

# Herramientas de Teledetección Cuantitativa

## Clase 6

Francisco Nemiña

Unidad de Educación y Formación Masiva  
Comisión Nacional de Actividades Espaciales



# Esquema de presentación

Matemática  
Estadística

Clasificación supervisada  
Idea  
Métodos  
Máxima verosimilitud  
Otros métodos

Práctica



## Notación

Notamos a la media para la clase  $\omega_i$  como

$$m_i = \frac{1}{q_i - 1} \sum_j^{q_i} x_j$$

donde  $q_i$  es la cantidad de píxeles de la clase.

## Notación

La varianza como

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{q_i - 1} \sum_j^{q_i} (x_j - m_i)^2$$

dónde los  $x_j$  pertenecen a la clase  $i$ .



## Probabilidad condicional

Recordamos a la probabilidad condicional como

$$p(x|\omega_i)$$

como la probabilidad de encontrar a un píxel en el punto  $x$  del espacio espectral dado que sabemos que pertenece a la clase  $\omega_i$ .



## Teorema de Bayes

$$p(\omega_i|x) = \frac{p(x|\omega_i)p(\omega_i)}{p(x)}$$

Es decir, la probabilidad de que un píxel pertenezca a la clase  $\omega_i$  dado que se encuentra en el punto del espacio espectral  $x$ .



## Distribución de Gauss multidimensional

Si definimos a la matriz de covarianza como

$$C_i = \frac{1}{q_i - 1} \sum_j^{q_i} (x_j - m_i)(x_j - m_i)^T$$

podemos definir la distribución de Gauss en un espacio multidimensional como

$$p(x|\omega_i) \sim \exp\left(\frac{-1}{2}(x - m_i)^T C_i^{-1}(x - m_i)\right)$$



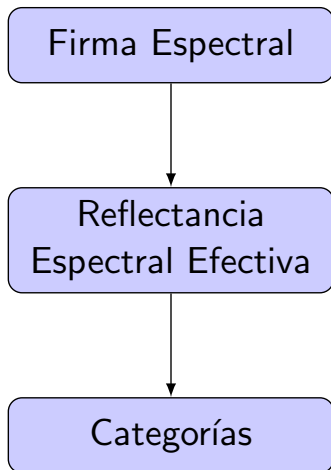
# Esquema de presentación

Matemática  
Estadística

Clasificación supervisada  
Idea  
Métodos  
Máxima verosimilitud  
Otros métodos

Práctica



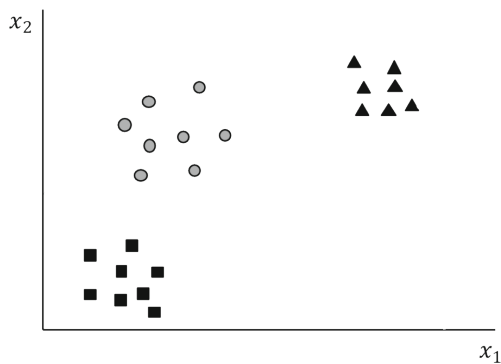




## Importante

Ahora tenemos que definir apriori cuales son las clases que queremos y como encontrarlas.

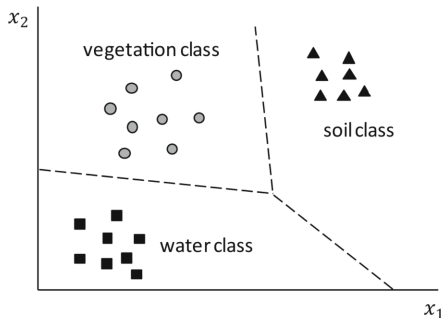




Espacio vectorial.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.





Clasificación del espacio vectorial a partir de clases de entrenamiento.<sup>2</sup>

<sup>2</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.



## Esquema general

1. Decidir cuales son las clases de intereés.
2. Elegir píxeles conocidos y representativos para cada clase a utilizar como áreas de entrenamiento.
3. Estimar los parámetros del método de clasificación.
4. Usar el clasificador para clasificar los pixeles.
5. Producir mapas temáticos para extraer información.
6. Corroborar la precisión de la clasificación con datos de campo



## Generales

- ▶ Paralelepípedos
- ▶ Distancia mínima
- ▶ Máxima verosimilitud
- ▶ Ángulo espectral



## Clasificador Bayesiano

Si conocemos las probabilidades condicionales  $p(\omega_i|x)$  entonces un píxel  $x$  pertenece a la clase  $\omega_i$  si

$$p(\omega_i|x) > p(\omega_j|x)$$

si  $i \neq j$ .

## Problema

No conocemos  $p(\omega_i|x)$ .



