ESERCIZI ROSS CAPITOLO 3

Definizione

Se $P(F) > 0$, allora

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)} \quad (2.1)$$

Esempio 2a. Marco è convinto all'80% che le chiavi di casa che ha perso si trovino in una delle due tasche della giacca appesa sull'attaccapanni, e che al 40% stiano nella tasca destra e al 40% nella tasca sinistra. Se, dopo aver frugato nella tasca sinistra, Marco non vi trova le chiavi, qual è la probabilità condizionata che queste si trovino nell'altra tasca?

$S_x = \{$le chiavi si trovano nella tasca sinistra.$\}$ $P(S_x) = 40\%$

$D_x = \{$ // destra$\}$ $P(D_x) = 40\%$

$$P(D|S_x^c) = \frac{P(DS_x^c)}{P(S_x^c)}$$

Esempio 2b. Una moneta viene lanciata due volte. Se supponiamo che i quattro punti dello spazio campionario $S = \{(T,T),(T,C),(C,T),(C,C)\}$ siano equiprobabili, qual è la probabilità condizionata che venga testa in entrambi i lanci sapendo che (a) nel primo lancio è uscita testa; (b) esce testa in almeno un lancio?

a)

$X = \{$AL PRIMO LANCIO ESCE TESTA$\}$

$y = \{$OTTENGO 2 TESTE IN DUE LANCI$\}$

$$P(y|x) = \frac{P(xy)}{P(x)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

PROBABILITÀ CHE ESCA TESTA 2 VOLTE & TESTA LA PRIMA VOLTA.

b)

$F = \{$ESCE TESTA IN ALMENO UN LANCIO$\}$

$$P(y|F) = \frac{P(yF)}{P(F)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

PROBABILITÀ CHE ESCA TESTA 2 VOLTE & TESTA IN 1 DEI DUE LANCI

Esempio 2c. Nel bridge le 52 carte sono distribuite equamente a 4 giocatori – chiamati Est, Ovest, Nord e Sud. Se Nord e Sud hanno in tutto 8 picche tra le loro carte, qual è la probabilità che Est abbia 3 delle 5 rimanenti picche?

52 CARTE.

13 CARTE OGNI GIOCATORE.

NORD E SUD HANNO 8 PICCHE.
CALCOLA LA PROBABILITA' CHE EST ABBIA 3 DELLE RIMANENTI 5 CARTE PICCHE

$E = \{$est ha 3 delle 5 carte rimanenti PICCHE$\}$

$X = \{$Nord e sud hanno già 8 picche$\}$

$$P(E|X) = \frac{P(E \cap X)}{P(X)}$$

[...]

$$P(X) = \frac{\binom{13}{8}\binom{52-13}{26-8}}{\binom{52}{26}} = \frac{\binom{13}{8}\binom{39}{18}}{\binom{52}{26}}$$

$P(E \cap X) = \{$est ha ha 3 delle 5 RIMANENTI PICCHE, Nord e sud hanno 8 PICCHE$\}$

$$P(E \cap X) = \frac{\binom{5}{3}\binom{21}{10}}{\binom{26}{13}}$$

$$P(E|X) = \frac{\cancel{\binom{13}{8}}\cancel{\binom{39}{18}}}{\cancel{\binom{52}{26}}} \cdot \frac{\binom{5}{3}\binom{21}{10}}{\binom{26}{13}} \cdot \frac{\cancel{\binom{52}{26}}}{\cancel{\binom{13}{8}\binom{39}{18}}}$$

Esempio 2d. Susanna è indecisa se frequentare il corso di francese o quello di chimica e stima che la sua probabilità di prendere più di 27 è pari a $\frac{1}{2}$ nel caso del corso di francese e $\frac{2}{3}$ nel caso del corso di chimica. Se Susanna basa la decisione sull'esito del lancio di una moneta non truccata, qual è la probabilità che prenda più di 27 in chimica?

