INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ

Polarização de Onda Eletromagnética

Prof. Fábio Alencar Mendonça

INSTITUTO
FEDERAL
Ceará

INSTITUTO
FEDERAL
Ceará

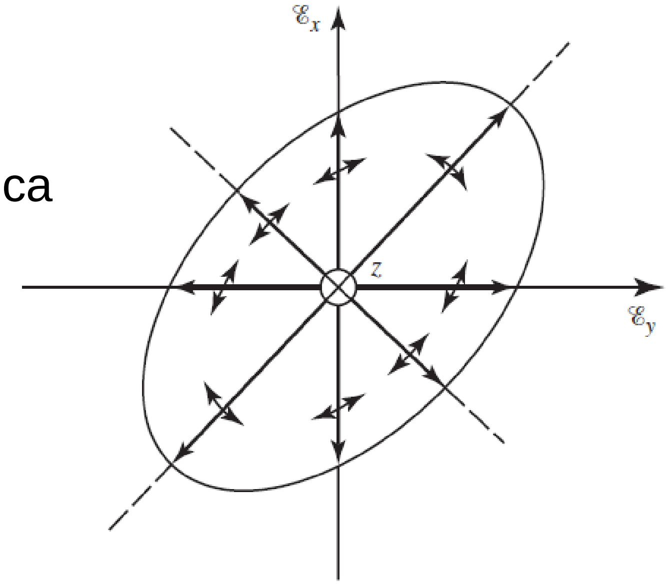
Polarização de Onda Eletromagnética

Polarização de OEM

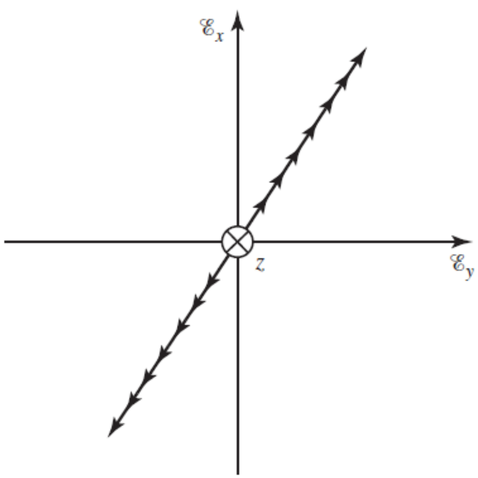
- A polarização de uma onda eletromagnética é caracterizada pela forma ou lugar geométrico da extremidade do vetor **E**, em um plano ortogonal à direção de propagação da OEM, como função do tempo.
- Caso mais geral: o lugar geométrico é uma elipse e a onda é denominada polarizada elipticamente.
- Em caso mais específicos, a elipse pode se degenerar em um círculo (polarização circular) ou um segmento de linha reta (polarização linear).

Polarização de OEM

Polarização Elíptica

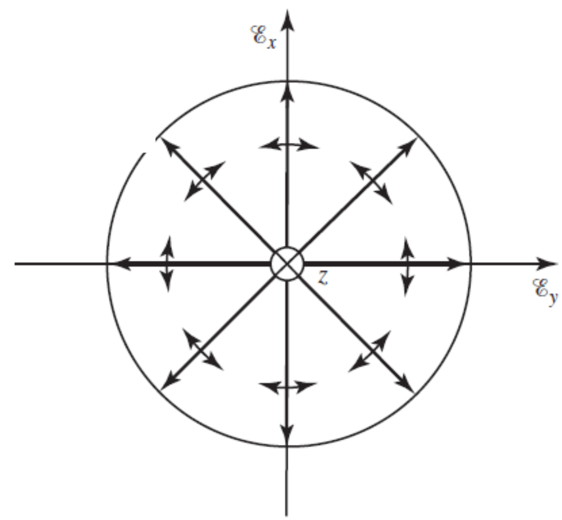


(c)



(a)

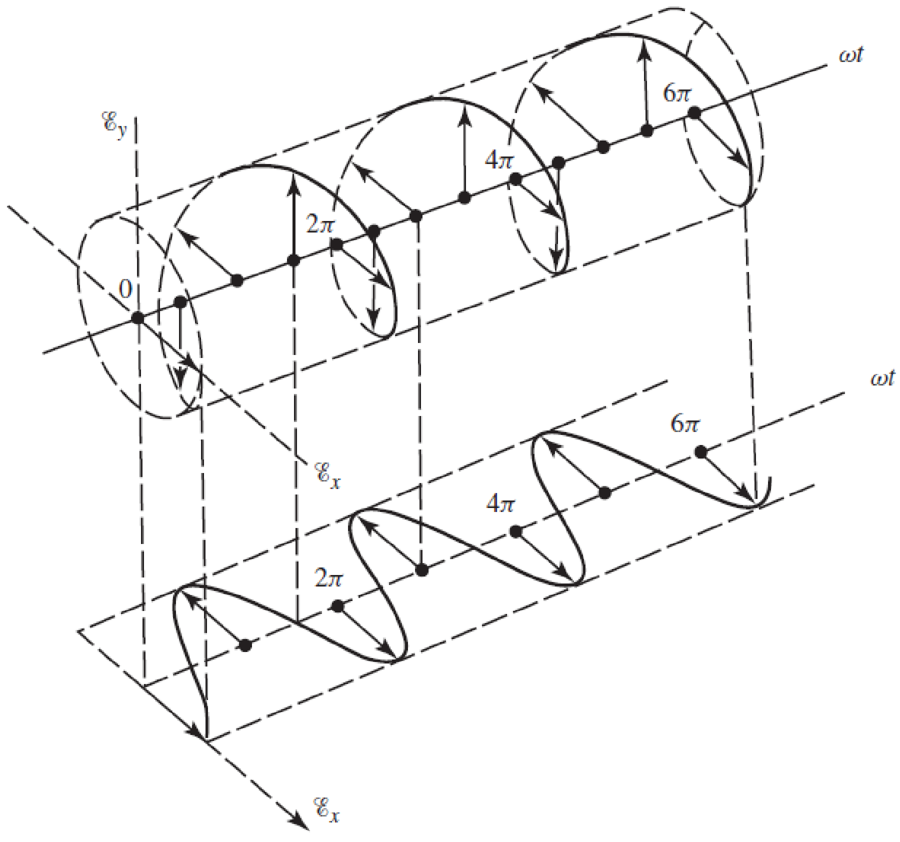
Polarização Linear



(b)

