

# A. 小Y的多项式

1 seconds, 128 megabytes

小Y有一个  $n$  次多项式  $a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$ , 其中,  $x^i$  项的系数为  $a_i$ 。

对其求二阶导数, 可以得到一个  $n - 2$  次多项式  $b_0 + b_1x + \cdots + b_{n-2}x^{n-2}$ , 其中,  $x^i$  的系数为  $b_i$ 。

小Y想让你帮忙求出这个  $n - 2$  次多项式的系数。即, 给定  $a_0, a_1, \cdots, a_n$ , 求出  $b_0, b_1, \cdots, b_{n-2}$  的值。

## Input

第一行, 一个整数  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ )。

第二行,  $n + 1$  个整数  $a_0, a_1, \cdots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^3$ )。

## Output

一行,  $n - 1$  个整数  $b_0, b_1, \cdots, b_{n-2}$ 。

## Example

### Input

```
5
1 2 3 4 5 6
```

### Output

```
6 24 60 120
```

## Note

样例解释:

$$f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5$$

$$f'(x) = 2 + 6x + 12x^2 + 20x^3 + 30x^4$$

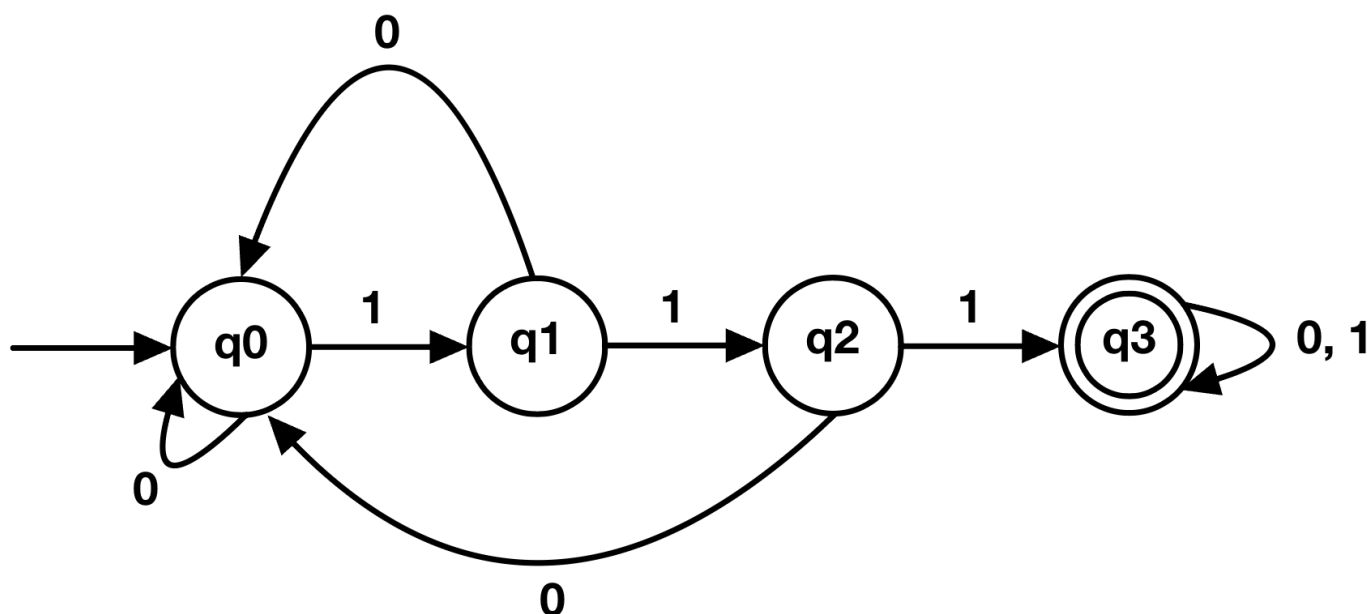
$$f''(x) = 6 + 24x + 60x^2 + 120x^3$$

## B. 小Y的自动机

1 seconds, 128 megabytes

本题无需《形式语言及自动机》课程的前置知识。

小Y构造了一个如图所示的有限状态自动机。它接受所有含有至少连续 3 个 1 的 01 串（即只包含字符 0 和 1 的字符串）。



现在小Y想要对这个自动机进行拓展。使它能够对于给定的  $n$ ，接受所有含有至少  $n$  个 1 的 01 串。例如， $n = 5$  时，1111101 可以被接受，因为它包含至少连续的 5 个 1；而 111101111 不能被接受，因为它只含有至多连续的 4 个 1。

