5.2

UNA APPLICAZIONE $T: V \to W$ È DETTA LINEARE SE CONSERVA LE OPERAZIONI

$$T(v_1 + v_2) = T(v_1) + T(v_2)$$
$$T(\alpha(v_1)) = \alpha T(v_1)$$

$v_1, v_2 \in V, \ \lambda \in K.$

1) • $T(v_1+v_2)$:

$$v_1+v_2 = \begin{vmatrix} x \\ y \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+x' \\ y+y' \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{T\begin{vmatrix} x+x' \\ y+y' \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2(x+x') - (y+y') \\ (x+x') \\ 0 \end{vmatrix}}$$

• $T(v_1) + T(v_2)$:

$$T(v_1) = \begin{vmatrix} 2x-y \\ x \\ 0 \end{vmatrix} \qquad T(v_2) = \begin{vmatrix} 2x'-y' \\ x' \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{T(v_1)+T(v_2) = \begin{vmatrix} 2x-y+2x'-y' \\ x+x' \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2(x+x') - (y+y') \\ (x+x') \\ 0 \end{vmatrix}}$$

T CONSERVA L'OPERAZIONE DI SOMMA

• $T(\alpha v_1)$:

$$\alpha v_1 = \begin{vmatrix} \alpha x \\ \alpha y \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{T(\alpha v_1) = \begin{vmatrix} 2\alpha x - \alpha y \\ \alpha x \\ 0 \end{vmatrix}}$$

• $\alpha T(v_1)$:

$$v_1 = \begin{vmatrix} x \\ y \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$T(v_1) = \begin{vmatrix} 2x-y \\ x \end{vmatrix} \qquad \alpha T(v_1) = \begin{vmatrix} \alpha(2x-y) \\ \alpha x \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\quad 0 \qquad\qquad 0 \quad}$$

T CONSERVA L'OPERAZIONE DI PRODOTTO SCALARE

T È LINEARE.

2)

- $S_1(v_1 + v_2)$:

$$v_1 + v_2 = \begin{vmatrix} x + x' \\ y + y' \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{S_1(v_1 + v_2) = \begin{vmatrix} (x+x')^2 \\ 2(y+y') \\ 0 \end{vmatrix}}$$

- $$\boxed{S_1(v_1) + S_2(v_2) = \begin{vmatrix} x^2 + (x')^2 \\ 2y + 2y' \\ 0 \end{vmatrix}}$$

S_1 NON CONSERVA OPERAZIONE DI SOMMA

S_1 NON LINEARE

3)

$$S_2(\alpha v_1) = \begin{vmatrix} \alpha x + 1 \\ \alpha (y) \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\alpha S_2(v_1) = \begin{vmatrix} \alpha (x+1) \\ \alpha (y) \\ 0 \end{vmatrix}$$

S_2 NON CONSERVA OPERAZIONE PRODOTTO SCALARE

S_2 NON LINEARE