Capacitores nos Circuitos CC

No circuito CC contendo somente capacitância, quando a chave é fechada, o capacitor é carregado por um surto de corrente. Uma vez terminado este surto, não há mais circulação de corrente (Figura 1). O capacitor, uma vez carregado, parece para a bateria uma chave aberta. Para proposta prática, ele tem oposição infinita.

A amplitude do surto de corrente na Figura 1 é controlada pela resistência do circuito - composta da resistência do terminal e da resistência interna da bateria e do capacitor e, geralmente, muito baixa. Portanto, o surto de corrente permanece somente por um período de tempo extremamente pequeno.

Constante de Tempo do Capacitor

O tempo requerido para um capacitor se carregar ou descarregar é determinado pela resistência e capacitância do circuito. Substituindo-se as unidades equivalentes e apropriadas para a resistência e capacitância, e multiplicando-se a resistência pela capacitância, temos o tempo:

volts = segundos

coulombs coulombs = = coulombs
x

RC = ohms x farads = volts
ampère coulombs/segund os
ampères

0 tempo obtido pela multiplicação da resistência pela capacitância é chamado *constante de tempo,* T. Portanto, podemos escrever

Constante de tempo (T) - resistência (R) x capacitância (C)

T = RC

Se R e C estão em unidades base de ohms e farads, T está na unidade base de segundos.

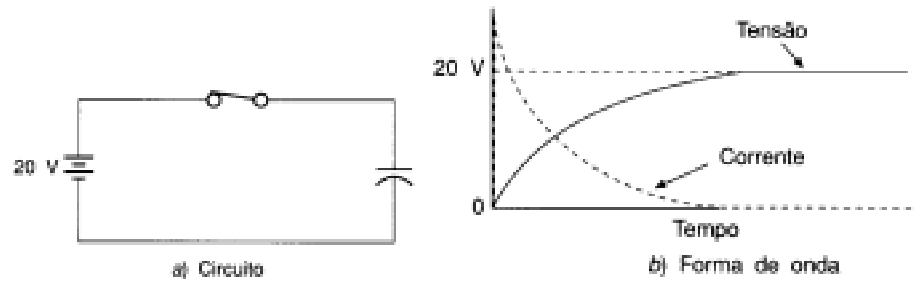


Figura 1

Capacitor sendo carregado num circuito CC. A corrente chega ao seu valor máximo quase no mesmo instante em que a chave é fechada. A tensão desenvolvida através do capacitor aumenta bem mais lentamente.

Quando um capacitor está carregando, a constante de tempo representa o tempo requerido para o capacitor carregar a 63,2% de sua tensão disponível. Quando um capacitor carregado está descarregando, a constante de tempo representa o tempo requerido para o capacitor perder 63,2% de sua tensão disponível. A tensão disponível, quando o capacitor está carregando, é a diferença entre a tensão do capacitor e a tensão da fonte. Quando o capacitor está descarregando, a tensão disponível é a que permanece no capacitor. Na Figura 2, as curvas demonstram o significado da constante de tempo. A Figura 2 *a)* mostra que um capacitor carrega de 0 a 63,2% da tensão da fonte em uma constante de tempo. Durante a próxima constante de tempo, ele carrega outros 63,2% da tensão disponível que permaneceu. Então, ao final de duas constantes de tempo, o capacitor está 86,5% carregado [63,2 + (0,632 x 36,8) = 86,50]. A porcentagem da carga ao fim da constante de tempo adicional é tabulada na Figura 2 *a).*

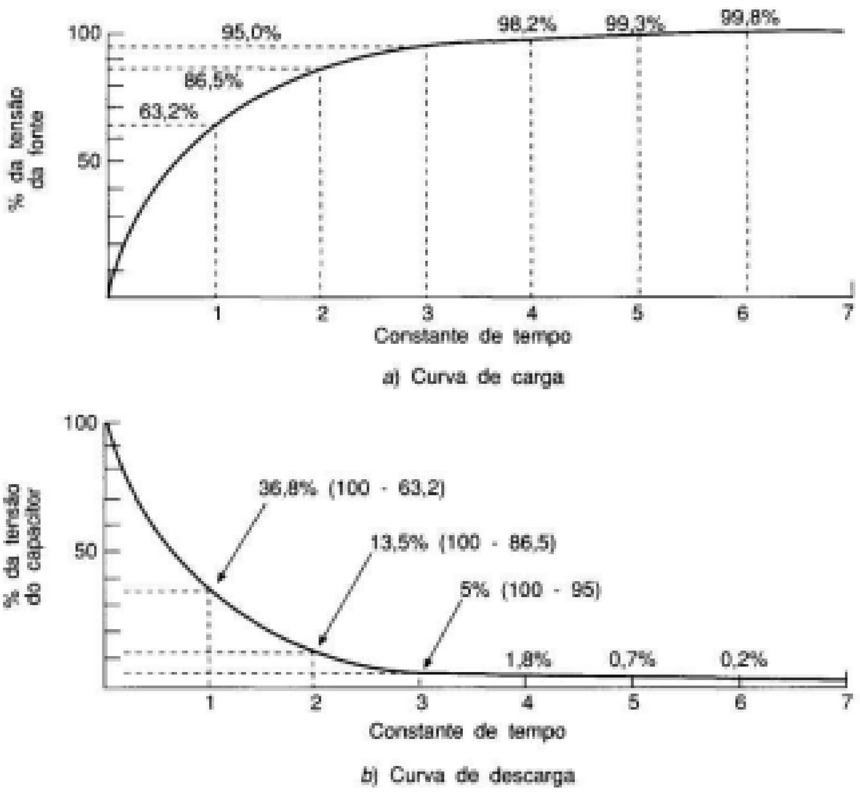


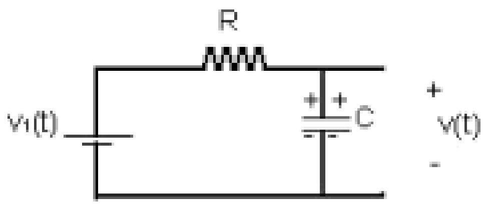
Figura 2 Curva universal de carga-descarga. Após 5 ou 6 constantes de tempo, o capacitor é considerado totalmente carregado ou descarregado.

Demonstração Matemática

Superposição

O Princípio da Superposição é utilizado em sistemas lineares que possuem mais de uma excitação de entrada.
Neste caso, o sistema é facilmente resolvido através da aplicação de cada entrada individualmente e anulando-se as entradas restantes.
A resposta é a soma das respostas obtidas para cada entrada individual.

Capacitor
Seja o circuito abaixo excitado por uma fonte de tensão constante de $v_1(t) = v_1$ volts para t = 0 e lo com tensão v_0:



Pode-se resolvê-lo facilmente aplicando o teorema da superposição.

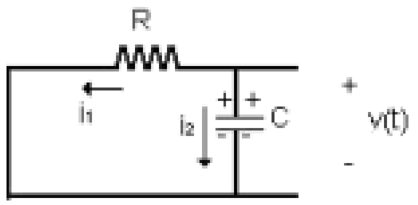
a) Anulando-se as condições iniciais e tendo como única excitação a fonte de tensão:
A equação diferencial do circuito obtida pela Lei de

Kirchhoff das Malhas é:

$$v_1 = Ri(t) + v(t) = RC\frac{dv(t)}{dt} + v(t)$$

cuja solução para v(t) é : $v(t) = v_1(1 - e^{-\frac{t}{RC}});\ t \geq 0$

b) Agora, anulando-se a fonte de tensão, o circuito é representado da seguinte forma:



Relembrando circuitos, uma fonte de tensão nula eqüivale a um curto-circuito pois a diferença de potencial entre dois terminais do mesmo é zero. Se a fonte fosse de corrente, o correto seria substituí-la por um circuito aberto, pois neste caso, a corrente deveria ser zero.

Pela Lei de Kirchhoff dos Nós: $i_1 + i_2 = 0$

$$\frac{v(t)}{R} + C\frac{dv(t)}{dt} = 0$$

Resolvendo esta equação diferencial a resposta obtida é:

$$v(t) = Ke^{-\frac{t}{RC}};\ t \geq 0$$

Condição inicial (CI): $v(0) = v_0 = K$

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{RC}};\ t \geq 0$$

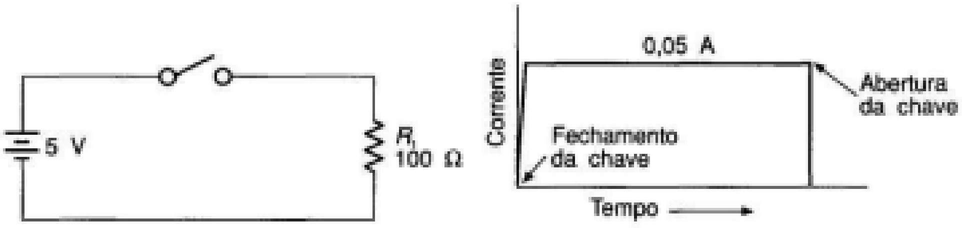
Aplicando agora o Princípio da Superposição, tem-se como resposta final:

Resposta total = resposta excitada pela fonte de tensão com CI's nulas + resposta excitada pela CI com fonte de tensão nula

Indutores nos Circuitos CC

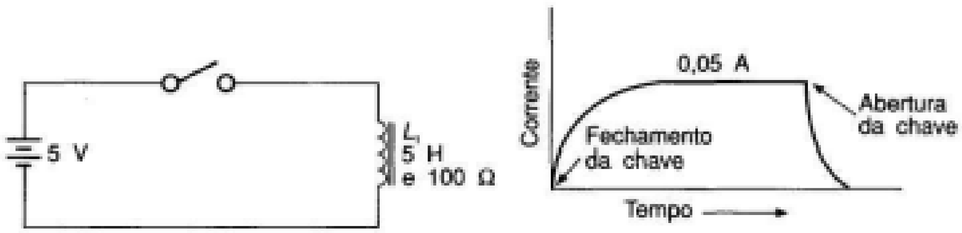
O comportamento de um indutor num circuito CC puro é confrontado com o do resistor da Figura 3. Na Figura 3 a), a corrente atinge o seu valor máximo quase no mesmo instante em que a chave é fechada. Quando a chave é aberta, ela cai rapidamente a zero I como no fechamento da chave. Na Figura 3 *b),* um indutor força a corrente a aumenta mais lentamente, devido à fcem do indutor. O tempo requerido para a corrente atingir seu valor máximo depende de quantidade de indutância e resistência. Para os indutores da qualidade típicos, o tempo é menor do que 1 s. Uma vez que a corrente atinge o seu valor máximo, a única oposição que o indutor oferece é a sua resistência CC. Quando a chave na Figura 3 *b) é* aberta, a fcem do indutor impede a corrente de cair instantaneamente a zero. Isto se faz pela ionização do ar, entre os contatos da chave quando ela está abem Quando a energia armazenada no campo magnético do indutor chega a zero, o contato da chave se desioniza e a corrente cessa.

Quando a chave é aberta, a fcem do indutor torna-se muito maior do que a tesão da fonte. A tensão elevada (fcem) gerada quando um circuito indutivo é aberto é conhecida como *golpe indutivo.* Esta,é a tensão que ioniza o ar entre os contatos da chave causando o arco elétrico e a queima dos contatos. O golpe indutivo de um indutor é muito alto porque a corrente cai muito rapidamente quando a chave é aberta.



a)

Aumento da corrente em um circuito resistivo



b) Aumento da corrente em um circuito resistivo-indutivo

Figura 3 Comparação de um circuito resistivo CC e um circuito resistivo-indutivo CC. O indutor se opõe à variação da corrente.

A diferença entre a tensão da fonte e a fcem é a queda de tensão através do ar ionizado entre os contatos da chave. Aplicando a lei de tensão de Kirchhoff, a tensão através da chave mais a fcem do indutor é igual à tensão da fonte. Note as polaridades na Figura 4. A fcem do indutor e a tensão através da chave são opostas em série. Então, ambas podem ser muito maiores do que a tensão da bateria. Na figura, quando a chave abre, o valor exato da fcem depende sobretudo de dois fatores: a quantidade de indutância e a intensidade de corrente no circuito antes da chave ser aberta. O golpe indutivo -princípio no qual opera a bobina de ignição de um automóvel - pode ser de muitos milhares de volts.

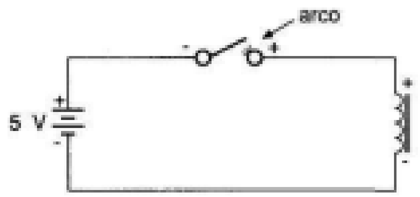


Figura 4 Polaridade da tensão quando um circuito indutivo é aberto.

A relação entre a corrente e a tensão (fcem) em um indutor é ilustrada na Figura 5. A resistência *R* nesta figura é muito alta em comparação com a resistência ôhmica do indutor. Portanto, a tensão através do indutor é quase zero, uma vez que a corrente chega a seu valor máximo. Note na figura que a tensão através do indutor é máxima quando a corrente através dele é mínima. A tensão também é mínima quando a corrente é máxima. E mais, note que o componente resistivo da corrente e a tensão aumentam juntos.

