PROP 1:

$T: V \to V$ AUTOVETTORI ASSOCIATI AD AUTOVALORI DISTINTI SONO LINEARMENTE INDIPENDENTI

PROP 2:

SIA λ_0 UN AUTOVALORE DI T ALLORA $m_g(\lambda_0) \leq m_a(\lambda_0)$

TEO (SPETTRALE x MATRICI SIMMETRICHE):

Se A è SIMMETRICA $\Rightarrow A = A^T \Rightarrow A$ è DIAGONALIZZABILE

Dim (PROP 1):

Per INDUZIONE SU K:

CASO base $K=1$ OK PERCHÉ GLI AUTOVETTORI SONO non nulli per DEFINIZIONE

I.P.: SUPPONIAMO VERO PER $K-1$ AUTOVETTORI e DIM PER K.

P.I.: $\{\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_K\}$ autov. ASSOCIATI AD AUTOV. DISTINTI

$\alpha_1 \underline{v}_1 + \dots + \alpha_n \underline{v}_n = \underline{0}$ obiettivo: $\alpha_j = 0 \ \forall j$

$\alpha_K \underline{v}_K = -\alpha_1 \underline{v}_1 - \dots - \alpha_{K-1} \underline{v}_{K-1}$

$\underline{0} = T(\underline{0}) = T(*) = T(\alpha_1 \underline{v}_1 + \dots + \alpha_K \underline{v}_K) = \alpha_1 \lambda_1 \underline{v}_1 + \dots + \alpha_K \lambda_K \underline{v}_K$

$\overset{!}{=} \alpha_1 \lambda_1 \underline{v}_1 + \dots + \alpha_{K-1} \lambda_{K-1} \underline{v}_{K-1} + \lambda_K (-\alpha_1 \underline{v}_1 - \dots - \alpha_{K-1} \underline{v}_{K-1})$

$\overset{!}{=} \alpha_1 (\lambda_1 - \lambda_K) \underline{v}_1 + \dots + \alpha_{K-1} (\lambda_{K-1} - \lambda_K) \underline{v}_{K-1}$

I.P INDUTTIVA

$\Rightarrow \alpha_1 \underbrace{(\lambda_1 - \lambda_k)}_{\neq 0} = 0 \quad , \quad \dots \quad , \quad \alpha_{k-1} \underbrace{(\lambda_{k-1} - \lambda_{k-1})}_{\neq 0} = 0$

x AUTOVET DISTINTI

QUINDI: $\alpha_1 \underline{v}_1 + \dots + \alpha_k \underline{v}_k = \underline{0}$ $\qquad \underline{v}_k \neq \underline{0}$ QUINDI $\alpha_k = 0$