小Y现在有  $m$  个 01 串，TA 想要让你帮忙判断这些 01 串是否能被该自动机接受。对于每一个 01 串，如果它可以被接受，输出 YES，否则输出 NO。

### Input

第一行，两个整数  $n, m$  ( $0 \leq n \leq 10^6, 1 \leq m \leq 10^3$ )。

接下来的  $m$  行，每行一个 01 串  $S$  ( $1 \leq |S| \leq 10^6$ )。

保证  $\sum |S| \leq 10^6$ 。

## Output

$m$  行, 每行一个字符串 Yes 或 No (需要区分大小写) 。

## Examples

### Input #1

```
5 3
11000001
111101111011111
111111111111111
```

### Output #1

```
No
Yes
Yes
```

## Note

# C. 小Y的猫猫

1 seconds, 128 megabytes

小Y的家里养了一只十分可爱的猫猫。有一天，小Y发现猫猫被困在了院子里的一棵树上！你能帮助TA把猫猫救下来吗？

通过观察，你发现这是一棵有  $n$  个节点的“有根二叉树”（即确定树根，且每个节点最多只有两个孩子）。将这  $n$  个节点分别编号为  $1, 2, \dots, n$ 。其中，根节点编号为  $1$ ，猫猫所处的节点编号为  $k$ 。

请你帮忙规划营救猫猫的路线，即确定小Y从根节点出发，到达猫猫所处节点然后返回根节点依次经过的节点编号。我们知道，树上任意两个节点之间（不经过重复节点）的路径是唯一的，因此答案一定唯一。

## Input

第一行，两个整数  $n, k$  ( $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq n$ )。

接下来的  $n$  行，每行两个整数。第  $i$  行的整数记为  $l_i, r_i$  ( $0 \leq l_i, r_i \leq n$ )，表示  $i$  号节点左右孩子的编号。 $l_i = 0$  表示该节点的左孩子为空， $r_i = 0$  表示该节点的右孩子为空。

