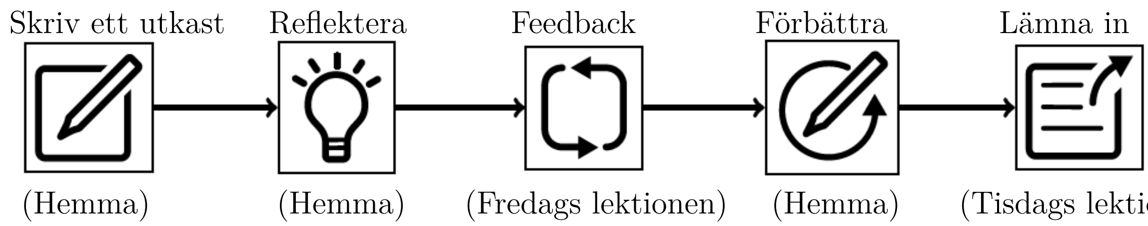
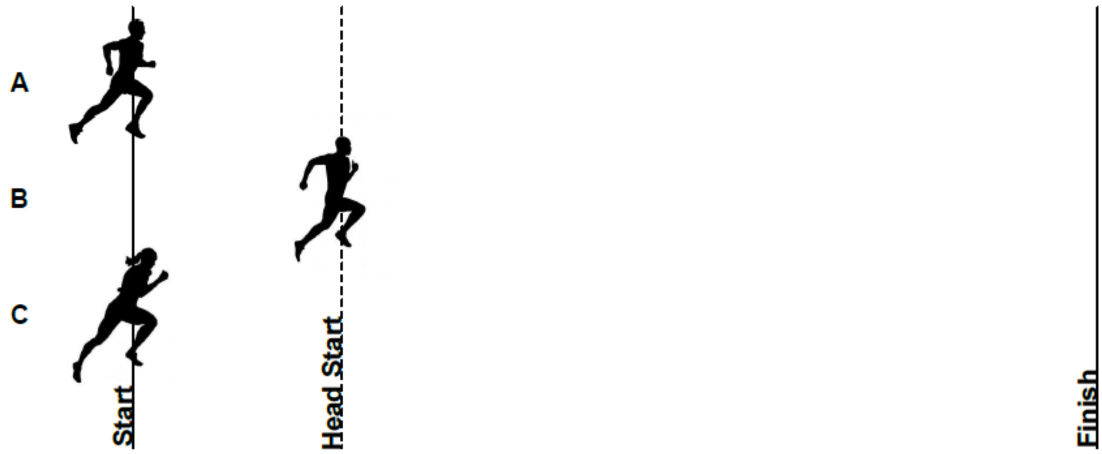
PAR Problem nr.1

PAR Processen



100 Meters loppet

Alice, Bob och Charlie ska tävla på 100 m löpning. Alice är snabbare än Bob och Charlie. Bob har inte tävlat på 100m tidigare så han får ett försprång för att de alla ska ha en chans att vinna. På träning brukar Alice springa 100 meter på 10-11 sekunder. Bob har de få gånger han testat tagit längre tid på sig, 12-13 sekunder.



(a) Baserat på deras tidigare tider, hur lång tid tror du Alice, respektive Bob tar att springa 100 m?

(b) Hur många meters försprång borde Bob få för att det ska bli ”rättvist”, dvs både Alice och Bob ska ha en chans att vinna?

(c) Vem kommer på första, andra och sista plats? Förklara tydligt vilka antaganden du gör?

(d) Rita in de tre löparnas position som funktion av tiden i ett koordinatsystem. Se till att dina grafter stämmer med de antaganden du gjort.

K-värde eller värde av k?

Ekvationen $2x + ky = -k$ beskriver en rät linje. För varje deluppgift bestäm om de finns värden på konstanten k så att linjen uppfyller kravet samt vilka värden detta är.

(a) Linjen har riktningskoefficienten (lutningen) 3.

(b) Linjen går genom punkten $(0, -1)$

(c) Linjen är horisontell.

(d) Linjen är vertikal.

(e) Linjen passerar inom 1 l.e. av origo.

Tre punkter

De tre punkterna $A = (-3, 1)$, $B = (1, 3)$ och $C = (-1, 5)$ utgör hörn i en triangel.

(a) Bestäm ekvationen till linjen som utgör förlängningen av sidan AB.

