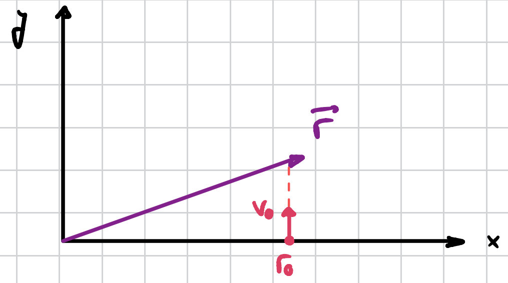
ORBITA KEPLER



$$\ddot{\bar{r}} = \frac{-\bar{r}}{|\bar{r}|^3}$$ → Tenemos EDO de 2° orden
Se trabaja con EDOs de 1° orden.

$\vec{r}$ ≡ Posición
$\dot{\bar{r}}$ ≡ Velocidad

Condiciones Iniciales $\begin{cases} \bar{r}(0) = (1,0) \\ \dot{\bar{r}}(0) = (0,1) \end{cases}$

~ EULER ~

Hay que pasar a una EDO de 1° orden.

$$U = \begin{pmatrix} \bar{r} \\ \dot{\bar{r}} \end{pmatrix} \longrightarrow \text{VECTOR DE ESTADO}$$

Queremos saber :

$$\frac{dU}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{\bar{r}} \\ \ddot{\bar{r}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\bar{r}} \\ -\bar{r}/|\bar{r}|^3 \end{pmatrix} = F(V,t)$$

Vector columna f

C.I

$$V^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Todos los sistemas se expresan como : $\frac{dU}{dt} = F(U,t)$
Necesitamos : U^0

Con este método calculamos soluciones en instantes temporales

F^n ≡ Solución del problema de Cauchy aproximada en el instante n

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t \cdot F^n \qquad \text{Con } \Delta t = 0{,}1$$

$$n = 0 \longrightarrow U^1 = U^0 + \Delta t \cdot F^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0{,}1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}1 \\ -0{,}1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$F^n = \begin{pmatrix} \dot{\vec{r}} \\ -\vec{r}/|\bar{r}|^3 \end{pmatrix}$$

$$n = 0 \longrightarrow \begin{cases} \dot{\bar{r}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \ddot{\bar{r}} = \frac{-(1\ 0)}{(\sqrt{1^2})^3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \qquad F^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$n=1 \longrightarrow U^2 = U^1 + \Delta t \cdot F^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,1 \\ -0,1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0,1 \begin{pmatrix} -0,1 \\ 1 \\ 1 \\ -0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,99 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,99 \end{pmatrix}$$

$$n=1 \longrightarrow F^1 = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\bar{r}} = \begin{pmatrix} -0,1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \ddot{\bar{r}} = \dfrac{-\bar{r}}{|\bar{r}|^3} = \dfrac{-(1 \;\; 0,1)}{\left(\sqrt{1^2+0,1^2}\right)^3} = \dfrac{-(1 \;\; 0,1)}{1,005} = \begin{pmatrix} -1 \\ -0,1 \end{pmatrix} \end{array} \right\} = \begin{pmatrix} -0,1 \\ 1 \\ -1 \\ -0,1 \end{pmatrix}$$

~ Crank – Nicolson ~

Metodo implícito y más preciso que Euler. Combina el Euler Explícito (hacia adelante) y el Euler Implícito (hacia atrás) tomando un promedio entre ambos.

$$U^{n+1} = U^n + \frac{\Delta t}{2}\left[F^n + F^{n+1} \right]$$

PROS:
- Estabilidad
- Precisión

CONS:
- Implícito ≡ Resolver sist de ecs.
- Aproximación iterativa