

# Metoder för analys och identifiering av halvledare

Förstudie för Fasta Tillståndets Fysik uppgift 2,  
Experimentell Fysik 2

Carl Strandby (carstran)  
Hugo Lom (lohugo)

05-05-2022

## Sammanfattning

Denna laboration studerar röntgendiffraktion, optisk transmission och Halleffekten. Först används en Debye-Scherrer kamera för att med hjälp av röntgendiffraktion mäta gitterkonstanten för och identifiera ett okänt grundämne, prov D. Därefter undersöks det optiska transmissionsspektrat för galliumarsenid, GaAs, i våglängdsområdet 185 till 25 000 nm med två spektrofotometrar. Slutligen mäts hallspänningen i en dopad germaniumkristall, Ge, för att bestämma kristallens hallkoefficient och dopningstyp. Det okända grundämnets gitterkonstant uppmättes till  $4,00 \pm 0,06$  Å, vilket antyder att det okända materialet var aluminium. Det optiska transmissionsspektrat som togs fram liknade till stor del kända resultat för galliumarsenid och bandgapenergin bestämdes till  $1,39 \pm 0,02$  eV. Germaniumkristallen bestämdes vara p-dopad och ha en hallkoefficient på  $0,048 \pm 0,003$  m<sup>3</sup>/C och ha en dopningskoncentration på  $1,30 \times 10^{14} \pm 0,07 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>, vilket är i samma storleksordning som funnet i andra studier.

# Innehåll

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduktion</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Teori</b>  | <b>2</b>  |
| 2.1      | Grunduppgift . . . . .  | 2         |
| 2.1.1    | Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera . . . . .                   | 2         |
| 2.1.2    | Transmission . . . . .  | 3         |
| 2.1.3    | Transmissionspektrum för UV-VIS-NIR ljus med Spektrofotometer . . . . . | 4         |
| 2.1.4    | Transmissionspektrum för infrarött ljus med FTIR-spektrometer           | 5         |
| 2.2      | Halleffekten och laddningsbärarnas täthet . . . . .                     | 6         |
| <b>3</b> | <b>Metodik</b>  | <b>8</b>  |
| 3.1      | Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera . . . . .                   | 8         |
| 3.2      | Transmissionspektrum för GaAs . . . . .                                 | 8         |
| 3.3      | Hallkoefficient och dopningskoncentration för germanium . . . . .       | 9         |
| 3.3.1    | Försöksuppställning . . . . .   | 9         |
| 3.3.2    | Genomförande . . . . .  | 10        |
| <b>4</b> | <b>Resultat</b>   | <b>10</b> |
| 4.1      | Grunduppgift . . . . .  | 10        |
| 4.1.1    | Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera . . . . .                   | 10        |
| 4.1.2    | Felanalys av Röntgendiffraktion . . . . .                               | 12        |
| 4.1.3    | Transmissionspektrum för GaAs . . . . .                                 | 13        |
| 4.2      | Hallkoefficient och dopningskoncentration för germanium . . . . .       | 16        |
| 4.2.1    | Felanalys av hallkoefficient . . . . .                                  | 18        |
| <b>5</b> | <b>Diskussion</b>   | <b>18</b> |
| 5.1      | Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera . . . . .                   | 18        |
| 5.2      | Transmissionspektrum för GaAs . . . . .                                 | 19        |
| 5.3      | Hallkoefficient och dopningskoncentration för germanium . . . . .       | 19        |
| <b>A</b> | <b>Beräkning av gitterkonstant och struktur</b>                         | <b>21</b> |
| <b>B</b> | <b>Beräkning av Hallkoefficienten</b>                                   | <b>24</b> |

# 1 Introduktion

Få material kan sägas vara lika avgörande för den elektroniska utvecklingen under 1900-talet som halvledarna. En typ av material med en ledningsförmåga mellan ledare och isolatorer. Dessa halvledare finns i allt från pacemakers till superdatorer [1]. Teorin för hur man kan förstå och konstruera dessa halvledare är Fasta Tillståndets Fysik. I denna laboration undersöks först hur man bestämmer ett grundämnes kristallstruktur och gitterkonstant genom att bestråla materialet med röntgenstrålning och undersöka dess diffraktionsvinklar. Därefter används ett optiskt transmissionsspektra för att undersöka interaktionen mellan ljus och materia i galliumarsenid [2]. Slutligen studeras även halleffekten i en germaniumkristall vilket också ger ett mått laddningsbärarnas koncentration och tecken [3]. Syftet med denna laboration är således att använda teorin från forskningsområdet Fasta Tillståndets Fysik för att dra slutsatser kring olika materials egenskaper och därmed användbarhet i elektriska komponenter.

## 2 Teori

### 2.1 Grunduppgift

#### 2.1.1 Röntgendiffraktion med Debye-Scherrer Kamera

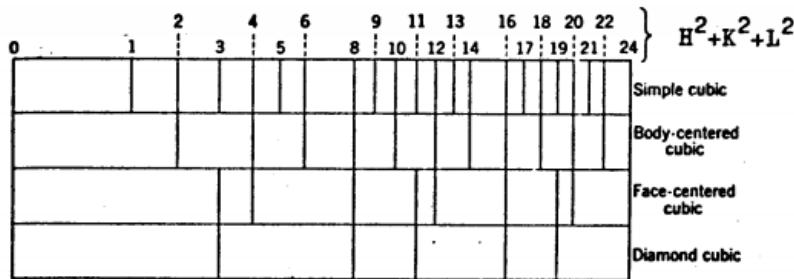
Röntgendiffraktion bygger på att med en röntgenstråle med känd våglängd bestråla ett litet prov med fint pulver från det ämne man önskar undersöka. När strålen träffar det pulveriserade materialet kan man betrakta det som att strålen reflekteras på varandra följande atomplan och uppvisar konstruktiv interferens när Braggvillkoret uppfylls. Braggvillkoret ges av ekvationen

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (1)$$

där  $d$  är avståndet mellan två atomplanen,  $n = 0, 1, 2, \dots$  indexerar diffraktionen,  $\theta$  är infallsvinkel och  $\lambda$  våglängden. Då materialet som analyseras är i pulverform kommer några korn alltid vara orienterade så att villkoret uppfylls. Genom att omsluta pulvret med en ljusskänslig film under bestrålningen, kan man undersöka för vilka kombinationer av parametrar braggvillkoret gäller. Den reflekterade strålningen bildar då koncentriska cirklar på filmen och det är denna princip som Debye-Scherrer kameran bygger på. Det interatomära planavståndet kan för kubiska strukturer skrivas i termer av gitterkonstanten  $a$  och Laue index enligt  $d = \frac{a}{\sqrt{H^2+K^2+L^2}}$  vilket gör att braggvillkoret kan skrivas

$$\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 = \frac{\sin^2 \theta}{H^2 + K^2 + L^2}. \quad (2)$$

Termen  $(\lambda/2a)^2$  är konstant och vilka kombinationer av Laue index, HKL, som är tillåtna beror på om materialet är enkel, rymdcentrerad eller ytcentrerad kubisk struktur. De tillåtna kombinationerna härleds från strukturfaktorn för olika kubiska strukturer och ses i Figur 1. På filmen från Debye-Scherrer kameran motsvarar de uppmätta koncentriska linjerna en följd vinklar,  $\theta$ , i ekvation (2). Det bör då endast finnas en följd av tillåtna Laue index som ger att termen i vänsterledet,  $(\frac{\lambda}{2a})^2$ , är nägorlunda konstant. På så sätt kan då provets struktur bestämmas och sedan även gitterparametern  $a$ , som då kan ge en anvisning av vilket material provet består av [4].