(b) Hitta ekvationen till linjen som utgör förlängningen av triangelns höjd genom hörnet C. (Höjden är vinkelrät mot basen, i detta fall sidan AB)

(c) Bestäm skärningspunkten mellan sidan AB och höjden du fick fram i (b).

(d) (🌶️) Bestäm triangelns area.

Lösa ekvationssystem

(a) Vi har lärt oss (åtminstone) tre olika sätt att lösa ekvationssystem. Additionsmetoden, substitutionsmetoden och grafiskt. Det första vi ska göra när vi löser ekvationssystem är att välja vilken av dessa metoder som är bäst. I denna övning ska du få öva på det.

Här följer tre ekvationssystem,när du löser dem får du bara använda varje metod en gång. Motivera varför du valde just den metoden till det ekvationssystemet.

i. $\begin{cases} 0.2y + x = 0.5 \\ \frac{2}{5}y + 5x = 4 \end{cases}$

ii. $\begin{cases} 1000a = 10b - 330 \\ 100a + b = 27 \end{cases}$

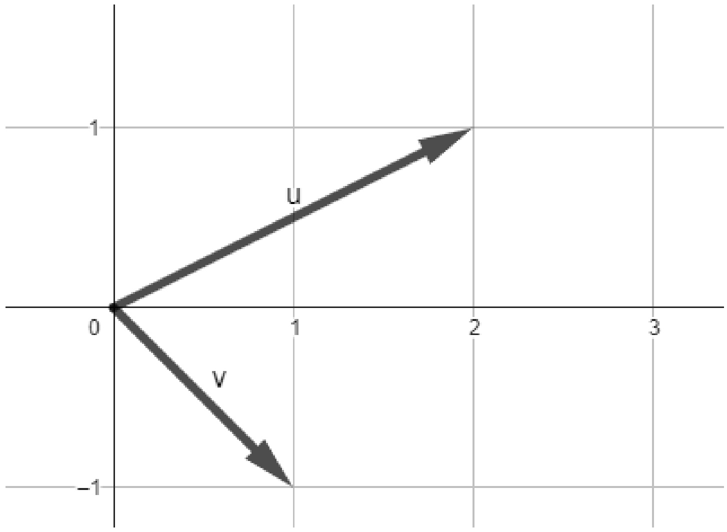
iii. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y - x = 5 \end{cases}$

(b) Hitta på tre egna ekvationssystem där du skulle välja de tre olika metoderna för att lösa dem.

Mix av vektorer

Med hjälp av olika kombinationer av två givna vektorer kan man skapa alla andra vektorer, förutsatt att de två givna vektorerna inte är parallella.

Namn: ____________________



Figur 1: De två givna vektorerna.

(a) Skriv upp $\bar{u}$ och $\bar{v}$ på koordinatform.

(b) Uttryck vektorn $\bar{w} = (3, 0)$ med hjälp av $\bar{u}$ och $\bar{v}$. Lös uppgiften både grafiskt och algebraiskt.

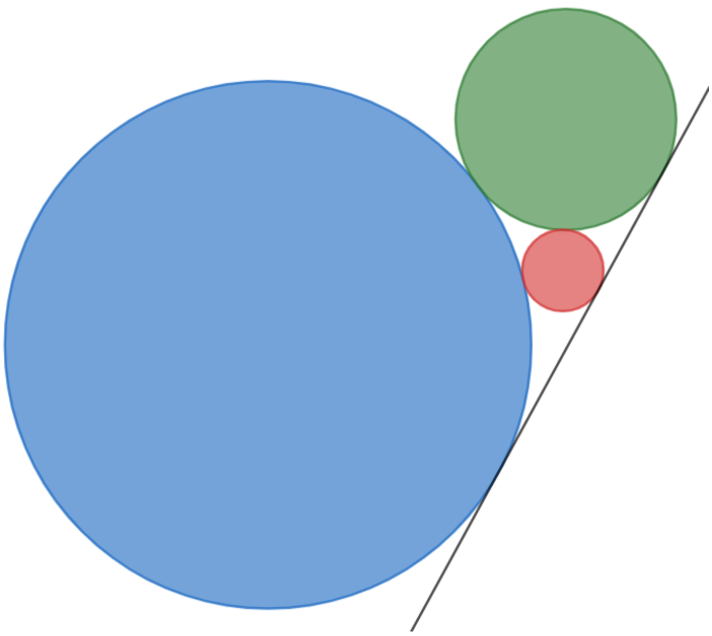
(c) Uttryck vektorn $\bar{t} = (11, 10)$ med hjälp av $\bar{u}$ och $\bar{v}$.

