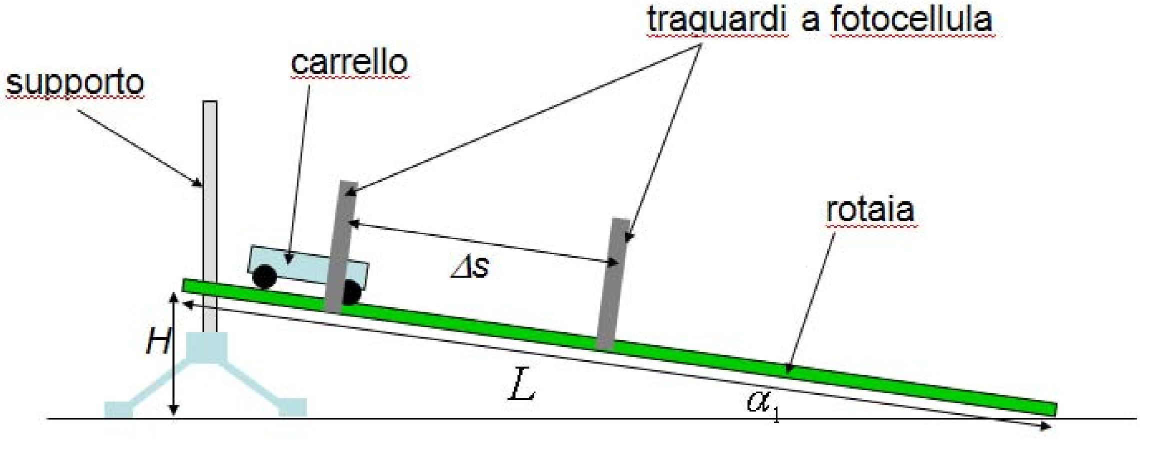
Determinazione dell'accelerazione di gravità mediante misure di moto uniformemente accelerato lungo un piano inclinato

Scopo dell'esperienza
determinare sperimentalmente l'accelerazione di gravità ***g*** mediante misure di tempi e spazi relativi al moto uniformemente accelerato di un corpo lungo un piano inclinato.

Materiali e strumenti utilizzati

- rotaia rettilinea (piano inclinato) di lunghezza L;
- treppiede con asta metallica verticale da infilare nell'aggancio della rotaia per inclinarla;
- carrello (macchinina) con respingente magnetico (e propulsore a molla);
- mascherina di plexiglas trasparente con tratti scuri variamente spaziati da fissare longitudinalmente sul carrello
- metro a nastro e scala graduata lungo il piano inclinato;
- Smart Timer;
- due traguardi a fotocellula da collegare allo Smart Timer;
- foglio di lavoro Excel (per annotare ed analizzare i dati)



FONDAMENTI TEORICI

Il moto senza attrito di un oggetto lungo un piano inclinato è uniformemente accelerato, secondo la legge oraria:

$$s(t) = s(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

L'accelerazione a è legata all'accelerazione di gravità dalla semplice relazione:

$$a = g \sin\alpha$$

dove α è l'angolo di cui è inclinato il piano. Nel nostro caso, e in riferimento alla figura, è $H = L\sin\alpha$, da cui: $a = g\dfrac{H}{L}$.

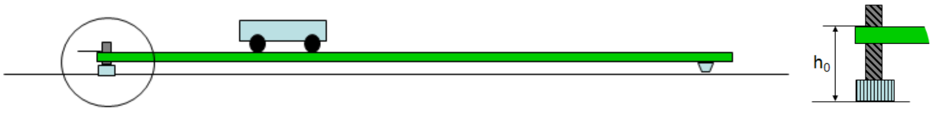
Nel caso specifico t_0 sarà relativo al primo sensore a fotocellula (indice 1) e t sarà relativo al secondo sensore a fotocellula (indice 2), da cui:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = v_{01}\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

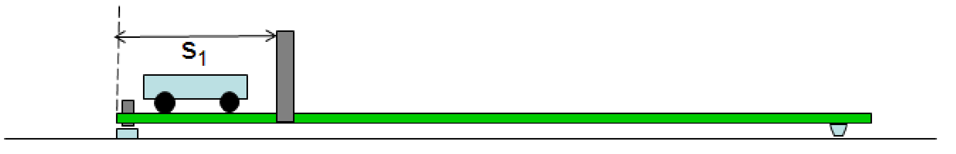
avendo indicato con s_2 e s_1 le distanze dei 2 sensori a fotocellula dalla sommità della rotaia (s=0).