Figur 1: Kombinationer av Laue index, HKL, för vilka diffraction kan uppstå för olika kubiska strukturer. Figur hämtad från [4]

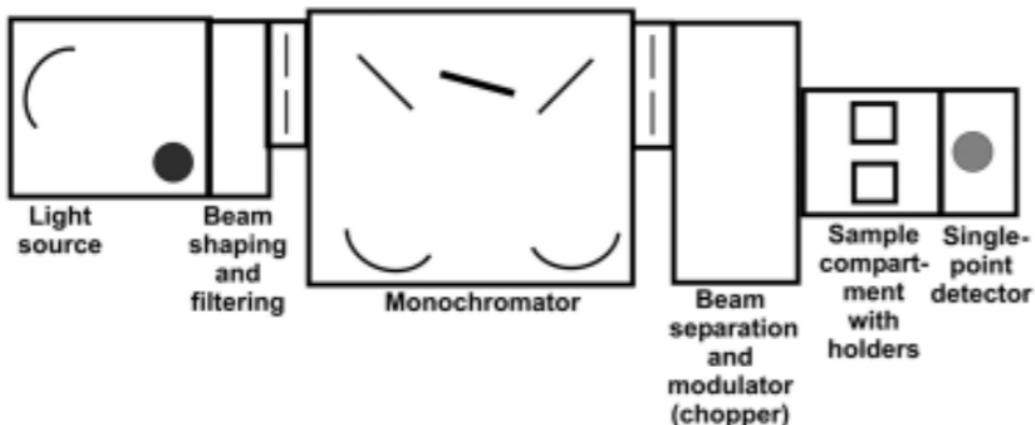
### 2.1.2 Transmission

När en infallande ljusstråle möter ett material kan den antingen reflekteras mot materialets yta och ändra riktning, absorberas av materialet så att en elektron eller fonon exciteras, eller passera genom det. Måttet på dessa företeelser kallas reflektans, absorbans och transmittans. Transmittansen kan mäts genom att mäta den transmitterade ljusintensiteten  $e_1$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] och jämföra med den infallande ljusintensiteten  $e_0$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] enligt (3),

$$T = (e_1 - BG) / (e_0 - BG), \quad (3)$$

där  $BG$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] är bakgrundsljus och annan störning i mätningen [5]. Bakgrundsljus kompenseras ofta av mätinstrumentet genom kalibrering och referensmätningar. För att uppnå god noggrannhet är det viktigt att mätningen av den infallande och den transmitterade ljusintensiteten om möjligt tas

samtidigt i en miljö med minimala störningar [5]. Notera även att enligt Beer-Lamberts lag kommer en längre optisk färdväg genom ett homogent material göra att en större andel av ljuset absorberas av materialet. Eftersom att den här laborationen i huvudsak syftar till att undersöka våglängdsberoendet hos transmissionen är det därför viktigt att den optiska färdvägen i materialet, läs materialets tjocklek, hålls konstant [5].



Figur 2: Schematiskt diagram över en spektrofotometer som bygger på att med en monochromator splittra upp ett ljus med brett emissionsspektrum till olika våglängder. Det splittrade ljuset passerar genom en spalt som väljer ut en specifik våglängd som senare delas och leds genom två separata provfack, där en av facken agerar som bakgrundsreferens. Diagram från W. Neumann [5].

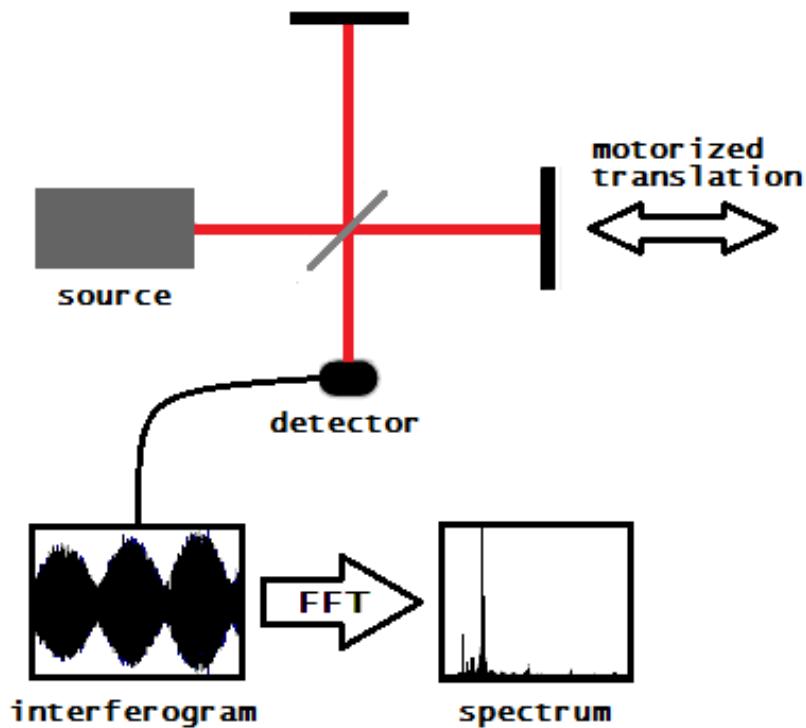
### 2.1.3 Transmissionspektrum för UV-VIS-NIR ljus med Spektrofotometer

Ett dispersivt optiskt spektroskopisystem bygger på att studera transmission för monokromatiskt ljus av olika våglängder och kombinera dessa resultat till ett spektrum [5]. Ett sådant spektroskopisystem är spektrofotometern Varian Cary 500 som använder sig av en lampa med ett brett emissionsspektrum vars ljus leds till en monokromator som splittrar ljuset till olika våglängder [6]. Det monokromatiska ljuset leds sedan genom ett provfack med kontrollerad atmosfär där ett prov kan placeras. Ljuset kan ta två vägar genom provfacket varav en av dem korsar provet. Genom att byta vilket ljus som tar vilken väg kan referensmätningar tas i samma omgivning som provet och nära i tid. Vilket förlänger tiden för enskilda mätningar. Cary 500 kan ta mätningar för

UV-VIS-NIR ljus, mer specifikt för våglängder mellan 185 till 3300 nm, med en spektralbandbredd på 0,01 nm [6].

#### 2.1.4 Transmissionspektrum för infrarött ljus med FTIR-spektrometer

För ljus i det infraröda spektrat kan transmissionen mätas med en Fouriertransform-infrared spektrometer, FTIR-spektrometer. Ett exempel på en sådan är Perkin Elmer 1725. Denna har en ljuskälla med ett brett infrarött spektrum och en Michelson-interferometer med en justerbar banlängd som kan svepa över bildade interferensmönstret. Eftersom att interferensmönstret beror på ljusets våglängd och banlängd kan man fouriertransformera intensitetens banlängdsberoende, för att på så sätt extrahera intensitetsfördelningen över olika vägtal för ljuset. För att kompensera en mätning för påverkan från brus görs referensmätningar separat där inga prov placeras i ljusets bana. Denna metod är något mer känslig för variationer i bakgrundsbrus än metoden för Cary 500 beskriven ovan i avsnitt 2.1.3. En fördel är dock att en högre andel av det infallande ljusets intensitet kan träffa provet eftersom att en FTIR-spektrometer inte splittrar ljuset i olika våglängder likt den dispersiva tekniken. Den högre intensiteten medför i sin tur att signalbrusförhållandet ökar, vilket är extra viktigt i och med att det infraröda ljuset har lägre energi än UV- och synligt ljus. Perkin Elmer 1725 har som standard möjlighet att ta mätningar för infrarött ljus med vägtal mellan 7900 till  $350\text{ cm}^{-1}$  med en upplösning på 2 till  $64\text{ cm}^{-1}$  [7].



Figur 3: Diagram på funktionen hos en FTIR-spektrometer. En IR-källa leds in i en Michelson-interferometer med en justerbar spegel som styrs via motor servo från datorn. Ljuset leds igenom ett prov och in i en ljussensor. Intensiteten uppmäts som en funktion av förskjutningen av spegeln och fouriertransformeras sedan för att producera ett spektrum som är beroende av vågtalet. Spektrumet jämförs med en bakgrundsmätning för att ge ett transmissionspektrum. Hämtad från Wikimedia Commons [8].

