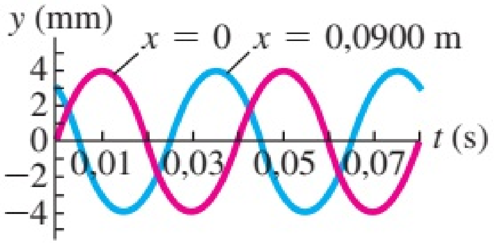
15.11 • Uma onda senoidal propaga-se ao longo de uma corda esticada sobre o eixo Ox. O deslocamento da corda em função do tempo é indicado na **Figura E15.11** para partículas nos pontos $x = 0$ e $x = 0{,}0900$ m. (a) Qual é a amplitude da onda? (b) Qual é o período da onda? (c) Sabe-se que a distância entre os pontos $x = 0$ e $x = 0{,}0900$ m é menor que o comprimento de onda. Determine a velocidade e o comprimento de onda quando ela se propaga no sentido $+x$. (d) Supondo agora que a onda se propague no sentido $-x$, determine a velocidade e o comprimento de onda. (e) Seria possível determinar de forma não ambígua o comprimento de onda calculado nos itens (c) e (d) se você não usasse o dado de que a distância entre os pontos é menor que o comprimento de onda? Justifique sua resposta.

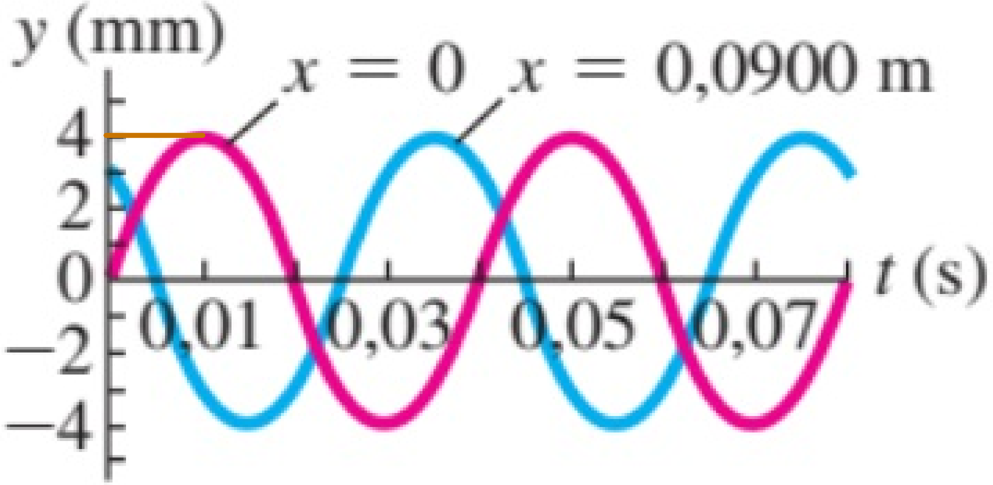
Figura E15.11



$$y(x,t) = y_m \cos(kx \pm \omega t + \phi).$$

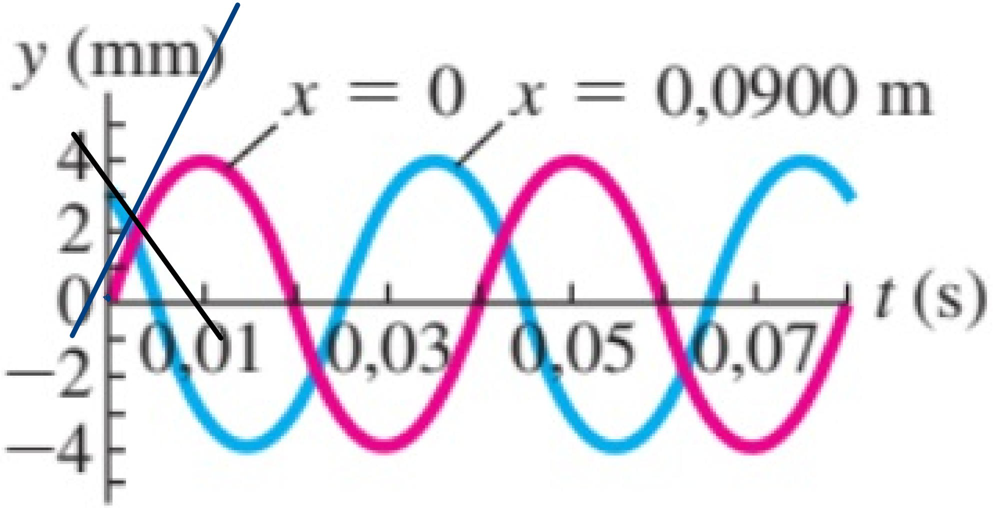
(+): onda se propaga no sentido $-x$.