Tips. Vi har nyss lärt oss ekvationssystem...

SANGAKU . . . .

Sangakus är en typ av japanska (ofta geometriska) matematikproblem som under Edo perioden lämnades vid tempel som en form av offergåva[1].

En av de kändaste har att göra med tre cirklar som alla tangerar varandra och en linje.



Figur 2: Tre cirklar som alla tangerar en linje.

[1]Om detta faktiskt gjordes som en form av religiös dyrkan, eller för att skryta och visa alla andra tempelbesökare hur duktig man är inte helt klart.

Radien av den gröna cirkeln är 9 cm, och radien av den blå är 36 cm.

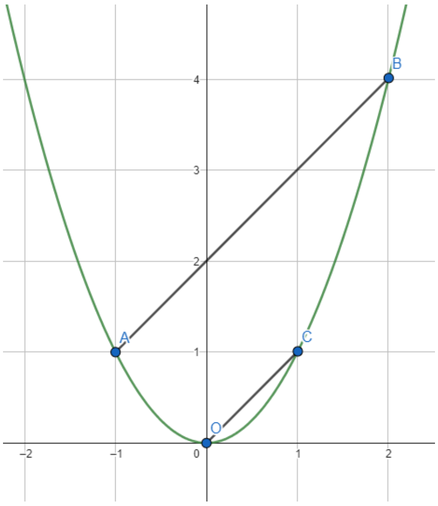
Vilken radie har den röda cirkeln?

Tips. Kan du räkna ut "höjdskillnaden" mellan centrum för den blå och den gröna cirkeln? Kan du räkna ut hur långt det är mellan de punkter där den blå och den gröna cirkeln tangerar linjen?

Parallella linjer i en parabel . . . .

Kurvan till en andragradsfunktion kallas för en parabel. I denna uppgift ska vi arbeta med den "enklaste" parabeln $y = x^2$. Vi börjar med att välja två punkter på denna parabel, A med koordinaterna (a, a^2) och B med koordinaterna (b, b^2), och ritar en linje mellan punkterna A och B.

Vi ritar sedan en ny linje genom origo parallel med den första. Denna linje skär parabeln i C med koordinaterna (c, c^2). Se figur.



Figur 3

(a) Bestäm lutningen på linjen AB.

(b) Bestäm lutningen på linjen OC

(c) Visa att $a + b = c$

(d) (🌶️🌶️) Vi ritar en till linje, DE, parallel med de första, där D och E är två punkter på parabeln. Visa att mittpunkterna på dessa tre parallella linjer ligger på en rät linje.

Kvadrater i kvadrat . . . . 🌶️

Lös ekvationen

$$(x^2 - 7x + 11)^{(x^2 - 11x + 30)} = 1$$

Tips. Om du vet att två tal uppfyller $a^b = 1$ vad kan du säga om talen a och b.

Vertex . . . .

Namn: ____________________

Definition: Vertex

Vertex är den eller de punkt(er) där en kurva vänder ”håll”. Kurvan av en andragradsfunktion har en vändpunkt. Kurvor av högre grader kan ha flera. Ordet vertex är latin med betydelsen ”topp-punkt, vändpunkt”.

Denna vecka ska vi undersöka hur koefficienten för x påverkar grafen till parabeln $y = 3x^2 + bx - 2$.

(a) Vi börjar med att betrakta positiva värden på b. Plotta $y = 3x^2 + x - 2$, $y = 3x^2 + 2x - 2$ och $y = 3x^2 + 6x - 2$ i samma koordinatsystem. Beskriv hur värdet på b påverkar vertex för parabeln. Testa gärna fler värden på b om du ännu inte känner dig säker på dina observationer.

(b) Plotta nu $y = 3x^2 + bx - 2$ för $b = -1, -2$ och -3. När koefficienten är negativ, hur påverkar dess värde kurvans vertex?

(c) Baserat på dina svar i (a) och (b) beskriv hur värdet på b påverkar positionen för vertex. Ditt svar ska gälla för alla värden på b, positiva, negativa och noll.

(d) Alla de plottar du gjort skär y-axeln i samma punkt. Ge en enkel förklaring varför detta sker.

