**Úlohy na desiaty test**

1. Hráč hrá denne 120 hier rulety, 60 hier black jack-u a 20 hier pokru. Jednu ruletu vyhrá s pravdepodobnosťou 1/6, jeden black jack vyhrá s pravdepodobnosťou 1/2 a jeden poker vyhrá s pravdepodobnosťou 1/5. Predpokladajme, že výsledky všetkých hier sú navzájom nezávislé.

a) Aká je stredná hodnota poctu hier, ktoré hráč vyhrá za jeden deň?

b) Použite Markovovu nerovnosť na horný odhad pravdepodobnosti, že hráč vyhrá za deň aspoň 108 hier.

c) Aká je disperzia poctu hier, ktoré hráč vyhrá za jeden deň?

d) Použite Čebyševovu nerovnosť na horný odhad pravdepodobnosti,

1. Pravdepodobnosť, že program spadne počas jednej hodiny je p, ak už nespadol predtým. Označme H náhodnú premennú pre počet hodín, kým program spadne. Už vieme, že E[H] = 1/p.

a) Vypočítajte disperziu H.

b) Použite Markovovu nerovnosť na horný odhad pravdepodobnosti, že program nespadne aspoň 10/p hodín.

c) Použite Čebyševovu nerovnosť na horný odhad pravdepodobnosti, že program nespadne aspoň 10/p hodín.

d) Aká je skutočná (presná) hodnota Pr(H > 10/p) a ako veľmi sa môže líšiť od odhadov b) a c)?..

1. Stádo kráv nakazila nová choroba chladomor. Táto choroba znižuje teplotu nakazenej kravy. Je známy fakt, že ak teplota kravy klesne pod 33C, tak krava zomrie. Epidémia sa tak rozšírila, že znížila priemernú teplotu všetkých kráv na 29C. Ďalej vieme, že 21C je najnižšia nameraná teplota v stáde.

a) Pomocou Markovovej nerovnosti nájdite najmenšie horné ohraničenie pravdepodobnosti, že náhodne vybratá krava má teplotu vyššiu alebo rovnú 33. (Inak povedané, je to horný odhad pravdepodobnosti, že krava prežije.)

b) Predpokladajme, že v stáde je 400 kráv. Nájdite také rozloženie ich teplôt, že bude spĺňať toto zadanie a zároveň tam bude čo najviac kráv, ktoré prežijú. Vysvetlite, prečo ich nemôže prežiť viac.

1. Dozvedeli sme sa ešte, že smerodajná odchýlka σ teploty kráv má hodnotu 3. Odhadnite pomocou vhodnej vety a týchto údajov pravdepodobnosť, že náhodne vybraná krava prežije.
2. Nech R je náhodná premenná, ktorá nadobúda dve hodnoty.
3. Zadajte hodnoty a PDF tejto NP tak, nech má strednú hodnotu 0 a disperziu 2.
4. Ako by sa musela zmeniť PDF pre R, ak by muselo platiť E[R] = 0 a D[R] = 5?
5. Riešte a) a b) pre R ktoré nadobúda 3 hodnoty.
6. 1200 krát hodíme homogénnou kockou. Odhadnite pomocou Markovovovej a pomocou Čebyševovej vlastnosti pravdepodobnosť, že šestka padne viacej než 300-krát.
7. V systéme je zapojených 100 nezávislých, identicky pracujúcich liniek. Pravdepodobnosť, že sa linka v priebehu 1 minúty obsadí, je 0.3. Odhadnite pravdepodobnosť, že v priebehu minúty sa obsadí 40 liniek, ak na začiatku boli všetky linky prázdne a v počas minúty sa nestihnú uvoľniť.
8. V priemere sa v bufferi nachádza 5 paketov, pričom smerodajná odchýlka počtu paketov je 1 paket. Odhadnite pravdepodobnosť, že počet paketov v bufferi prekročí 4-násobok strednej hodnoty.
9. Stroj, ktorý sáčkuje 1kg balíky soli má odchýlku 5g. Určte interval, v ktorom sa bude pri zakúpení jedného balíka soli pohybovať jeho váha s pravdepodobnosťou minimálne 0.95.