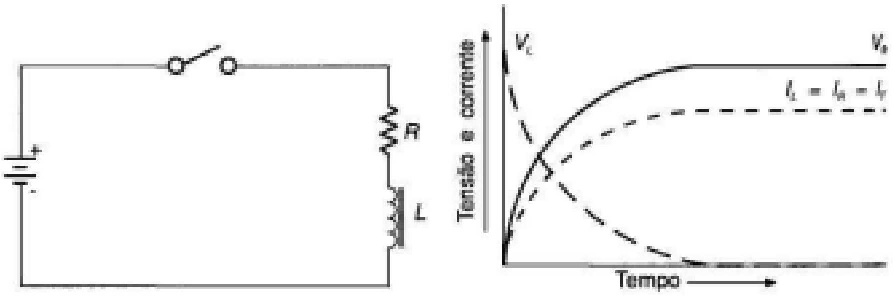
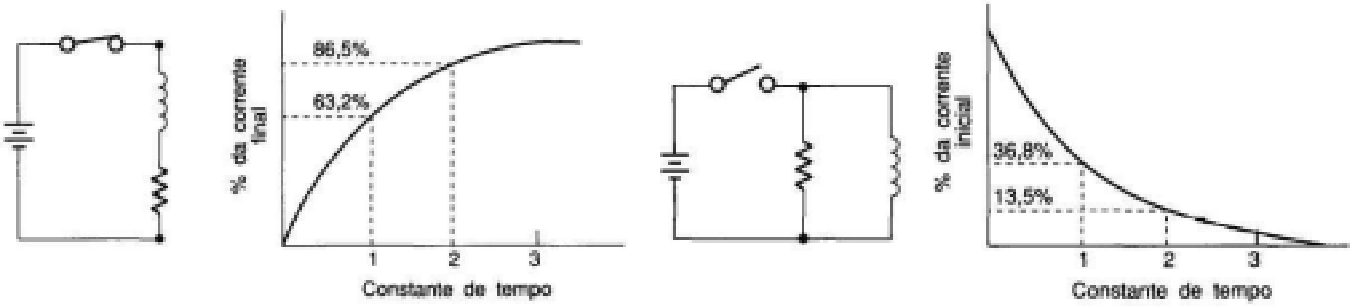


Figura 5 Relações entre corrente e tensão num indutor. A tensão indutiva máxima ocorre antes de se chegar à corrente máxima.



Ligando a chave Desligando a Chave

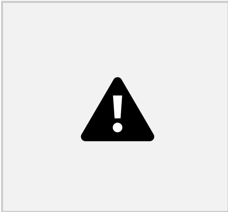
ELETROMAGNETISMO

Os materiais magnéticos apresentam enorme gama de aplicações práticas, em motores, alto-falantes, microfones, transdutores, como meio de registro magnético (memórias, discos rígidos, fitas magnéticas, etc.) ou registro magneto-óptico (discos ópticos regraváveis, etc).

A causa do magnetismo natural

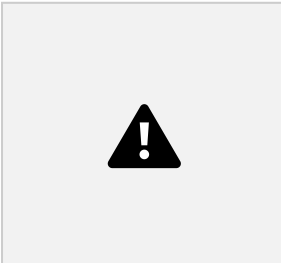
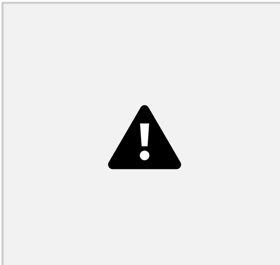
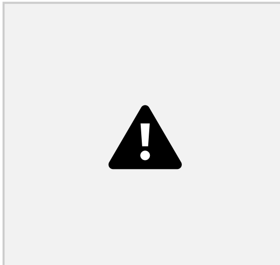
Os efeitos magnéticos aparecem toda vez que existem cargas elétricas em movimento. Isso é conhecido desde 1821, quando o físico dinamarquês Hans Christian Oersted descobriu que a agulha imantada da bússola era desviada por uma corrente elétrica. No ano seguinte, outro físico ilustre, o francês André Marie Ampère, sugeriu que pequenas correntes deviam circular no interior dos ímãs naturais, sendo responsáveis por sua capacidade de atrair ou repelir certos metais. A grosso modo, ele estava certo. De fato, ao girarem em redor dos núcleos atômicos, os elétrons geram diminutos campos magnéticos. Na maioria das substâncias, esses campos encontram-se desalinhados, de modo que seus efeitos se anulam uns aos outros. Porém, na magnetita [Fe3O4], o óxido de ferro que constitui os ímãs naturais, não é isso que acontece. Nele, os minúsculos campos atômicos estão todos emparelhados e a soma de seus efeitos responde pelas propriedades magnéticas globais do material. Orientação generalizada dos campos magnéticos eletrônicos ou spins, que se reforçam.

1 Os campos magnéticos dos átomos estão em geral desalinhados
2 Na magnetita, porém, eles se apresentam emparelhados
3 Isso produzo efeito magnético dos ímãs
4 Que se perde quando o material é golpeado ou submetido a alta temperatura



Os ímãs tem duas extremidades denominadas de "polo sul" e "polo norte", simplesmente representados pelas letra N e S. Imaginemos, agora, dois ímãs encostados como mostra a figura ao lado. Neste caso, os dois ímãs se comportam como um ímã grande. Podemos prosseguir construindo, através de emendas, ímãs de tamanho cada vez maior. Por outro lado, podemos fazer o contrário, ou seja, quebrar um ímã transformando-o em dois.

Se continuarmos dividindo os pedaços obteremos imãzinhos cada vez menores. O limite desta divisão são peças de tamanho microscópico chamadas de "domínios magnéticos", sendo este o ponto a que podemos chegar. Para entendermos o que se passa no interior de um domínio magnético precisaríamos nos aprofundar no estudo da Física Atômica. A maioria dos corpos não possui domínios magnéticos - são corpos não magnéticos, Entretanto, o ferro e o níquel (este em menor escala) têm estes domínios magnéticos. São os corpos magnetizáveis ou "ferro magnéticos".

O que acontece na magnetização:

O ferro não magnetizado tem os seus domínios magnéticos distribuídos de forma caótica (desordenada). Se colocarmos este pedaço perto de um ímã grande, todos os domínios se orientam e o pedaço funciona como ímã.

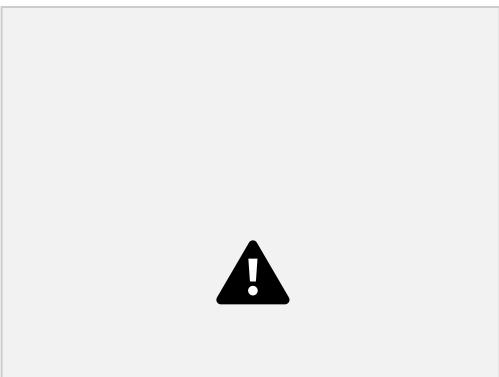
E se afastarmos o ímã externo ?
Há duas possibilidades:

1. Se for ferro puro, o pedaço volta ao estado caótico - não é mais um ímã.
2. Se for aço ou ferrite (cerâmica), criamos um ímã permanente.

✔ A Terra pode ser considerada um imã gigantesco. O magnetismo terrestre é atribuído a enormes correntes elétricas que circulam no núcleo do planeta, que é constituído de ferro e níquel no estado líquido, devido às altas temperaturas.

Por convenção, chamamos de pólo norte da agulha magnética aquele que aponta para a região próxima do pólo norte geográfico. Entretanto, como sabemos, pólos de mesmo nome se repelem e de nomes contrários se atraem. Então podemos concluir que: I) se a agulha magnética aponta para uma região próxima do pólo norte geográfico é porque nessa região existe um pólo sul magnético; II) a mesma agulha aponta, o seu pólo sul magnético, para uma região próxima do pólo sul geográfico. Logo, nas proximidades do pólo sul geográfico existe o pólo norte magnético.

Em vários locais da Terra, os pólos norte geográfico e sul magnético têm seus sentidos coincidentes. Na maioria dos lugares, entretanto, forma-se um ângulo entre a direção do norte geográfico, ou norte verdadeiro, e a direção indicada pela bússola. Este ângulo entre as direções do pólo norte geográfico e do pólo sul magnético é chamado de declinação magnética.



Essa declinação é representada em mapas. É importante notar que esse tipo de mapa é datado, pois a localização dos pólos magnéticos se altera com o tempo. As linhas mostram a declinação magnética média. Numa escala maior, representando regiões menores, elas podem ter traçados muito irregulares, por causa das condições geológicas da região. Nas proximidades das jazidas de ferro, por exemplo, o sentido do campo magnético terrestre é fortemente alterado.

Classificação das substâncias magnéticas

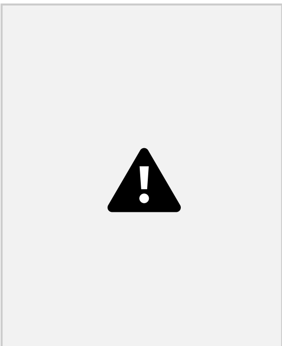
A física considera a existência de três tipos de material, segundo seu comportamento em presença de campos magnéticos:

(1) **Substâncias ferromagnéticas:** são aquelas cujos imãs elementares (domínios magnéticos) se orientam facilmente, quando submetidas à ação de um campo magnético. Exemplo: ferro, o cobalto, o níquel, o gadolínio, o disprósio e as ligas, minerais e derivados desses elementos.

(2) **Substâncias paramagnéticas:** são aquelas cujos imãs elementares (domínios magnéticos) não se orientam facilmente sob a ação de um campo magnético, apresentando uma imantação temporária e tênue, que desaparece ao eliminar-se o campo. Exemplo: platina, plástico, madeira, óleo, etc.

(3) **Substâncias diamagnéticas:** são aquelas cujos imãs elementares se orientam em sentido contrário ao vetor indução magnética, sendo, portanto repelidas pelo ímã que criou o campo magnético. Exemplo: bismuto, cobre, ouro, prata, chumbo, etc.

A Lei de Ampère



Uma das fontes de campo magnético são os ímãs permanentes, como a magnetita (Fe3O4). Em 1819, Oersted descobriu que uma corrente elétrica produz um campo magnético, e que para o caso de um fio retilíneo, as linhas de campo são círculos em planos perpendiculares ao fio, como ilustra a Figura ao lado. O sentido do campo é dado pela regra da mão direita: com o polegar no sentido da corrente, os outros dedos dão o sentido de B.

Logo após a apresentação do trabalho de Oersted, em 1820, Ampère realizou outras experiências e formalizou a relação entre corrente elétrica e campo magnético. Ele mostrou que o campo produzido pela corrente, i, é dado pela lei que recebeu seu nome.

$$\int B.dl = \mu_0 i$$

onde $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ N/A^2$ é a permeabilidade magnética do vácuo.

A integral é realizada ao longo de uma linha fechada arbitrária, que alguns autores denominam linha amperiana, pela sua correspondência com a superfície gaussiana no caso da eletrostática. Portanto, a lei de Ampère está para o magnetismo, assim como a lei de Gauss está para a eletrostática.

Lei de Ampère: Quando um condutor é percorrido por uma corrente estacionária (I_{cc}), esta gera um campo magnético. A direção e sentido deste campo podem ser determinados por uma regra prática conhecida como regra da mão direita.

Campo de um Fio Retilíneo Infinito

Vamos usar a lei de Ampère para calcular o campo de um fio retilíneo infinito. Sabemos, das experiências de Oersted, que as linhas de campo são círculos em planos perpendiculares ao fio. Este resultado é consistente com a simetria do problema, que também permite-nos afirmar que o campo tem o mesmo módulo em qualquer ponto do círculo. Diz-se que o campo tem simetria axial. Portanto, a amperiana apropriada para se calcular o valor de B a uma distância r do fio é o círculo de raio r.

× ×, temos que o campo é dado por: 2 r

∫= 0 μ i

B0π =

Usando B.dl μ i **Campo de um**

Solenóide

O sentido do campo magnético no interior do solenóide pode ser determinado pela regra da mão direita: o polegar dará o sentido de B quando os outros dedos indicarem o sentido da corrente.

Campo no interior do solenóide será: lμ ni

B0

= onde n = número de espiras

l = comprimento da espira

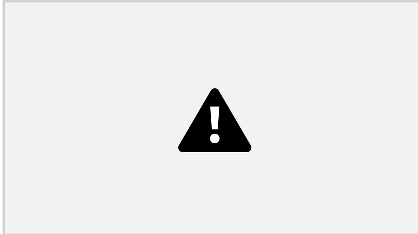
Força Magnética (força de Lorentz)

Uma partícula movimentando-se em um campo magnético de densidade de fluxo B× sofre ação de uma força cuja intensidade é proporcional à carga Q, a sua velocidade v×, a densidade de fluxo B×, e ao seno do ângulo entre os vetores v× e B×.

A direção da força é perpendicular a ambos v× e B× e o sentido dado pelo vetor unitário

××.

resultante de v x B

O vetor força é obtido então por $F_m = Q\ v \times B$

A grandeza $v \times B$ na expressão acima, representa o produto vetorial do vetor velocidade pelo vetor campo magnético.