保证输入为一棵合法的树。

## Output

一行，若干个整数，表示小Y从根节点出发，到达猫猫所处节点然后返回根节点依次经过的节点编号。

## Example

### Input #1

```
5 5
2 3
4 5
0 0
0 0
0 0
```

**Output #1**

1 2 5 2 1

**Input #2**

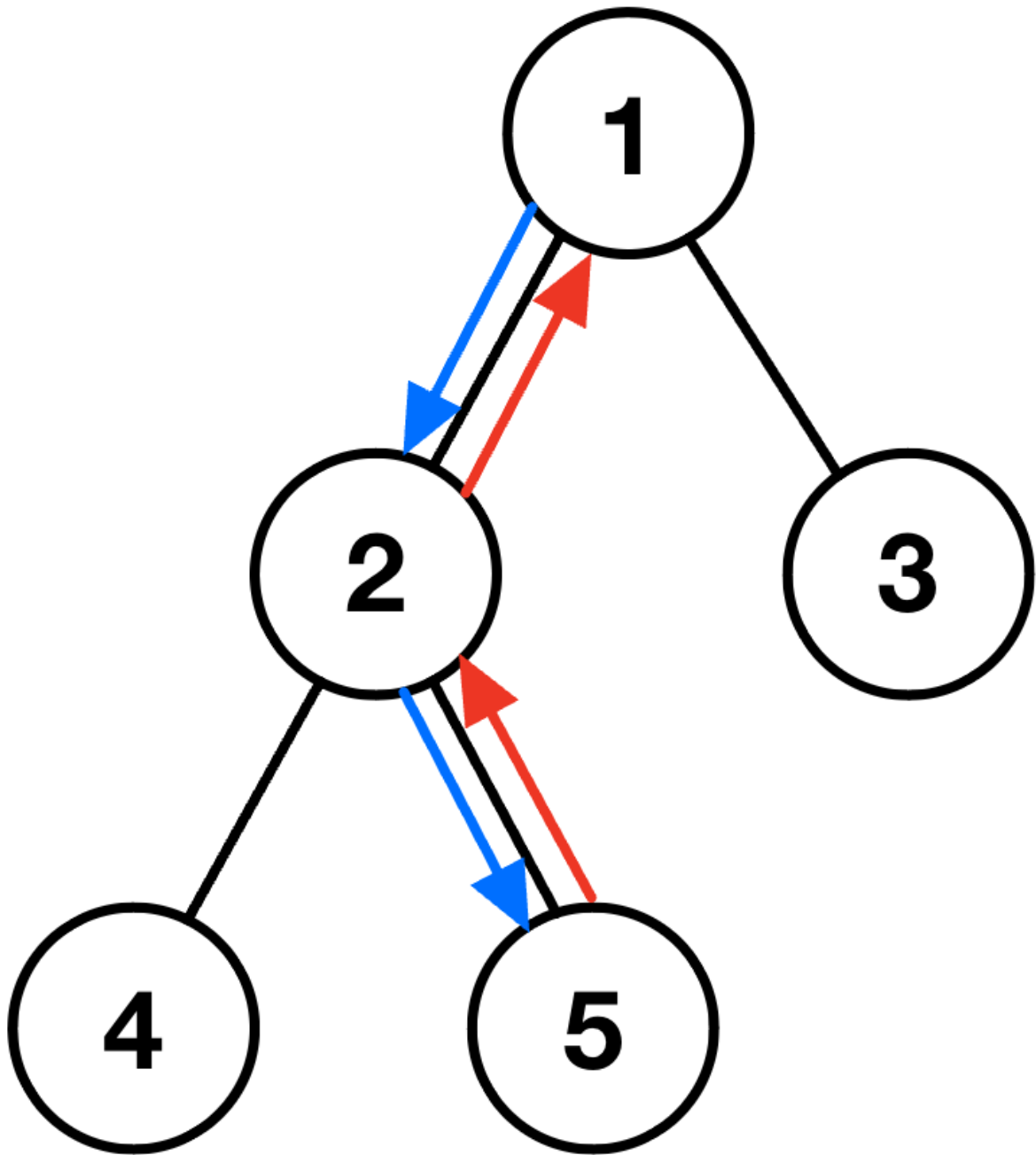
1 1  
0 0

**Output #2**

1

**Note**

样例1解释：



如图所示，小Y营救猫猫的路线为  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 。

样例2解释：

由于猫猫位于根节点，小Y不需要任何移动，路线为 1。

# D. 小Y的组合数学

1 seconds, 128 megabytes

组合数学是最让小Y最痛苦的一门学科！

正所谓有福同享，有难同当，小Y也想将这份痛苦和别人一起分享。于是，TA 出了这道题来考考你：

有一初始为  $x$  的变量，每次操作可以选择将其自增 1 或自减 1（但不能减为负值）。求进行  $k$  次操作后，变量恰好等于 0 的不同操作方法数。

记某种操作方法为  $[a_1, a_2, \dots, a_t]$ ，其中， $a_i$  表示第  $i$  次的操作（自增 1 或自减 1）。

$[a_1, a_2, \dots, a_t]$  和  $[a'_1, a'_2, \dots, a'_t]$  两种操作方法不同，当且仅当  $\exists i \in [1, t], a_i \neq a'_i$ 。

## Input

一行，两个整数  $x, k$  ( $0 \leq x \leq 10^6, 1 \leq k \leq 10^6$ )。

## Output

一行，一个整数，表示进行  $k$  次操作后，变量恰好等于 0 的不同操作方法数。

由于答案可能很大，你只需要回答对 998244353 取模后的结果即可。

## Examples

### Input #1

0 4

### Output #1

2



## Input #2

10 7

## Output #2

0

## Input #3

114 514

## Output #3

338901372

## Note

样例 1 解释：

2 种操作方法分别为：

[自增 1, 自减 1, 自增 1, 自减 1]

[自增 1, 自增 1, 自减 1, 自减 1]

样例 2 解释：

可以证明，通过 7 次操作一定无法使变量等于 0。

提示：

考虑一个质数  $P$ ，如果两个整数  $x$ 、 $y$  满足  $x \bmod P = y \bmod P$ ，那么就称  $x$ 、 $y$  在模  $P$  意义下等价，记作  $x \equiv y \pmod{P}$ 。比如， $17 \equiv 3 \pmod{7}$ 、 $-1 \equiv 6 \pmod{7}$ 。

可以证明，在模  $P$  意义下，对于任意一个  $x \in [1, P - 1]$ ，都存在唯一一个  $y \in [1, P - 1]$ ，使得  $xy \equiv 1 \pmod{P}$ 。这个  $y$  就是  $x$  的逆元，记作  $x^{-1}$  或者  $\frac{1}{x}$ 。比如， $2 \times 3 \equiv 6 \equiv 1 \pmod{5}$ ，所以  $\frac{1}{2} \equiv 3 \pmod{5}$ 。