Polarização Circular

Polarização de OEM



Acesse: http://www.amanogawa.com/archive/Polarization/Polarization.html

http://www.amanogawa.com/archive/Polarization2/Polarization2.html

Polarização de OEM

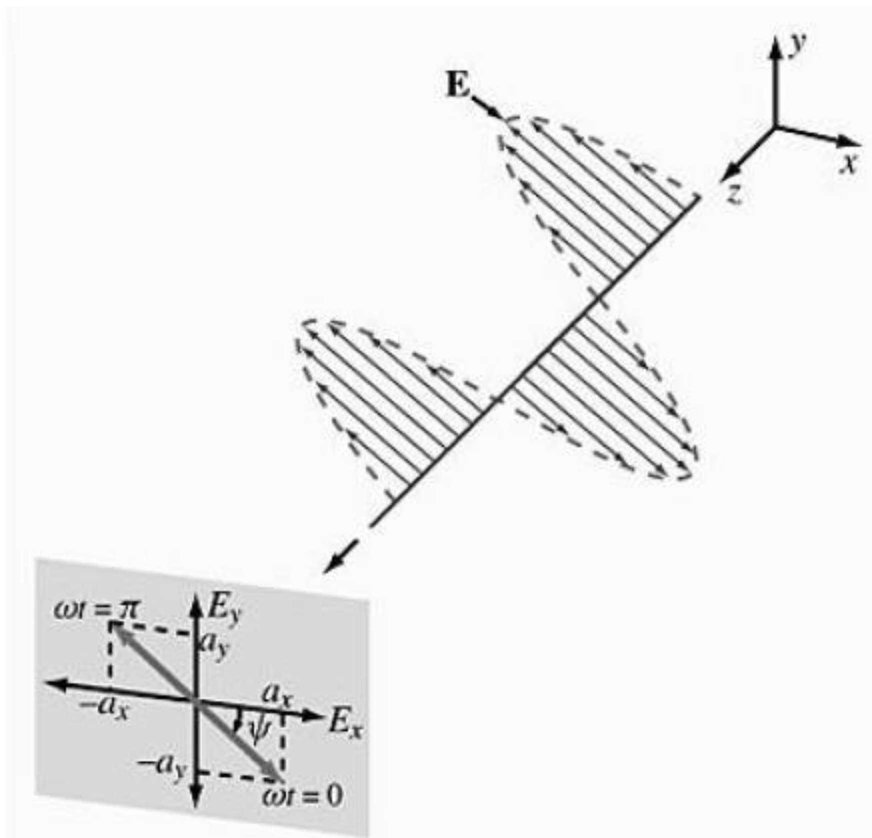
Considere uma OEM plana e uniforme que se propaga na direção +z. Como já sabemos, a forma temporal para o campo elétrico dessa onda, é da forma:

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = E_{0x}e^{-\alpha \mathrm{z}}\cos(\omega t - \beta \mathrm{z} + \theta_{0x})\hat{x} + E_{0y}e^{-\alpha \mathrm{z}}\cos(\omega t - \beta \mathrm{z} + \theta_{0y})\hat{y}$$

Vamos analisar a variação instantânea do campo elétrico para o plano em z=0. Outros poderiam ser considerados, mas z=0 é escolhido por conveniência e simplicidade. Portanto, para z=0 temos:

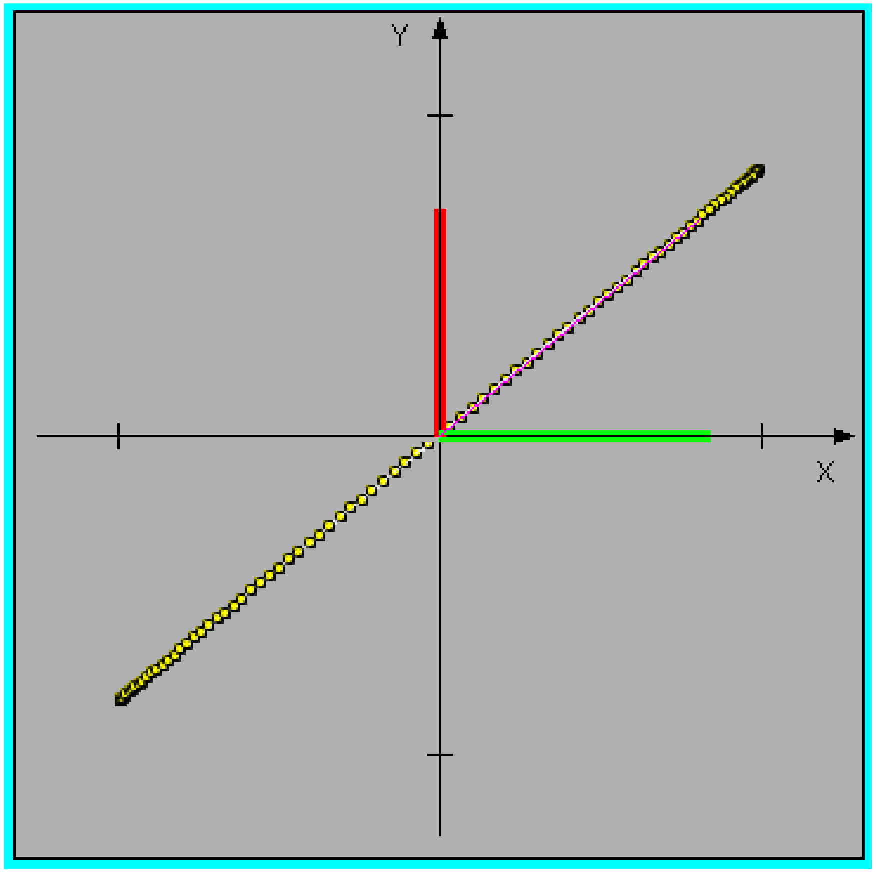
$$\vec{\mathrm{E}}(0,\mathrm{t}) = E_{0x}\cos(\omega t + \theta_{0x})\hat{x} + E_{0y}\cos(\omega t + \theta_{0y})\hat{y}$$