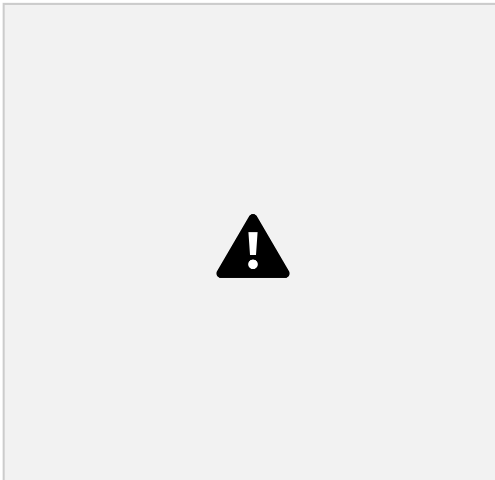
Força magnética num condutor retilíneo

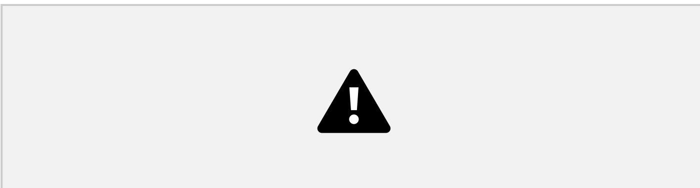
Um condutor retilíneo, quando atravessado por uma corrente elétrica e submetido a um campo magnético, sofre a ação de uma força magnética.

As características de direção e sentido dessa força são as mesmas da força magnética que age sobre cargas elétricas lançadas num campo, isto é:

A direção é perpendicular ao campo magnético e à corrente elétrica.

O sentido é dado pela regra da mão esquerda.





$F_m = B.i.l\ \text{sen}\theta$

- ✔ Uma das maiores aplicações industriais desse fenômeno está nos motores elétricos, cujo funcionamento é baseado na força magnética que age nos condutores retilíneos, quando percorrido por correntes elétricas.

Lei de Faraday

Sempre que houver uma variação de fluxo magnético através de um circuito, aparecerá neste circuito uma f.e.m. (força eletro motriz) induzida.

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt}$$

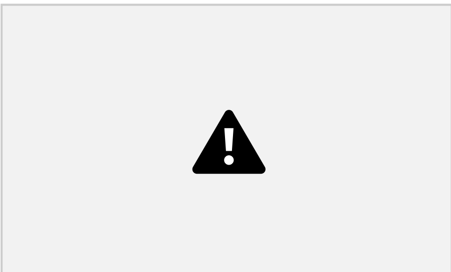
Para o caso de uma espira compacta de N voltas a f.e.m. induzida:

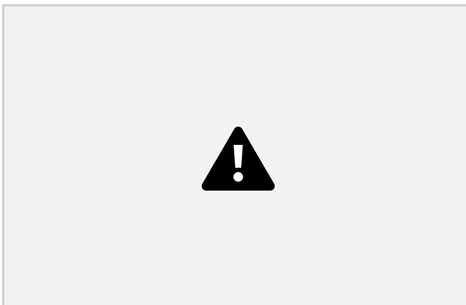
$$\varepsilon = -N\frac{d\varphi_B}{dt}$$

Lei de Lenz

O sentido da corrente induzida é tal que seus efeitos tendem sempre a se opor à variação de fluxo que lhe deu origem.

1. Caso a variação do fluxo seja devida à variação do campo magnético, surge uma corrente com um sentido tal que cria um outro campo com tendência de neutralizar essa variação.





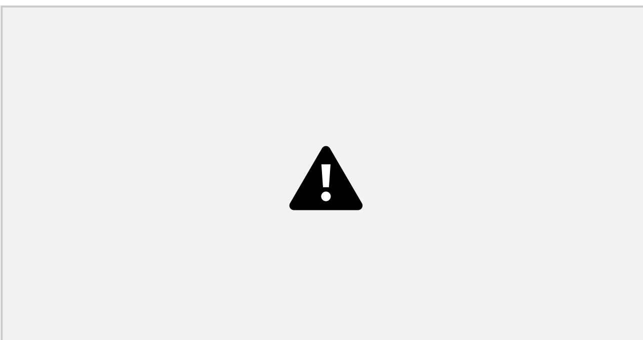
2. Caso a variação do fluxo seja devida à variação da área do circuito fechado, graças à movimentação por meio de uma força externa, surge uma corrente induzida com um sentido.

✕

⊗ →

B entrando

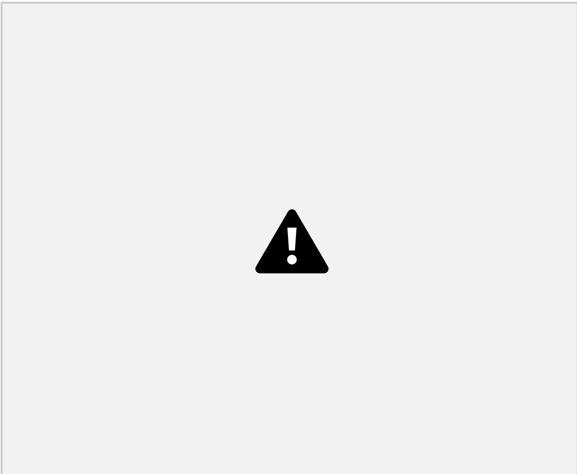
Θ → ✕



<u>Experimento:</u>

Auto-Indução

B saindo



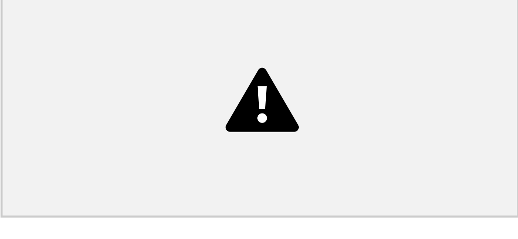
Uma bobina ao ser percorrida por uma corrente gera um fluxo magnético e armazena a energia sob a forma de campo magnético, ao contrário dos condensadores, que também armazenam energia, mas sob a forma de campo elétrico.

Se por uma bobina de N espiras circular uma corrente i, as formulações da lei de Ampère permitem concluir que, em cada ponto, o campo magnético produzido é proporcional à corrente i. Se a corrente i varia, o fluxo magnético produzido também varia e, conforme lei de Faraday, uma força eletromotriz será induzida na bobina. Isto se chama auto-indução e a f.e.m. correspondente é dita força eletromotriz auto-induzida, simbolizada por V_L.

$$V_L = -L\frac{di}{dt}$$

TRANSFORMADOR

Introdução Teórica



Devido a necessidade de abaixar e elevar a tensão, nós usamos o transformador.

O transformador consiste em um núcleo de ferro e dois enrolamentos.

Dependendo da relação entre o número de espiras do primário e do secundário, a voltagem do secundário será maior (transformador elevador) ou menor (transformador abaixador) que a do primário.

Um transformador é um dispositivo para alterar voltagens e correntes alternadas sem perda apreciável de potência. A sua operação está baseada na indução que uma força eletromotriz (f.e.m.) alternada no circuito secundário provoca pelo circuito primário, em virtude da indutância mútua dos circuitos. O enrolamento que recebe a potência de entrada é o primário do transformador e os outros enrolamentos são os secundários. Qualquer dos enrolamentos do transformador pode ser usado como *primário* ou *secundário*. A função do núcleo de ferro é a de aumentar o campo magnético, para uma dada corrente e orientar o campo de modo que quase todo fluxo magnético que passa por um enrolamento passe também pelo outro. O núcleo de ferro é laminado, a fim de se diminuírem as perdas pelas correntes de Foucault. Outras perdas são provenientes por efeito Joule e também pela histerese nos núcleos de ferro.

As Leis de Faraday, de Lenz e de Ohm estabelecem a existência e os sentidos das forças eletromotrizes induzidas e das correntes. Em particular:

(1) a Lei de Lenz estabelece que a força eletro-motriz e a corrente induzidas no secundário são tais, que as linhas de força aí geradas contrariam o fluxo magnético estabelecido pelo primário;

(2) a Lei de Faraday estabelece a existência de forças eletromotrizes induzidas no primário e no secundário (os fenômenos da indução eletromagnética e da indução mútua);

(3) a Lei de Ohm estabelece a presença de uma corrente no secundário, caso aos terminais deste se encontre ligada uma impedância.

Funcionamento Básico de um Transformador

O transformador é uma máquina capaz de abaixar ou elevar uma tensão através de uma indução eletromagnética, seu funcionamento baseia-se nos fenômenos de Mútua indução entre dois circuitos eletricamente isolados mas magneticamente ligados.

Quando ocorre uma variação de tensão em um indutor (enrolamento) de entrada (primário) seu campo magnético varia, como este campo magnético também atravessa o enrolamento secundário, sua variação irá induzir uma corrente e uma tensão neste enrolamento.

Pela Lei de Faraday, a tensão induzida será proporcional à velocidade de variação do fluxo, e ao número de espiras deste indutor.

Aplicando aos dois enrolamentos, a lei permite deduzir a relação básica do *transformador*.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Onde N → número de espiras e V → voltagem

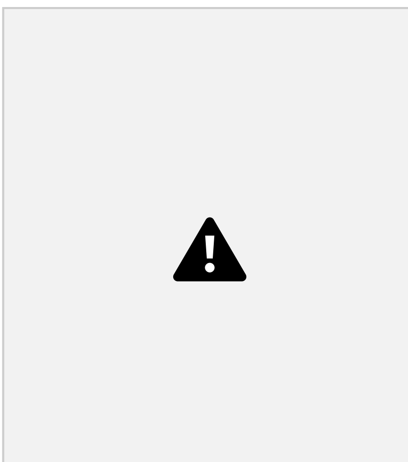
O índice um se refere ao indutor ao qual se aplica tensão, o *primário*, e dois, àquele que sofre indução, o *secundário.*

O transformador é um *conversor de energia elétrica*, de alta eficiência (podendo ultrapassar 99%), que altera tensões e correntes, e isola circuitos (acoplamento dos dois circuitos - primário e secundário - é magnético).

A potência dissipada no primário do transformador é igual à potência dissipada no secundário.

Perdas

Além das perdas no cobre dos enrolamentos (devidas à resistência), os transformadores e bobinas apresentam perdas magnéticas no núcleo.



Histerese[1]: Os materiais ferromagnéticos são passíveis de magnetização, através do realinhamento dos domínios magnéticos,
o que ocorre ao se aplicar um campo (como o gerado por um indutor ou o primário do transformador). Este processo consome energia, e ao se aplicar um campo variável, o material sofre sucessivas imantações num sentido e noutro, se aquecendo. Ao se
interromper o campo, o material geralmente mantém uma

magnetização, chamada *campo remanescente*.

Perdas por correntes parasitas ou de Foucault: São devidas à condutividade do núcleo, que forma, no caminho fechado do núcleo, uma espira em curto, que consome energia do campo. Para minimizá-las, usam-se materiais de baixa condutividade, como a ferrite e chapas de aço-silício, isoladas uma das outras por verniz. Em vários casos, onde não se requer grandes indutâncias, o núcleo contém um *entreferro*, uma separação ou abertura no caminho do núcleo, que elimina esta perda.

Curva de magnetização BxH. Que fornece a relação entre a densidade de fluxo magnético B (unidade: Tesla) e a força magnetizante H (unidade: A/m).

Tipos de transformadores:

- Transformador de alimentação: É usado em fontes, convertendo a tensão da rede, necessária aos circuitos eletrônicos. Seu núcleo é feito com chapas de aço-silício, que tem baixas perdas, em baixas freqüências, por isto é muito eficiente. Às vezes possuem blindagens, invólucros metálicos.
- Transformador de distribuição: Encontrado nos postes e entradas de força em alta tensão (industriais), são de alta potência e projetados para ter alta eficiência (da ordem de 99%), de modo a minimizar o desperdício de enegia e o calor gerado. Possui refrigeração a óleo, que circula pelo núcleo dentro de uma carapaça metálica com grande área de contato com o ar exterior. Seu núcleo também é com chapas de aço-silício, e pode ser monofásico ou trifásico (três pares de enrolamentos).
- Transformadores de potencial (TP): Encontra-se nas cabines de entrada de energia, fornecendo a tensão secundária de 220V, em geral, para alimentar os dispositivos de controle da cabine - *relés de mínima e máxima tensão* (que desarmam o disjuntor fora destes limites), iluminação e medição. A tensão de primário é alta, 13,8 KV ou maior. O núcleo é de chapas de aço-sílicio, envolvido por blindagem metálica, com terminais de alta tensão afastados por cones salientes, adaptados a ligação às cabines. Podem ser mono ou trifásicos.
- Transformador de corrente (TC): Usado na medição de corrente, em cabines e painéis de controle de máquinas e motores. Consiste num anel circular ou quadrado, com núcleo de chapas de aço-sílicio e enrolamento com poucas espiras, que se instala passando o cabo dentro do furo, este atua como o primário. A corrente é medida por um amperímetro ligado ao secundário (terminais do TC). É especificado pela relação de transformação de corrente, com a do medidor sendo padronizada em 5A, variando apenas a escala de leitura e o número de espiras do TC.
- Transformador de RF: Empregam-se em circuitos de rádio-frequência (RF, acima de 30 KHz), no acoplamento entre etapas dos circuitos de rádio e TV. Sua potência em geral é baixa, e os enrolamentos têm poucas espiras. O núcleo é de *ferrite*, material sintético composto de óxidos de ferro, níquel, zinco, cobalto e magnésio em pó, aglutinados por um plastificante. Esta se caracteriza por ter alta permeabilidade, que se mantém em altas frequências (o que não acontece com chapas de aço-sílicio). Costumam ter blindagem de alumínio, para dispersar interferências, inclusive de outras partes do circuito.