## 2.2 Halleffekten och laddningsbärarnas täthet

Antag att ett elektriskt fält appliceras på en halvledare i riktningen  $\hat{x}$  och ett magnetfält appliceras i riktningen  $\hat{y}$ . Halvledarens laddningsbärare har laddningen

$$q = \begin{cases} +e & \text{för hål} \\ -e & \text{för elektroner} \end{cases}, \quad (4)$$

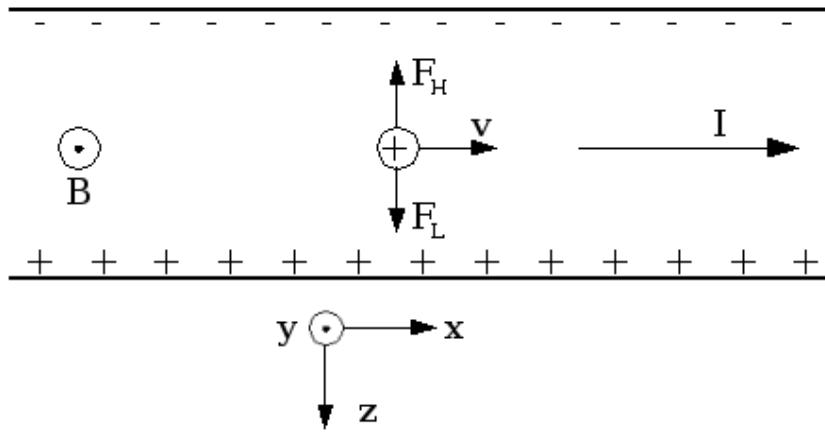
och deras drift hastighet är

$$\vec{v}_d = \begin{cases} +v_x \hat{x} & \text{för hål} \\ -v_x \hat{x} & \text{för elektroner} \end{cases}. \quad (5)$$

På grund av magnetfältet,  $\vec{B} = B_y \hat{y}$ , påverkas laddningsbärarna av en lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q(\vec{v}_d \times \vec{B}) = qv_d B_y \hat{z} \quad (6)$$

Denna kraft orsakar då en ansamling av laddningsbärare längs kanten av halvledaren i positiv  $\hat{z}$  riktning oavsett om laddningsbärarna är hål eller elektroner. Ansamlingen av laddningsbärare bildar ett elektriskt fält  $\vec{E}_H$  mellan halvledarens kanter vars riktning är i positiv  $\hat{z}$  om laddningsbärarna är hål och negativ  $\hat{z}$  om de är elektroner. Denna effekt kallas halleffekten.



Figur 4: Visualisering av halleffekten på en halvledare med positiva laddningsbärare som placeras i ett magnetfält. För en negativ laddningsbärare skulle den övre kanten vara positiv och den nedre negativ. Således beror hallspänningens tecken på om de dominerande laddningsbärarna i materialet är negativa eller positiva. Bilden är redigerad från en bild på Wikipedia Commons [9].

Det elektriska fältet ger upphov till en motkraft  $\vec{F}_H = qE_H \hat{z}$ . Eftersom att vi behöver ha kraftjämvikt i  $\hat{z}$ -led har vi att  $\vec{F}_L + \vec{F}_H = qv_x B_y + E_z q = 0$ . Vidare kan drift hastigheten skrivas i termer av strömtäthet enligt  $v_x = j_x / n_q q$  där  $n_q$  är  $p$  för hål och  $n$  för elektroner. Detta ger oss ekvationen som definierar hallkonstanten

$$E_z = -v_x B_y = \frac{-j_x B_y}{n_q q} \implies \frac{-E_z}{j_x B_y} = \frac{1}{n_q q} = R_H. \quad (7)$$

Givet att bredden på materialet i  $\hat{z}$  är  $b$  och djupet på materialet i  $\hat{y}$ -led är  $d$ , kan spänningen längs det inducerade elektriska fältet skrivas

$$V_H = -bE_H = bR_H j_x B_y = bR_H \frac{I_x B_y}{db} = R_H \frac{I_x B_y}{d}. \quad (8)$$

Genom att mäta denna hallspänning, givet att storleken på strömmen och magnetfältet samt mättet på halvledarens djup är kända, kan man beräkna kristallens hallkoefficient. Hallkoefficientens tecken och storlek ger enligt ekvation (7) om kristallen är p- eller n-dopad samt dopningskoncentrationen.

## 3 Metodik

### 3.1 Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera

Ett tunt kapillärrör packades med ett nedfilat fint pulver av materialet som skulle undersökas, prov D. Röret placerades i Debye-Sherrer kamerans kammar tillsammans med en film. Provet exponerades därefter för röntgenstrålning under 40 minuter, en tillräckligt lång tid för att filmen skulle uppvisa tillräcklig kontrast mellan konstruktiv och icke-konstruktiv interferens för vårt givna material. Efter bestrålningen framkallades filmen och avstånd mellan koncentriska cirklar på filmen mättes med skjutmått. Dessutom togs ett mått mellan två kända punkter på filmen som ger längden på cirkelbågen för en halvcirkel. Detta mått används för konvertera avstånden mellan cirklarna till diffraktionsvinklar i grader. Måttet matades in i ett python-script, se appendix A, som med hjälp av ekvation (2) beräknade gitterkonstanten och identifierade vilken kubisk struktur vars Laue index mest liknade följen av diffraktionsvinklar, se Figur 1. Grundämnet vilket materialet bestod av bestämdes genom att jämföra den kubiska strukturen och gitterkonstanten med kända strukturer och gitterkonstanter för olika metaller [10].

### 3.2 Transmissionspektrum för GaAs

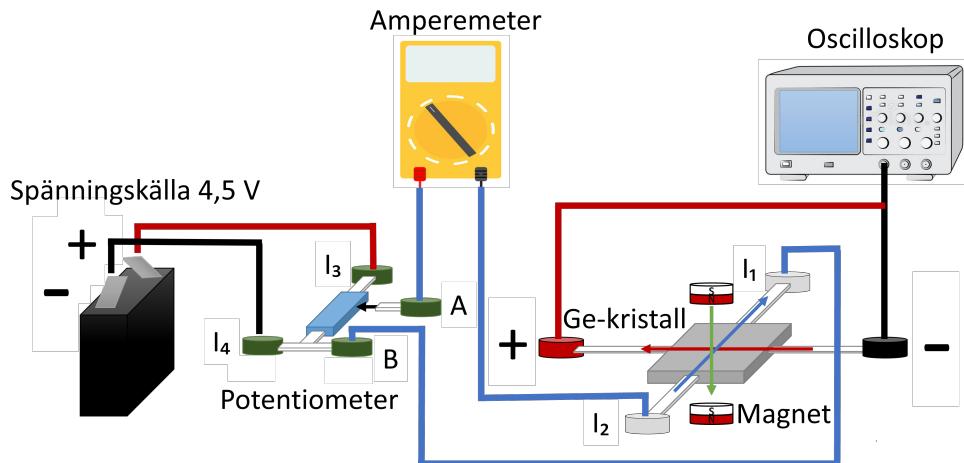
En hållare med en galliumarsenidkristall placerades först i provfacket för FTIR-spektrometern av modell Perkin Elmer 1725. Först togs en referensmätning för att kompensera för bakgrundsbrus. Sedan mättes GaAs-kristallens transmissionsspektra i våglängdsintervallet 1250 nm till 25 000 nm med olika upplösningar och antal medelvärdesbildningar. Slutligen gjordes även en liknande mätning på ytterligare en GaAs-kristall.