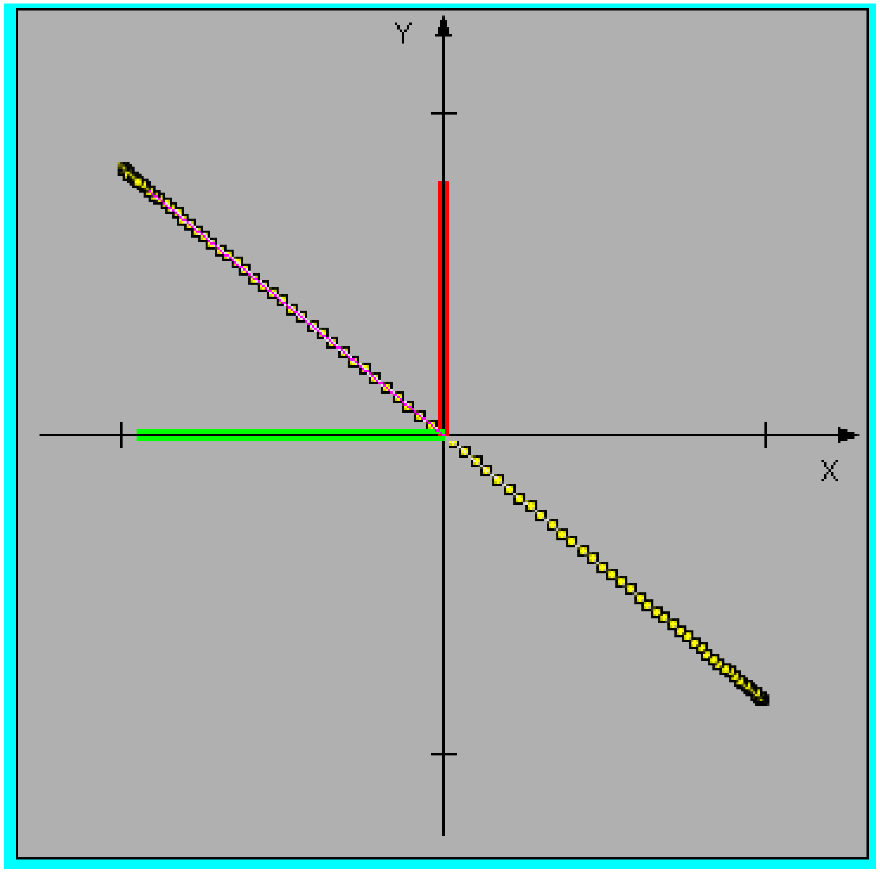
A polarização da onda dependerá da diferença de fase entre as duas componentes ($\Delta\phi=\phi_{0y}-\phi_{0x}$) e da relação entre suas amplitudes ($|E_{0x}|$e $|E_{0y}|$).