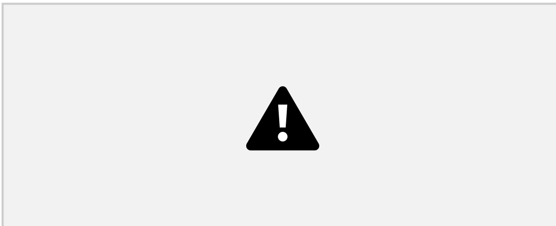
[1] Fenômeno que consiste em a resposta de um sistema a uma solicitação externa se atrasar em relação ao incremento ou à atenuação dessa solicitação, como na magnetização e desmagnetização do ferro doce por um campo magnético.

- Transformadores de pulso: São usados no acoplamento, isolando o circuito de controle, de baixa tensão e potência, dos *tiristores*, chaves semicondutoras, além de isolarem um tiristor de outro (vários secundários). Têm núcleo de ferrite e invólucro plástico, em geral.

- <u>Transformadores de núcleo de ar</u>: Em aplicações de alta frequência, distorção no campo eletromagnético deve ser evitado, caso contrário, pode haver um efeito significativo no sinal de saída. Assim, para manter a qualidade do sinal, é desejável evitar qualquer ruído ou distorção no sinal. Como o material ferromagnético causa ruído ou distorção no sinal, ele deve ser evitado em aplicações de alta frequência como transmissão de sinal. Assim, o transformador de núcleo de ar é introduzido, na aplicação de transmissão de rádio de alta frequência. Aqui o núcleo de ferro do transformador está ausente e o fluxo está ligado aos enrolamentos através do ar. Além da operação livre de ruído, um transformador de núcleo de ar é bastante leve devido à ausência de núcleo de ferro de peso pesado. É por isso que este tipo de transformador é mais adequado para dispositivos eletrônicos leves e portáteis e dispositivos de alta frequência. São geralmente usados em transmissores de rádio e dispositivos de comunicação, etc.

Polaridade dos enrolamentos do transformador

Dois terminais são considerados de mesma polaridade quando correntes entrando nesses terminais produzem fluxo na mesma direção no núcleo magnético.
Considere o exemplo abaixo:

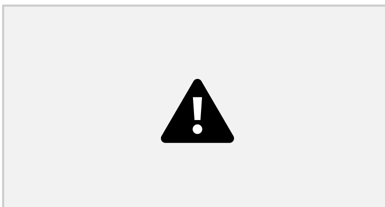


Os terminais “1” e “3” têm polaridades iguais, pois correntes que entram por esses terminais produzem fluxo na mesma direção (sentido horário).

Os terminais “2” e “4” também têm polaridades iguais, pois correntes que entram por esses terminais produzem fluxo na mesma direção (sentido anti-horário).

Os enrolamentos de um transformador podem ser marcados para indicar os terminais de mesma polaridade.

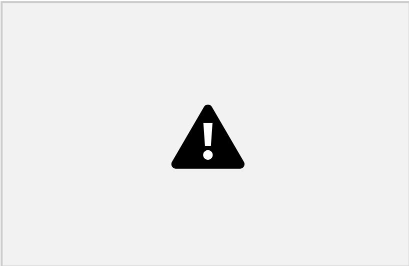
Convenção de pontos: Usualmente coloca-se um ponto nos terminais das bobinas que serão de mesma polaridade indicando a forma como as bobinas estão enroladas no núcleo, como mostrado no diagrama esquemático abaixo.



Se os enrolamentos pudessem ser fisicamente visualizados dentro do transformador, as polaridades poderiam ser determinadas através da regra da mão direita.

Valor Médio (V_{cc})

O valor médio de uma forma de onda periódica é o seu valor médio determinado em um intervalo de tempo igual ao período T. o valor médio é a componente cc de uma forma de onda e representa aquilo que um voltímetro cc mediria se fosse alimentado por esta forma de onda.



$$\text{Valor médio} = \frac{\text{área resultante entre a forma de onda } v(t) \text{ e o eixo do tempo } (t)}{\text{período}} \Rightarrow \text{Valor médio} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$$

Valor Eficaz (RMS)

Se uma tensão alternada aparecer através de um resistor, ela produzirá uma corrente alternada em fase através do resistor. O produto da tensão instantânea pela corrente dá a potência instantânea, cuja média durante um ciclo resulta numa dissipação média de potência. Em outras palavras, o resistor dissipa uma quantidade constante de calor, como se houvesse uma tensão cc através dele.

O valor RMS (raiz média quadrática) de uma onda, também chamado valor eficaz ou valor de aquecimento, é definido como a tensão cc que produz a mesma quantidade de calor que a onda alternada.

$$V_{eficaz} = \sqrt{\frac{\text{área sob a curva de } v^2(t)}{\text{período}}} \Rightarrow V_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} v^2(t)\,dt}$$

<u>Prova experimental</u>: construindo dois circuitos: um com uma fonte cc seguida de um resistor e outro com uma fonte ca ligada a um resistor de mesmo valor. Se a fonte cc for ajustada para produzir a mesma quantidade de calor que a fonte ca, mediremos uma tensão cc igual a tensão eficaz da fonte ca.

O valor RMS (raiz média quadrática) de uma onda senoidal, também chamado valor eficaz ou valor de aquecimento, é definido como a tensão cc que produz a mesma quantidade de calor que a onda senoidal.

$$V_P = 2V_{rms} \text{ ou } V_{rms} = 0{,}707\ V_P$$

A Onda Senoidal

A forma mais comum de potência elétrica disponível no mundo é produzida por geradores que convertem energia mecânica em energia elétrica. A maioria destes geradores fornecem uma tensão alternada muito semelhante à senoide.

A onda senoidal é o mais básico dos sinais elétricos. Ela é usada freqüentemente, por exemplo, para testar circuitos eletrônicos. Além disso, sinais complicados podem ser reduzidos a uma superposição de várias ondas senoidais (Teorema de Fourier[2]).

Representação gráfica de grandezas senoidais

$v = V_P$ $\text{sen}\theta$

v = tensão instantânea

V_P = tensão de pico

θ = ângulo em graus ou radianos

As funções seno e co-seno podem ser plotadas como funções do tempo (t) ao invés de θ.

Relação entre θ e t:

A freqüência (f) da onda senoidal é o número de ciclos por segundo e existem 2π rad/ciclos, logo o número de radianos explorados por segundo é 2πf. Isto define a velocidade angular (ω) do vetor de rotação. Então:

ω rad/s = 2π (rad) . f (Hz) = $2\pi f$

Desde que o ângulo de varredura em um dado tempo é dado por:

$$\theta = \omega\ (\text{rad/s}) \cdot t\ (\text{s}) = \omega t = 2\pi f t = \frac{2\pi}{T} t$$

Se existe um defasamento angular φ, chamado de ângulo de fase no instante zero (ou zero graus), o ângulo resultante θ no instante t é dado por:

$\theta = \omega t + \varphi$

A senoide será expressa na forma: $\mathbf{v = V_p\ sen(\omega t + \varphi)}$

Valor de Pico a Pico

O valor de pico a pico de qualquer sinal é a diferença entre o seu máximo e mínimo algébrico:

$V_{PP} = V_{max} – V_{min}$

Para a senoide teremos: $V_{PP} = V_P – (–V_P) = 2V_P$

[2] Um sinal periódico qualquer é composto de (ou pode ser decomposto em) uma série de ondas senoidais com freqüência múltiplas inteiras da freqüência fundamental f, cada uma com uma determinada amplitude e uma determinada fase, mais uma componente continua (de freqüência zero).
As ondas senoidais múltiplas inteiras n da fundamental são chamadas harmônicos de ordem n.

Resistência R (Resposta Senoidal)

Se um resistor de R ohms possui uma tensão v = V senωt $_p$sobre ele, a corrente é, pela Lei de Ohm:

V

v

i^p = = sen ωt

R R

Assim, a corrente e a tensão em um resistor estão em fase.

V

V

O multiplicador $_R V^p$ é a corrente de pico I_P. R ^{p}= ⇒ =

I
R
p

p
p
I

Capacitância C

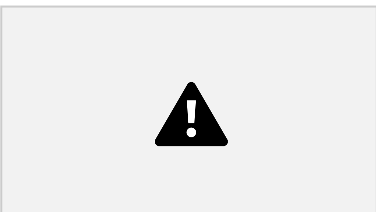
A diferença de potencial v entre os terminais de um capacitor é proporcional à carga q nele existente. A constante de proporcionalidade C é chamada capacitância do capacitor.

i 1

dv C ∫

dq q(t) C v(t)

= = = ⇒ = i dt



um Capacitor:
v(t)
C

dt
dt

Resposta Senoidal de

Se um capacitor de C farads possui uma tensão $v = V_p \operatorname{sen}\omega t$ sobre ele, a corrente no capacitor é:

$$i = C\frac{d(V_p \operatorname{sen}\omega t)}{dt} \Rightarrow i = \omega C V_p \cos(\omega t) = \omega C V_p \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$$

Assim, a corrente é senoidal e adiantada de 90º em relação à tensão.

O multiplicador $\omega C V_p$ é a corrente de pico I_p: $I_p = \omega C V_p \Rightarrow \frac{V_p}{I_p} = \frac{1}{\omega C}$

Assim um capacitor possui um efeito limitador de corrente similar a R (resistência).

O valor $\frac{1}{\omega C}$ é chamado de reatância capacitiva e seu símbolo é X_C: $X_C = -\frac{1}{\omega C}$ (o sinal negativo se refere ao deslocamento de fase)

Como $\omega = 2\pi f$ temos: $X_C = -\frac{1}{2\pi f C}$

Indutância L

Quando a corrente em um circuito varia, o fluxo magnético que o envolve também varia. Essa variação de fluxo ocasiona a indução de uma f.e.m. no circuito. A f.e.m. induzida v é proporcional à taxa de variação da corrente em relação ao tempo, desde que a permeabilidade seja constante. A constante de proporcionalidade é chamada auto-indutância ou indutância do circuito.

$$v(t) = L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{1}{\ } \int$$

 i(t)

Resposta Senoidal de um Indutor:

= v dt L

Se um indutor de L henrys possui uma corrente i = I sen(ωt) $_p$fluindo por ele, a tensão sobre ele é:

dI (senωt)
p
= = ⇒ v ωLI sen(ωt /2) =$_p$ + π
ωL I cos(ωt)
v L $_p$
dt

Ou seja, a corrente é atrasada de 90º em relação à tensão.

O multiplicador $\omega L I_p$ é a tensão de pico V_p.

V
p
ωL
V ωLI
$_p$=$_p$ ⇒ =
I p

ωLpossui um efeito limitador de corrente similar a R (resistência). O valor

ωLé chamado de reatância indutiva do indutor e seu símbolo é X_L $X_L = \omega L$

Como ω = 2π ftemos: $X_L = 2\pi f L$

Número complexo (Forma retangular)

Definição: Número complexo é todo número que pode ser escrito na forma: **z = a + b i**

onde a e b são números reais e i é a unidade imaginária (i = -1ou $i^2 = -1$). O número real a é a parte real do número complexo z e o número real b é a parte imaginária do número complexo z, denotadas por:

a = parte real de z denotada por Re(z) e b = parte imaginária de z denotada por Im(z).

Elementos complexos especiais

Igualdade de números complexos: Dados os números complexos z = a + bi e w = c + di, definimos a igualdade entre z e w, escrevendo:

z = w se, e somente se, a = c e b = d

Oposto de um número complexo: O oposto do número complexo z = a + bi é o número complexo denotado por –z = –(a + bi), isto é:

–z = Oposto (a + bi) = (–a) + (–b)i

Conjugado de um número complexo: O número complexo conjugado de z = a + bi é o número complexo denotado por z* = a - bi, isto é:

z* = conjugado (a + bi) = a + (–b)i

Operações básicas com números complexos (adição e subtração)

Dados os números complexos z = a + bi e w = c + di, podemos definir duas operações fundamentais, adição e subtração, agindo sobre eles da seguinte forma:

z + w = (a + bi) + (c + di) = (a+c) + (b+d)i

z – w = (a + bi) – (c + di) = (a–c) + (b–d)i

Potências e curiosidade sobre a unidade imaginária (Potências de i (-1))

$i^0 = 1$ $i^1 = i$ $i^2 = -1$ $i^3 = i^2 . i = -i$ $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ $i^5 = i^4 . i = 1.i = i$ $i^6 = i^5 . i = i . i = i^2$

$= -1$ $i^7 = i^6 . i = -i$, etc.

Pelos valores acima podemos observar que as potências de i cujos expoentes são múltiplos de 4, fornecem o resultado 1, logo toda potência de i pode ter o expoente decomposto em um múltiplo de 4 mais um resto que poderá ser 0, 1, 2 ou 3. Dessa forma podemos calcular rapidamente qualquer potência de i, apenas conhecendo o resto da divisão do expoente por 4.

Representação geométrica de um número complexo

Um número complexo da forma z = a + bi pode ser representado do ponto de vista geométrico no plano cartesiano, como um ponto (par ordenado) tomando-se a abscissa deste ponto como a parte real do número complexo a no eixo 0X e a ordenada como a parte imaginária do número complexo z no eixo 0Y, sendo que o número complexo 0=0+0i é representado pela própria origem (0,0) do sistema.

Módulo e argumento de um número complexo

Módulo de um número complexo: No gráfico anterior observamos que existe um triângulo retângulo cuja medida da hipotenusa é a distância da origem 0 ao número complexo z, denotada por r, o cateto horizontal tem comprimento igual à parte real a do número complexo e o cateto vertical corresponde à parte imaginária b do número complexo z.