Hållaren med GaAs-kristallen monterades i provfacket för spektrofotometern Cary 500 och dess transmissionsspektra mättes efter en uppvärmtningstid från 185 till 2500 nm. Mätningarna gjordes med inställningarna Average time, Data interval och Scan rate ställda på 0,1 s, 1 nm respektive 600 nm/min. Transmissionsspektran för de två olika våglängdsintervallen från Perkin Elmer 1725 och Cary 500 sammaställdes och ritades upp med matplotlib i python, se appendix A.

### 3.3 Hallkoefficient och dopningskoncentration för germanium

#### 3.3.1 Försöksuppställning

En dopad germaniumkristall, med mättens  $5 \times 5 \times 0,5$  mm och med okänd koncentration och typ av laddningsbärare, monterades på en hållare och placerades i en brusreducerande kammare. Över den ena 5 mm långa sidan spänningssattes kristallen, medan hallspänningen mättes med ett oscilloskop över den andra långa sidan. För att minimera brus vid mätning av den relativt svaga hallspänningen spänningssattes Ge-kristallen med ett 4,5 V batteri. Två magneter placerades över respektive under kristallen så att de var åtskilda av den kortare sidan med längden 0,5 mm. För att inte variera magneternas position mellan mätserier placerades de på sådant sätt att en uppmätt hallspänning för en given strömstyrka maximerades. Styrkan på magnetfältet mättes med en magnetfältsmätare till 0,26 T. Försöksuppställningen ses i Figur 5.



Figur 5: Experimentuppställningen för mätning av hallspänning. Ett batteri kopplas till en germaniumkristall som är placerad i ett magnetfält och hallspänningen mäts ortoganalt mot strömmens riktning med ett oscilloskop. Orienteringen på strömriktningen och magnetfältet ger en ansamling av laddningsbärare till vänster i Ge-kristallen enligt ekvation (6). Om oscilloskopet visar en positiv spänning antyder detta positiva laddningsbärare och vice versa.

### 3.3.2 Genomförande

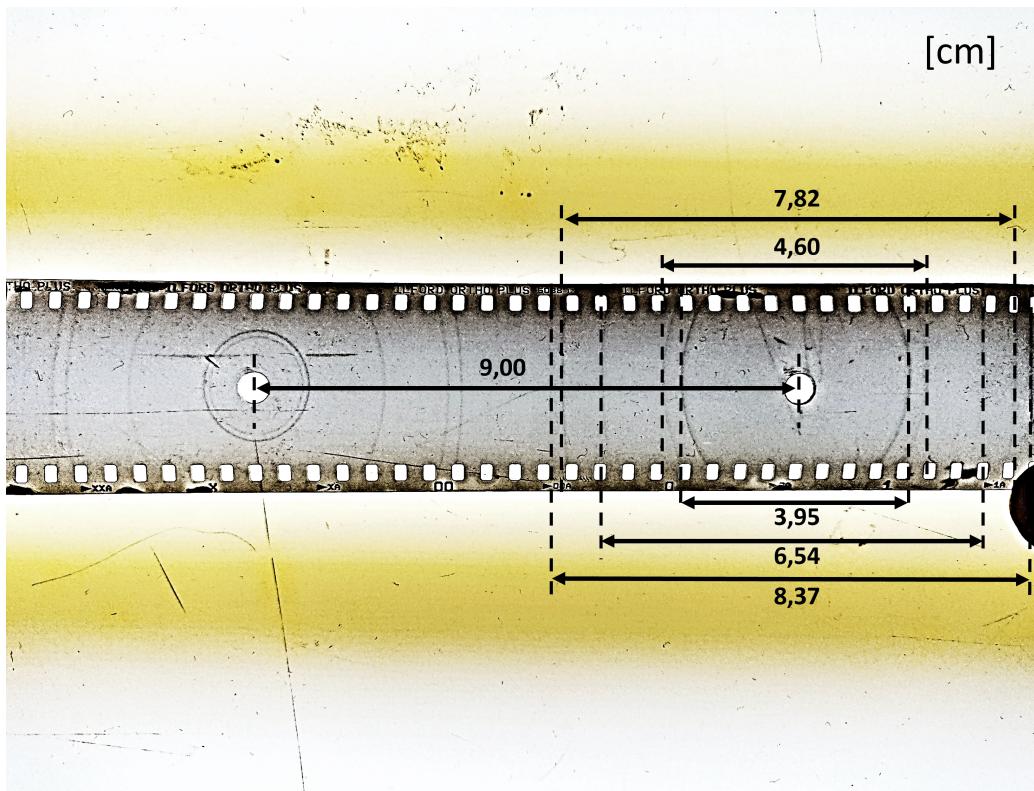
Strömstyrkan genom Ge-kristallen varierades från 0,5 till 2 mA i steg om 0,1 mA med en potentiometer och kontrollerades med en amperemeter. För varje strömstyrka antecknades hallspänningen. Efter fullföldt mätserie kopplades försöksuppställningen om för att invertera strömriktningen och en ny mätserie togs, denna gång från -0,5 till -2 mA. Därefter togs magnetfältet bort och en ny mätning för respektive strömriktning togs. Slutligen multiplicerades skillnaden mellan hallspänningen med och utan magnetfältet med kristallens djup och dividerades med magnetfältet för att beräkna hallkoeficienten enligt ekvation (8). Från hallkoefficienten beräknades sedan dopningskoncentrationen. Beräkningarna gjordes med ett python-script som ses i appendix B.

## 4 Resultat

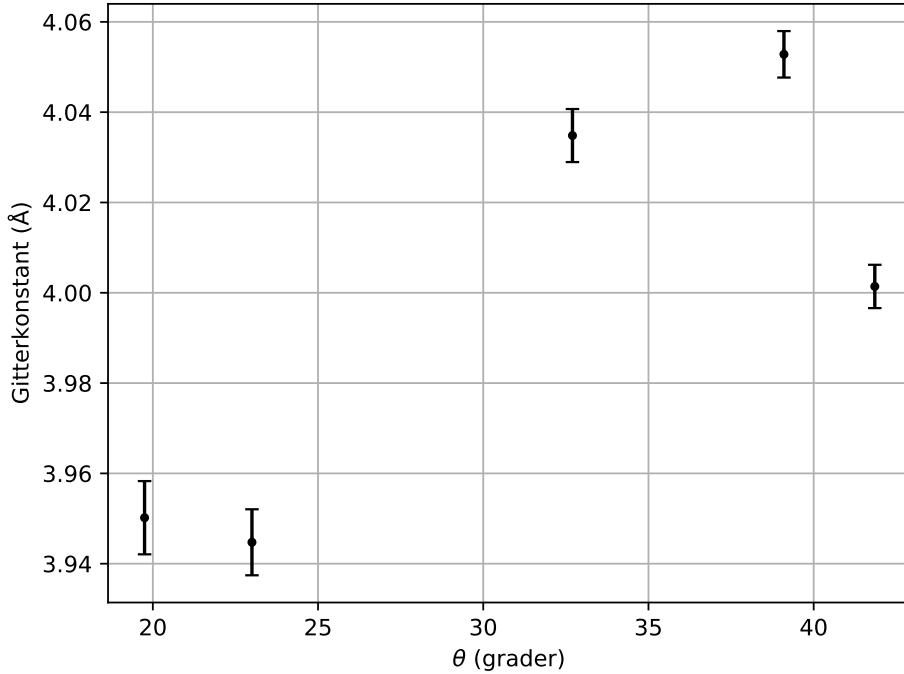
### 4.1 Grunduppgift

#### 4.1.1 Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera

Den framkallade filmen från Debye-Sherrer kameran ses i Figur 6 tillsammans med måtten för halvcirkelns cirkelbåge, 9,00 cm, och diametrarna för de koncentriska framåtspridda diffraktionscirklarna. Utifrån måtten beräknades diffraktionsvinkelarna, se Figur 7. Ekvation 2 användes sedan för att finna att materialet troligast bestod av en kroppsentrerad kubisk struktur och att dess gitterkonstant var  $4,00 \pm 0,06$  Å. Detta antyder att materialet i fråga var aluminium, som har en kroppsentrerad kubisk struktur och en gitterkonstant vars tabellvärde är 4,046 Å [10].