(−): onda se propaga no sentido $+x$.



a) período $T = 0{,}02\,s$

b) amplitude: $y_m = 4{,}0\,mm$



c) $\lambda > x_2 - x_1 = 0{,}0900\,m$

$v = \dfrac{\lambda}{T}$; $\lambda > x_2$.

$y(0,t) = (4{,}00\,mm)\cos(-\omega t + \phi)$. Como $y(0,0) = 0$;

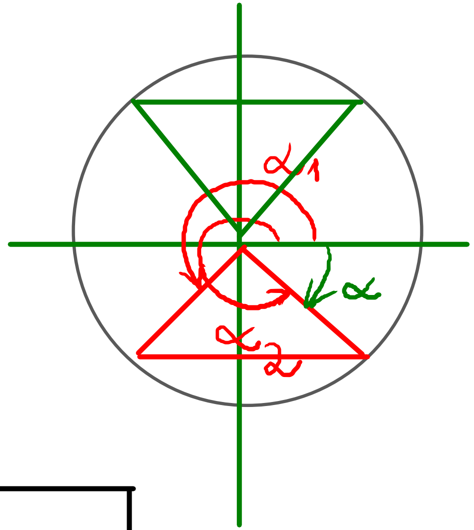
$\cos\phi = 0 \Rightarrow \boxed{\phi = \dfrac{\pi}{2}\,rad}$ ou $\phi = \dfrac{3\pi}{2}\,rad$.

$$\frac{dy}{dt}(0,t)\Big|_{t=0} = -y_m(-\omega)\sin(\pm\omega t + \phi)\Big|_{t=0} = \omega y_m \sin\phi > 0$$

$$y(x_2,t) = y_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x_2 - \frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\,\text{rad}\right)$$

$$y(x_2,0) = \frac{3}{4}y_m \Rightarrow \frac{3}{4}y_m = y_m \cos\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\,\text{rad}\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) = \frac{-3}{4} \Rightarrow$$



$$\alpha = -0{,}848\,\text{rad};\quad \alpha_2 - \alpha = 2\pi\,\text{rad}$$

$$\boxed{\alpha_2 = 5{,}432\,\text{rad};}\qquad \alpha_1 = \pi\,\text{rad} + |\alpha| = \boxed{4{,}00\,\text{rad}}$$

Velocidade do ponto localizado pela coordenada x no instante t $u(x,t)$: $u(x,t) = \dfrac{\partial y(x,t)}{\partial t}$

$$u(x,t) = \frac{\partial}{\partial t}\left\{ y_m \cos(kx \pm wt + \phi) \right\}$$

$$\boxed{u(x,t) = \mp w y_m \sin(kx \pm wt + \phi)}$$

$$u(x_2,0) = w y_m \sin\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\text{rad}\right) = w y_m \cos\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) < 0 \Rightarrow \quad \frac{2\pi x_2}{\lambda} = \alpha_1 \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}14\,m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}14\,m}{0{,}04\,s} = \boxed{3{,}5\,m/s}$$

d) Se a propagação se dá no sentido $-x$:

$$\phi = \frac{3\pi}{2}\,rad \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \lambda = 0{,}25\,m$$

$$\alpha_1 = 0{,}848\,rad \quad \text{ou} \quad \alpha_2 = 2{,}29\,rad.$$

$$\cos\left(\frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) < 0$$

15.12 •• CALC Velocidade de propagação da onda *versus* velocidade de uma partícula. (a) Mostre que a Equação 15.3 pode ser escrita na forma

$$y(x, t) = A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

(b) Use $y(x, t)$ para encontrar uma expressão para a velocidade transversal v_y de uma partícula da corda onde a onda se propaga. (c) Calcule a velocidade máxima de uma partícula da corda. Em que circunstâncias essa velocidade pode ser igual à velocidade v de propagação da onda? Quando ela pode ser menor que v? E maior que v?

15.13 •• Uma onda transversal em uma corda possui amplitude de 0,300 cm, comprimento de onda igual a 12,0 cm e velocidade de 6,0 cm/s. Ela é representada pela função $y(x, t)$ dada no Exercício 15.12. (a) No instante $t = 0$, calcule y para intervalos de x iguais a 1,5 cm (ou seja, $x = 0$, $x = 1{,}5$ cm, $x = 3{,}0$ cm, e assim por diante) desde $x = 0$ até $x = 12{,}0$ cm. Faça um gráfico dos resultados obtidos. Essa é a forma da corda para o tempo $t = 0$. (b) Repita o cálculo para os mesmos intervalos de x para os tempos $t = 0{,}400$ s e $t = 0{,}800$ s. Faça um gráfico da forma da corda para esses tempos. Qual é o sentido da propagação da onda?