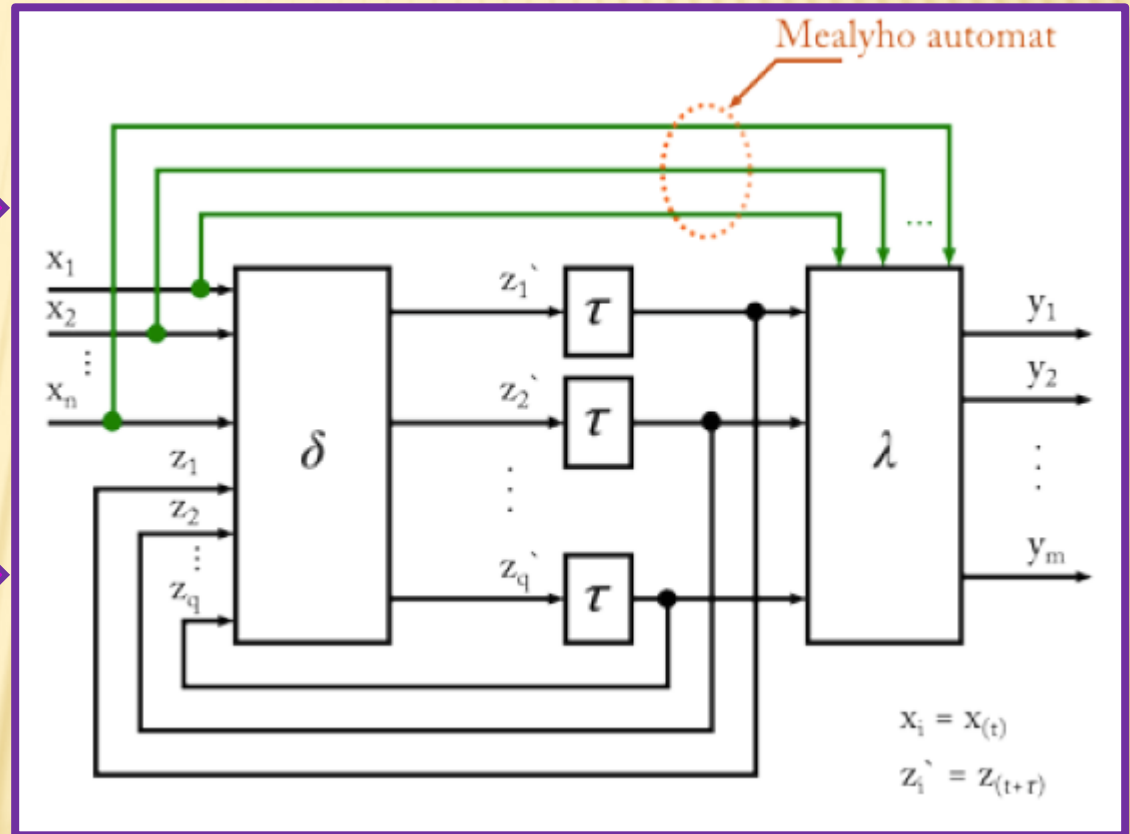
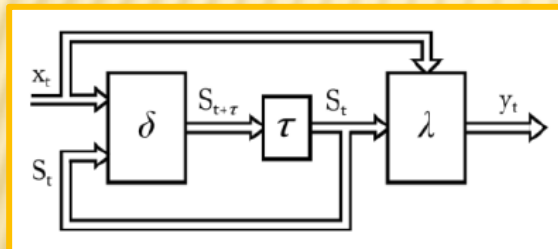
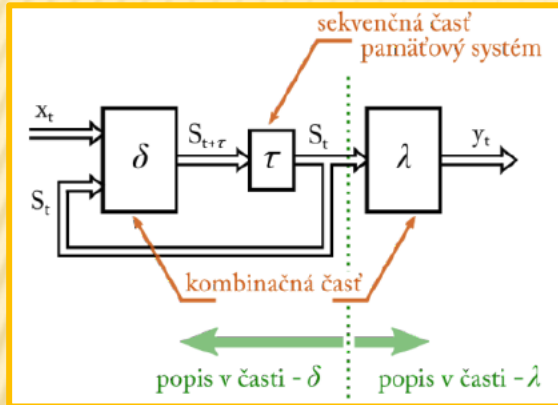
Rovnica *výstupného priradenia*—**blok λ** , zjednodušený zápis bez „času“:

$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1(z_1 \cdots z_q) \\ y_2 &= \lambda_2(z_1 \cdots z_q) \\ &\dots \\ y_m &= \lambda_m(z_1 \cdots z_q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ y_2 &= \lambda_2(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \\ &\dots \\ y_m &= \lambda_m(z_1 \cdots z_q, x_1 \cdots x_n) \end{aligned}$$

PRINCÍP NÁVRHU ASYNCHRÓNNEHO AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

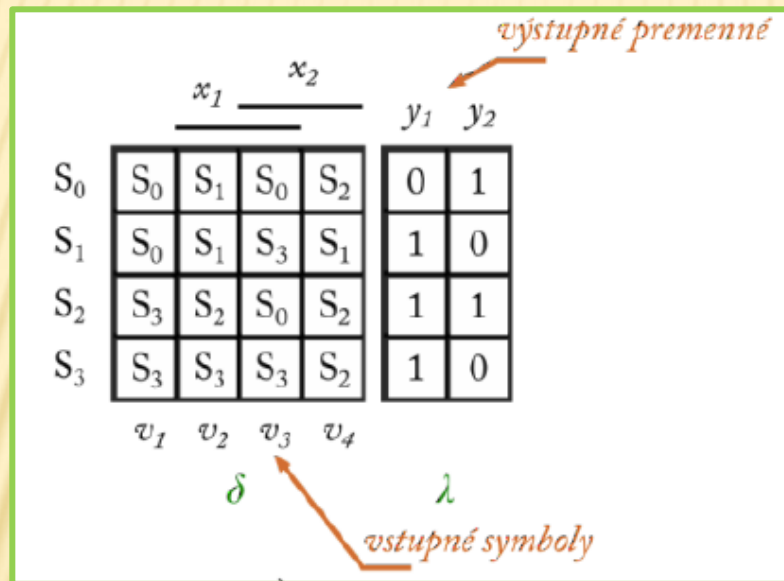
Zakreslime detailnú štruktúru **Moorovho** a **Mealyho** automatu.



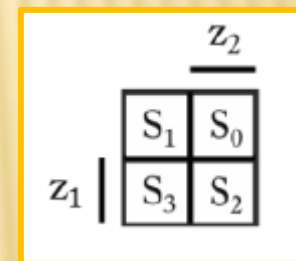
PRÍKLAD NÁVRHU AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

Príklad

Zapíšte Karnaughove mapy pre nové hodnoty vnútorných a výstupných premenných v **Moorovom automate** na obrázku.



Moorov automat



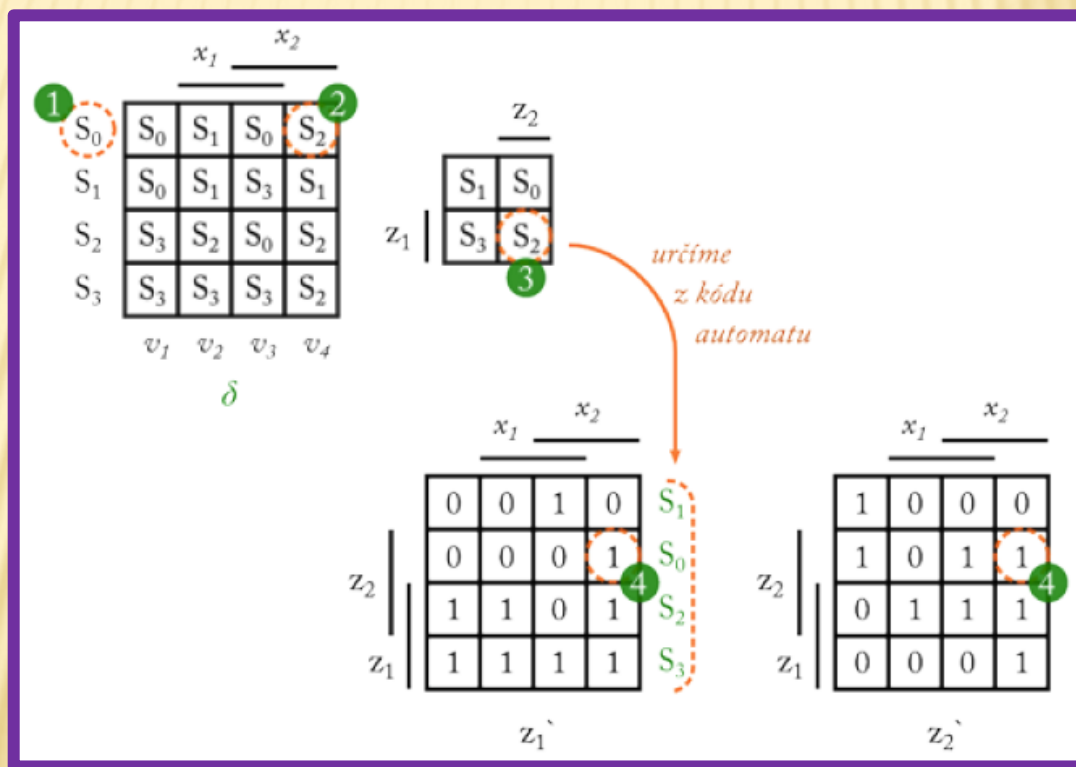
Mapa kódovania stavov
(kód automatu)