DESCRIZIONE DELL'ESPERIENZA

a) Determinare la posizione orizzontale della rotaia posizionando la rotaia stessa sul tavolo e posizionando il carrello al suo centro: se il carrello si muove, aggiustare la vite posta alla fine della rotaia finché il carrello non si muove più. Misurare l'altezza h_0 tra il tavolo e la rotaia (lato superiore).

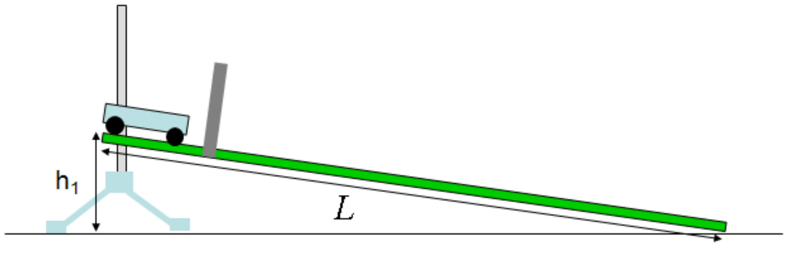


b) Fissare il primo sensore a fotocellula a una ventina di cm dalla sommità (s=0) del piano inclinato (collegare il relativo cavo al canale 1 dello Smart Timer). Indicando con l'indice 1 tale sensore, la distanza del primo sensore dalla sommità sarà s_1. Valutare l'incertezza δs_1 relativa alla misura di s_1.

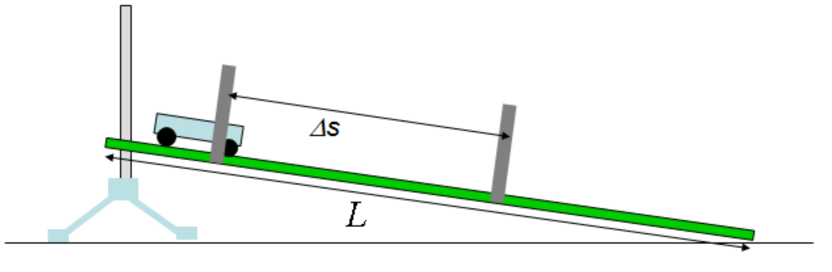


c) Accendere il sistema di acquisizione Smart Timer con l'interruttore posto sulla sinistra [I/O], premere il tasto 1 "Select Measurement" fino a scegliere la misura "TIME", premere il tasto 2 "Select Mode" fino a scegliere la modalità "Two Gates" (si misurerà l'intervallo di tempo che intercorre tra il passaggio dal 1° al 2° fototraguardo).

d) Regolare l'inclinazione del piano, verificando con la bolla che non vi sia una pendenza laterale. Misurare l'altezza h_1 della rotaia all'estremità alta (distanza tavolo – lato superiore della rotaia): l'altezza H da considerare sarà $H=h_1-h_0$ (scegliere un angolo di inclinazione non troppo grande). Valutare l'incertezza $\delta(H)$ relativa ad H.



e) Fissare il secondo sensore a una distanza Δs di qualche centimetro (ad es. 10 cm) dal primo. Indicando con l'indice 2 tale sensore, la distanza del secondo sensore dalla sommità sarà s_2 e quindi $\Delta s=s_2-s_1$. Valutare l'incertezza δs_2 relativa alla misura di s_2; valutare l'incertezza $\delta(\Delta s)$ relativa a Δs.



f) Ripetere le seguenti operazioni per almeno 10 volte, senza variare la distanza tra i sensori:

1. Premere il tasto 3 “Start” dello smart timer (si sente un suono e compare un asterisco sulla seconda riga dello strumento): a questo punto lo smart timer è attivo e pronto a ricevere gli impulsi dai fototraguardi e a mostrare il tempo Δt impiegato a percorrere lo spazio Δs tra i due sensori.
2. Disporre il carrello alla sommità della rotaia e lasciarlo libero di scendere, avendo cura di non imprimere alcuna forza alla partenza (controllare che al passaggio sui due fototraguardi si illumini una spia rossa).
3. Segnare il tempo Δt visualizzato (rimane visualizzato finché non si preme di nuovo “Start”) e l'incertezza associata.

g) Ripetere le operazioni (e)-(f) almeno 5 volte, TENENDO FISSA LA POSIZIONE DEL 1° SENSORE e cambiando quella del 2° in modo tale che la distanza Δs aumenti ogni volta (ad es. di 10 cm).

h) Ripetere le misure del moto del carrello in discesa, secondo la procedura seguita in precedenza [operazioni (d)-(g)], per almeno 4 angoli di inclinazione α_i diversi (ossia per almeno 4 diversi valori di H_i).

ANALISI DATI

1. Per ogni valore di H_i (α_i) (almeno 4) e per ogni valore di Δs (almeno 5), calcolare il valor medio $\overline{\Delta t}$ dei tempi di percorrenza misurati e l'incertezza associata $\delta(\overline{\Delta t})$, stimata come deviazione standard della media. Si consiglia di organizzare i dati tramite tabelle del tipo:

	H=...±δ(*H*)	Δs=...±δ(Δ*s*)
misure nr. ...	Δt [s]	
1		
2		
3		
4		$\overline{\Delta t}$ =..... $\delta(\overline{\Delta t})$ =...
5		
6		
7		
8		
......		

2. Per ogni valore di H_i (α_i):
   a) costruire una tabella in cui si riportino i valori di $\overline{\Delta t}$ per ogni valore di Δs
   b) riportare in un grafico $\overline{\Delta t}$ (ascissa) e Δs (ordinata) con le relative barre d’errore;
   c) determinare l’accelerazione della macchinina durante il moto di discesa attraverso un fit parabolico $\Delta s = \frac{1}{2} a_1 \overline{\Delta t}^2 + v_{01} \overline{\Delta t}$ (linea di tendenza parabolica, ossia polinomiale di ordine 2: $y=A+Bx+Cx^2$);
   d) ricavare i valori di a_i

3. Costruire una tabella in cui si riportino i valori dell’accelerazione a_i in funzione di H_i (α_i) e riportare tali valori in un grafico (*H* in ascissa ed accelerazione a in ordinata).
   Poiché $a = g\sin\alpha = gH/L$, da un fit lineare (metodo dei minimi quadrati) ricavare g/L e la sua iincertezza $\delta(g/L)$ e, conoscendo l’errore sulla misura di L, ricavare g e la sua incertezza δg.

Grandezze utilizzate

- s_1, s_2: distanza del primo e secondo sensore dalla sommità del piano; δs_1, δs_2: incertezze nella misura di s_1 e s_2
- $\Delta s = s_2 - s_1$: distanza tra i due sensori; $\delta(\Delta s)$: incertezza nella valutazione di Δs
- Δt_i: i-esima misura del tempo di percorrenza tra s_1 e s_2
- α_i : angolo di inclinazione del piano rispetto all'orizzontale
- H_i: altezza della rotaia all'estremità alta; $\delta(H)$: incertezza nella valutazione di H
- L: lunghezza rotaia; $\delta(L)$: incertezza nella misura di L
- $\delta(\overline{\Delta t})$: stima dell'incertezza su $\overline{\Delta t}$ come deviazione standard della media.

Formule relative al metodo minimi quadrati y=A+Bx:

$$A = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)^2 \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$B = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{n}{n-2}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - A - Bx_i\right)^2 \frac{1}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Note

- riportare <u>una sola</u> cifra significativa per le incertezze;
- quando si scrivono misure di grandezze <u>non</u> riportare più cifre significative di quelle coperte dall'incertezza e ricordarsi delle unità di misura;
- riportare le formule usate per calcolare i risultati e per determinare le incertezze;
- sforzarsi di fare osservazioni e commenti propri e, se si ritiene opportuno, sperimentare, motivando, anche cose diverse da quelle suggerite.