Onda com Polarização Linear Genérica

- $\phi=\phi_{0y}-\phi_{0x}=\pm n\pi$; $|E_{0x}|\neq 0$ e $|E_{0y}|\neq 0$

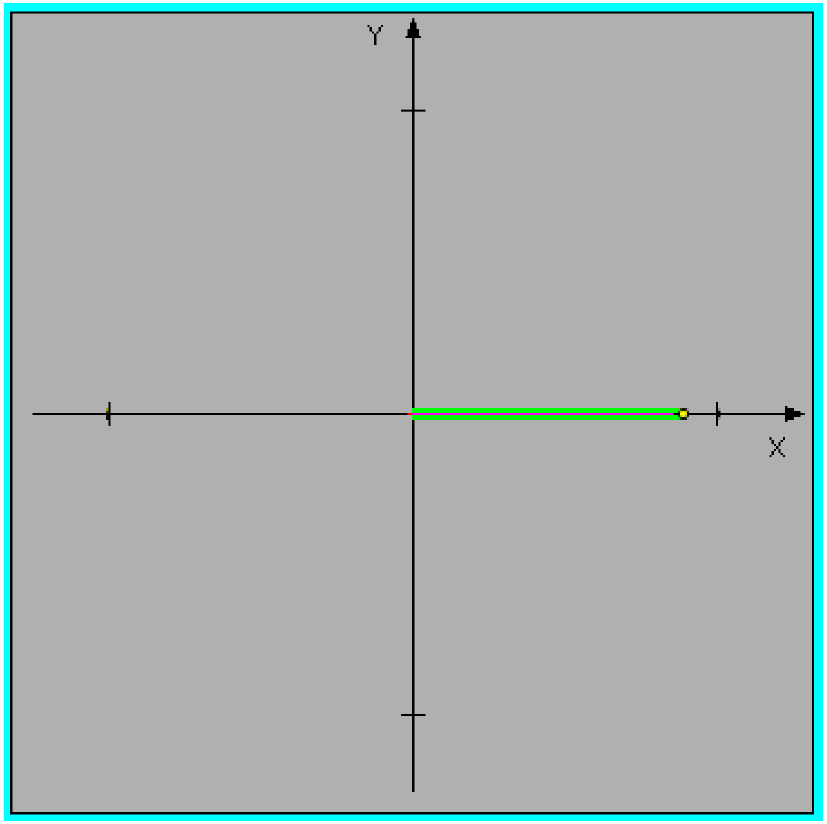




Onda com Polarização Linear Horizontal

$\phi=\phi_{0y}-\phi_{0x}=\pm n\pi;$

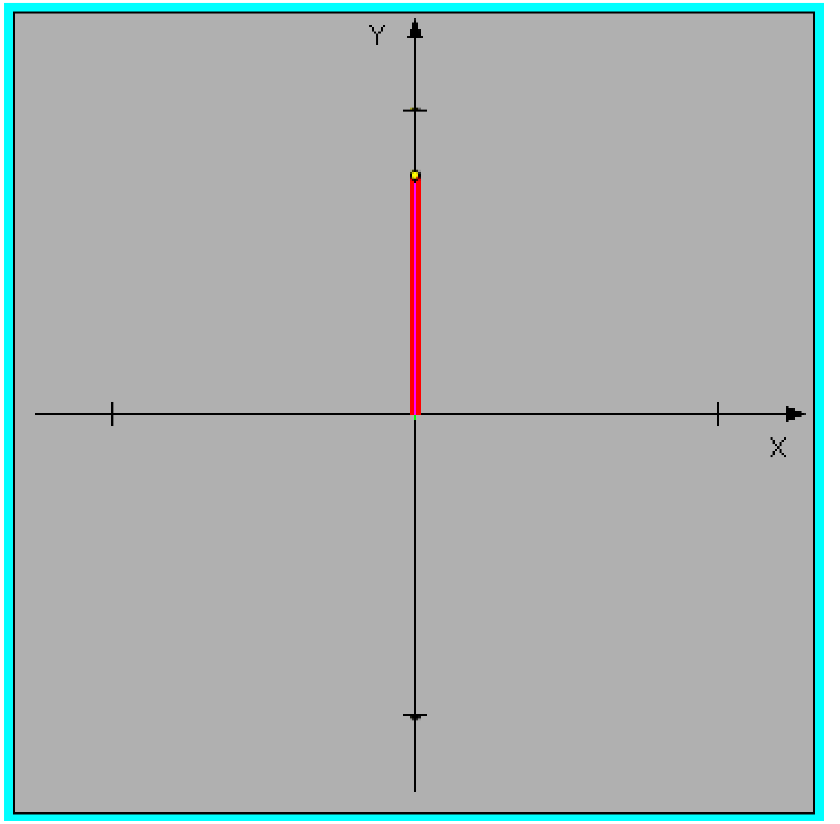
$|E_{0x}|\neq 0$ e $|E_{0y}|=0$



Onda com Polarização Linear Vertical

$\phi=\phi_{0y}-\phi_{0x}=\pm n\pi;$

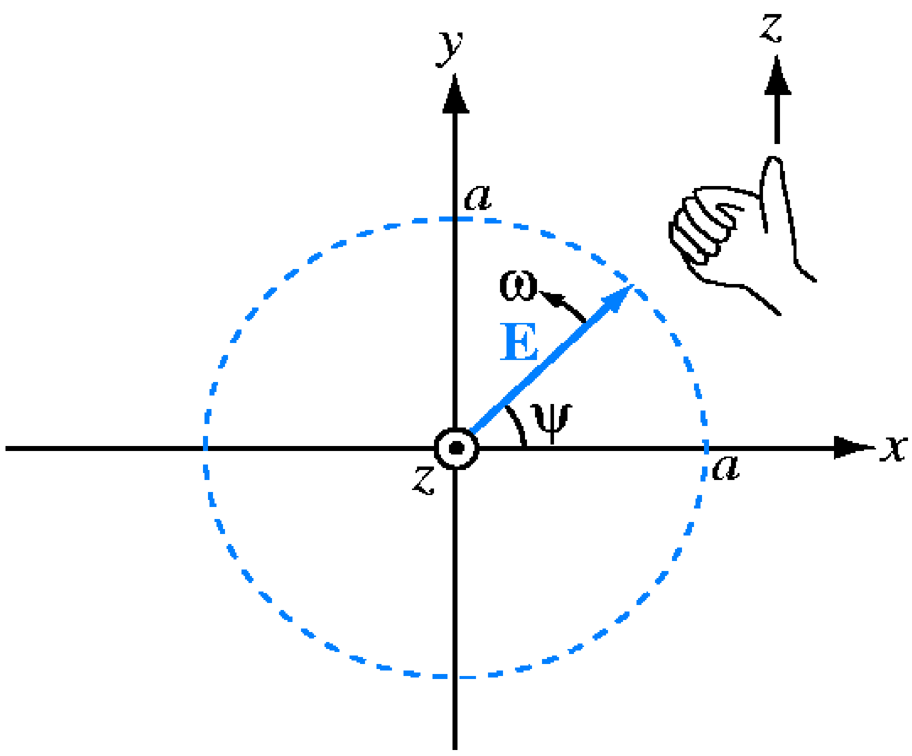
$|E_{0x}|=0$ e $|E_{0y}|\neq 0$



Onda com Polarização Circular Direita

$\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x} = -\pi/2;$