PRÍKLAD NÁVRHU AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

Riešenie

Karnaughove mapy *nových hodnôt vnútorných premenných*— z'_1 a z'_2 automatu.

K výpočtu použijeme *blok δ* a *kód automatu*.



Pred vyplňaním hodnôt Karnaughových máp vnútorných premenných si označme k riadkom *rozloženie stavov* podľa *kódu automatu*.

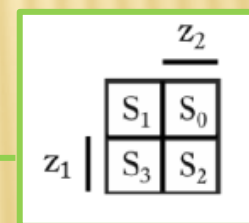
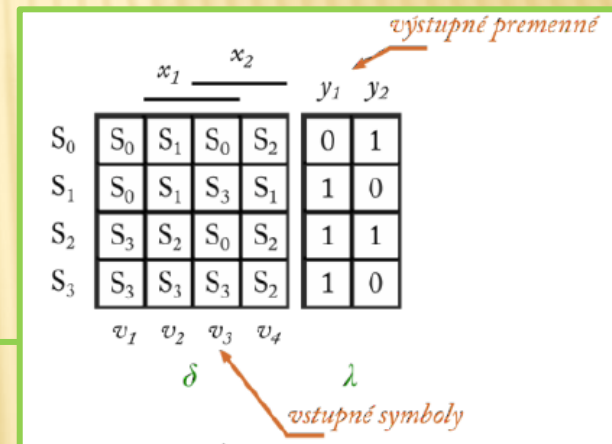
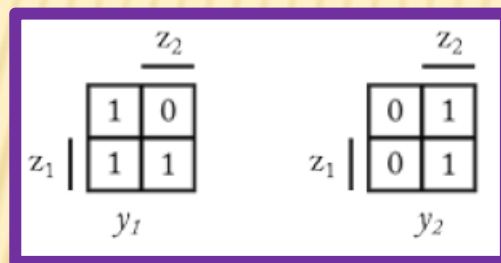
PRÍKLAD NÁVRHU AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

Riešenie

(pokračovanie)

Hodnoty výstupných premenných— y_1 a y_2 automatu.