Desse modo, se z = a + bi é um número complexo, então $r^2 = a^2 + b^2$ e a medida da hipotenusa será por definição, o módulo do número complexo z, denotado por |z|, isto é: $^{2\,2}$
z = a + b

Argumento de um número complexo: O ângulo ø formado entre o segmento 0Z e o eixo 0X, é denominado o argumento do número complexo z. Pelas definições da trigonometria circular temos as três relações:

$\cos(\varphi) = \frac{a}{r}$, $\text{sen}(\varphi) = \frac{b}{r}$, $\tan(\varphi) = \frac{b}{a}$. Logo $a = r\cos(\varphi)$, $b = r\,\text{sen}(\varphi)$ e $\varphi = \tan^{-1}(\frac{b}{a})$.

Forma polar (multiplicação e divisão)

Forma polar de um número complexo: Das duas primeiras relações trigonométricas apresentadas anteriormente, podemos escrever:

$z = a + bi = r\cos(\varphi) + r\,i\,\text{sen}(\varphi) = r(\cos\varphi + i\,\text{sen}\,\varphi)$ → forma polar do número complexo

z. Também é usual a notação: $z = r \angle \varphi$

Multiplicação de complexos na forma polar: Consideremos os números

complexos: $z = r(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta) = r\angle\theta$ $w = s(\cos\phi + i\,\text{sen}\,\phi) = s\angle\phi$

onde, respectivamente, r e s são os módulos e θ e ϕ são os argumentos destes números complexos z e w.

$z \cdot w = r \cdot s \angle \theta + \phi$

Divisão de complexos na forma polar: Consideremos os números

complexos: $z = r(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta) = r\angle\theta$ $w = s(\cos\phi + i\,\text{sen}\,\phi) = s\angle\phi$

$\frac{z}{w} = \frac{r}{s} \angle \theta - \phi$

Fórmula de Euler (Forma Exponencial): $r\,e^{\pm j\theta} = r\cos\theta \pm j\,r\,\text{sen}\,\theta$

$r = a + b$ e $\theta = \tan^{-1}(\frac{b}{a})$.

onde: [2 2]

Álgebra Complexa e Fasores

O fato de uma excitação senoidal a uma determinada pulsação (freqüência), ter como reposta em regime permanente ainda uma forma senoidal de mesma pulsação, e apenas com uma diferença de fase e de amplitude, motivou a introdução de uma noção simplificativa que é a noção de fasor. As metodologias de análise e de representação das grandezas podem, portanto, ser abreviadas, de modo a conterem apenas a informação relativa à amplitude e à fase na origem, relegando para segundo plano aquela relativa à freqüência angular (e ao tempo) que é comum a todo o circuito.

A melhor forma de se analisar a maioria dos circuitos CA é usar *álgebra complexa. A* álgebra complexa é uma extensão da álgebra de números reais — a álgebra comum. Em álgebra complexa, entretanto, números complexos são apresentados juntamente com suas regras especiais de adição, subtração, multiplicação e divisão. Em análise de circuitos CA, tensões e correntes senoidais são trans*formadas* em números complexos chamados *fasores;* resistências, indutâncias e capacitâncias são transformadas em números complexos e chamadas *impedâncias;* e então a álgebra complexa é aplicada da mesma forma que a álgebra ordinária é aplicada na análise de circuitos CC.

FASOR: é um número complexo que representa a amplitude e a fase de uma

senoide. **Condições para o uso de Fasores:**

- Circuito Linear;
- Circuito em Regime Estacionário (Regime Permanente);
- Fontes senoidais **TODAS** da mesma freqüência.

Corrente e tensão senoidal (amplitude|valor eficaz e ângulo de fase)

$i(t) = I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$ (domínio do tempo) $\rightarrow I_m\angle\theta$ ou $\frac{I_m}{2}\angle\theta$ (domínio da freqüência)

$v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$ (domínio do tempo) $\rightarrow V_m\angle\theta$ ou $\frac{V_m}{2}\angle\theta$ (domínio da freqüência)

- Na notação fasorial omitiu-se o termo ωt, entretanto ele está implícito, significando que a análise feita é para a freqüência de trabalho ω. A informação relativa à dinâmica temporal pode sempre ser recuperada, por exemplo através da seqüência de operações: $v = V_m\angle\phi \Rightarrow V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$

Transformação Tempo – Freqüência

A análise feita utilizando funções senoidais é feita no DOMÍNIO do TEMPO (é efetuada para um dado instante de tempo);

A análise feita utilizando fasores é uma análise no DOMÍNIO da FREQUÊNCIA (é efetuada para um dado valor de freqüência).

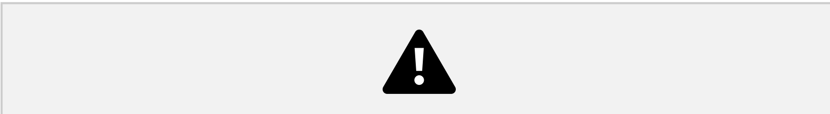
▪ Um erro comum é igualar um fasor e sua senoide correspondente. Isto não deve ser feito, porque o fasor é uma constante complexa, mas a senoide é uma função real do tempo. Resumindo, está ***incorreto*** escrever algo semelhante a $3\,^{o}\angle 30 = 32\text{sen}(\omega t + 30°)$.

▪ Os fasores são normalmente, por conveniência, indicados na forma polar. Mas a forma retangular é igualmente correta, porque, sendo um número complexo, o fasor pode ser expresso em qualquer das formas de números complexos. Nem todos os números complexos são fasores, apenas correspondem a senoides.

Impedância (Z)

Z = R + j X , onde R, a parte real, é a resistência e X, a parte imaginária é a reatância da impedância.

Reatância Indutiva: $X_L = \omega L = 2\pi\, f\, L$

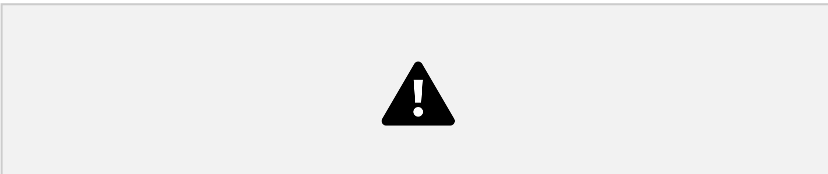


Reatância Capacitiva: $X_C = \frac{1}{C\omega}$

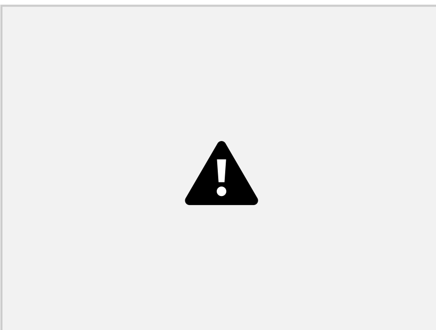
1

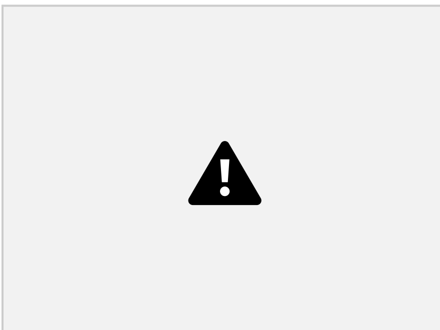
$- = 2\ f\ C$

$- \quad \pi$



Triângulo de Impedância





$Z = R + j\,X = R\ X\ tg\ (X / R)$ $^{2\ 2\ -1}$

$+ \angle$

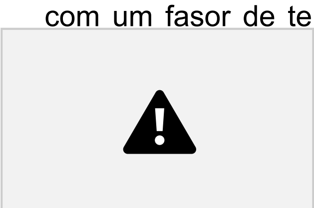
$^{2\,2}$é o módulo da impedância e tg (X/R)

Onde $R + X = Z$ $^{-1}$é o ângulo da impedância.

Como $Z = \frac{V}{I}$, o ângulo da impedância é o ângulo no qual a tensão de entrada está adiantada ou atrasada em relação à corrente de entrada, considerando que este ângulo seja positivo ou negativo respectivamente.

Impedância

A impedância possui o símbolo Z e unidade ohm (Ω). Para um circuito de dois terminais com um fasor de tensão de entrada V e um fasor de corrente de entrada I, como mostrado na



edância Z do circuito é definida por:

$$Z = \frac{V}{I}$$

Para essa impedância existir, o circuito da impedância não pode ter qualquer fonte independente, embora possa ter qualquer número de fontes dependentes. Essa impedância é chamada de impedância total ou equivalente. Ela é também chamada de impedância de entrada.

$$Z = R + jX = R^2 + X^2 \angle tg^{-1}(X/R)$$

O ângulo da impedância é o ângulo no qual a tensão de entrada está adiantada em relação à corrente de entrada, considerando que este ângulo é positivo. Se ele é negativo, então a corrente está adiantada da tensão. Um circuito com um ângulo de impedância positivo é normalmente chamado de circuito indutivo, porque a reatância indutiva domina a reatância capacitiva. Similarmente, um circuito com ângulo de impedância negativo é chamado de circuito capacitivo.

Associação de Impedância

Impedâncias em Série: $Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3 + ... + Z_N$

Impedâncias em Paralelo:

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_N}$$

▪ Como a Admitância, que possui o símbolo Y e a unidade em siemens (S) é definida como o inverso da impedância

$Y = \frac{I}{V}$ ou $Y = G + jB$, onde: **G** = condutância e **B** = susceptância.

Logo:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} \Rightarrow Y = \frac{R}{R^2 + X^2} + j\frac{-X}{R^2 + X^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad \text{e} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Temos para a associação em paralelo: $Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_N$

Divisor de Tensão

A divisão de tensão, ou regra para divisor de tensão para circuitos CA, é dada utilizando se fasores de tensão e impedâncias:

$V_x = \frac{Z_x V_s}{Z_T}$, onde: V_S = fasor de tensão total da associação em série;

V_X = fasor de tensão em uma determinada impedância; Z_X = impedância qualquer;

Z_T = impedância equivalente da associação em série.

Divisor de Corrente

A divisão de corrente é aplicada em circuitos CA no domínio de fasores da seguinte forma:

$\mathbf{I}_X = \frac{\mathbf{Y}_X}{\mathbf{Y}_T}\mathbf{I}_S$, onde: I_S = fasor de corrente total da associação em paralelo;

I_X = fasor de corrente em uma determinada admitância; Y_X = admitância qualquer;

Y_T = admitância equivalente da associação em paralelo.

Leis de Kirchhoff em c.a.

As Leis de Kirchhoff em c.a., desde que levadas em conta as características fasoriais das grandezas envolvidas, são as mesmas que em c.c.

• Para qualquer nó de um circuito, a soma fasorial das correntes que entram em qualquer nó do circuito é igual à soma fasorial das correntes que saem deste nó.

• Para qualquer malha fechada de um circuito, é nula a soma fasorial das tensões ao longo da mesma.

Teorema da Superposição

O Princípio da Superposição é utilizado em sistemas lineares que possuem mais de uma excitação de entrada.

A resposta de um circuito linear a várias excitações simultâneas é igual à soma das respostas individuais a cada uma das excitações.

<u>Procedimento (c.a.)</u>: Aplicado em circuitos com todas as **fontes** com a **mesma frequência**:

As voltagens e correntes devem ser representadas na forma fasorial e as impedâncias devem ser representadas como impedâncias complexas.

1. Calcula-se a solução para cada fonte, anulando-se as demais fontes do circuito (para fonte de corrente substituir pelo circuito em aberto, para fonte de tensão substituir pelo curto circuito).
3. Somam-se as soluções individuais.

<u>Procedimento (c.a.)</u>: Aplicado em circuitos com duas ou mais **fontes** de **frequências diferentes**:

1. Calcular a resposta para cada fonte separadamente
    a. eliminar fontes deixando apenas uma: para fonte de corrente substituir pelo circuito em aberto, para fonte de tensão substituir pelo curto-circuito.
    b. calcular fasores para fontes e impedâncias para elementos de circuito.
    c. obter a resposta do circuito no domínio fasorial.
    d. converter a resposta para o domínio do tempo.
    e. repetir passos a, b, c e d para cada fonte.
2. Calcular a soma de todas as respostas no domínio do tempo.

Obs.: A soma não pode ser feita no domínio fasorial pois as freqüências são diferentes.

▪ O sistema é linear, caso ele obedeça ao princípio da Superposição (homogeneidade e aditividade).

Dado um sistema com entradas (x_n) *e saídas* (y_n).

Homegeniedade: $x_1 \rightarrow y_1$. *Se* k = *constante, então* $k.x_1 \rightarrow k.y_1$
Aditividade: $x_1 \rightarrow y_1$ *e* $x_2 \rightarrow y_2$. *Então* $x_1 + x_2 \rightarrow y_1 + y_2$

Teorema de Thévenin

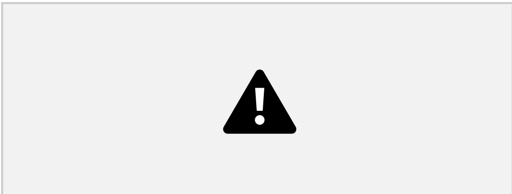
Às vezes, um circuito é muito grande e exige um grande número de cálculos para sua solução. Outras se têm cargas variáveis (vários valores para R_L) e será necessário analisar todo o circuito para cada carga conectada, o que representa um esforço de cálculo e tempo significativos.

O Teorema de Thévenin permite determinar a tensão e a corrente aplicadas em um determinado bipolo de um componente num circuito (ou parte de um circuito), sem a necessidade de se calcular outros parâmetros (tensões e correntes) nos demais componentes, ou de se repetir todo o processo para cada mudança de parâmetros em um componente do circuito.

