

PROBABILITA' PREPARAZIONE ESAME.

Foglio 1)

Esercizio 4. Dopo aver intervistato 50 studenti si raccolgono i seguenti dati: 25 hanno studiato francese, 20 hanno studiato tedesco e 5 hanno studiato entrambe le lingue. Calcolare

- 1) quanti studenti hanno studiato solo francese,
- 2) quanti studenti hanno studiato solo tedesco,
- 3) quanti studenti non hanno studiato né francese né tedesco.

PRINCIPIO INCLUSIONE ESCLUSIONE.

F = Studenti Francese

T = Studenti Tedesco

E = Studenti Entrambe. (=) $F \cap T$
TOT = tutto

- 1) $|F| - |E| = 25 - 5 = 20$
- 2) $|T| - |E| = 20 - 5 = 15$
- 3) $|TOT| - 35 - 5 = 10$

Esercizio 5. Dopo aver intervistato 60 persone si raccolgono i seguenti dati: 25 leggono Topolino, 26 leggono Tex, 23 leggono Diabolik. Inoltre, 9 leggono sia Topolino sia Tex, 11 sia Topolino sia Diabolik, 8 sia sia Tex sia Diabolik. Infine, 3 leggono tutti e tre i periodici. Calcolare

- 1) quanti leggono solo Topolino,
- 2) quanti leggono solo Tex,
- 3) quanti leggono solo Diabolik,
- 4) quanti leggono almeno uno dei tre periodici,
- 5) quanti leggono uno solo dei tre periodici,
- 6) quanti non leggono alcuno dei tre periodici.

PRINCIPIO INCLUSIONE ESCLUSIONE.

gli insiemi sono T_o, T_e, D_i, \dots (classica notazione)

- 1) $|T_o| - |T_o \cap T_e| - |T_o \cap D_i| + |T_o \cap T_e \cap D_i| = 25 - 9 - 11 + 3 = 8$
- 2) $|T_e| - |T_o \cap T_e| - |T_e \cap D_i| + |T_o \cap T_e \cap D_i| = 26 - 9 - 8 + 3 = 12$
- 3) $|D_i| - |T_o \cap D_i| - |T_e \cap D_i| + |T_o \cap T_e \cap D_i| = 23 - 8 - 11 + 3 = 7$

$$4) |D_i| + |T_e| + |T_o| - |D_i \cap T_e| - |T_o \cap T_e| - |D_i \cap T_o| + |D_i \cap T_e \cap T_o|$$

$$= 25 + 23 + 26 - 11 - 9 - 8 + 3 = 49$$

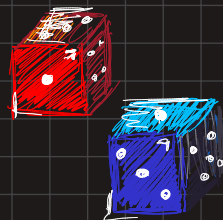
- 5) 27



$$6) |TOT| - 49 = 11$$

Esercizio 8. Si lanciano 2 dadi equi, uno di colore rosso, l'altro di colore blu.

- 1) Descrivere lo spazio degli eventi elementari Ω .
- 2) Descrivere, come sottoinsiemi di Ω , i seguenti eventi: "il dado rosso vale 5", "uno dei due dadi vale 5", "entrambi i dadi valgono 5", "nessun dado vale 5", "la somma dei dadi vale 5".
- 3) Calcolare la probabilità degli eventi nel punto precedente.



$$1) \Omega = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = \{1, \dots, 6\}, \omega_2 = \{1, \dots, 6\}\}$$

$$2) A = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = 5, \omega_2 = \{1, \dots, 6\}\}$$

$$B = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = 5, \omega_2 = \{1, \dots, 6\} \vee \omega_1 = \{1, \dots, 6\}, \omega_2 = 5\}$$

$$C = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = 5, \omega_2 = 5\}$$

$$D = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = \{1, \dots, 4, 6\}, \omega_2 = \{1, \dots, 4, 6\}\}$$

$$E = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_1 = \{1, \dots, 6\}, \omega_2 = \{1, \dots, 6\}, \omega_1 + \omega_2 = 5\}$$

$$3) P(A) = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6};$$

$$P(C) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}; P(D) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

$$P(E) = \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(E) = \frac{4}{36} \cdot \text{con probabilità } \frac{1}{6} \text{ esce } 1 \text{ e con probabilità } \frac{1}{6} \text{ esce } 4 \mid 1+4=5$$

$$\cdot \text{con probabilità } \frac{1}{6} \text{ esce } 2 \dots$$

$$\cdot [\dots]$$

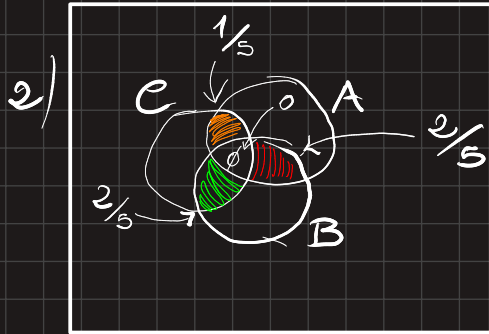
Esercizio 6. Sia (Ω, \mathbb{P}) uno spazio di probabilità, e siano A, B e C tre eventi. Supponiamo di sapere $A \cap B \cap C = \emptyset$ e $\mathbb{P}(A \cap C) = 1/5$ e $\mathbb{P}(B \cap C) = 2/5$.

1) Calcolare $\mathbb{P}((A \cup B) \cap C)$

2) Quali sono i possibili valori di $\mathbb{P}(A \cap B)$? (Ad esempio, può essere $\mathbb{P}(A \cap B) = 1$?)

1) $((A \cup B) \cap C) =$ Per DISTRIBUTIVITA': $((A \cap C) \cup (B \cap C))$

$$\mathbb{P}(A \cup B \cap C) = 3/5$$



$$\mathbb{P}((A \cap C) \cup (A \cap B) \cup (C \cap B)) \leq 1 \Rightarrow$$

$$(2.1) \Rightarrow \mathbb{P}(A \cap B) \leq \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$(2.2) \Rightarrow \mathbb{P}(\neg B) \neq 1.$$

Ver. 12/01/24.