$|E_{0x}| = |E_{0y}| = E$

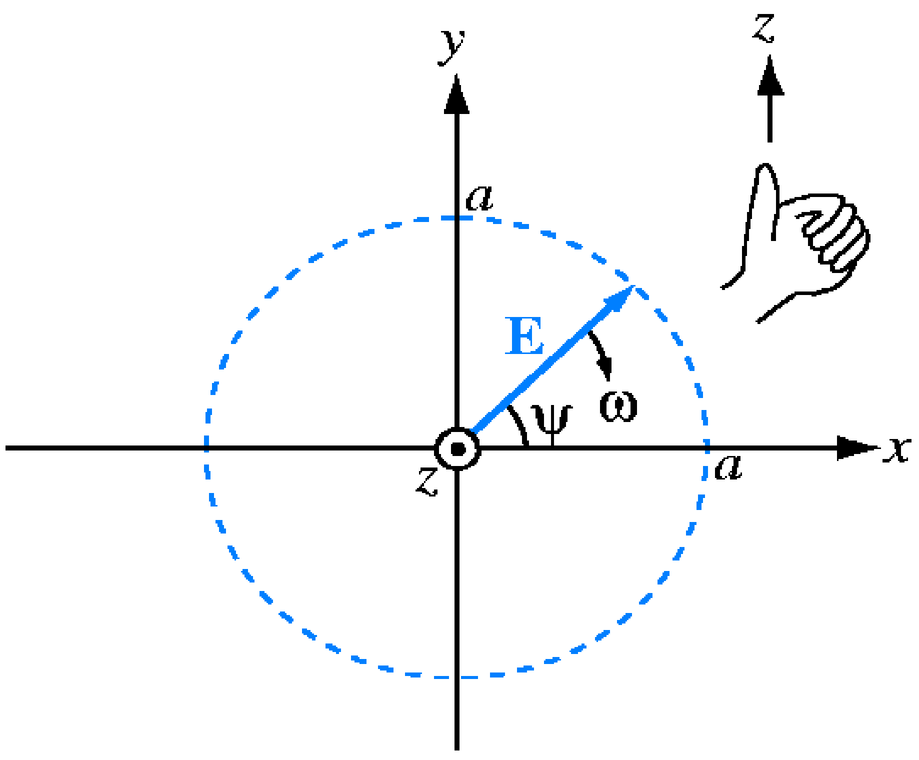


Circular Direita

Onda com Polarização Circular Esquerda

$\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x} = \pi/2;$

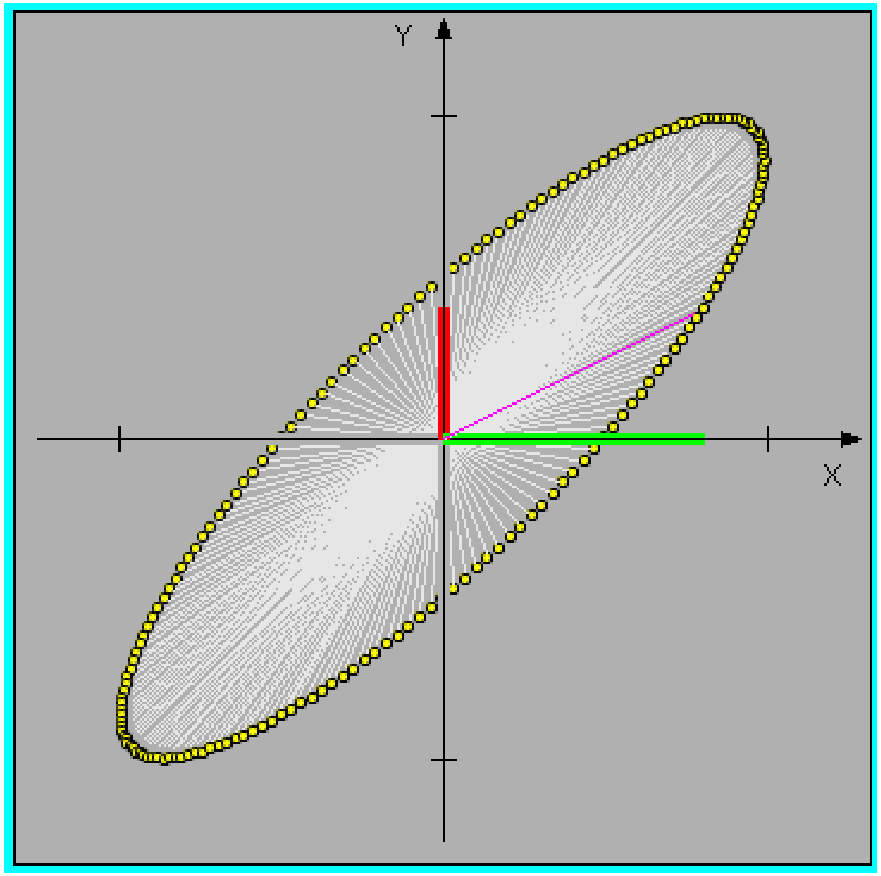
$|E_{0x}| = |E_{0y}| = E$



Circular Esquerda

Polarização Elíptica

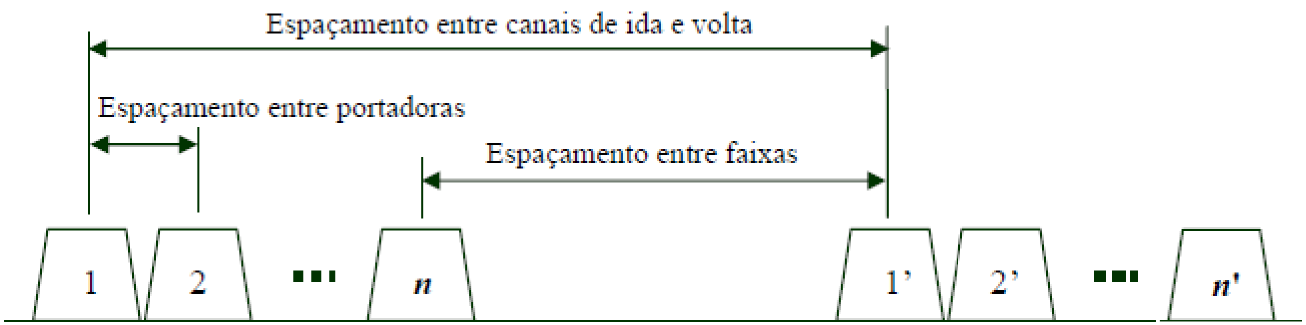
Caso mais genérico, que não seja nem linear, nem circular.



Algumas Situações Relacionadas ao Conceito de Polarização

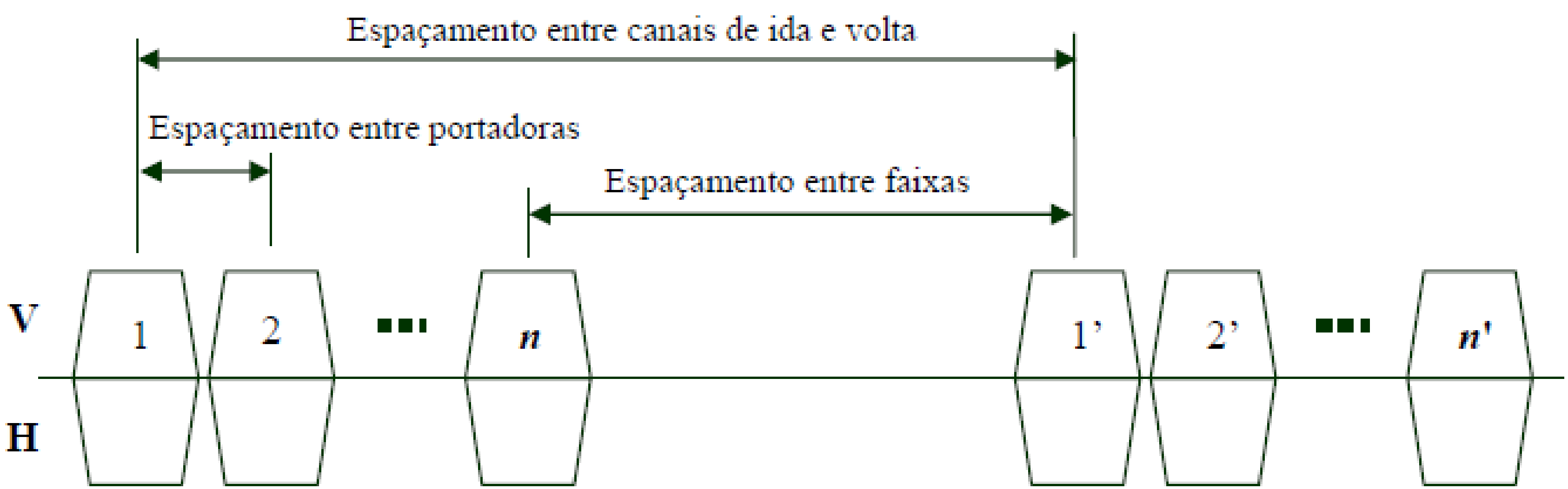
Canalização de sinais em Sistema de Rádio-Enlace