O teorema de Thévenin se aplica nos casos em que desejamos simplificar um circuito complexo por um mais simples equivalente.

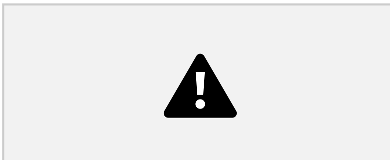
Esse procedimento é muito útil quando precisamos analisar, em detalhes, o comportamento de apenas uma parte de um circuito elétrico.

Num circuito formado apenas por bipolos lineares, todos os geradores e receptores do circuito que envolvem um determinado bipolo ou ramo de interesse podem ser substituídos por um gerador de tensão Thévenin formado por uma fonte de tensão equivalente Thévenin (E_{Th}) em série com uma resistência interna equivalente Thévenin (R_{Th}).



A metodologia de cálculo do equivalente de Thévenin difere conforme o tipo de fontes em presença no circuito. É comum distinguirem-se circuitos com fontes independentes (Caso 1); circuitos com fontes independentes e dependentes (Caso 2); e circuitos com fontes dependentes (Caso 3).

Caso 1: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Independentes Os valores de E_{Th} e R_{Th} são calculados da seguinte forma:



E_{Th}: tensão em aberto entre os pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, causada por todos os geradores e receptores do circuito.

R_{Th}: resistência equivalente vista pelo bipolo ou ramo de interesse, quando todos os geradores independentes de tensão são substituídos por curto-circuitos e todos os geradores independentes de corrente são substituídos por circuitos abertos.

Caso 2: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Independentes e Dependentes

E_{Th}: tensão em aberto entre os pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, causada por todos os geradores e receptores do circuito.

R_{TH}: 1. determinação da corrente de curto-circuito entre os pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, causada por todos os geradores e receptores do circuito.

2. cálculo da resistência equivalente de Thévenin através do quociente entre a tensão em aberto e a corrente de curto-circuito:

$$R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_n}$$

Caso 3: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Dependentes

O equivalente de Thévenin de um circuito com fontes dependentes caracteriza-se pelo valor nulo da tensão equivalente respectiva (E_{Th} = 0 V). A metodologia de cálculo da resistência equivalente exige que se aplique do exterior uma tensão (ou uma corrente), se meça a corrente absorvida (a tensão gerada aos terminais) e se efetue o quociente entre ambas.

R_{Th}: 1. aplica-se uma corrente ao circuito, I_X, e mede-se a tensão aos terminais, V_X. Em alternativa, pode aplicar-se uma tensão aos terminais especificados, V_X, e medir a corrente absorvida pelo circuito I_X;

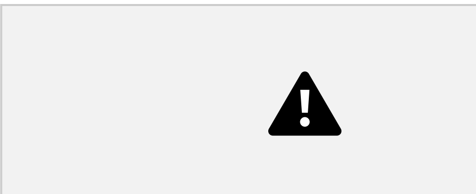
2. determina-se a resistência equivalente de Thévenin através do quociente:

$$R_{Th} = \frac{V_X}{I_X}$$

Teorema de Norton

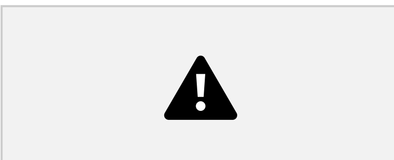
O teorema de Norton estabelece que qualquer circuito linear visto de um ponto pode ser representado por uma fonte de corrente (igual à corrente do ponto em curto-circuito) em paralelo com uma impedância (igual à impedância do circuito vista desse porto).

A esta configuração chamamos configuração Norton. Esse procedimento é muito útil quando precisamos analisar, em detalhes, o comportamento de apenas uma parte de um circuito elétrico.



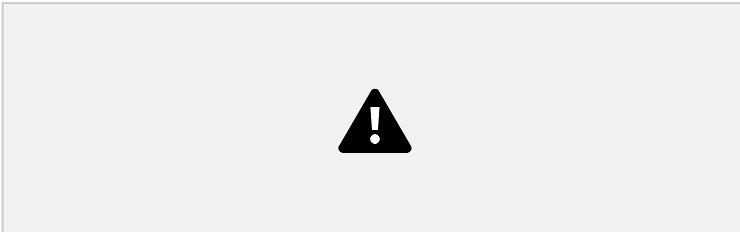
Os valores de I_n e R_n são calculados da seguinte forma:

I_n: corrente de curto-circuito entre os pontos em que está localizado o bipolo ou ramo de interesse, causada por todos os geradores e receptores do circuito.



R_n: resistência equivalente vista pelo bipolo ou ramo de interesse, quando todos os geradores independentes de tensão são substituídos por curto-circuitos e todos os geradores independentes de corrente são substituídos por circuitos abertos.

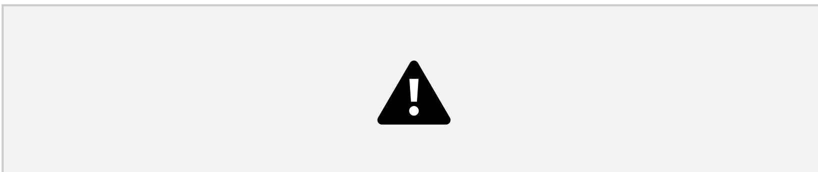
Transformações de fontes: corrente ⇔ tensão



Teorema de Thévenin e Equivalente de Norton (c.a)

A metodologia de cálculo dos equivalentes de Thévenin e de Norton fasoriais baseia-se num conjunto de procedimentos em tudo semelhantes aos estabelecidos para os circuitos resistivos puros, ou seja, é formalmente idêntico ao caso de circuitos de corrente contínua, mas com impedâncias, voltagens e correntes complexas.

Na Figura abaixo se apresentam diversos circuitos que exemplificam a metodologia de cálculo dos equivalentes de Thévenin e de Norton em notação fasorial.



No circuito da Figura acima, o fasor da tensão de Thévenin coincide com a tensão em aberto medida entre os terminais a-b:

$$V_{Th} = V_G \frac{Z_3}{Z_3 + Z_1}$$

ao passo que a impedância de Thévenin é expressa por:

$$Z_{Th} = Z_2 + Z_1 // Z_3 = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}$$

Z

I +

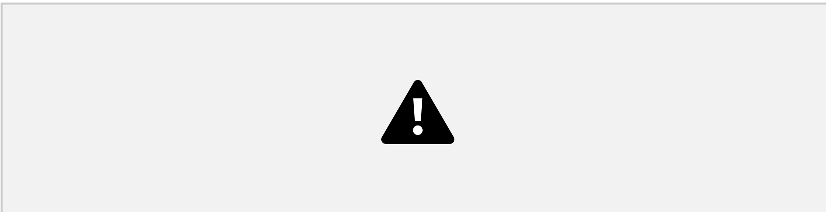
$_n$I

= 1

No caso acima, a fonte de corrente de Norton é: $_G$ Z Z

1 2

e a impedância:$Z_n = Z_1 + Z_2$



No circuito acima, obtêm-se, os equivalentes de Thévenin

V

V rI (Z Z)I V (Z Z)I rI V (Z Z r)I I − = + ⇒ = + + ⇒ = + + ⇒ = $_G$

G 1 2 G 1 2 G 1 2 + +

Z Z r
1 2

Z

V Z I V + +

Th 2 Th V

= ⇒ = Z Z r 1 2 G

2

Curto circuitando os terminais a-b, temos:

V rI Z I V (Z r)I I − = V
G

⇒ = + ⇒ =

G n 1 n G 1 n n +

Z r
1

Z V
2 G

th + + +

Z I 12 Z r ⇒ = th

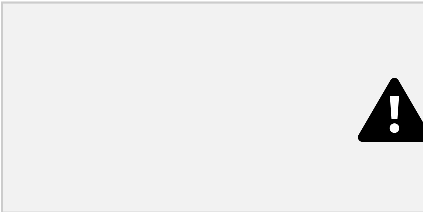
V n V

= = Z Z r Z Z (Z r) 21

Th + + G Z Z r 12

1

+



Finalmente, no circuito acima obtêm-se:

$V_{Th} = 0$

Para determinarmos Z_{Th} temos que aplicar uma fonte de tensão (V_T) nos terminais a-b ou uma fonte de corrente (I_T) e calcular respectivamente I_T ou V_T e determinar $Z_{Th} = \frac{V_T}{I_T}$. Geralmente, a fonte de tensão mais conveniente é $V_T = 1\angle 0^o$ e a fonte de corrente mais conveniente é $I_T = 1\angle 0^o$

Aplicando uma fonte de tensão $V_T = 1\angle 0^o$ aos terminais a-b temos:

o

I g1 0∠

o

1 0

= ∠ +

^{T}Z V

1 0 ∠

2 o 1 1

Z +

= =$_T$ = Z

1 ⇒ =

Thg Y

I g1 0 o 1 0 ∠ g +

o Th

T

∠ + Z Z 2 2

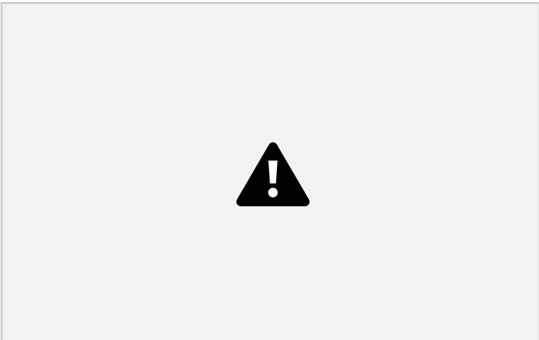
2

Teorema de Millman

O teorema de Millman descreve um meio conveniente de determinação da voltagem V_{ab}, entre dois terminais a e b, em um sistema, da forma mostrada abaixo. O teorema é aplicável, se existem mais de três braços e a fonte de voltagem existente no braço de circuito, se houver, pode ter qualquer polaridade arbitrária.

A tensão num nó é a razão entre a soma das correntes que entram no nó e a soma das admitâncias a ele ligado.

Dado o circuito abaixo:



Podemos descobrir a tensão entre os terminais a e b, aplicando a fórmula:

V 0

V − + 2

1

Z Z Z

V = 1 2 3

ab Z + + Z Z

1 1 1

entrar no nó a (+). 1

Observação:

1 2 3

V

→ corrente tende a

Z 1

V

→ corrente tende a sair do nó a (−).

2

Z 2

As voltagens e correntes devem ser representadas na forma fasorial e as impedâncias devem ser representadas como impedâncias complexas.

Potência em um Resistor

Se um resistor de R Ohms possui uma tensão $v = V_m \text{sen}(\omega t + \theta)$ sobre ele, a corrente no resistor é:

$$i = \frac{V_m}{R}\,\text{sen}(\omega t + \theta)$$

A partir da comparação das senoides de tensão e corrente no resistor, pode-se observar que a tensão está em fase com a corrente.

A potência instantânea absorvida por um resistor é:

$$p = vi = [V_m \text{sen}(\omega t + \theta)][I_m \text{sen}(\omega t + \theta)] = V_m I_m \text{sen}^2(\omega t + \theta)$$

Que mostra que a potência de pico é $P_m = V_m I_m$, e ela ocorre sempre que $\text{sen}(\omega t + \theta) = \pm 1$. A partir da identidade: $\text{sen}^2\alpha = \frac{(1 - \cos 2\alpha)}{2}$, temos:

$$p = \frac{V_m I_m}{2} - \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + 2\theta)$$

Que é uma constante mais uma cossenóide com o dobro da freqüência da tensão e corrente. Essa potência instantânea é zero cada vez que tensão e corrente são zero, mas nunca é negativa, porque o primeiro termo positivo é sempre maior ou igual ao segundo termo, que é negativo a metade do tempo. O fato da potência não ser nunca negativa significa que um resistor nunca fornece potência para um circuito. Ao contrário, ele dissipa sob a forma de calor toda a potência que recebe.

$P \quad V_m I_m$

média =, porque o

A potência média fornecida a um resistor é apenas o primeiro termo: 2 valor médio do segundo termo é zero. Logo: média ef icaz ef icaz P = V I .

Potência em um Indutor

Se um indutor de L henrys possui uma corrente i = I_m sen(ωt + θ)fluindo por ele, a tensão sobre ele é:

di d

v = L =$_m$ + =$_m$ +

dt dt θ)] ωLI

L [I sen(ωt cos(ωt θ)

A partir da comparação das senóides de tensão e corrente no indutor, pode-se observar que a tensão está adiantada de 90° da corrente no indutor, ou a corrente está atrasada de 90° da tensão.

A potência instantânea absorvida por um indutor é:

$$p = v\, i = [V_m \cos(\omega t + \theta)][I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)] = V_m I_m \cos(\omega t + \theta) \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$$

que, a partir da identidade entre seno e co-seno: α α = sen2α 1 sen cos , se reduz para 2

V I

m m

p ef icaz ef icaz

= *t* + = *t* +

sen(2ω 2θ) V I sen(2ω 2θ) 2

Essa potência é senoidal e possui o dobro da frequência da tensão ou da corrente. Sendo senoidal, seu valor médio é zero — um indutor alimentado senoidalmente absorve potência média zero. Em termos de energia, nos instantes em que é positivo, o indutor absorve energia, e quando p é negativo, o indutor devolve energia ao circuito e age como uma fonte. Em um período, ele fornece a mesma energia que recebeu.