## Solución

Usamos el teorema de Bayes y podemos escribir que un píxel  $x$  pertenece a la clase  $\omega_i$  si

$$p(x|\omega_i)p(\omega_i) > p(x|\omega_j)p(\omega_j)$$

si  $i \neq j$ .

## Función discriminante

Si definimos  $g_i(x) = \log(p(x|\omega_i)p(\omega_i))$  entonces lo anterior se convierte en  $x$  pertenece a la clase  $\omega_i$  si

$$g_i(x) > g_j(x)$$

si  $i \neq j$ .



## Caso Gaussiano

Si suponemos que la distribución  $p$  es normal y que, apriori la probabilidad de pertenecer a una clase es equiprobable, tenemos que

$$g_i(x) = -\log |C_i| - (x - m_i)^T C_i^{-1} (x - m_i)$$

.

## Observaciones:

Como la distribución de Gauss no se anula nunca, esto puede clasificar a lo largo de todo el espacio





## Superficies de equiprobabilidad

Si buscamos la superficies de

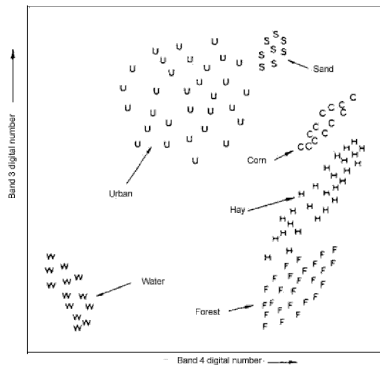
$$g_i = g_j$$

ese espacio queda dividido en distintos sectores donde es siempre mayor la probabilidad de pertenecer a una clase. Son

- ▶ Elipses
- ▶ Parábolas
- ▶ Hipérbolas



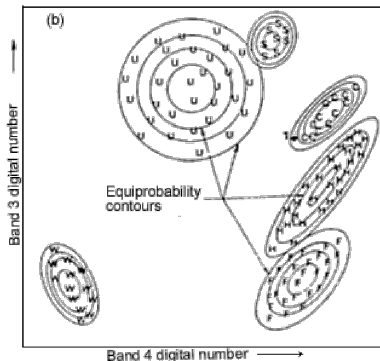
# Máxima verosimilitud



Vista en el espacio vectorial.<sup>3</sup>



# Máxima verosimilitud



Vista en el espacio vectorial.<sup>4</sup>

<sup>4</sup>IIT Kanpur. Civil Engineering - Modern Surveying Techniques.

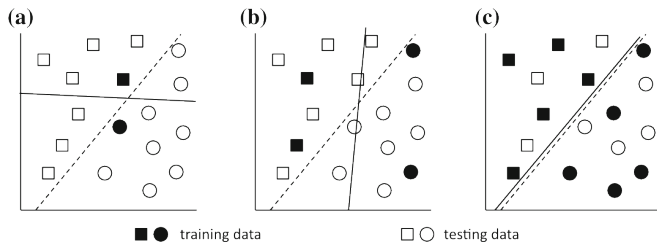


## Número de píxeles necesarios

Para estimar la matriz de covarianza se necesitan al menos  $N(N + 1)$  elementos. Es decir, al menos  $N + 1$  píxeles.



# Máxima verosimilitud



Clasificación supervisada incrementando el número de píxeles de entrenamiento.<sup>5</sup>

<sup>5</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.

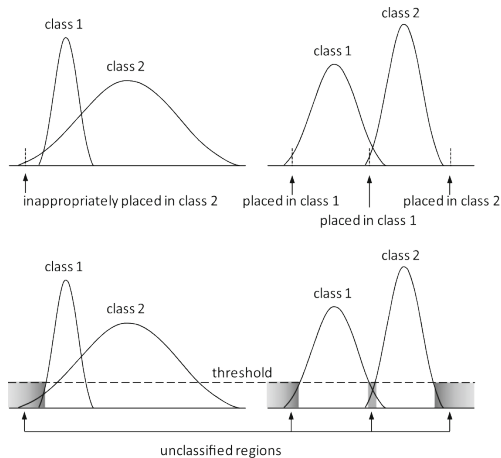


## Número de píxeles necesarios

En la práctica, se necesitan entre  $10N$  y  $100N$  píxeles.