Figur 6: Framkallad film som visar röntgendiffraktion av ett okänt material. Intervallen på ringarna följer dem för en kroppscentererad kubisk struktur och skalningen antyder att det okända materialet är aluminium.



Figur 7: Uppmätta gitterkonstanter för respektive diffraktionsvinkel inklusive mätfel beräknade med ekvation 10. Som referens har aluminium en gitterkonstant på 4,046 Å [10].

#### 4.1.2 Felanalys av Röntgendiffraktion

Uppskattning av maxfelet fåras genom felfortplantering. Maxfelet för spridningsvinkeln ges av

$$\delta\theta = \delta\theta(r \pm \delta r) = \frac{1}{2}\delta r\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right), \quad (9)$$

där  $r$  [cm] är radien hos en koncentrisk cirkel och  $\delta r = 0,05$  mm är mätfel hos skjutmåttet. Maxfelet för gitterkonstanten för ett givet Laue-index och spridningsvinkel approximerades av,

$$\delta a = \delta a(\theta \pm \delta\theta) \approx \left| \frac{da}{d\theta}(\theta) \right| \delta\theta, \quad (10)$$

där derivatan ges av

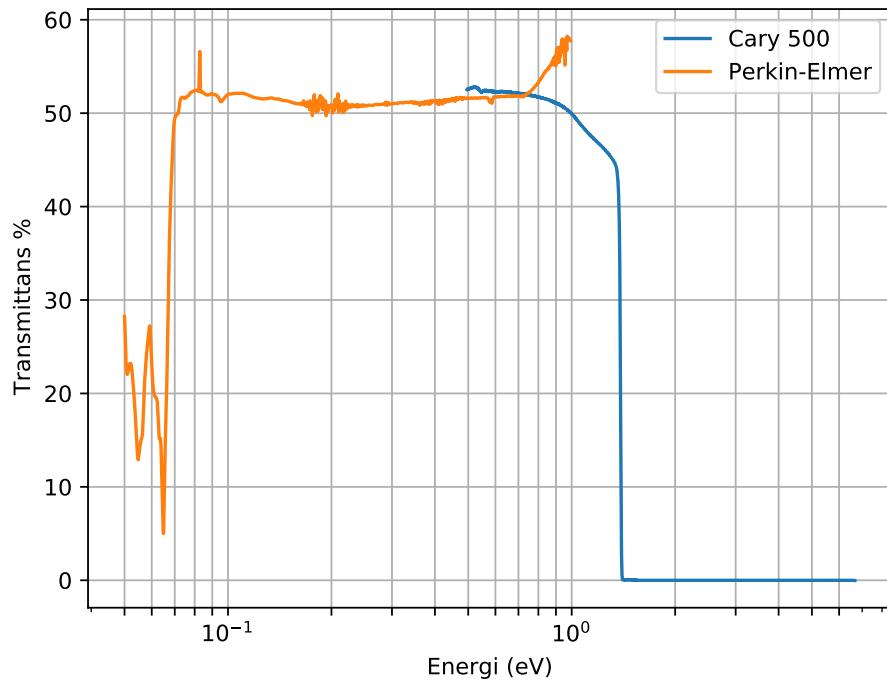
$$\frac{da}{d\theta} = -\lambda\sqrt{H^2 + K^2 + L^2} \frac{\cos\theta}{2\sin^2\theta}, \quad (11)$$

vilket kan härledas från (1). Däremot har gitterkonstanten större variation sett till olika vinklar än vad denna feluppskattning förutspår. Detta demonsteras i Figur 7. Den totala feluppskattningen baseras därför på spannet av möjliga värden för gitterparametern,

$$\delta a_{tot} = (a_{max} - a_{min})/2 = (4,058 - 3,937)/2 = 0,06 \text{ \AA}. \quad (12)$$

#### 4.1.3 Transmissionspektrum för GaAs

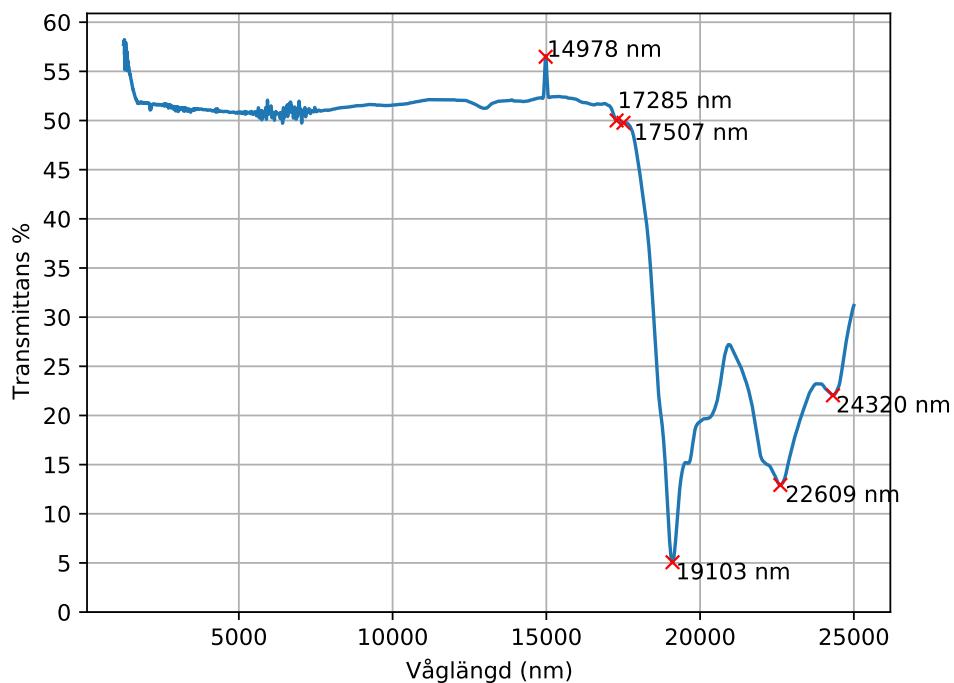
Det sammanställda transmissionsspektrat för galliumarsenidkristallen ses i Figur 8. Transmittansen uppmättes vara nära noll för våglängder under 885 nm, strax över 50% mellan 900 och 17 500 nm för att sedan falla ned mot 5% runt 19 100 nm och slutligen pendla och öka upp mot 30% vid 25 000 nm.



Figur 8: Framtaget transmissionsspektrum för galliumarsenid med spektrofotometrarna Cary 500 respektive Perkin Elmer 1725. Den senares transmissionsspektra ses även i Figur 9 medan den tidigare användes för att beräkna bandgapsenergin i Figur 10.

Transmissionsspektrat i det infraröda våglängdsområdet uppmätt av Perkin Elmer 1725 ses i Figur 9 där ett urval av våglängder med låg transmission

relativt sin omgivning markerats samt angetts i Tabell 1. Lägst transmittans i detta område uppmättes vid 19 103 nm vilket skulle kunna antyda en högre absorption. Överlag ses transmissionen vara relativt känslig för variationer i våglängd i intervallet 19 000 till 25 000 nm.