- Canalização sem diversidade de polarização:



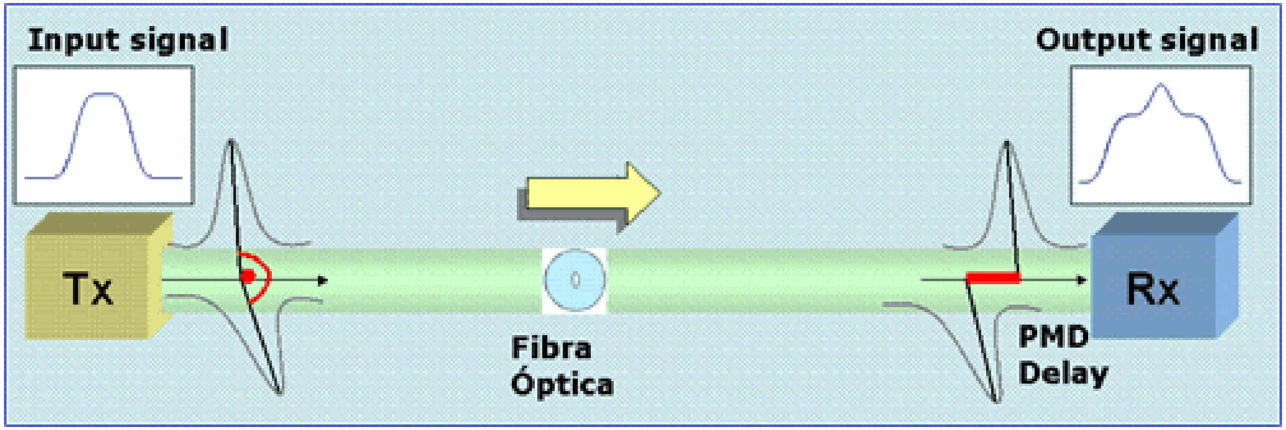
Canalização de sinais em Sistema de Rádio-Enlace

- Canalização com reuso pleno de frequência e com diversidade de polarização:



Dispersão por Modo de Polarização em Fibras Ópticas

- PMD (Polarization Mode Dispersion): é uma propriedade da fibra óptica monomodo em que a energia do sinal para um determinado comprimento de onda é composta por dois modos de polarização ortogonais com velocidades de propagação ligeiramente diferentes.

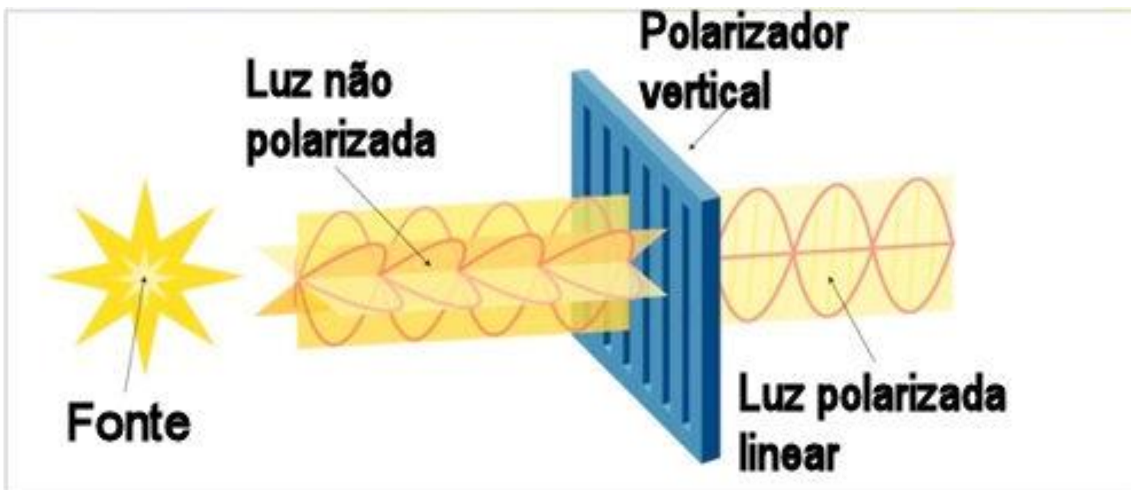


Dispersão por Modo de Polarização em Fibras Ópticas

- A PMD é causada pela assimetria no eixo de diâmetro do núcleo (seção transversal elipsoidal ao invés de circular) resultante do processo de fabricação da fibra óptica, por tensão externa na instalação dos cabos ou até mesmo devido a dilatação causada pela temperatura.
- A PMD em fibras ópticas é instável, sendo necessária fazer previsões estatísticas de PMD em sistemas de transmissão digital, podendo causar sérias deteriorações na capacidade de transmissão dos sistemas, incluindo o espalhamento de pulso.
- Consequências da Dispersão (cromática ou PMD): interferência intersimbólica e, consequentemente, aumento da taxa de erro.