# Máxima verosimilitud

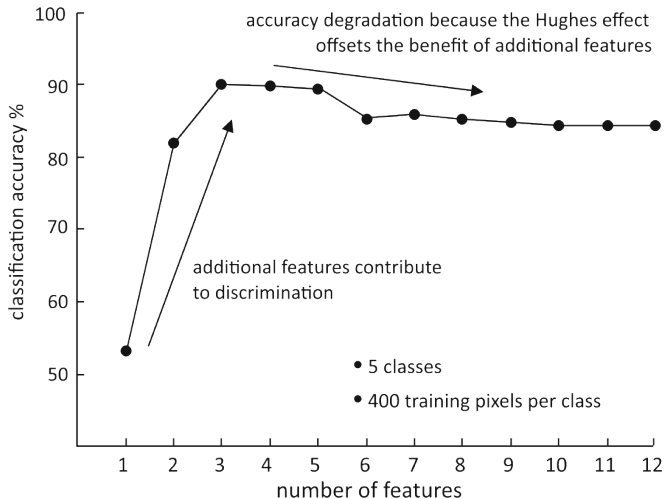


Problemas de clasificación y umbral.<sup>6</sup>

<sup>6</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.



# Máxima verosimilitud



Otro problema, fenómeno de Hughes.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.





# Máxima verosimilitud

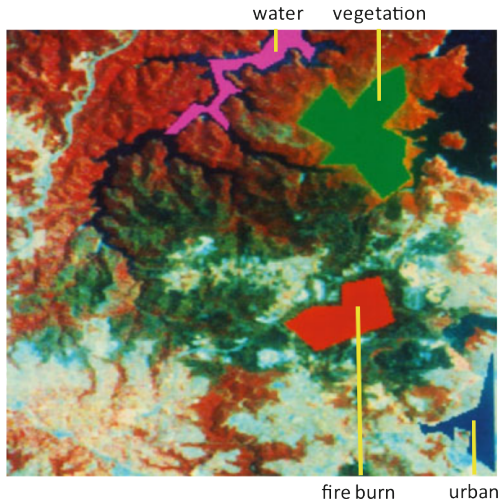


Imagen con áreas de entrenamineto.<sup>8</sup>

<sup>8</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.



# Máxima verosimilitud

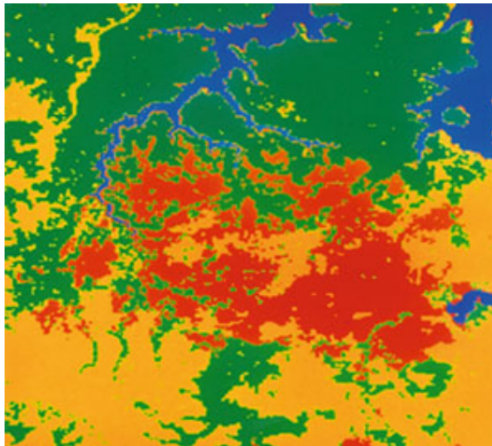


Imagen clasificada.<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.



## Pocos píxeles

Si contamos con pocos píxeles de entrenamiento, podemos caer en otros metodos.

- ▶ Paralelepípedos
- ▶ Distancia mínima
- ▶ Máxima verosimilitud
- ▶ Ángulo espectral

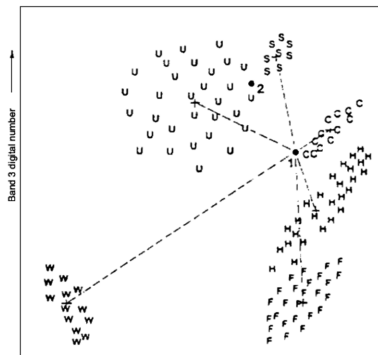


## Distancia mínima

Si buscamos la superficies de  $g_i = g_j$  con  $g_i = 2m_i x - m_i m_i$  y me divide a mi espacio por hiperplanos.



# Otros métodos



Vista en el espacio vectorial.<sup>10</sup>

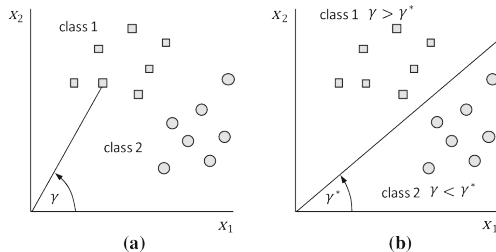
<sup>10</sup>IIT Kanpur. *Civil Engineering - Modern Surveying Techniques.*



## Angulo espectral

Dividimos en este caso al espacio utilizando el ángulo correspondiente a los píxeles de entrenamiento.





Vista en el espacio vectorial.<sup>11</sup>

<sup>11</sup>John A Richards. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer, 2013.



# Esquema de presentación

- Matemática
  - Estadística

- Clasificación supervisada
  - Idea
  - Métodos
  - Máxima verosimilitud
  - Otros métodos

- Práctica





## Actividades prácticas de la cuarta clase

1. Abra las imágenes Landsat 8 y digitalice las coberturas de interés.
2. Clasifique la imagen utilizando un vector de entrenamiento por clase.
3. Clasifique la imagen utilizando varios vectores de entrenamiento por clase.
4. Utilice la herramienta de estadísticas globales para estimar las áreas correspondientes a cada uso y cobertura.