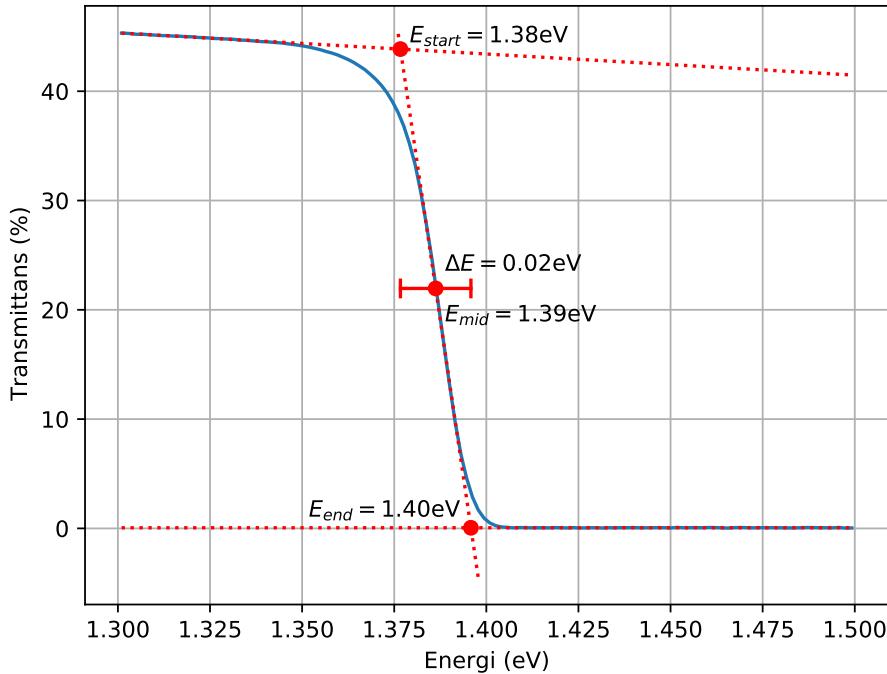


Figur 9: Transmissionsspektra för galliumarsenid uppmätt med en FTIR-spektrofotometer av modell Perkin Elmer 1725. Markerade toppars energier ses i Tabell 1.

| Våglängd (nm) | Energi (meV) |
|---------------|--------------|
| 14 978        | 82,773       |
| 17 285        | 71,728       |
| 17 507        | 70,817       |
| 19 103        | 64,900       |
| 22 609        | 54,836       |
| 24 320        | 50,978       |

Tabell 1: Våglängd och energi för dalar noterade i det infraröda transmissionsspektrat för GeAs-kristall i Figur 9, vilket representerar specifika våglängder då det kan vara hög absorption, givet att reflektansen för dessa våglängder är låg. Diskussion berörande återfinns i avsnitt 5.2.

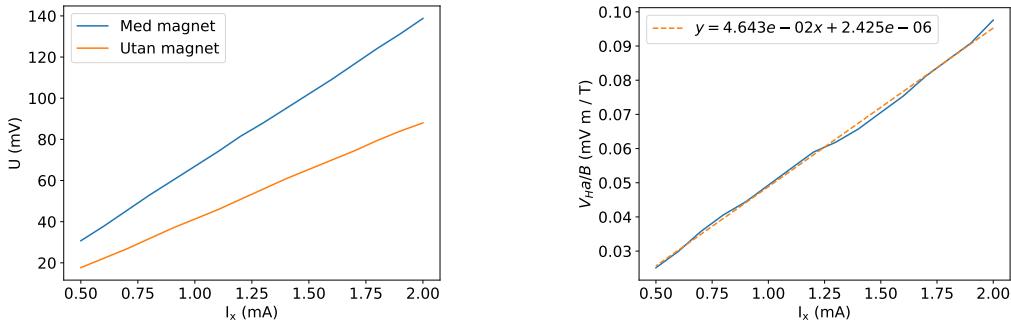
Bandgapsenergin för galliumarsenidkristallen uppskattades till ungefär  $1,39 \pm 0,02$  eV. En förstorad bild av transmissionen i detta område ses i Figur 10. Temperaturen var ungefär 300 K (rumstemperatur). Detta skiljer sig med 0,02 eV från det tabulerade värdet på 1,422 eV vid 300 K.



Figur 10: Region runt bandgapsenergin för GaAs-kristall uppmätt med spektrofotometer av modell Cary 500. Linjäränpassning används för att analysera bredden på övergången och den faktiska bandgapsenergin uppskattas ges av mittpunkten mellan korsningen med x-axeln och den anpassade lutningen för våglängdsenergier under 1,35 eV.

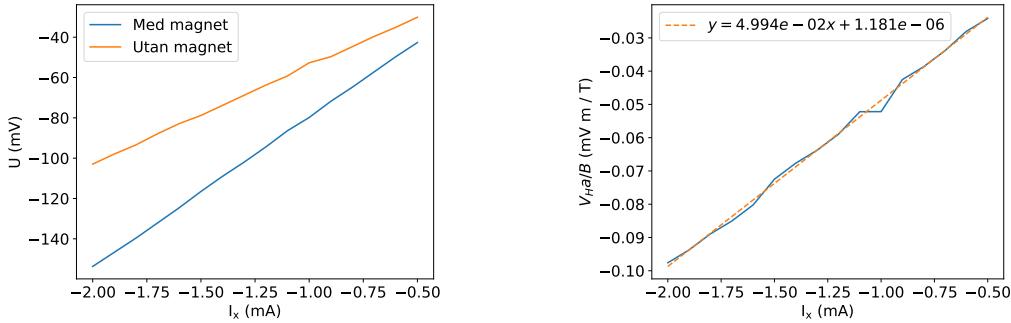
## 4.2 Hallkoefficient och dopningskoncentration för ger- manium

Hallspänningarna för positiv respektive negativ ström skilde sig något från varandra trots samma absolutbelopp på strömstyrkan. För positiv ström varierade hallspänningen med magnetfältet mellan cirka 30 till 140 mA och hallkoefficienten beräknades till  $0,046 \pm 0,002 \text{ m}^3/\text{C}$ , se Figur 11.



Figur 11: Mätning av hallspänning och hallkoefficient för en germaniumkristall. Till vänster ses uppmätt hallspänning för försöksuppsättningen i Figur 5 med och utan ett magnetfält på 0,26 T. Till höger ses skillnaden på hallspänningarna med och utan magnetfält multiplicerat med kristallens djup och dividerat med magnetfältets storlek. Lutningen på den linjära anpassningens lutning ger då enligt ekvation (8) värdet på hallkoefficienten.

För negativ ström varierade hallspänningen istället mellan ungefär 40 till 150 mV och hallkoefficienten beräknades då till  $0,050 \pm 0,003 \text{ m}^3/\text{C}$ , se Figur 12.



Figur 12: Mätning av hallspänning och hallkoefficient för en germaniumkristall med ström i motsatt riktning. Beskrivning samma som i Figur 11.

Genomsnittet av de två hallkoefficenterna är  $0,048 \pm 0,003 \text{ m}^3/\text{C}$ . Detta ger då en dopningskoncentration på  $1,30 \times 10^{14} \pm 0,07 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  enligt ekvation (7). Det positiva tecknet på hallkoefficienten antyder också att germaniumkristallen är p-dopad.

#### 4.2.1 Felanalys av hallkoefficient

Feluppskattningen gjordes genom att studera kovariansmatrisen för linjäranpassningen och standardavvikelsen för gradienten härleddes till  $0,3 \text{ V/A}$ . Detta värde uppskattas vara representativ för mätsäkerheten hos de ingående mätningarna i beräkningen av  $\alpha = \Delta V_H / \Delta I_x = 25,1 \text{ V/A}$ . Tillsammans med det uppskattade maxfelet i magnetfluxdensiteten,  $0,01 \text{ T}$ , härleddes det totala maxfelet med felfortplantering till

$$\delta R_h = R_h \left( \frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta B}{B} \right) = 0,048 \text{ m}^3/\text{C} \left( \frac{0,3}{25,1} + \frac{0,01}{0,26} \right) = 0,003 \text{ m}^3/\text{C}. \quad (13)$$

## 5 Diskussion

### 5.1 Röntgendiffraktion med Debye-Sherrer Kamera

Att gitterkonstanten beräknades till  $4,00 \pm 0,06 \text{ \AA}$  kan anses vara ett rimligt mätvärde. I feluppskattningen har endast mätfel från de koncentriska cirkelnas bredd samt skjutmåttets mätfel beaktats. Det är möjligt det finns mätfel som härstammar från skjutmåttet och de koncentriska ringarnas bredd, men enligt felanalysen i avsnitt 4.1.2 är denna mindre än variansen från de uppmätta diffraktionsvinklarna. Därmed hade fler mätserier behövts göras för att minimera detta fel. Tabell 2 visar de fem kropsscenterade metallerna med gitterkonstanter med värden närmast den för det okända materialet. Eftersom att gitterkonstanten för aluminium på  $4,046$  ligger inom felmarginalen för den uppmätta, antas det okända materialet med relativt stor sannolikhet vara just aluminium. Det finns också en liten risk att provet som mätttes inte var just prov D.