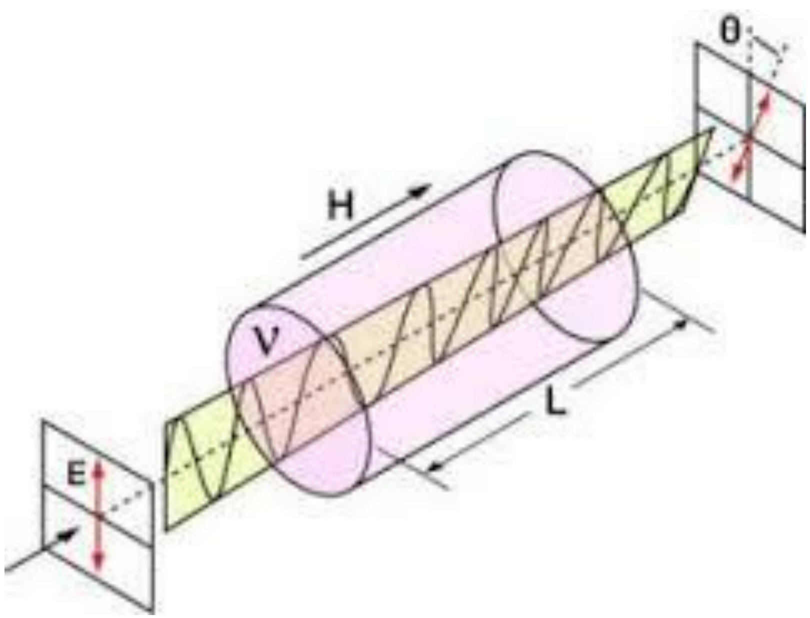
Polarizador

- Dispositivo que define (filtra) a polarização de uma OEM a partir de uma OEM não polarizada.



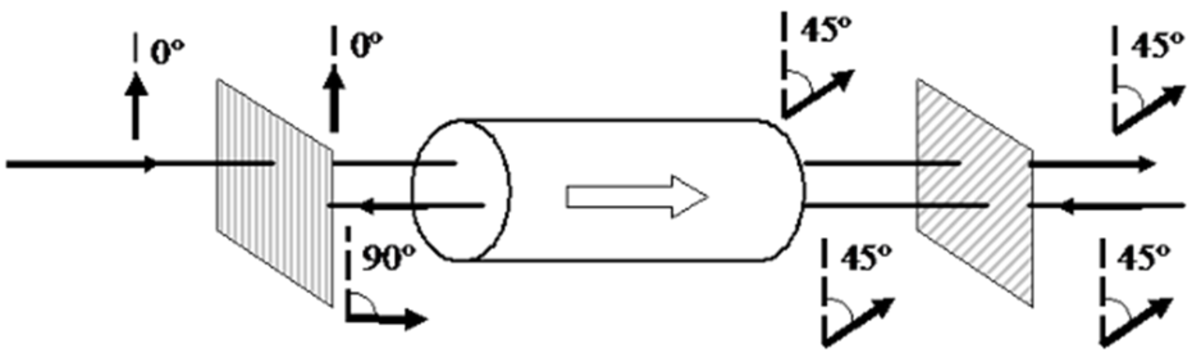
Efeito Faraday

- Ou Rotação de Faraday, é um efeito de interação óptico-magnético entre ondas eletromagnéticas e determinados materiais. O efeito de Faraday causa a rotação da polarização da onda que passa pelo meio.



Isolador Óptico

- Dispositivo usado em sistemas de comunicações ópticas para isolar ou proteger alguns dispositivos de energias provenientes do circuito óptico, como por exemplo o LASER. Uma das formas de implementar um isolador óptico é usar polarizadores e o efeito Faraday:



INSTITUTO
FEDERAL
Ceará

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ

Teorema de Poynting e a Densidade de Potência Eletromagnética

Prof. Fábio Alencar Mendonça

Disciplina: Antenas e Propagação

Engenharia de Telecomunicações

INSTITUTO
FEDERAL
Ceará

INSTITUTO FEDERAL
Ceará

Teorema de Poynting e a Densidade de Potência Eletromagnética

Teorema de Poynting

Para determinar o fluxo de potência associado à onda eletromagnética, pode-se desenvolver o teorema sobre potência para o campo eletromagnético conhecido como **Teorema de Poynting**, postulado em 1884 pelo físico inglês John H. Poynting.

Demonstração:

Das equações de Maxwell, temos que

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Em seguida, tomamos o produto escalar de cada um dos lados:

$$\vec{E} \cdot \left(\nabla \times \vec{H} \right) = \vec{E} \cdot \vec{J} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Teorema de Poynting

Mas sabe-se que, dado dois campos vetoriais **E** e **H,** a seguinte identidade vetorial é válida :

$$\nabla \cdot \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) = -\vec{E} \cdot \left(\nabla \times \vec{H}\right) + \vec{H} \cdot \left(\nabla \times \vec{E}\right)$$

Podemos escrever então:

$$\vec{H} \cdot \left(\nabla \times \vec{E}\right) - \nabla \cdot \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Já o rotacional do campo elétrico é dado pela outra equação de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Logo:

$$-\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) = \vec{J} \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Teorema de Poynting

Ou:

$$-\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=\vec{J}\cdot\vec{E}+\varepsilon\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\mu\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

Já os dois termos com derivadas temporais ser rearranjadas da seguinte forma

$$\varepsilon\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}\right)\ \text{e}\ \ \mu\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu H^{2}\right)$$

Teorema de Poynting

Assim:

$$-\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=\vec{J}\cdot\vec{E}+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}\right)+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu H^{2}\right)$$

Finalmente, integrando para um volume definido:

$$-\int_{VOL}\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)dv=\int_{VOL}\vec{J}\cdot\vec{E}dv+\int_{VOL}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}\right)dv+\int_{VOL}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu H^{2}\right)dv$$

O teorema da divergência pode ser então aplicado ao lado esquerdo, covertendo assim a integral volumétrica em uma integral sobre a superfície fechada que envolve um volume.

$$\boxed{-\oint_{área}\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot dS=\int_{VOL}\vec{J}\cdot\vec{E}dv+\frac{d}{dt}\int_{VOL}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^{2}\right)dv+\frac{d}{dt}\int_{VOL}\left(\frac{1}{2}\mu H^{2}\right)dv}$$

Teorema de Poynting

Essa equação é conhecida como o **teorema de Poynting**.

