Ficha Prática nº 4

Objetivo: *Pretende-se analisar as propriedades de sistemas lineares e invariantes no tempo (SLITs) em tempo discreto, usando a Transformada de Z, e determinar e representar a sua resposta a determinados sinais de entrada e a sua resposta em frequência.*

Linguagem de Programação:
- MATLAB *(Symbolic Math, Signal Processing, Control System Toolboxes)*
- Python *(módulos: numpy, sympy, random, scipy.signal, control, matplotlib.pyplot)*

Exercícios:

1. Considerar o sistema linear e invariante no tempo (SLIT) caracterizado pela seguinte equação de diferenças:

   $y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3] + b_4 x[n-4] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2]$, em que:

   $b_0 = 0, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = 0.3, \quad b_4 = -0.18, \quad a_1 = -1.5, \quad a_2 = 0.56$

   1.1. Determinar a expressão da função de transferência do sistema, $G(z)$.

   1.2. Calcular os pólos e os zeros do sistema e apresentar a sua localização no plano z.

   1.3. Verificar, justificadamente, a estabilidade do sistema.

   1.4. Obter o ganho do sistema em regime estacionário.

   1.5. Determinar a expressão da resposta a impulso do sistema, $h[n]$, com condições iniciais nulas. Para determinar a expressão de $h[n]$, pode usar a função de cálculo simbólico *iztrans*, que recebendo a expressão de $H(z)$ obtém a expressão de $h[n]$ válida para $n \geq 0$, ou expandindo $H(z)$ em frações parciais (por exemplo com o apoio da função numérica *residuez*) e calculando $h[n]$ pela transformada inversa de Z de cada parcela, sabendo que:

   $$Z^{-1}\left\{\frac{r_1 z^{-m}}{1-p_1 z^{-1}}\right\} = r_1 p_1^{\,n-m} u[n-m] = \left(r_1 p_1^{\,-m}\right) p_1^{\,n} u[n-m] =$$

   $$= -\left(r_1 p_1^{\,-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{\,-m}\right) p_1 \delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{\,-m}\right) p_1^{\,m-1}\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{\,-m}\right) p_1^{\,n} u[n] =$$

   $$= -\left(r_1 p_1^{\,-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{\,-m+1}\right)\delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{\,-1}\right)\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{\,-m}\right) p_1^{\,n} u[n]$$

   1.6. Representar graficamente $h[n]$ para $0 \leq n \leq 50$, usando a função *stem*. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dimpulse*.

   1.7. Com base na resposta a impulso do sistema, $h[n]$, verificar se o sistema é estável e causal.

   1.8. Determinar a expressão da resposta a degrau unitário do sistema, $y[n]$.

   1.9. Representar graficamente $y[n]$ para $0 \leq n \leq 50$, usando a função *stairs*. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dstep*.

1.10. Aplicar o Teorema do Valor Final para determinar o valor de $\lim_{n\to\infty} y[n]$ para a entrada em degrau unitário. Comparar com o valor do ganho do sistema em regime estacionário.

1.11. Determinar e representar graficamente a resposta do sistema (usando, por exemplo, a função *dlsim*) à entrada $x[n] = 3(u[n-2] - u[n-10])$ para $0 \le n \le 50$.

1.12. Obter e representar graficamente (amplitude em dB e fase em graus, recorrendo à função *unwrap* para evitar eventuais saltos na sequência de valores da fase) a resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$, para Ω entre 0 e π *rad* (com 100 elementos). Os gráficos da amplitude, $|H(\Omega)|$, e da fase, $\angle H(\Omega)$, devem ser representados separadamente numa mesma figura, considerando a frequência normalizada. Comparar com a resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$, obtida com a função *freqz*.

1.13. Determinar o valor de $H(0)$ e comparar com o valor do ganho do sistema em regime estacionário (pode usar a função *ddcgain*).

1.14. Determinar e representar graficamente a resposta do sistema a uma entrada $x[n] = 2\,sin[\,0.1\pi n]$, com base em $H(\Omega)$, para $0 \le n \le 50$. Comparar o resultado com a saída do sistema obtida através da função *dlsim*.