

- Lizeth Herrero — — — — — lizethherrero(at)gmail.com
- Verónica Pérez Téllez — — — — — vero.pez.gba(at)gmail.com
- Karen Concepción Galaviz Alva — — — — — karen\_gakavizo01(at)hotmail.com
- Angelina Oliver León — — — — — angiiee.oliver.leon(at)gmail.com
- Marian Rosales Munguia — — — — — —rosaledmarian(at)gmail.com
- Rosa Gloria Fernández Arroyo — — — — — —rosi14coonegarrux(at)gmail.com
- Maira Ivette López Zamora — — — — — —maylop0699(at)gmail.com
- Erika López Munguía — — — — — —kika13947(at)gmail.com
- Enrique Domínguez López — — — — — —lae.enrique.dom(at)gmail.com

## 1. PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

Los primeros estudios de probabilidad fueron motivados por la posibilidad de acertar o perder en apuestas en los juegos de azar. (Este tema involucraba mucho dinero entre 2 jugadores eligiendo un número del 1 al 6), cada jugador elige un número tal que cada jugador no repite número. Si un dado es lanzado, y si ha aparecido 2 veces el número de un jugador, entonces se puede hacer apuestas. Uno de los jugadores conversó con Pascal, y este con Fermat en 1654. Con esto se inicia el tratar de dar solución a éste y a otros problemas donde el azar es relevante.

### 1.1. Definición

ESTADISTICA. Es el conjunto de métodos y procedimientos que implican: **Recopilación, presentación, organización y análisis de datos**, para que a partir de estos datos se pueda inferir y llegar a conclusiones válidas y tomar decisiones razonables.

PROBABILIDAD. Parte de las matemáticas que estudia **fenómenos o experimentos aleatorios**.

### 1.2. Su uso

Se puede predecir por ejemplo el resultado de un experimento tan simple como el lanzamiento de una moneda.

### 1.3. Ventajas y desventajas

La probabilidad se usa en la toma de decisiones, por ejemplo: Una compañía produce un detergente líquido que se envasa en botellas de 500ml, las cuales son llenadas por una máquina. Las botellas con volumen mayor que 500ml representa pérdidas para la compañía, y las botellas con volumen menor que 500ml representan pérdidas para el consumidor. La compañía necesita mantener 500ml de volumen neto. Para mantener el control, la compañía hace el esquema de muestreo: Selecciona 10 botellas 4 veces al día, y se determina su contenido neto promedio, si está cercano a 498ml y 502ml el proceso está bajo control, de otra manera, se encontrará fuera de control (en este caso se detendrá el llenado analizando cual es la causa del problema). La evaluación de estos riesgos puede hacerse utilizando probabilidad.

## 2. PROBABILIDAD

### 2.1. Teoría de conjuntos

**Experimentos aleatorios:** Es aquel experimento que cuando se repite bajo las mismas condiciones iniciales, el resultado que se obtiene no siempre es el mismo.

Ejemplos: extracción de una carta de una baraja de 52, lanzar una moneda, tirar un dado.

En principio no sabemos cuál será el resultado del experimento aleatorio, así que conviene agrupar todos los resultados posibles.

**Espacio muestral o espacio muestra  $\Omega$ :** Es el conjunto de todos los posibles resultados del experimento, se le denota como  $\Omega$  (Omega). En otros textos se usa también **S (sampling space o espacio muestral)**.

Si el espacio muestral tiene un número finito de elementos o finito numerable, entonces se dice que este es discreto. Si el espacio muestral tiene como elementos todos los puntos de un intervalo real, entonces se dice que es continuo.

Ejemplos:

- a)  $\Omega = \{ \text{lanzamiento de un dado} \}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- b)  $\Omega = \{ \text{tiempo de duración de un foco} \}$   
 $= \{t, t \geq 0\}$

**Evento o suceso:** Es cualquier subconjunto del espacio muestral y lo denotaremos por las primeras letras del alfabeto en mayúsculas.

Ejemplos:

- a)  $\Omega = \{ \text{Obtener un número impar al lanzar un dado.} \}$   
 $= \{1, 3, 5\}$
- b)  $\Omega = \{ \text{Obtener al menos una cara al lanzar una moneda 2 veces} \}$   
 $= \{cx, xc, cc\}$

Si por ejemplo sale el número 3, se observa el ocurrimiento del evento  $A = \{1, 3, 5\}$ .

Como los **EVENTOS** son subconjuntos del espacio muestral  $\Omega$ , entonces es posible aplicar la teoría de conjuntos. Algunas de estas propiedades serán de gran utilidad en el estudio de la PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA.

## 2.2. Conjuntos

Suponemos que el espacio muestral  $\Omega$  de un experimento aleatorio es nuestro conjunto universal, y cualquier elemento de  $\Omega$  lo denotamos por  $\omega$ .