Tabell 2: Lista över kropsscenterade metallers gitterkonstanter och differens till den uppmätta gitterkonstanten,  $4,00 \pm 0,06 \text{ \AA}$ . Notera att endast aluminium faller inom felmarginalen för den uppmätta gitterkonstanten. Värden hämtade från [10].

| Grundämne | Gitterkonstant ( $\text{\AA}$ ) | Differens ( $\text{\AA}$ ) |
|-----------|---------------------------------|----------------------------|
| Al        | 4,046                           | 0,05                       |
| Au        | 4,065                           | 0,07                       |
| Ag        | 4,079                           | 0,08                       |
| Pt        | 3,912                           | 0,08                       |
| Pd        | 3,859                           | 0,14                       |

## 5.2 Transmissionspektrum för GaAs

Den generella karaktäristiken hos de uppmätta transmissionspektran motsvarade den förväntade från förstudien relativt väl. För att relatera uppmätta spektrum till galliumarsenidkristallens eventuella absorption av fotoner och excitation av elektroner eller fononer, hade en separat mätning av reflektionsspektrat behövts göras. Detta för att utesluta möjligheten att en låg transmittans inte enbart beror på att reflektansen vid denna våglängd är mycket hög. Görs däremot antagandet att reflektionen vid enenergier under 2 eV är mindre än absorbansen, vilket kan anses vara ett rimligt antagande [11], kan vissa försiktiga slutsatser dras. Bland annat skulle dalarna som ses runt 50 – 65 eV i Figur 9 kunna bero på vibrationsövergångar, fononexcitationer i GaAs-kristallen.

Vidare kan även bandgapet på ungefär  $1,39 \pm 0,02$  eV identifieras. Detta kan jämföras med tabellvärdet på bandgapet för galliumarsenid som vid 300 K är 1,422 eV [12]. Avvikelsen är relativt liten men ändå utanför felmarginalen på det framtagna värdet. Avvikelsen antas inte bero på annan temperatur i rummet under mätningarna, som noterades vara närmre 295 K, eftersom att detta borde leda till ett större bandgap och inte ett mindre [13]. En annan möjlig felkälla är att mätinstrumentet inte skulle ha varit väl kalibrerat och förskjuter våglängder. Det är dock troligare att avvikelsen beror på naturliga variationer mellan olika GaAs-kristaller från möjliga defekter och orenheter. Denna hypotes hade kunnat testas genom att upprepa experimentet med ytterligare GaAs-kristaller.

## 5.3 Hallkoefficient och dopningskoncentration för germanium

Den genomsnittliga hallkoefficienten för germaniumkristallen på  $0,048 \pm 0,003$   $\text{m}^3/\text{C}$  är relativt nära andra experimentella värden på hallkoefficienten på runt  $0,016 \pm 0,002$   $\text{m}^3/\text{C}$  [14]. Det annorlunda resultatet skulle kunna bero på vilket ämne som används för att dopa kristallen, samt att orenheter kan påverka dopningskoncentrationen relativt mycket. Flertalet felkällor kan också påverka värdet, som temperaturen i rummet och upplösningen på oscilloskopet som användes. Eventuellt hade det varit lämpligare att använda en multimeter som mätverktyg och manuellt medelvärdesbilda signalen. Störst felkälla verkar dock vara magnetfältets storlek som har en relativt stor påverkan på resultatet, se ekvation 13. Magnetfältsmodulen som användes för att mäta magnetfältets storlek var mycket känsligt för orientering och placering av de två magneterna med okänd styrka. För att få ett säkrare resultat hade experimentet kunnat upprepats med magneter med känd fältstyrka. Magneter-

na saknade dessutom markeringar för nord- och sydpol varpå de deducerades med hjälp av magnetfältsmodulen de mättes med. Det finns en risk att nord och sydpolen därför har inverterats i detta experiment och att hallkoefficienten egentligen skulle vara negativ och germaniumkristallen n-dopad. Själva dopningskoncentrationen på  $1,30 \times 10^{14} \pm 0,07 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  kan dock anses vara av rimlig storleksordning. Koncentrationen är också lägre än resultat från experiment som ämnar att maximera p-dopning för germaniumkristaller där dopningskoncentrationen kan vara upp mot  $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  [15].

## Referenser

- [1] Douglas Heaven. *The humble mineral that transformed the world*. 2019. URL: <https://www.bbc.com/future/bespoke/made-on-earth/how-the-chip-changed-everything/>. (hämtad: 2022-03-25).
- [2] Shivangi Shree m.fl. "Guide to optical spectroscopy of layered semiconductors". I: *Nature Reviews Physics* 3.1 (dec. 2020), s. 39–54. DOI: 10.1038/s42254-020-00259-1. URL: <https://doi.org/10.1038/s42254-020-00259-1>.
- [3] J.D. Bernal. "CHAPTER 8 - SEMICONDUCTING GLASSES". I: *Structural Chemistry of Glasses*. Utg. av K.J. Rao. Oxford: Elsevier Science Ltd, 2002, s. 307–373. ISBN: 978-0-08-043958-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-008043958-7/50026-1>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080439587500261>.
- [4] R. Ryberg. *F3 STRUKTURBESTÄMNING MED RÖNTGEN*. Utg. av Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet Fysiska institutionen. Okt. 1993.
- [5] W. Neumann. *Applications of Dispersive Optical Spectroscopy Systems*. 1. utg. Bellingham, Washington: SPIE, 2015. Kap. 1, s. 1–5. ISBN: 9781628413731. DOI: <https://doi.org/10.1117/3.1003057>. URL: <https://www.spiedigitallibrary.org/ebooks/PM/Applications-of-Dispersive-Optical-Spectroscopy-Systems/eISBN-9781628413731/10.1117/3.1003057?SSO=1>.
- [6] VARIAN. *UV-VIS-NIR Varian Cary 100/300/400/500 Spectrophotometers*. URL: <http://photos.labwrench.com/equipmentManuals/1055-1029.pdf>.
- [7] Perkin Elmer. *Perkin Elmer 1725 X*. 2022. URL: <https://shop.labexchange.com/en/perkin-elmer-1725-x.html>. (hämtad: 2022-03-25).

