

Corso di Fisica I – Prof. Dario Daghero A.A. 2014-2015
Esercitatore: dott.ssa Paola Pecchio
Laboratorio: il piano inclinato.

Materiale in dotazione

Sono disponibili sul banco di lavoro i seguenti oggetti per eseguire esperienze quantitative sul moto rettilineo di gravi, in presenza di basso coefficiente di attrito:

- una rotaia rettilinea;
- un treppiede con un'asta metallica verticale;
- un carrello;
- uno Smart Timer;
- due traguardi a fotocellula, da collegare allo Smart Timer;
- mascherine semitrasparenti con diversi intervalli spaziali tra le tacche chiare e scure;
- un metro a nastro;
- una livella a bolla;

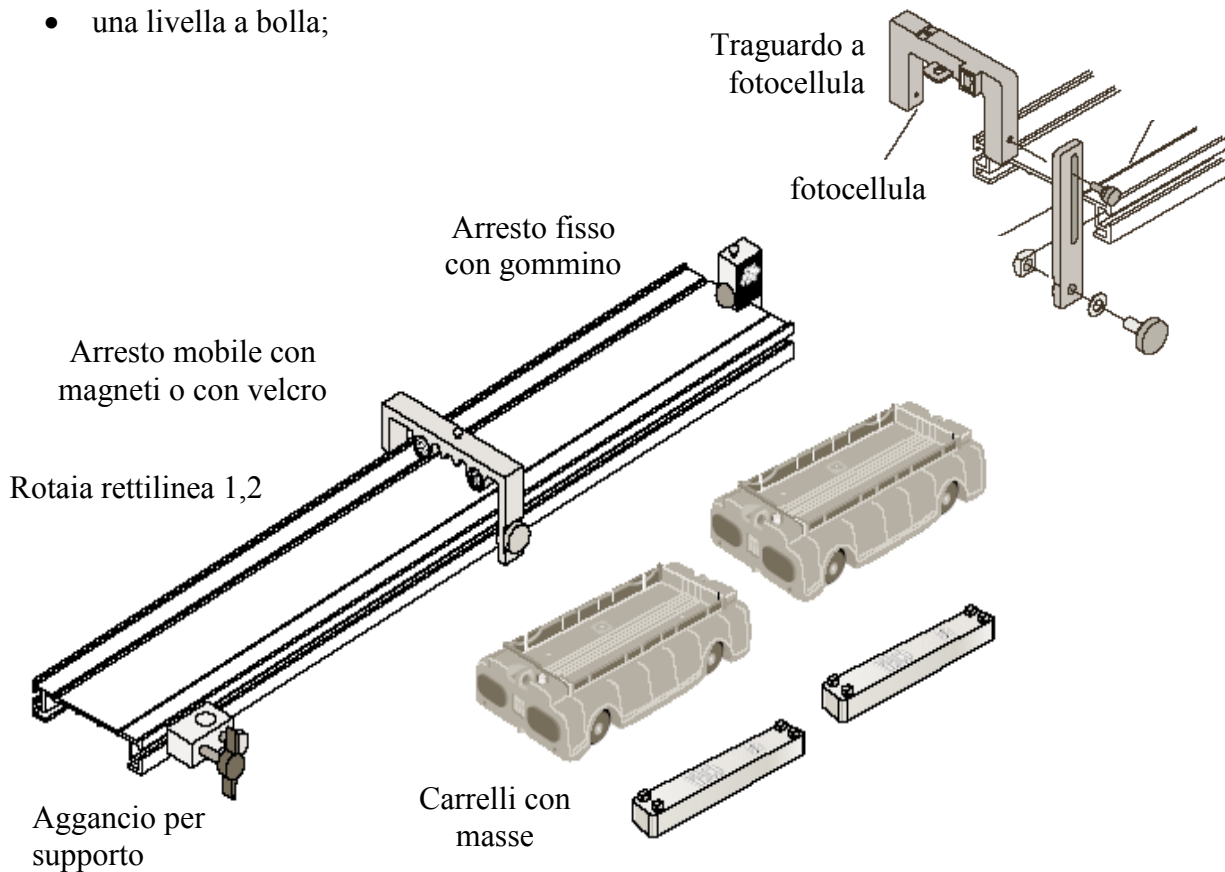
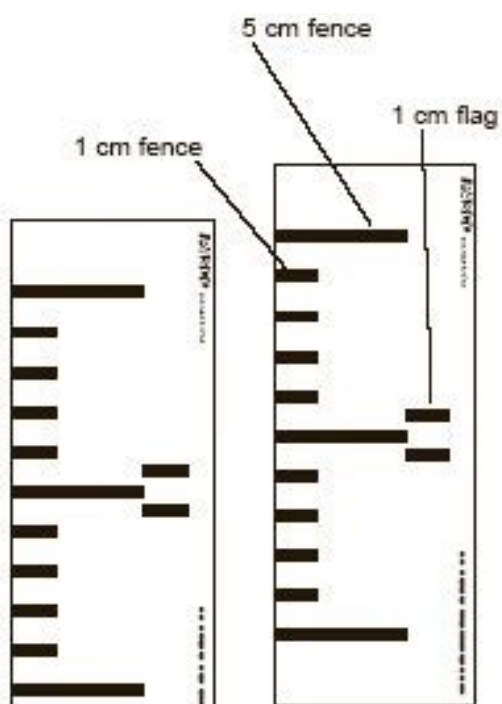