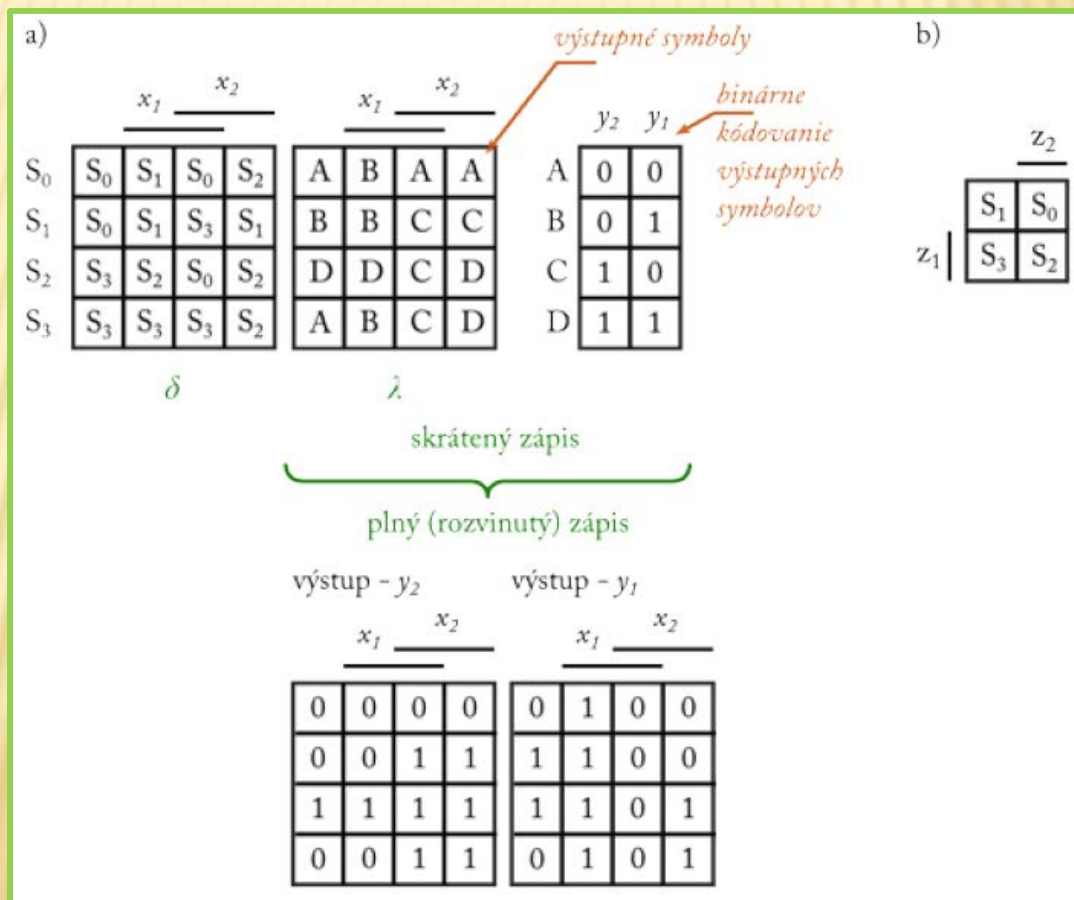
K výpočtu použijeme *blok λ* a *kód automatu*.



PRÍKLAD NÁVRHU AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

Príklad

Zapíšte Karnaughove mapy pre nové hodnoty vnútorných a výstupných premenných v **Mealyho automate** na obrázku. Je zadaná *mapa kódovania*.



PRÍKLAD NÁVRHU AUTOMATU S PRIAMÝMI SPÄTNÝMI VÄZBAMI

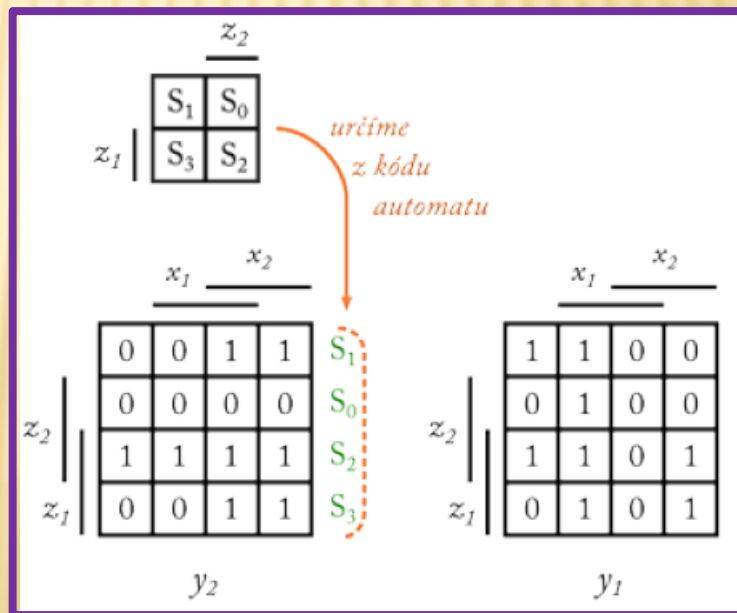
Riešenie

Karnaughove mapy vnútorných premenných sú rovnaké ako v riešení predošlého príkladu.