Potência em um Capacitor

Se um capacitor de C farads possui uma tensão v = $V_m$sen(ωt + θ)sobre ele, a corrente no capacitor é:

dv i = C =$_m$ + =$_m$ +

C [V sen(ωt θ)] ωC V

dt cos(ωt θ) dt

d

A partir da comparação entre as senóides de tensão e corrente no capacitor, pode-se observar que a corrente no capacitor está adiantada de 90° da tensão, ou a tensão está atrasada de 90° da corrente, que é o oposto da relação de fase entre tensão e corrente no indutor.

A potência instantânea absorvida por um capacitor é:

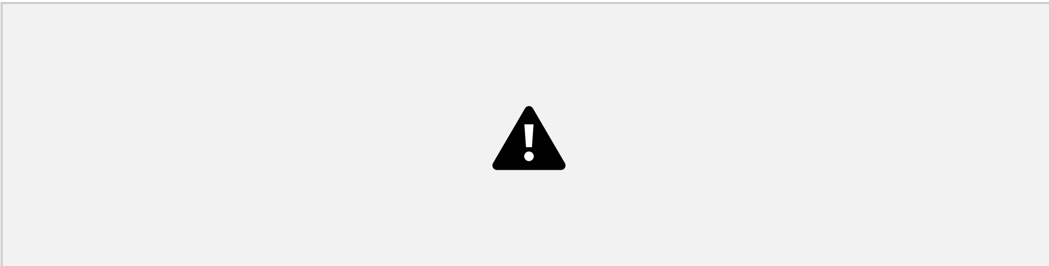
$$p = v\,i = [V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)][I_m \cos(\omega t + \theta)] = \frac{V_m I_m}{2} \operatorname{sen}(2\omega t + 2\theta) = V_{eficaz} I_{eficaz} \operatorname{sen}(2\omega t + 2\theta),$$

que é igual à absorvida pelo indutor. A potência instantânea é senoidal, possui o dobro da freqüência da tensão ou da corrente e possui um valor médio igual a zero. Assim, um capacitor absorve potência média zero. Em um período, um capacitor fornece apenas a energia que recebe.

Potência em circuito RLC

Como foi demonstrado anteriormente, capacitores e indutores dissipam potência nula. Em conseqüência toda potência dissipada em um circuito RLC deve ser devido à resistência.

Triângulo de Potência



$S = P + jQ$, onde θ é o ângulo de fase entre tensão e corrente.

S é a potência Aparente → $|S| = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} = Z \cdot I_{eficaz}^2$
Soma vetorial da ativa com a reativa.
Unidade: va (voltampère)

Forma Polar: $S = |S| \angle \theta$

Como o ângulo da Potência Aparente é o mesmo ângulo da Impedância, para calcular a Potência Aparente na forma Fasorial utilizando a tensão e a corrente do circuito temos:

$S = v \cdot i^*$ (onde i^* é o conjugado complexo da corrente)

Sendo $k = a + bi$ $k^* =$ conjugado $(a + bi) = a + (–b)i$

Q é a potência Reativa, que pode ser potência Reativa Indutiva (θ positivo) ou potência Reativa Capacitiva (θ negativo) → $|Q| = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \operatorname{sen}\theta = X \cdot I_{eficaz}^2$
Trocada entre gerador e a carga, sem ser consumida.
Unidade: var (voltampère reativo)

Forma Polar: $Q = |Q| \angle 90°$ (Reatância Indutiva)
$Q = |Q| \angle -90°$ (Reatância Capacitiva)

P é a potência ativa → $P = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \cos\theta = R \cdot I_{eficaz}^2$
Também chamada de potência real, é a que realmente produz trabalho (dissipada em forma de calor).
Unidade: W (watt)

O termo cosθ é chamado de fator de potência (FP).

Potência Média

A potência média ($P_{média}$) fornecida por um gerador de corrente alternada a um circuito: $P_{média} = V_{eficaz} \, I_{eficaz} \cos\theta$

Máxima Transferência de Potência

Um FP = 1 maximiza a potência entregue pelo gerador. Assim um fator de potência unitário é uma condição desejável e várias modificações de circuito ou adições são procuradas para trazê-lo para próximo da unidade. A tentativa essencial é tornar puramente resistiva a carga vista pelo gerador ou fonte de voltagem. Neste caso θ = 0, FP = 1, e a corrente e a tensão estão em fase.

Para fazer o circuito parecer puramente resistivo, é apenas necessário fazer alguma coisa para que a componente reativa indutiva seja igual à componente reativa capacitiva. Então se a carga é de natureza indutiva, poderíamos adicionar um capacitor em série (ou em paralelo) com ela e de forma que na frequência de operação a sua reatância cancele a da carga.

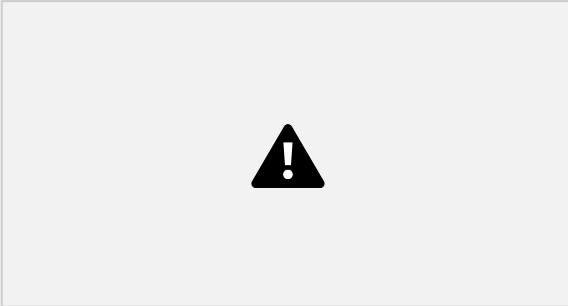
Se a fonte de voltagem tem uma componente resistiva, então após conseguir um fator de potência unitário, a resistência do gerador (R_G) deveria, se possível, ser adaptada à resistência da carga (R_L) para uma máxima transferência de potência ($R_G = R_L$).

Correção de Fator de Potência

O fator de potência é uma relação entre potência ativa e potência aparente. Trata-se da relação entre o consumo real (medido em watts) e o consumo aparente (medido em VA). O fator de potência mostra a eficiência com que a energia transmitida é transformada em trabalho útil.

Um alto fator de potência indica uma eficiência alta e inversamente um fator de potência baixo indica baixa eficiência. Um baixo fator de potência indica que você não está aproveitando plenamente a energia disponível.

Determinação do valor do capacitor a ser colocado em paralelo com um circuito elétrico com característica indutiva para corrigir o fator de potência de cos(φ) para cos(α_f).



O capacitor deverá fornecer potência reativa igual a Q_c.

Para atender à nova condição de fator de potência, tem-se:

$$tg(\alpha_f) = \frac{Q_f}{P} \Rightarrow Q_f = P.tg(\alpha_f)$$

Antes da inserção do banco de capacitores:

$$tg(\phi) = \frac{Q}{P} \Rightarrow Q = P.tg(\phi)$$

Como:

$$Q_f = Q - Q_c \Rightarrow Q_c = Q - Q_f$$

$$Q_c = P.\,[\,tg(\phi) - tg(\alpha_f)\,]$$

Como:

$$|Q_c| = \frac{V^2}{X_C} = \omega.C.V^2$$

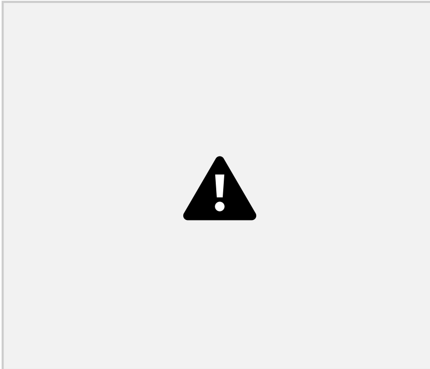
Temos:

$$C = \frac{Q_c}{\omega.V^2}$$

Fenômeno da Ressonância

Freqüência de ressonância (f_R)

A freqüência de ressonância é a freqüência na qual um circuito RLC se comporta como um circuito resistivo, ou seja, na qual o fator de potência é unitário e, portanto, há a máxima transferência de potência da fonte para a carga. A ressonância pode ocorrer em circuitos RLC séries, paralelos ou mistos.



Ressonância Série

Seja o circuito RLC série como o apresentado na figura ao lado. A sua impedância equivalente é determinada por:

1 1

Z R X X R j L j L C ω

= + + = ⇒ = + ω − Z R j(L

+ ω − ω C

C)

Na Freqüência de Ressonância temos que Z = R

1

1 2

ω L o o

− = ⇒ ω − = ⇒ ω =

0 1 0

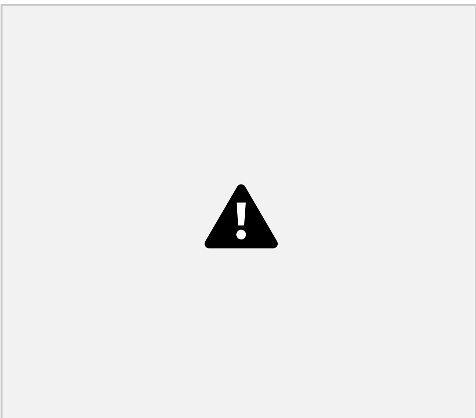
o C LC

ω o 1 LC

Logo: 2 LC

f R π

=



<u>Comportamento de Z em função de ω</u>

Para valores de freqüência maiores que o valor da freqüência de ressonância o circuito tem um comportamento indutivo, pois a parte imaginária da impedância é positiva. Neste caso a corrente fica atrasada em relação à tensão da fonte.

Para valores de freqüência menores que o valor da freqüência de ressonância o comportamento do circuito é capacitivo, já que a parte imaginária da impedância é negativa. Neste caso a tensão fica atrasada em relação à corrente da fonte.

<u>Comportamento de I em função de ω</u>

V V

I = = Z 1

2 2 R (L

$+\omega - \omega C)$

A corrente tem seu valor máximo na ressonância. Esta propriedade é utilizada nos rádios receptores para selecionar uma determinada estação transmissora e na sintonia dos canais de televisão.

Na ressonância série:

▪ $f < f_R$: o circuito apresenta teor capacitivo e a corrente está adiantada da tensão. ▪ $f > f_R$: o circuito apresenta teor indutivo e a corrente está atrasada da tensão. ▪ $f = f_R$: o circuito tem teor resistivo, a impedância equivalente é mínima e a corrente está em fase com a tensão. A corrente é máxima e a tensão da fonte está toda sobre a resistência. A

potência dissipada no resistor será máxima. Há tensão no indutor e no capacitor, iguais em módulo, porém defasadas de 180º, anulando-se.

Aumento da Voltagem Ressonante

Um fenômeno interessante e útil relacionado com os circuitos ressonantes série é o grande aumento de voltagem que pode ocorrer através de L e C para ω_R.

A amplitude da voltagem através do capacitor é $E_C = IX_C$, mas na ressonância $I = I_R = \frac{E}{R}$.

$X \quad {}^{C} \quad X \quad {}^{L}$

Portanto, R

$_C$ =. Mas para ω_r, $_{CR}L_R$

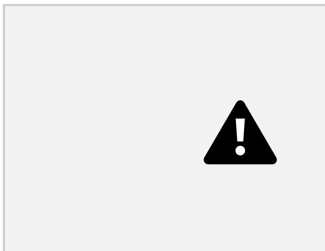
$E\ E^R{}_C =$

$X = X$. Então: R_R

$E\ E^R_R$

Anti-Ressonância Paralela

Seja um circuito RLC paralelo, como o apresentado na figura ao lado. A sua impedância equivalente é dada por:



$$Z = R \,//\, X_L \,//\, X_C = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j L \omega} + j\omega C} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \quad (*)$$

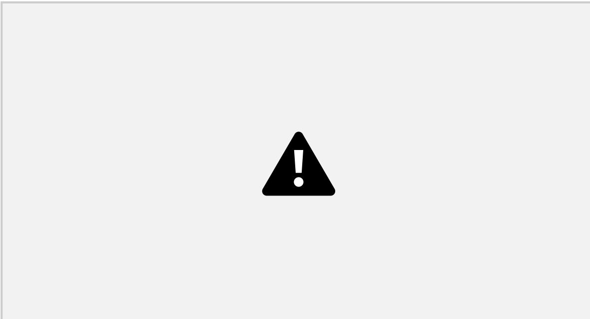
Na Freqüência de Ressonância temos que Z = R, logo:

$$\omega_o C - \frac{1}{\omega_o L} = 0 \Rightarrow \omega_o^2 - \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Logo: 2 LC

f_R π

=



Comportamento de Z em função de ω

Para valores de freqüência tendendo a zero a reatância indutiva é nula, representando um curto circuito. Na associação paralela prevalece o curto, resultando nula a impedância para freqüência zero, o que pode ser conferido algebricamente na expressão (*).

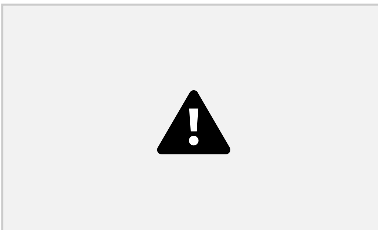
Para freqüências altas a reatância do capacitor é um curto, prevalecendo na associação paralela. Assim a impedância tende a zero com o aumento da freqüência, o que pode ser conferido fazendo $\omega \to \infty$ na expressão (*).

A impedância começa nula em $\omega = 0$, sobe e depois termina nula em $\omega \to \infty$. Portanto, deve atingir um máximo que ocorre quando Z = R.

Na ressonância paralela:

- $f < f_R$: o circuito apresenta teor indutivo e a corrente está atrasada em relação a tensão.
- $f > f_R$: o circuito apresenta teor capacitivo e a corrente está adiantada em relação a tensão.
- $f = f_R$: o circuito tem teor resistivo, a impedância equivalente é máxima e a corrente no resistor é mínima (igual a da fonte) e estará em fase com a tensão. A potência dissipada será máxima. Existem correntes no indutor e no capacitor, iguais em módulo, porém defasadas de 180°, anulando-se.