Fig.1 Materiale per l'esperienza di laboratorio.

Il materiale fornito per l'esperienza di laboratorio è rappresentato schematicamente in **Fig. 1**. Ciascun traguardo può essere traslato lungo la rotaia in modo da poter rilevare i tempi di passaggio del carrello a diverse distanze. Le mascherine di plexiglas trasparente (**Fig.2**) vanno fissate longitudinalmente sui carrelli. I tratti scuri variamente spazati disegnati sulle mascherine interrompono il raggio della fotocellula montata sui due traguardi al passaggio del carrello, fissando l'intervallo "start and stop" dello Smart Timer.



Smart Timer Picket Fences

Fig.2 Maschere di plexiglass in dotazione

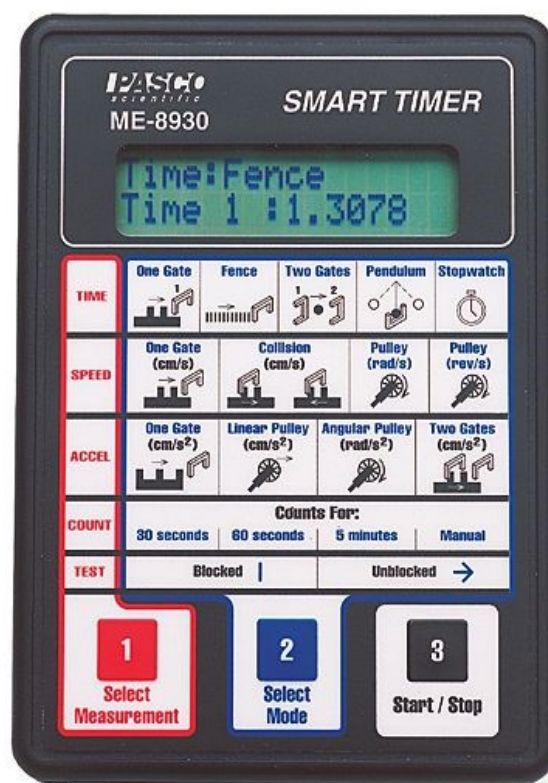


Fig.3 Smart Timer

MISURA DI g MEDIANTE IL PIANO INCLINATO

Scopo dell'esperienza:

1. Verifica della legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$s(t) = s(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

2. Verifica della dipendenza lineare tra l'accelerazione del carrello e l'inclinazione del piano.
3. Calcolo dell'accelerazione di gravità g e del coefficiente di attrito μ_d .

Fisica dell'esperienza

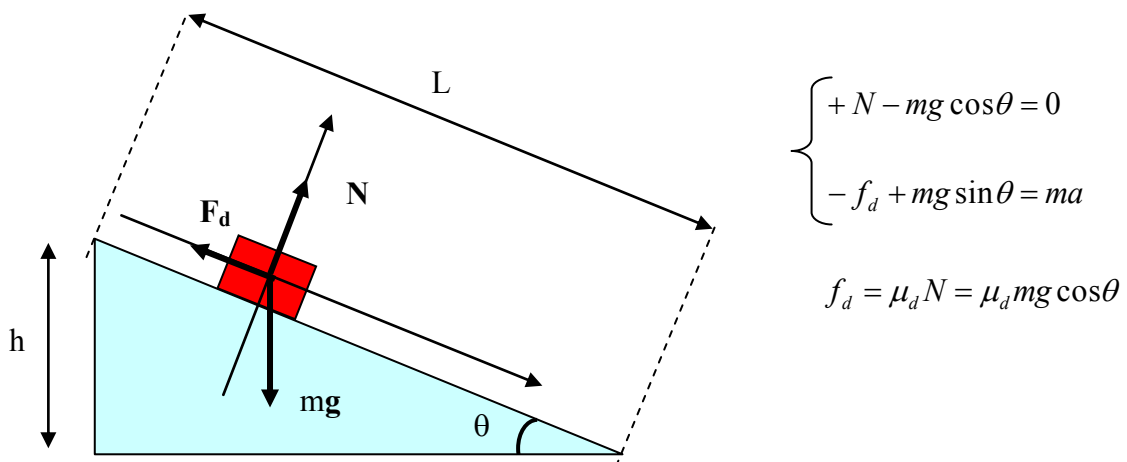


Fig.4 Schema del piano inclinato

Il moto senza attrito di un oggetto lungo un piano inclinato è descritto dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$s(t) = s(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Il valore dell'accelerazione a :

- a) se la forza di attrito è trascurabile rispetto alle altre forze in gioco, è dato da:

$$a = g \sin(\theta) = g \frac{h}{l}$$

- b) se invece la forza di attrito (qui supposta di tipo radente) non è trascurabile, è dato da:

$$a = g \sin(\theta) - \mu_d g \cos(\theta)$$

Parte I: Approssimazione di attrito nullo

Consideriamo, in prima approssimazione, di essere nelle condizioni del caso (a).

Procedimento:

1. Misurare la lunghezza del piano inclinato
2. Determinare la posizione orizzontale della rotaia posizionando la rotaia stessa sul tavolo e posizionando il carrello al suo centro: se il carrello si muove, aggiustare la vite posta alla fine della rotaia finché il carrello non si muove più. In queste condizioni, il piano dovrebbe essere orizzontale. Verificare con la livella a bolla. Misurare l'altezza tra il tavolo e la rotaia: dal lato della vite (h_0).

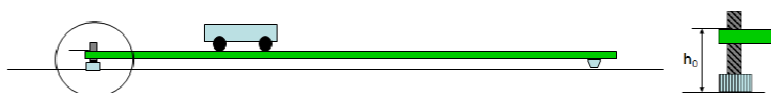


Fig.5 Misurazione di h_0 .

3. Fissare il primo sensore a fotocellula a una ventina di cm dalla sommità del piano inclinato.
4. Accendere lo Smart Timer con il tasto posto sulla sinistra [I/O];
5. Premere il tasto 1 “Select Measurement”, fino a scegliere la modalità “TIME”;
6. Premere il tasto 2 “Select Mode”, fino a scegliere la modalità “Two Gates”. In questo modo si può misurare l'intervallo di tempo che intercorre fra il passaggio del carrello davanti i due traguardi.

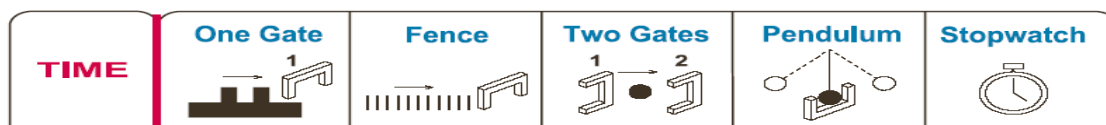
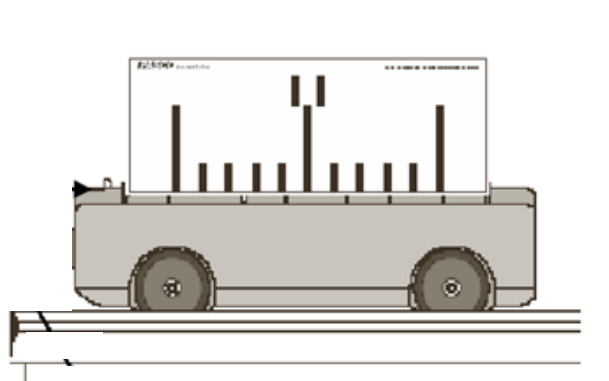


Fig. 6. Le possibili misure di intervalli di tempo con lo Smart Timer



7. Corredare il carrello con la mascherina montata come in Fig.7.

Fig.7 Vista laterale di un carrello con la mascherina da utilizzare per l'esperienza.

8. Inclinare leggermente la rotaia usando l'apposita vite e il supporto a treppiede come mostrato in Fig.7.

9. Misurare con un metro l'altezza della rotaia h_1 . Il valore di h sarà dato da $h = h_1 - h_0$. Valutare l'incertezza su h .
10. Calcolare inoltre $\sin(\theta) = \frac{h}{L}$ e valutarne l'incertezza.
11. Fissare il secondo traguardo a circa 10 cm dal primo, misurare la distanza ΔS tra i due traguardi e annotarla.
12. Disporre il carrello all'inizio della rotaia come mostrato in Fig.7.

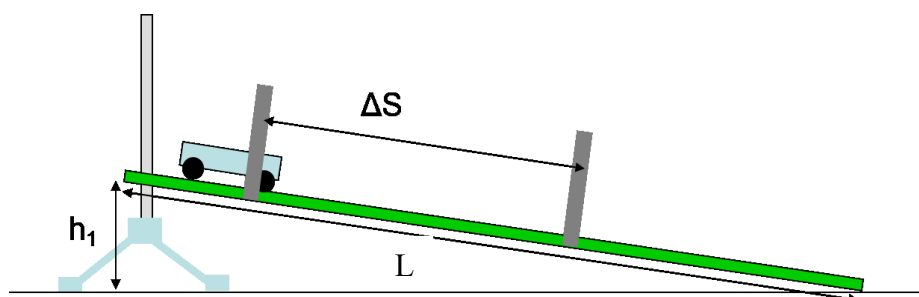
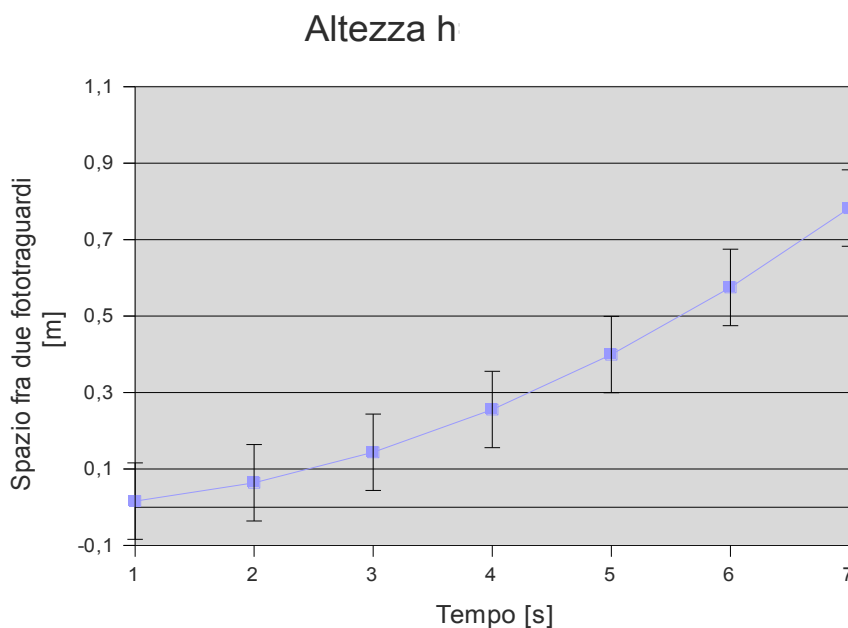


Fig. 7 Misura del tempo di percorrenza del tratto ΔS

13. Attivare lo Smart Timer premendo il tasto 3 "Start". Si sentirà un suono provenire dallo strumento corrispondente alla comparsa di un asterisco nella seconda riga del visore. A questo punto lo Smart Timer è pronto a misurare il tempo Δt che il carrello impiega per passare dal primo al secondo traguardo.
14. Lasciare libero il carrello di correre sulla rotaia avendo cura di non imprimere ad esso alcuna velocità iniziale.
15. Alla fine della misurazione l'asterisco sullo Smart Timer scompare e nella seconda riga è possibile visualizzare il Δt misurato. Riportare tale valore sul foglio Excel.
16. Ripetere **almeno 5 volte le misurazioni del tempo**, mantenendo fissa la posizione dei traguardi e annotare tutti i risultati.
17. Cambiare la posizione del secondo traguardo in modo tale che la distanza aumenti di circa 10 centimetri. Misurare la nuova posizione, annotarla. Ripetere almeno 5 misurazioni nella nuova posizione.
18. Cambiare ancora la posizione del secondo traguardo fino ad avere i dati relativi ad **almeno 5 posizioni differenti**.
19. Aumentare l'inclinazione della rotaia fino ad avere **almeno 5 valori di inclinazione del piano** diversi e ripetere la procedura dal punto 10.

Analisi dei dati:

1. Per ogni altezza h della rotaia ed ogni distanza fra i due traguardi ΔS , calcolare il valore medio e l'incertezza delle misurazioni di tempo. Tali grandezze possono essere calcolate utilizzando il file Excel fornito.
2. Per ogni altezza fissata riportare in un grafico sull'asse delle ascisse i valori di $\overline{\Delta t}$ impiegati per percorrere lo spazio fra due traguardi e in ordinate il rispettivo valore di spazio ΔS . Riportare le barre di errore sul grafico.



3. Calcolare il fit di tali dati aggiungendo una linea di tendenza al grafico (tasto destro del mouse). Scegliere un fit di tipo polinomiale di secondo grado ($y = Bx + Ax^2$ posto $C = 0$). Riportare i valori del fit sul grafico.

Dal fit si ricavano i valori di a e di $v(t_0)$ per ogni inclinazione del piano.

Infatti indicando con

- ⤴ s_0 la posizione della prima fotocellula,
- ⤴ s_1 la posizione della seconda,
- ⤴ t_0 e t_1 i tempi di passaggio del carrello in corrispondenza di esse, la legge oraria del moto nel nostro caso specifico può essere riscritta come:

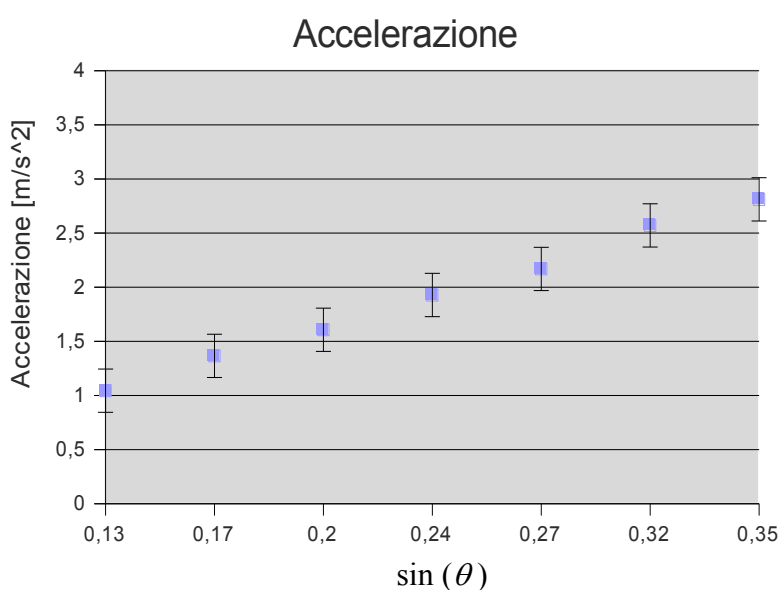
$$s_1 = s_0 + v(t_0)(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2 \Rightarrow \Delta s = v(t_0)\overline{\Delta t} + \frac{1}{2}a(\overline{\Delta t})^2$$

Si noti che i coefficienti del fit parabolico corrispondono alle grandezze che si vogliono valutare, cioè $B = v(t_0)$ e $A = \frac{1}{2}a$.

4. Di seguito si trova una tabella in cui inserire i valori della velocità iniziale e dell'accelerazione in funzione del seno dell'angolo $\sin(\theta) = \frac{h}{L}$ relativo all'altezza corrispondente.

h	$\sin \theta$	$d(\sin \theta)$	a	v

Creare un grafico in cui in ascissa si riportano i valori del seno dell'angolo di inclinazione della rotaia, e in ordinata i corrispondenti valori di accelerazione ottenuti in precedenza.



5. Verificare la relazione di linearità enunciata nell'introduzione teorica tra queste due grandezze attraverso una linea di tendenza lineare.
6. Ricavare il valore di g , accelerazione di gravità, a partire dai parametri del fit.

Nota bene: Utilizzando i metodi di interpolazione implementati direttamente in excel non è possibile ottenere le stime delle incertezze sui parametri dei fit. E' stato implementato un file di excel che permette, attraverso il **metodo dei minimi quadrati** (vedi appendice), di fare questo. Questo file vi verrà reso disponibile in laboratorio durante l'esperienza. E' preferibile (e consigliato) utilizzare per l'analisi quantitativa i risultati che si ottengono

Parte II: calcolo del coefficiente di attrito

1. Partire dai valori di a calcolati alle diverse inclinazioni del piano. Nella tabella precedentemente utilizzata si trova il valore $g_{no\ friction}$, che corrisponde alla stima dell'accelerazione di gravità sotto l'ipotesi di attrito trascurabile ed è ottenuta da

$$a = g \sin \theta \rightarrow g_{no\ attr} = \frac{a}{\sin(\theta)} = \frac{a}{h/L}$$

Si dovrebbe osservare che il valore della stima di $g_{no\ attr}$ cresce con l'altezza avvicinandosi al valore atteso. Questo è dovuto al fatto che le forze di attrito non sono completamente trascurabili. Il contributo della forza di attrito diminuisce con l'inclinazione poiché la forza di attrito dipende dalla componente della forza peso normale al piano.

Considerando i dati presi a due inclinazioni diverse è possibile ricavare una stima del coefficiente di attrito μ_d e dell'accelerazione di gravità g corretta.

Infatti invertendo il sistema:

$$\begin{cases} a_1 = g \sin(\theta_1) - \mu_d \cos(\theta_1) \\ a_2 = g \sin(\theta_2) - \mu_d \cos(\theta_2) \end{cases}$$

è possibile ottenere:

$$g = \frac{a_2 \cos(\theta_1) - a_1 \cos(\theta_2)}{\sin(\theta_2 - \theta_1)}$$

$$\mu_d = \frac{a_2 \sin(\theta_1) - a_1 \sin(\theta_2)}{a_2 \cos(\theta_1) - a_1 \cos(\theta_2)}$$

- Utilizzando i dati relativi alla minore ed alla maggiore inclinazione considerata ricavare la stima di μ_d e di g .

Nota bene: i valori di $g_{no\ attr}$ nella tabella riportata al punto 1) dovrebbero essere tutti minori di $g_{teorico} = 9.81 \text{ m/s}^2$. Nel caso in cui uno dei valori ricavati sia maggiore di $g_{teorico}$ è probabile che ci siano state delle imprecisioni nella fase di acquisizione dati. Non utilizzare questi valori per il calcolo di μ_d e g .

Raccomandazioni

- ⤴ Riportare una sola cifra significativa per le incertezze;
- ⤴ Quando si scrivono misure di grandezze non riportare più cifre significative di quelle coperte dall'incertezza e ricordarsi delle unità di misura;
- ⤴ In alcuni casi i risultati potrebbero non essere esattamente in linea con quanto atteso. Riportare nello spazio delle Note le osservazioni riguardo alle cause del mancato accordo tra risultati e valori attesi.

Appendice: il metodo dei minimi quadrati

Di seguito si riportano le formule utilizzate per le interpolazioni dei dati con il metodo dei minimi quadrati (utilizzate nel file Excel fornito):

Fit lineare:

Data una serie di dati sperimentali (x_i, y_i) con $i = 1, \dots, N$ la retta che meglio interpola i dati:

$$y = A + Bx$$

ha come parametri:

$$A = \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i \right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$
$$B = \frac{\left(N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i \right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$$

e gli errori sui parametri sono dati da:

$$\Delta A = \sigma \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}} \quad \text{e} \quad \Delta B = \sigma \sqrt{\frac{N}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}}$$

$$\text{dove} \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - A - Bx_i)^2$$

Fit parabolico a due parametri:

Data una serie di dati sperimentali (x_i, y_i) con $i = 1, \dots, N$ la parabola passante per l'origine che meglio interpola i dati:

$$y = Ax^2 + Bx$$

ha come parametri:

$$A = \frac{1}{\Delta} \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 y_i \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_{i=1}^N x_i^3 \sum_{i=1}^N x_i y_i \right)$$

$$B = \frac{1}{\Delta} \left(\sum_{i=1}^N x_i y_i \sum_{i=1}^N x_i^4 - \sum_{i=1}^N x_i^3 \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i \right)$$

e gli errori sui parametri sono dati da:

$$\Delta A = \sigma \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N x_i^4 - \left(\sum_{i=1}^N x_i^3 \right)^2}}$$

$$\Delta B = \sigma \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^4}{\sum_{i=1}^N x_i^2 \sum_{i=1}^N x_i^4 - \left(\sum_{i=1}^N x_i^3 \right)^2}}$$

$$\text{dove } \sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - Ax_i^2 - Bx_i)^2$$