Susanna (Susanna) - Remastered
Adriano Celentano
4:37 4:47

IO MENTRE FACEVO IL PROBLEMA. :)

$M = \{$MONETA DECIDE CHIMICA$\}$ $C = \{$SUSANNA PRENDE + DI 27 IN CHIMICA$\}$

$P(MC)$

$$P(M \cap C) = P(C|M)P(M)$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Esempio 2e. Da un'urna contenente 8 palline rosse e 4 palline bianche, si estraggono 2 palline senza rimpiazzo. (a) Supponendo che ogni pallina possa essere ugualmente estratta, qual è la probabilità che entrambe le palline estratte siano rosse? (b) Supponiamo ora che le palline rosse pesino r mentre le bianche pesino b. Si supponga inoltre che la probabilità che una data pallina nell'urna venga estratta

sia proporzionale al suo peso, cioè che essa sia uguale al suo peso diviso per la somma dei pesi delle palline presenti nell'urna. Qual è in tal caso la probabilità che entrambe le palline estratte siano rosse?

a) $A = \{$ENTRAMBE LE PALLINE ESTRATTE SONO ROSSE$\}$

$$P(A) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{12}{2}}$$

b) PESO ROSSE $= r$
PESO BIANCHE $= b$

$R = \{$PALLINA ESTRATTA ROSSA$\}$
$B = \{$ " " BIANCA$\}$

$$P(R) = \frac{r}{\#R \cdot r + \#B \cdot b}$$

$$P(B) = \frac{b}{\#R \cdot r + \#B \cdot b}$$

dove "#" indica quante pallette di quel colore sono nell'urna.

$$P(A_2) = P(R_1 \cap R_2) = P(R_2|R_1)(R_1)$$

$$P(A_2) = \frac{8r}{\#R \cdot r + \#B \cdot b} \cdot \frac{7r}{(\#R - 1) + \#B \cdot b} =$$

$$\frac{8r}{8 \cdot r + 4b} \cdot \frac{7r}{7r + 4b}$$

Esempio 2g. Un mazzo di 52 carte è suddiviso casualmente in 4 mazzetti di 13 carte ciascuno. Calcolare la probabilità che vi sia un asso in ogni mazzetto.

$P_1 = \{$ in un mazzo c'è l'asso $\}$

$P_2 = \{$ in due mazzi c'è l'asso. $\}$

$P_3 = \{$ in tre mazzi c'è l'asso. $\}$

$P_4 = \{$ in quattro mazzi c'è l'asso. $\}$

$$* \; P_1 (P_2 | P_1)(P_3 | P_2 \cap P_1)(P_4 | P_3 \cap P_2 \cap P_1) =$$

$$\frac{\binom{4}{1}\binom{48}{12}}{\binom{52}{13}} \cdot \frac{\binom{3}{1}\binom{36}{12}}{\binom{39}{13}} \cdot \frac{\binom{2}{1}\binom{24}{12}}{\binom{26}{13}} \cdot 1$$

Esempio 3a (I parte). Una compagnia di assicurazioni suddivide le persone in due classi: quelle che sono propense a incidenti e quelle che non lo sono. Le statistiche dell'assicurazione mostrano che le persone propense a incidenti hanno probabilità 0.4 di avere un incidente in un anno, mentre questa probabilità scende a 0.2 per le altre persone. Supponendo che il 30% della popolazione sia propensa agli incidenti, qual è la probabilità che un nuovo assicurato abbia un incidente entro un anno dall'acquisto della polizza?

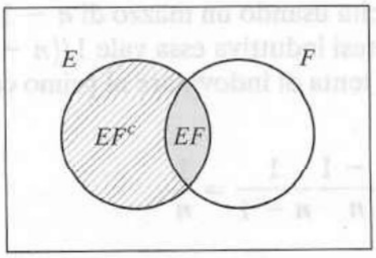
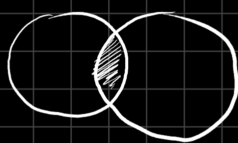


Figura 3.1 $E = EF \cup EF^c$.
EF = Area ombreggiata;
EF^c = Area tratteggiata.

P(INCIDENTI PERSONA PROPENSA) = 0,4



P(INCIDENTI PERSONA NON PROPENSA) = 0,2

P(PERSONA SIA PROPENSA) = 0,3

P(PERSONA NON SIA PROPENSA) = 0,7

P(NUOVO FACCIA INCIDENTE) =