No caso particular em que os circuitos ressonantes não tem resistência os valores de impedância são bastante importantes, e podem ser vistos abaixo:



Podemos utilizar estas características para projetar filtros com circuitos ressonantes. Como exemplo podemos citar que no receptor de televisão as informações de voz e de imagem entram simultaneamente pela antena e dentro do receptor são separadas por circuitos ressonantes, de modo que o sinal de áudio vá para o circuito de áudio e o sinal de vídeo vá para o circuito de vídeo.

Ressonância Mista

Além dos circuitos RLC série e paralelo, outros circuitos também podem apresentar freqüência de ressonância.

Para determinarmos a equação para cálculo da freqüência de ressonância em circuitos mistos, é necessário lembrarmos das condições para haver a ressonância e, então, procurarmos anular a parte imaginária (reatâncias) da equação.

Resposta em freqüência

Vamos agora estudar a resposta em freqüência, ou seja, o comportamento dos circuitos quanto à variação da freqüência dos sinais de tensão ou corrente aplicada (excitação). O resistor, o capacitor e o indutor apresentam comportamentos típicos quanto à freqüência do sinal a eles aplicado.

Resistor quanto à freqüência

Sua resistência independe da freqüência do sinal aplicado. Depende apenas da relação entre a tensão e a corrente, conforme a Lei de Ohm (I = V / R). Portanto, graficamente seu comportamento é expresso através de uma reta de resistência.

Capacitor quanto à freqüência

A reatância capacitiva depende da freqüência do sinal aplicado. A variação da reatância capacitiva é inversamente proporcional à freqüência do sinal, conforme a expressão:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

Quanto maior a freqüência do sinal aplicado, menor será a reatância capacitiva. Para freqüências muito altas, o capacitor se comporta como um curto-circuito.

Quanto menor a freqüência do sinal aplicado, maior será a reatância capacitiva. Para freqüência zero (CC), o capacitor se comporta como um circuito aberto.

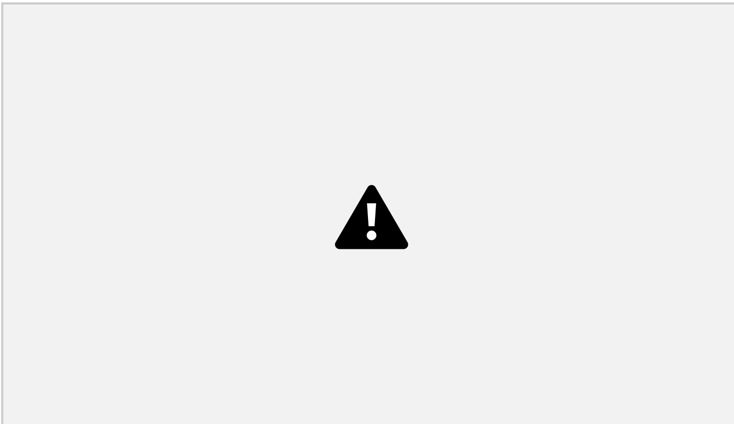
Indutor quanto à freqüência

A reatância indutiva depende da freqüência do sinal aplicado. A variação da reatância indutiva é diretamente proporcional à freqüência do sinal, conforme a expressão: $X_L = 2\pi fL$.

Quanto maior a freqüência do sinal aplicado, maior será a reatância indutiva. Para freqüências muito altas, o indutor se comporta como um circuito aberto.

Quanto menor a freqüência do sinal aplicado, menor será a reatância indutiva. Para freqüência zero (CC), o indutor se comporta como um curto-circuito.

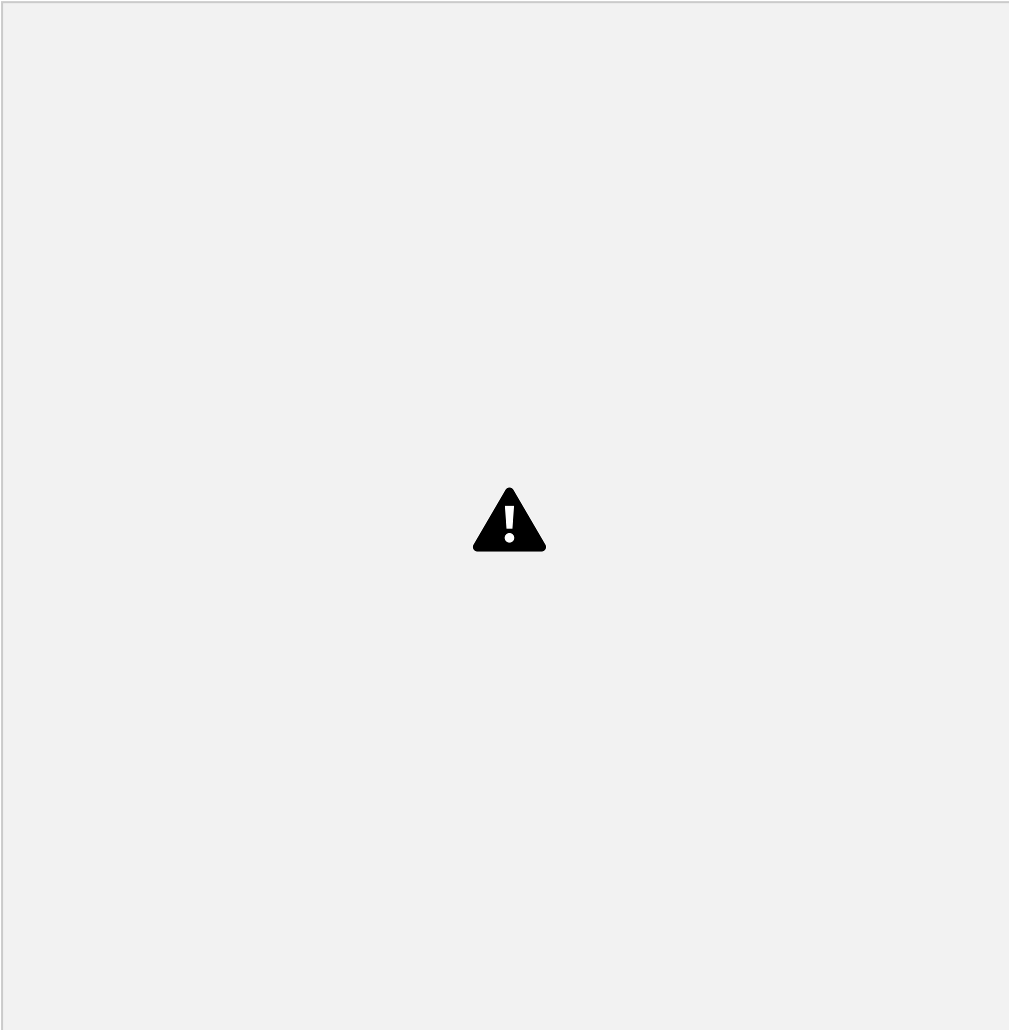
A figura abaixo mostra o comportamento da resistência, da reatância indutiva e da reatância capacitiva com a variação da freqüência:



Filtros Passivos

Um filtro pode ser construído, utilizando-se componentes passivos: resistores, capacitores e indutores. Em baixas freqüências, os indutores se apresentam volumosos e caros.

A Figura abaixo mostra a resposta de frequência ideal para cada um dos vários tipos de filtros comumente usados, junto com as respostas típicas para os filtros práticos do mesmo tipo. Em cada caso, as frequências de corte são mostradas como sendo as frequências em que a resposta é 3 dB abaixo de seu valor máximo na banda passante. Os filtros são muito usados para "retirar" componentes desejadas da frequência de sinais complexos e/ou rejeitar componentes indesejáveis, tais como ruídos.



A frequência de corte (f_c) ou frequência meia potência é a frequência abaixo da qual ou acima da qual a potência na saída de um sistema (circuito eletrônico, linha de transmissão, amplificador ou filtro eletrônico) é reduzida a metade da potência da faixa de passagem. Em termos de tensão (ou amplitude) isto corresponde uma redução a 70,7% do valor da faixa de passagem. Como em decibeis essa redução corresponde a uma atenuação de -3 dB, a frequência de corte também é conhecida como frequência de -3 dB.

Filtros Ressonantes

Considere o circuito abaixo, ao qual é aplicada uma tensão $V_{IN}(t) = V_{IN}\cos(\omega t)$, representada no esquema pela amplitude $V_{IN}(\omega)$.Pretende-se estudar o comportamento do sinal de saída $V_{OUT}(t)$, em função da freqüência do sinal de entrada, e caracterizar a resposta em freqüência do circuito. A resposta em freqüência de um circuito é caracterizada pela função de transferência do circuito $H(\omega)$, definida como a razão entre a tensão de saída $V_{OUT}(\omega)$ e a tensão de entrada $V_{IN}(\omega)$ com a saída em aberto ($I_{OUT} = 0$).

Define-se largura de banda de um circuito ($\Delta\omega$), como o intervalo de freqüência ω no qual o módulo da função de transferência é maior ou igual a 2^1. Quando ω^{CI} (corte inferior) = 0 diz-se que o circuito é um passa baixo, se ω_{CS} (corte superior) $\rightarrow \infty$ o circuito atua como um passa-alto. Se $0 < \omega_{CI} < \omega_{CS} < \infty$ o circuito atual como um passa banda, permitindo apenas a passagem de sinais de freqüência angular ω na banda $[\omega_{CI}, \omega_{CS}]$. Há ainda os circuitos cuja resposta em freqüência pode ser representa como a combinação de um passa-alto (PA) com um passa-baixo (PB), em que $\omega_{C(PB)} < \omega_{C(PA)}$: circuitos rejeita-banda. Estes não permitem a passagem de sinais de freqüência angular $\omega \in [\omega_{C(PB)}, \omega_{C(PA)}]$.

Decibel = 20 log | |⎞ | |⎛IN V 2^1 OUT CI= V ( ) ω V ( ) ω

≡ OUT V 3db V ( ) ω IN CI = OUT CS V ( ) ω IN CS

Filtro Ressonante Passa-Banda

Filtro Ressonante Rejeita-Banda

A largura de banda dos filtros é $BW = f_{CS} - f_{CI}$, centrada em $f_R = 1/2\pi LC$

Fator de Qualidade

No circuito RLC série ressonante, observamos que as tensões no capacitor e no indutor são iguais e defasadas de

180º, de modo que a tensão no resistor se iguala com a tensão da fonte. Dependendo dos valores dos componentes RLC, as tensões nos elementos reativos poderão ser muito maiores que a tensão de excitação. O fator de qualidade vai quantizar este fenômeno ao ser definido pela razão entre a tensão nos elementos reativos (que são iguais, pois estamos na ressonância) e a tensão no elemento resistivo (que é igual à da fonte).

V ω LI ω L **ω L**

Q º º

$_L$ = = = ⇒ **R**

Qº

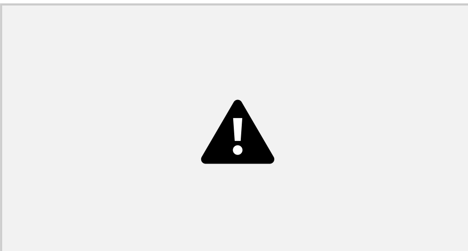
R

V_R RI = (adimensional)

circuito RLC paralelo ressonante a corrente na fonte é igual à existente no resistor, pois as correntes nos elementos reativos são iguais e opostas (defasadas de 180º). Outro modo de ver é observar que o circuito LC apresenta impedância infinita e nele a corrente não entra. O circuito ressonante paralelo será considerado de alta qualidade se tiver uma corrente elevada nos elementos reativos, quando comparada com a corrente no elemento resistivo.

I

No



V

1/ω C

$_C$ = = =

⇒ **Q = ω$_o$RC**(adimensional) Q $_o$

I_R º V R ω RC

Há ainda outro modo de definir o fator de qualidade, através da energia. Para chegarmos a esta nova definição há que se observar a troca de energia existente entre o indutor e o capacitor nos circuitos ressonantes. Este intercâmbio ocorre de modo que quando a tensão no capacitor está no máximo a corrente no indutor é nula, e vice-versa. Assim a energia armazenada total permanece constante e pode ser calculada pelo valor de pico da energia em qualquer dos dois elementos reativos do circuito. De acordo com estas idéias o fator de qualidade é definido:

energia armazenada **Q** = **ω$_o$**

potência média dissipada

Para o circuito ressonante série, sendo I a amplitude da corrente temos:

LI 1 2 2

1 2 ^{2} LI ω L

Q ω o
=
o = =
R I | 2 o
|
(2) ω 1 2 RI 2 R

Para o circuito ressonante paralelo, sendo V a amplitude da tensão, temos:

CV 1 2 CV
1 2 2 2

Q ω 2 o
= o = = ω ω RC
| V R | 2 o V
(2) 1 2 R

O fator de qualidade em um circuito ressonante também pode ser definido pela razão da sua frequência ressonante com a sua largura de banda.

$$Q = \frac{\omega_{oR}}{\Delta\omega} = \frac{f}{\Delta f}$$

Onde:

$\Delta\omega = \omega_{CS} - \omega_{CI}$

$\Delta f = f_{CS} - f_{CI}$

Um circuito com um fator de qualidade mais elevado, tem uma seletividade maior, responde melhor a uma determinada frequência, rejeitando as demais.