若正整数  $x, k \in [1, P - 1]$ , 显然有  $P + kx \equiv kx \pmod{P}$ , 等式两边同时乘以  $\frac{1}{x(P + kx)}$  得  $\frac{1}{x} \equiv \frac{k}{P + kx} \pmod{P}$ ,  $x > 1$  时取  $k = -\lfloor \frac{P}{x} \rfloor$ , 得递推式  $\frac{1}{x} \equiv -\lfloor \frac{P}{x} \rfloor \frac{1}{P \bmod x} \pmod{P}$ 。

可以直接使用以下程序实现求逆元以及模意义下的除法运算：

```
const int P = 998244353;

int inv(int x) {
    if (x == 1) return 1;
    return 1LL * (P - P / x) * inv(P % x) % P;
}

int divide(int a, int b) {
    return 1LL * a * inv(b) % P;
}

int main() {
    int c = divide(5, 3); // 在模P的意义下等价于 c = 5 / 3, 注意并不是向下取整
    // do something ...
    return 0;
}
```

# E. 小Y的糖果

3~5 seconds, 512 megabytes

小Y共有  $m$  个收纳盒，编号分别为  $1, 2, \dots, m$ 。每个收纳盒的最大容量均为  $k$ 。TA 准备将自己在万圣节收到的  $n$  颗糖果装到这些收纳盒里，请你帮忙计算一下共有多少种装糖果的方法。

记某种装糖果的方法为  $[a_1, a_2, \dots, a_m]$ ，其中， $a_i$  表示编号为  $i$  的盒子装有  $a_i$  颗糖果。

$[a_1, a_2, \dots, a_m]$  和  $[a'_1, a'_2, \dots, a'_m]$  两种装糖果的方法不同，当且仅当  $\exists i \in [1, m], a_i \neq a'_i$ 。

## Input

一行，三个整数  $n, m, k$  ( $1 \leq n, m, k \leq 10^6$ )。

## Output

一行，一个整数，表示装糖果的方法数。

由于答案可能很大，你只需要回答对 998244353 取模后的结果即可。

## Examples

### Input #1

2 3 1

### Output #1

3

### Input #2

2 5 1

## Output #2

10

## Input #2

114 514 19

## Output #2

597569216

## Note

样例 1 解释：

将 2 颗糖果装入 3 个盒子，并且每个盒子中最多装 1 颗糖果，有以下三种装法：

$[1, 1, 0]$

$[0, 1, 1]$

$[1, 0, 1]$

提示：

考虑一个质数  $P$ ，如果两个整数  $x, y$  满足  $x \bmod P = y \bmod P$ ，那么就称  $x, y$  在模  $P$  意义下等价，记作  $x \equiv y \pmod{P}$ 。比如， $17 \equiv 3 \pmod{7}$ 、 $-1 \equiv 6 \pmod{7}$ 。

可以证明，在模  $P$  意义下，对于任意一个  $x \in [1, P-1]$ ，都存在唯一一个  $y \in [1, P-1]$ ，使得  $xy \equiv 1 \pmod{P}$ 。这个  $y$  就是  $x$  的逆元，记作  $x^{-1}$  或者  $\frac{1}{x}$ 。比如， $2 \times 3 \equiv 6 \equiv 1 \pmod{5}$ ，所以  $\frac{1}{2} \equiv 3 \pmod{5}$ 。

若正整数  $x, k \in [1, P-1]$ ，显然有  $P + kx \equiv kx \pmod{P}$ ，等式两边同时乘以  $\frac{1}{x(P+kx)}$  得  $\frac{1}{x} \equiv \frac{k}{P+kx} \pmod{P}$ ， $x > 1$  时取  $k = -\lfloor \frac{P}{x} \rfloor$ ，得递推式  $\frac{1}{x} \equiv -\lfloor \frac{P}{x} \rfloor \frac{1}{P \bmod x} \pmod{P}$ 。

可以直接使用以下程序实现求前  $n$  个数的逆元  $1^{-1}, 2^{-1}, \dots, n^{-1} \pmod{P}$ ，以及模意义下的除法运算：

```

#define MAXN 2000001
const int P = 998244353;

int INV[MAXN];

void init_inv(int n) {
    INV[1] = 1;
    for (int i = 2; i <= n; i++) {
        INV[i] = 1LL * (P - P / i) * INV[P % i] % P;
    }
}

int divide(int a, int b) {
    return 1LL * a * INV[b] % P;
}

int main() {
    init_inv(2000000);
    int c = divide(5, 3); // 等价于  $c = 5 / 3$ , 注意并不是向下取整
    // do something ...
    return 0;
}

```