Vertexform

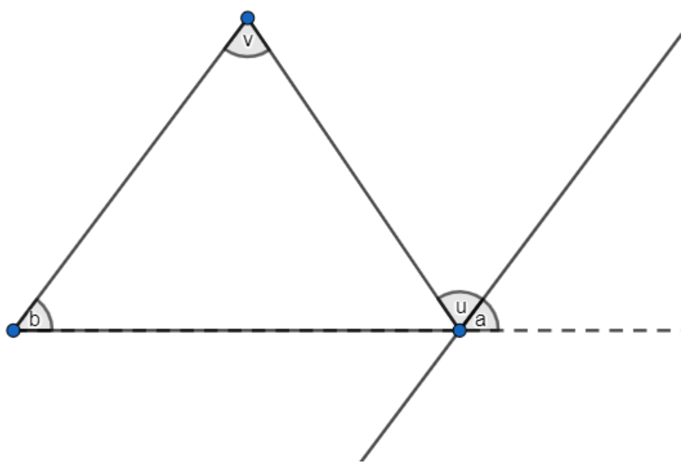
Alla andragradsfunktioner $y = ax^2 + bx + c$ kan via kvadratkomplettering skrivas på vertexform, $y = A(x - B)^2 + C$ där A, B och C är konstanter.

Skriv om funktionen i första uppgiften på vertexform och jämför med de slutsatser om positionen av vertex du drog i första uppgiften.

Triangelns vinkelsumma

Denna vecka ska vi öva på att föra geometriska resonemang. Uppgifterna kommer endast att kräva det som står under ”Vinklar” på formelbladet.

En linje ritas genom ett av hörnen på en triangel så att linjen är parallel med motstående sida. Se figur 1.



Figur 4

(a) Visa att vinklarna a och b är lika stora.

(b) Visa att vinklarna v och u är lika stora.

(c) Visa att triangelns vinkelsumma är 180°.

(d) Visa att yttervinkeln i en triangel är lika med summan av de två motstående innervinklarna.

Vinklar i ett parallellogram

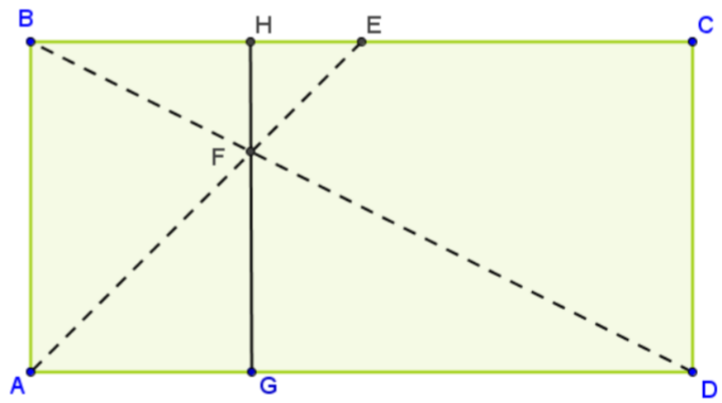
En parallellogram är en fyrhörning där motstående sidor är parallella.

(a) Visa att motstående vinklar i en parallellogram är lika stora.

(b) (🌶🌶🌶) Visa att om motstående vinklar i en fyrhörning är lika stora så är fyrhörningen en parallellogram.

Glasspaketet

De hungriga ungdomarna Asta, Bea och Cesar ska dela på ett glasspaket. Diskussionen uppstår då hur paketet ska delas rättvist. På kanten finns en markering som de förstår är mitten av paketet (E). Asta drar då två sträckor utifrån den mittpunkten (AE) samt paketets hörn (BD) (de streckade sträckorna på bilden) och skär sedan av paketet i skärningspunkten (F) och påstår att hon tagit exakt en tredjedel, den bit som utgörs av fyrhörningen ABHG. Stämmer det?

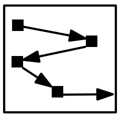


Figur 5: Ett glasspaket.

Namn: ______________________

Feedback av: ______________________

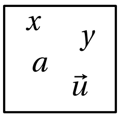
Styrkor	Kommunikation	Förslag



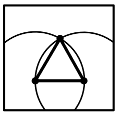
Lätt att följa alla steg.

Förklarar varför,
inte bara vad.

Använder namn.

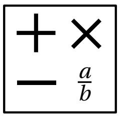


Tydliga definitioner av variabler.

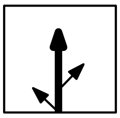


Använder diagram.

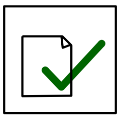
Styrkor	Korrekthet	Förslag



Korrekta beräkningar



Testat olika sätt.



Rimligt svar.

Utkast

Slutinlämning

Namn: ______________________