**Corso di Laurea in Informatica**
**Algebra. a.a. 2023-24. Canale 1.**
**Compito a casa del 17/11/2023**

**Esercizio 1.** Svolgere gli esercizi 4.1, 4.2 e 4.3 del libro.

**Esercizio 2.** Stabilire se l'insieme $\mathbb{R}^2$ è uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ rispetto alle operazioni:

$$(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')\,,\qquad k(x,y)=(kx,-ky)\,,\quad \forall k\in\mathbb{R}.$$

**Esercizio 3.** Abbiamo visto che $\mathbb{R}[x]$, l'insieme dei polinomi a coefficienti in $\mathbb{R}$, è uno spazio vettoriale.
Verificare che $\mathbb{R}_3[x]\subset\mathbb{R}[x]$, l'insieme dei polinomi di grado minore o uguale a tre, è un sottospazio di $\mathbb{R}[x]$ ed è quindi lui stesso uno spazio vettoriale (Osservazione 4.3 nel libro).
Si consideri il sottoinsieme

$$W=\{p(x)\in\mathbb{R}_3[x]\mid p(1)=0\}\subset\mathbb{R}_3[x]$$

Stabilire se $W$ è un sottospazio. Stesso esercizio per

$$U=\{q(x)\in\mathbb{R}_3[x]\mid q(2)=4\}.$$

**Esercizio 4.** Sia $V=\mathbb{R}[x]$ e sia $p(x)=1+x+x^2+5x^4$. Consideriamo $q(x)=x^2+5x^4$. Stabilire se $q(x)\in\mathrm{Span}(p)$.

**Esercizio 5.** Una matrice $A=(a_{ij})\in M_{nn}(\mathbb{R})$ è detta *simmetrica* se $a_{ij}=a_{ji}$ per ogni $i,j$. Una matrice $A$ è detta *antisimmetrica* se $a_{ij}=-a_{ji}$ per ogni $i,j$.
**5.1.** Verificare che il sottoinsieme $\mathcal{S}_{nn}(\mathbb{R})\subset M_{nn}(\mathbb{R})$ delle matrici simmetriche è un sottospazio.
**5.2.** Verificare che il sottoinsieme $\mathcal{A}_{nn}(\mathbb{R})\subset M_{nn}(\mathbb{R})$ delle matrici antisimmetriche è un sottospazio.