El conjunto vacío es  $\emptyset = \{, \}$ . Otros símbolos comunes son:  $\notin, \in, \subseteq, \subset, \not\subseteq$

Si **A** y **B** son dos subconjuntos cualquiera de  $\Omega$ , y usamos las operaciones básicas de conjuntos: unión ( $A \cup B$ ), intersección ( $A \cap B$ ), diferencia ( $A - B$ ) y complemento ( $A^c$ ).

Ejemplo

$$A \cup B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \text{ o } \omega \in B.\}$$

$$A \cap B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \text{ y } \omega \in B.\}$$

$$A - B = \{\omega \in \Omega : \omega \in A \text{ y } \omega \notin B.\}$$

$$A^c = \{\omega \in \Omega : \omega \notin A.\}$$

Ejemplos de experimentos aleatorios

- El lanzamiento de 3 monedas hasta obtener 2 águilas.

- Lanzamiento de una moneda 3 veces hasta obtener 2 águilas.
- Lanzamiento de una moneda 3 veces y contar la cantidad de soles que aparecen en los lanzamientos.
- Lanzamiento de un dado observando el número de la cara superior.
- Lanzamiento de 2 dados y la realización del conteo de la suma de las caras.
- Sea un lote de 60 artículos que tiene 10 defectuosos. Entonces, se define el proceso de seleccionar 1 artículo sin remplazo y anotar los resultados hasta obtener el último defectuoso.
- Observar las cantidades mínimas y máximas de personas que llegan a la terminal de autobuses cada día y cada 5 minutos.
- El conocimiento del curso de una acción referente a una empresa en la bolsa de valores es uno de los principales problemas que todo accionista quisiera saber cómo predecir. Este es un problema financiero muy complejo que depende de muchos factores, incluyendo los políticos, por lo que no se puede controlar el curso de la acción ya que esta se encuentra envuelta en mucha incertidumbre; por tanto, solo es posible indicar un rango de valores posibles en el que se tengan evidencias que podrán encontrarse en el curso de la bolsa para dicha acción. En el caso del dólar podríamos tener evidencias de que al día siguiente su costo estará entre 12,40 y 12,80 pesos, pero en realidad no conocemos cuál será su cotización exacta, puesto que este estará influido por factores que pueden tener mucha incertidumbre, como situaciones políticas.

### 2.3. TAREA 1: ESCRIBE EL ESPACIO MUESTRAL EN CADA CASO

- El experimento sobre el lanzamiento de una moneda se realiza 3 veces. Anota el resultado.
- Lanzamiento de una moneda 3 veces y se anota la cantidad de águilas que aparecen. De ese modo, 0 representa la ausencia de águilas.
- Lanzamiento de 2 dados y se anota la suma de las caras superiores.
- Lanzamiento de 2 dados y se anota la diferencia del valor mayor menos el menor de sus caras superiores.

- Lanzamiento de 1 dado 2 veces, de las cuales se toma la diferencia del valor del primer resultado menos el valor del segundo número de la cara superior del dado.
- El administrador de una red logística de autobuses debe tomar la decisión de cómo ordenar la distribución de dos de 3 autobuses con el fin de que viajen a otra ciudad en dos días sucesivos (sin repetir un autobús). Represente con a 1 , a 2 y a 3 los tres autobuses. Ordene los viajes de tal forma que a 1 a 3 , lo que significa que el autobús a 1 viaja a la otra ciudad el primer día y el autobús a 3 el segundo día. Establezca los puntos muestrales de este experimento.
- El administrador de una red logística de autobuses tiene que tomar la decisión de cómo distribuir dos de tres autobuses para viajar a otra ciudad. Represente con a 1 , a 2 y a 3 a los tres autobuses y describa el espacio muestral del experimento: "Seleccionar dos autobuses para viajar a la otra ciudad".
- Una agencia comercial compra papelería a uno de tres vendedores  $V_1, V_2$  y  $V_3$  . El pedido se ordena en dos días sucesivos (sin repetir vendedor), un pedido por día, tal que  $V_1 V_3$ , lo que significa que el vendedor  $V_1$  recibe el pedido el primer día y el vendedor  $V_3$  lo recibe el segundo día. Establezca los puntos muestrales de este experimento.

#### 2.4. ESCRIBE EL EVENTO EN CADA CASO

- Se lanza una moneda 3 veces y se anotan los resultados posibles. Sea el evento  $E = \{ \text{aparece solo 1 águila.} \}$
- El lanzamiento de una moneda 3 veces, escribe el evento como el conteo de águilas que aparecen.
- El lanzamiento de 1 dado. Escribe el evento que denota el número de la cara del dado que "no" es mayor que 4.
- El lanzamiento de 1 dado. Escribe el evento que denota el número de la cara del dado que es mayor que 4.