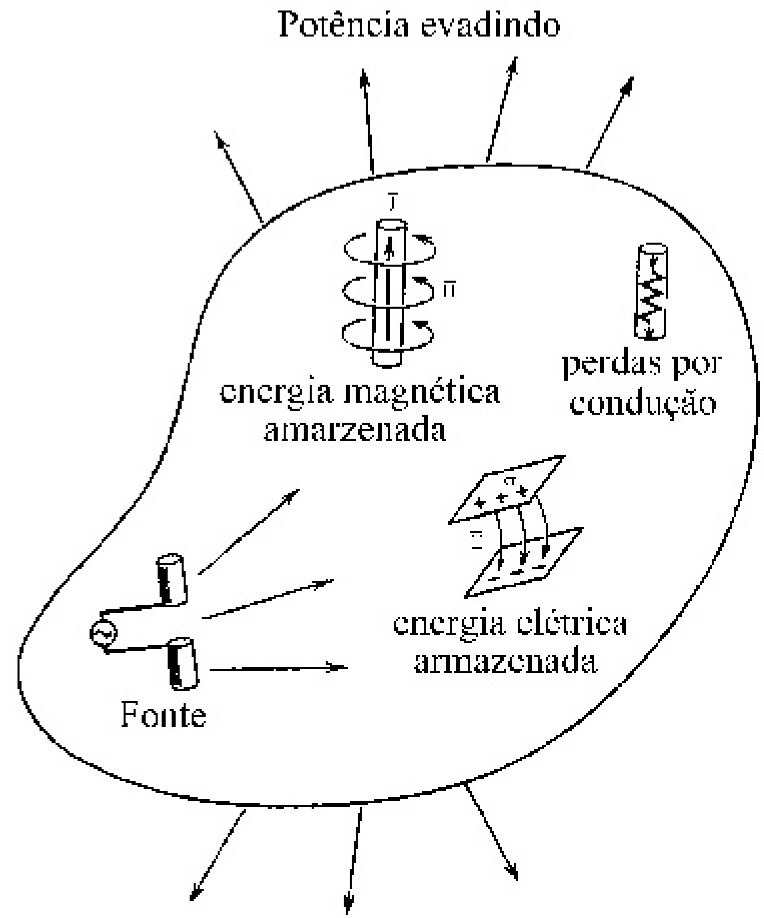
$$\boxed{\oint_{área}\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot dS = -\int_{VOL}\sigma E^2 dv - \frac{d}{dt}\int_{VOL}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2\right)dv - \frac{d}{dt}\int_{VOL}\left(\frac{1}{2}\mu H^2\right)dv}$$

- Lado direito:
  - 1º termo: lei de Joule (Potência ôhmica total dissipada no volume)
  - 2º termo: taxa de decréscimo da energia armazenada no campo elétrico dentro do volume;
  - 3º termo: taxa de decréscimo (acréscimo) da energia armazenada no campo magnético dentro do volume;
- Lado esquerdo:
  - Potência total que flui do volume

O Teorema de Poynting e a Transmissão de Potência

- ***Teorema de Poynting:***

"A taxa de decréscimo da energia armazenada nos campos elétrico e magnético dentro de um volume, menos a energia dissipada pelo calor, tem que ser igual à potência que deixa a superfície fechada que limita este volume."



Vetor de Poynting Instantâneo

O produto vetorial $\vec{E} \times \vec{H}$ é conhecido como o vetor **Poynting Intantâneo (S) ou Densidade de Potência Instantânea:**

$$\vec{S} = \vec{E}(r,t) \times \vec{H}(r,t)\hat{\mathrm{n}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Que é interpretado como sendo a densidade de potência instantânea, medida em W/m^2. Ou seja, o vetor de Poynting representa a quantidade de potência por unidade de área que a onda transporta.

A direção do vetor **S** indica a direção do fluxo de potência instantâneo e corresponde ao sentido de propagação da onda. Uma vez que **S** é dado pelo produto vetorial entre **E** e **H**, a direção do fluxo de potência em qualquer ponto é normal a ambos os vetores **E** e **H**.

Vetor de Poynting Instantâneo para uma OEM em um meios sem perdas

Para um caso simples de um OEMPU se propagando na direção positiva de z em um meio sem perdas, com **E** polarizado na direção x, já sabemos que:

$$\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{x}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = E_0 \cos(\omega t - \beta \mathrm{z})\hat{x}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{y}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{E_0}{\eta} \cos(\omega t - \beta \mathrm{z})\hat{y}$$

Assim, o vetor de Poynting para o meio sem perdas fica:

$$\vec{S}_{\substack{sem \\ perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{E_0^2}{\eta} \cos^2(\omega t - \beta \mathrm{z})\hat{z}$$

Vetor de Poynting Instantâneo para uma OEM em um meios com perdas

Já para um caso semelhante ao anterior, mas considerando o meio com perdas, temos que:

$$\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{x}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = E_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\hat{x}$$

$$\vec{\mathrm{H}}_{\mathrm{y}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)\hat{y}$$

Assim, o vetor de Poynting para o meio com perdas fica:

$$\vec{S}_{\substack{com \\ perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) = \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z}\cos(\omega t - \beta z)\cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)\hat{z} =$$

$$= \frac{E_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z}\cos\theta_\eta\,\hat{z} + \frac{E_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z}\cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)\hat{z}$$

Vetor de Poynting Médio ou Densidade de Potência Média

Em muitos situações nos interessa a densidade de potência média que é simplesmente o valor médio da densidade de potência instantânea:

$$\vec{S}_{med}(\mathrm{z}) = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{S}(\mathrm{z},\mathrm{t})\,dt$$

Assim:

$$\boxed{\vec{S}_{med_{\substack{sem\\perdas}}}(\mathrm{z}) = \left\langle \vec{S}_{\substack{sem\\perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{S}_{\substack{sem\\perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t})\,dt = \frac{E_0^2}{2\eta}\,\hat{z}}$$

$$\boxed{\vec{S}_{med_{\substack{com\\perdas}}}(\mathrm{z}) = \left\langle \vec{S}_{\substack{com\\perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t}) \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{S}_{\substack{com\\perdas}}(\mathrm{z},\mathrm{t})\,dt = \frac{E_0^2}{2|\eta|}\,e^{-2\alpha z}\cos\theta_\eta\,\hat{z}}$$

Vetor de Poynting Médio ou Densidade de Potência Média

De forma geral, pode-se demonstrar que a densidade de potência média ou o vetor de Poynting médio para uma OEM harmônica pode ser calculado por:

$$\vec{S}_{MED} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\tilde{E} \times \tilde{H}^*\right\} \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Potência Média Total

Se considerarmos a densidade de potência média através uma área específica **A**, teremos a ***potência média total*** definida por

$$P_{\text{med}_{\text{total}}} = \int_S \vec{S}_{\text{med}} \bullet d\vec{A} = S_{\text{med}} . A \quad [\text{W}]$$