- [8] Stigmatella aurantiaca. *Fourier transform spectrometer*. URL: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fourier\\_transform\\_spectrometer.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fourier_transform_spectrometer.png). (hämtad: 2022-05-05).
- [9] Wikimedia Commons. *Hall effekt pos.png*. URL: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hall\\_effect\\_pos.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hall_effect_pos.png). (hämtad: 2022-05-5).
- [10] Wheeler P. Davey. "Precision Measurements of the Lattice Constants of Twelve Common Metals". I: *Phys. Rev.* 25 (6 juni 1925), s. 753–761. DOI: 10.1103/PhysRev.25.753. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.25.753>.
- [11] Zahir Karim Khawaja. *Photomodulated reflectance spectroscopy on gallium arsenide and gallium indium arsenide*. URL: <http://hdl.handle.net/2346/12606>.
- [12] TYDEX. *Gallium Arsenide (GaAs)*. St. Petersburg, Russia: TYDEX, LLC, 2020. URL: <http://www.tydexoptics.com/pdf/GaAs.pdf>. (hämtad: 2022-03-25).
- [13] Luciano Nascimento m. fl. "SEMICONDUCTORS OF CRYSTALLINE ALLOYS IN SUPERLATTICES SUPER-REDES SEMICONDUCTORAS EM LIGAS CRISTALINAS". I: *Revista Tecnológica* 24 (jan. 2015), s. 81–93.
- [14] A. J. Kuck. "Measurement of the Hall Coefficient in a Germanium Crystal". I: *Physics Department, The College of Wooster, Wooster, Ohio 44691* (april 1998). URL: <https://physics-archive.wooster.edu/JrIS/Files/Kuck.pdf>.
- [15] Slawomir Prucnal m. fl. "Electron Concentration Limit in Ge Doped by Ion Implantation and Flash Lamp Annealing". I: *Materials* 13.6 (2020). ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma13061408. URL: <https://www.mdpi.com/1996-1944/13/6/1408>.

## A Beräkning av gitterkonstant och struktur

Koden som användes vid beräkning av gitterkonstanten i grunduppgiften. Metoden bygger på att utifrån tillåtna Laue-index för vissa strukturer (se Figur 1) beräkna konstanten i (2). Strukturen tillhörande talföljden som är mest konstant identifieras som rätt struktur, varpå gitterkonstanten beräknas.

```

1  from math import sqrt, sin, cos, degrees
2  import numpy as np
3  import matplotlib.pyplot as plt
4
5  # import data
6  with open("measurement2.txt", "r", encoding="utf-8") as fp:
7      data = [float(l.strip().split()[1])
8          for l in fp.readlines()]
9
10 half_circ = data[0]
11 R = half_circ / np.pi
12 Lambda = (2 * 1.540 + 1.544) / 3
13 # L = theta r => theta = L / r
14 theta = lambda r: r / 2 / R
15
16 Δr = 0.05e-1 # cm, consider 2*delta from measurement, then div 2 from diameter
17 Δtheta = lambda r: theta(r) * Δr * ((1/r) + 1/R) / 2
18
19 # a = sqrt(A^2/4c) where c = sin^2(θ) / (H^2 + K^2 + L^2)
20 # a = Λ/2 * sqrt(H^2 + K^2 + L^2) / sin(θ)
21 # da/dθ = -Λ/2 sqrt(H^2 + K^2 + L^2) cos(θ) / sin^2(θ)
22 # Δa(θ) = d/dθ a(θ) * Δθ
23 da_dθ = lambda θ, T: -Lambda / 2 * sqrt(T) * cos(θ) / sin(θ)**2
24 Δa = lambda Δθ, θ, T: abs(da_dθ(θ, T) * Δθ)
25
26 hkl2 = {
27     "sc": [1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11,
28            12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21,
29            22, 24],
30     "bcc": [2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18,
31            20, 22, 24],
32     "fcc": [3, 4, 8, 11, 12, 16, 19, 20, 24],
33     "dc": [3, 8, 11, 16, 19, 24],
34 }
35
36 rs = [d / 2 for d in data[1:]]
37 min_range = 1e10
38 min_as = []
39 min_structure = ""
40 for name, hkl in hkl2.items():
41     c = [sin(theta(r))**2 / term
42           for r, term in zip(rs, hkl)]
43     range_c = max(c) - min(c)
44     if range_c < min_range:
45         min_range = range_c
46         min_structure = str(name)
47     min_as = list(
48         map(lambda t: sqrt(Lambda ** 2 / t / 4), c))
49
50 lattice_constant = np.mean(np.array(min_as))
51 major_distance = lattice_constant / sqrt(hkl2[min_structure][0])
52
53 thetas = list(map(theta, rs))
54 Δthetas = list(map(Δtheta, rs))
55 Δas = [Δa(dθ, θ, T)
56        for dθ, θ, T in zip(
57            Δthetas,
58            thetas,
59            hkl2[min_structure])]
60
61 plt.errorbar(list(map(degrees, thetas)), min_as,
62             xerr=Δthetas, yerr=Δas,
63             fmt='k', capsized=3.0)
64 plt.xlabel(r"\theta (grader)")
65 plt.ylabel("Gitterkonstant (\AA")
66

```

```
67 plt.grid()
68 plt.savefig('lattice.pdf')
69 plt.show()
70
71 min_a = min(a - da for a, da in zip(min_as, Δas))
72 max_a = max(a + da for a, da in zip(min_as, Δas))
73 range_a = (max_a - min_a) / 2
74
75 print(f"{min_structure} is the most probable structure")
76 print(f"a: {lattice_constant} ± {range_a}")
77 print(f"a_min {min_a}, a_max {max_a}")
    print(f"major distance: {major_distance}")
```

## B Beräkning av Hallkoefficienten

Koden som beräknar hallkoefficienten följer på nästa sida.

```

1 import numpy as np
2 # import matplotlib.pyplot as plt
3 from sys import argv
4 import scipy.constants as const
5
6 if len(argv) == 2:
7     if argv[1] == '--noplot':
8         do_plot = False
9     else:
10        print(f"unknown argument {argv[1]}")
11        raise SystemExit(-1)
12 elif len(argv) > 1:
13    print("too many arguments")
14    raise SystemExit(-1)
15 else:
16    do_plot = True
17
18 """
19 plt.rcParams.update({
20     'font.size': 15,
21 })
22 """
23
24 # Importera data
25 filter_nan = lambda d: [data[~np.isnan(data)] for data in d]
26
27 I, Z, V_h = filter_nan(np.genfromtxt('data.txt').T * 1E-03)
28 I_ref, Z_ref, V_h_ref = filter_nan(np.genfromtxt('data_no_magnet.txt').T * 1E-03)
29 I_r, Z_r, V_h_r = filter_nan(np.genfromtxt('data_rev.txt').T * 1E-03)
30 I_ref_r, Z_ref_r, V_h_ref_r = filter_nan(np.genfromtxt('data_rev_no_magnet.txt').T * 1E-03)
31
32 # Beräkningar
33 B = 0.26 # T
34 ΔB = 0.05 # T
35 a = 0.5E-03 # m
36
37 #  $U_h = R_h \cdot I \cdot B / a$ 
38 #  $U_h a / B = R_h \cdot I$ 
39
40 [a, _], cov = np.polyfit(-I, V_h - V_h_ref, 1, cov=True)
41 [a_r, _], cov_r = np.polyfit(I_r, V_h_r - V_h_ref_r, 1, cov=True)
42
43 Δa = np.sqrt(np.diag(cov))[0]
44 Δa_r = np.sqrt(np.diag(cov_r))[0]
45
46 R_h = a * a / B
47 ΔR_h = (Δa/a + ΔB/B) * R_h
48 R_h_r = a_r * a / B
49 ΔR_h_r = (Δa_r/a_r + ΔB/B) * R_h_r
50
51 avg_a = (a + a_r) / 2
52 Δavg_a = (Δa + Δa_r) / 2
53
54 avg_R_h = avg_a * a / B
55 Δavg_R_h = (Δavg_a/avg_a + ΔB/B) * R_h
56
57 p = 1 / avg_R_h / const.e
58 Δp = p * Δavg_R_h / avg_R_h
59
60 print("avg_a = %.5e +- %.5e m³/C" % (avg_a, Δavg_a))
61 print("R_h = %.5e +- %.5e m³/C" % (R_h, ΔR_h))
62 print("R_h_r = %.5e +- %.5e m³/C" % (R_h_r, ΔR_h_r))
63 print("avg_R_h = %.5e +- %.5e m³/C" % (avg_R_h, Δavg_R_h))
64 print("p = %.5e +- %.5e 1/cm³" % (p, Δp))

```