Na rozdiel od Moorovho automatu hodnoty výstupných premenných— y_1 a y_2 Mealyho automatu sú nasledovné:

		výstup - y_2				výstup - y_1			
		x_1		x_2		x_1		x_2	
S_0 S_1 S_2 S_3		0	0	0	0	0	1	0	0
		0	0	1	1	1	1	0	0
		1	1	1	1	1	1	0	1
		0	0	1	1	0	1	0	1

Blok 2



NÁVRH SEKVENČNÝCH LOGICKÝCH SYSTÉMOV S ELEMENTÁRNymi PAMÄŤAMI

Elementárna pamäť je logický systém, ktorý sa dá popísať *Moorovým automatom*. Má definované *dva stavy* a *štyri vstupné symboly*.

V praxi **99%** všetkých číslicových systémov sú **synchronne automaty**.

Návrh synchronných sekvenčných systémov (synchronných automatov) s pamäťami je náplňou predmetu **Logické systémy**.

Jedným zo základných prvkov SLO sú prvky, ktoré sú **schopné zapamätať** si hodnotu určitej dvojhodnotovej premennej. Sú to **preklápacie obvody** (ďalej len **PO**).

Preklápacie obvody majú väčšinou dve výstupné premenné, ktoré sú komplementárne. Označujú sa symbolmi Q a \bar{Q} . Výstup Q sa nazýva priamy výstup a \bar{Q} je negovaný výstup.

Stav preklápacieho obvodu sa posudzuje podľa hodnoty na výstupe Q .

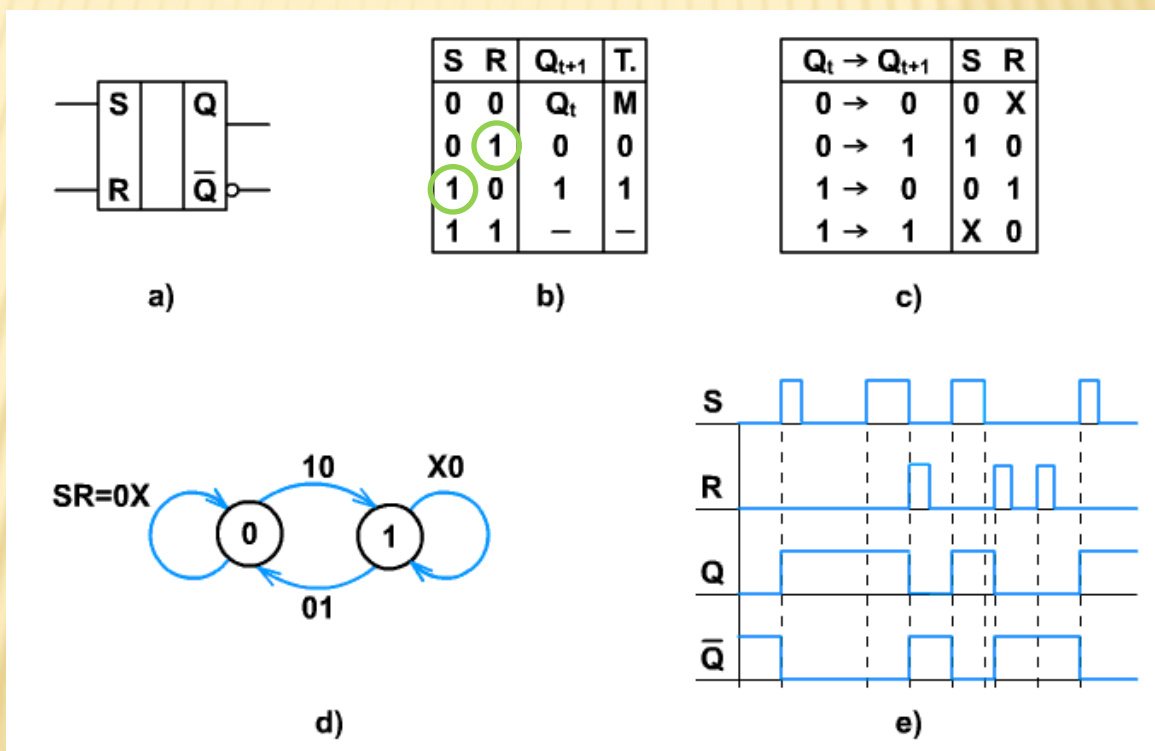
Vzhľadom na svoju vnútornú štruktúru sú PO aj elementárnou pamäťou. Ich výstupné stavy sa menia skokovo medzi 2 hodnotami logických úrovní. Podľa počtu stabilných stavov delíme PO na:

- **bistabilné (BPO alebo BKO)**
- monostabilné
- astabilné

ELEMENTÁRNE PAMÄTE—PAMÄŤ R-S

Klopný obvod R-S (Reset-Set)

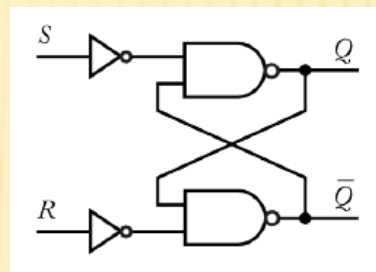
- jednobitová pamäť, niekedy pamäť R-S
- synchronná verzia pamäte má vstup hodinového signálu – T_C (CLOCK, CLK)



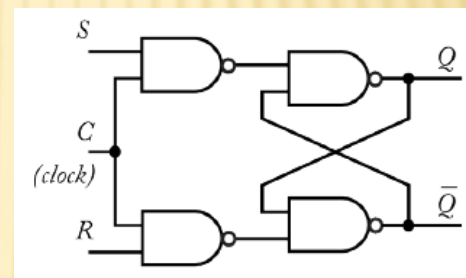
Preklápací obvod typu R-S (resp. S-R) a) schematická značka b) pravdivostná tabuľka c) tabuľka budiacich funkcií d) prechodový diagram e) časový diagram.

ELEMENTÁRNE (1-BITOVÉ) PAMÄTE—PAMÄŤ R-S

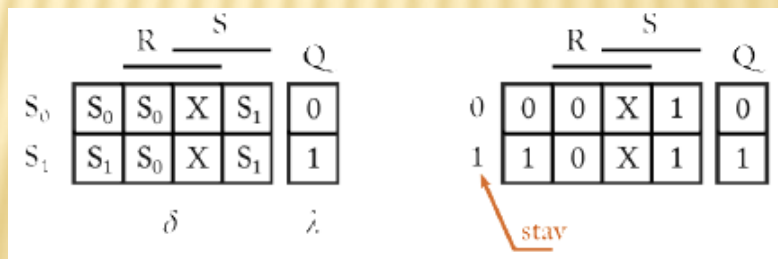
Asynchrónne zapojenie pamäte R-S
z logických hradieľ NAND.



Zapojenie synchrónnej R-S pamäte
„citlivej na hladinu“ (aktívna pri High).



Zapíšme si správanie pamäte R-S, ktorá je zostavená z logických členov NAND.
Odpovedajúci Moorov automat je (X – zakázaná kombinácia vstupov):



ELEMENTÁRNE PAMÄTE—TYPY SPRÁVANIA

Pre zápis automatu elementárnych pamätí si **zaved' me nasledovné označenie**. Máme štyri typy správania sa pamäte:

- ✗ **Jednotkové správanie (J):** $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 1$ (tzn. výstup sa nastaví na hodnotu log. 1, nech mal akúkoľvek hodnotu).
- ✗ **Nulové správanie (N):** $0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 0$ (tzn. výstup sa nastaví na hodnotu log. 0, nech mal akúkoľvek hodnotu).
- ✗ **Pamäťové správanie (P):** $0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1$ (tzn. výstup si pamätá predošlú hodnotu; nastaví rovnakú hodnotu).
- ✗ **Klopné správanie (K):** $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$ (tzn. výstup sa nastaví na opačnú hodnotu – „preklopí“).

Zapíšme si správanie pamäte R-S, ktorá je zostavená z logických členov NAND. Odpovedajúci Moorov automat je:

