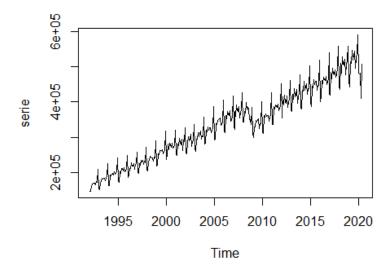
Serie storica relativa agli incassi di industrie americane

Martina Chiesa 837484, Carlo Saccardi 839641, Davide Valoti 846737

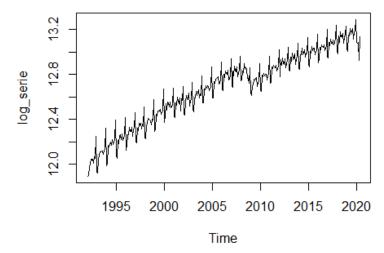
19/11/2020

Il dataset scelto contiene gli incassi mensili di catene alimentari e servizi di vendita al dettaglio raccolti dal 1992 al 2020. Ogni valore è espresso in milioni di dollari relativi a diverse categorie di industrie americane basate sul North American Industry Classification System (NAICS). Il dataset è composto da 348 osservazioni, tuttavia le ultime sette presentano valori mancanti, in quanto costituiscono i dati da Giugno 2020 a Dicembre 2020 e l'ultimo aggiornamento del file risale a Maggio 2020, per questo motivo le rimuoviamo.

Analisi grafica della serie



La varianza della serie non appare costante, dunque applichiamo la funzione logaritmo per stabilizzarla.

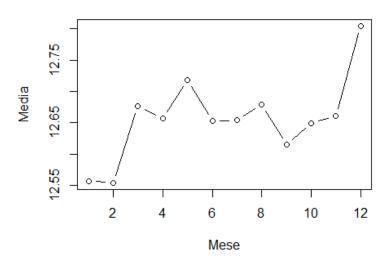


Appare ora evidente che la serie, dopo la trasformazione logaritmica, presenta variabilità più costante.

Stagionalità

Procediamo le nostre analisi con la valutazione della presenza di stagionalità.

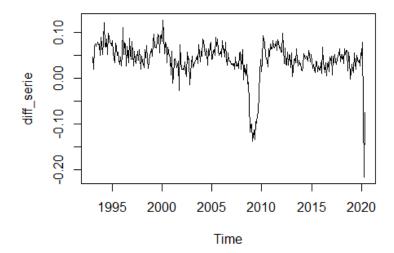
Ricavo medio per mese



Notiamo forti differenze tra le medie dei ricavi relative ai diversi mesi. In corrispondenza di Dicembre si verifica un picco e si registrano valori minimi per Gennaio e Febbraio. Ipotizziamo quindi la presenza di stagionalità, ma preferiamo affidarci al test analitico KPSS per ottenere un risultato puntuale.

[1] 1

Il test KPSS rileva che la componente stagionale non è stazionaria, dunque procediamo con una differenziazione della serie di ordine 12.



La serie differenziata ha un andamento prossimo alla situazione di stazionarietà, anche se si registrano valori anomali in corrispondenza degli anni 2008 e 2020, rispettivamente anno della crisi finanziaria e anno della crisi sanitaria. Dunque, ci sembra ragionevole ipotizzare un'associazione tra tali singolarità e gli eventi storici. Verifichiamo che la componente stagionale sia ora stazionaria.

[1] 0

Il test KPSS conferma che la differenziazione applicata alla serie ha reso la componente stagionale stazionaria.

Test ADF

A questo punto valutiamo la stazionarietà della componente non stagionale tramite il test ADF.

```
## Test regression trend
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##
         Min
                    1Q
                          Median
                                        3Q
                                                Max
## -0.173969 -0.009368 0.001618 0.011562 0.060454
##
## Coefficients:
##
                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                       2.632 0.009003 **
## (Intercept)
                1.546e-02
                           5.873e-03
                           8.251e-02
                                      -2.919 0.003825 **
## z.lag.1
                -2.409e-01
                                      -2.036 0.042765 *
                           1.810e-05
## tt
                -3.685e-05
## z.diff.lag1
               -1.101e-01
                           9.290e-02
                                      -1.185 0.237058
## z.diff.lag2
               -7.680e-02
                           9.747e-02
                                      -0.788 0.431475
## z.diff.lag3
               2.395e-01
                           1.019e-01
                                       2.351 0.019498 *
## z.diff.lag4
                1.927e-01
                           1.025e-01
                                       1.880 0.061285
## z.diff.lag5
                2.221e-01
                           1.028e-01
                                       2.161 0.031602 *
## z.diff.lag6
                2.002e-01
                           1.027e-01
                                       1.949 0.052356
## z.diff.lag7
                2.027e-01
                           1.024e-01
                                       1.979 0.048849 *
## z.diff.lag8
                           1.025e-01
                1.246e-01
                                       1.215 0.225340
## z.diff.lag9
                2.682e-01
                           1.021e-01
                                       2.627 0.009127 **
## z.diff.lag10 1.716e-01
                           1.034e-01
                                       1.659 0.098345 .
## z.diff.lag11 1.784e-01
                           1.038e-01
                                       1.718 0.086952
                           9.972e-02 -4.735 3.65e-06 ***
## z.diff.lag12 -4.722e-01
## z.diff.lag13 -1.007e-01
                           9.714e-02
                                      -1.037 0.300881
## z.diff.lag14 5.748e-02
                           9.749e-02
                                       0.590 0.556018
## z.diff.lag15 2.135e-01
                           9.864e-02
                                       2.164 0.031400 *
## z.diff.lag16 1.997e-01
                           9.959e-02
                                       2.005 0.046050 *
## z.diff.lag17 1.147e-01
                           1.003e-01
                                       1.143 0.254070
## z.diff.lag18 6.921e-02
                           9.988e-02
                                       0.693 0.488985
## z.diff.lag19 1.685e-01
                           9.934e-02
                                       1.696 0.091174 .
## z.diff.lag20 1.425e-01
                           9.962e-02
                                       1.431 0.153743
## z.diff.lag21 1.946e-01
                           9.941e-02
                                       1.958 0.051333 .
## z.diff.lag22 6.372e-02
                           1.001e-01
                                       0.637 0.524999
## z.diff.lag23 1.891e-01
                           9.929e-02
                                       1.904 0.058013 .
                           9.480e-02 -3.638 0.000334 ***
## z.diff.lag24 -3.448e-01
## z.diff.lag25 -1.382e-01
                           8.569e-02
                                      -1.612 0.108112
## z.diff.lag26 7.709e-02
                           8.615e-02
                                       0.895 0.371699
## z.diff.lag27
                1.697e-01
                           8.687e-02
                                       1.953 0.051933
## z.diff.lag28 1.355e-01
                           8.768e-02
                                       1.546 0.123458
## z.diff.lag29 6.928e-02
                           8.810e-02
                                       0.786 0.432405
## z.diff.lag30 -2.876e-02
                           8.816e-02
                                      -0.326 0.744513
## z.diff.lag31 5.029e-02
                           8.799e-02
                                       0.572 0.568142
## z.diff.lag32
                1.042e-01
                           8.803e-02
                                       1.184 0.237598
## z.diff.lag33 9.451e-02
                           8.820e-02
                                       1.072 0.284927
## z.diff.lag34 -5.655e-02
                           8.823e-02
                                      -0.641 0.522147
## z.diff.lag35 1.766e-01
                           8.613e-02
                                       2.050 0.041366 *
                                      -2.955 0.003422 **
## z.diff.lag36 -2.359e-01
                           7.983e-02
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 0.02243 on 253 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.4931, Adjusted R-squared: 0.4169
```

```
## F-statistic: 6.476 on 38 and 253 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -2.9193 3.1659 4.4918
##
## Critical values for test statistics:
## 1pct 5pct 10pct
## tau3 -3.98 -3.42 -3.13
## phi2 6.15 4.71 4.05
## phi3 8.34 6.30 5.36</pre>
```

Dopo aver scelto di porre il numero di lag pari a 36, volgiamo il nostro interesse all'output ottenuto e notiamo che anche lag molto elevati risultano essere significativi. Ciò è sintomo del fatto che la componente stagionale presenta degli errori autocorrelati che identificheremo in seguito. Le statistiche test ci suggeriscono che la serie non è stazionaria e non presenta né trend né intercetta. È comunque opportuno eseguire un ulteriore test ADF avente come ipotesi alternativa la presenza di un drift. Notiamo risultati del tutto analoghi al test precedente. Per confermare l'assenza di un eventuale drift, calcoliamo la media della serie differenziata.

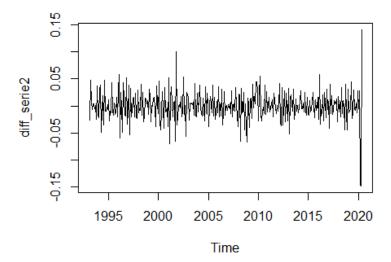
```
## [1] 0.04045397
```

La media è prossima a 0, siamo quindi certi dell'assenza di drift. Valutiamo un ultimo test ADF che non considera la presenza di trend e drift.

```
## Test regression none
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##
        Min
                   1Q
                         Median
                                       3Q
                                                Max
## -0.175409 -0.008436 0.001814 0.012637 0.064385
##
## Coefficients:
##
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1
               -0.046744
                           0.030119 -1.552 0.121906
## z.diff.lag1 -0.271142
                           0.066352 -4.086 5.87e-05 ***
## z.diff.lag2 -0.230660
                           0.076013 -3.034 0.002659 **
## z.diff.lag3
                0.102940
                           0.087265
                                      1.180 0.239246
## z.diff.lag4
                0.053763
                           0.087745 0.613 0.540608
## z.diff.lag5
                0.081681
                           0.087712 0.931 0.352606
## z.diff.lag6
                0.059890
                           0.087680 0.683 0.495191
                           0.087512 0.721 0.471552
## z.diff.lag7
                0.063099
## z.diff.lag8
               -0.015165
                           0.087585 -0.173 0.862670
## z.diff.lag9
                0.130713
                           0.087518 1.494 0.136525
## z.diff.lag10 0.027677
                           0.087585 0.316 0.752256
## z.diff.lag11
                0.033794
                           0.087764 0.385 0.700515
                           0.084881 -7.175 7.86e-12 ***
## z.diff.lag12 -0.609021
## z.diff.lag13 -0.206812
                           0.088177 -2.345 0.019772 *
## z.diff.lag14 -0.046101
                           0.089136 -0.517 0.605467
## z.diff.lag15 0.113874
                           0.091424 1.246 0.214068
## z.diff.lag16
                0.094861
                           0.091742
                                      1.034 0.302112
## z.diff.lag17
                0.006831
                           0.092000
                                      0.074 0.940873
## z.diff.lag18 -0.035253
                           0.092144 -0.383 0.702347
## z.diff.lag19 0.067758
                           0.092245
                                      0.735 0.463295
## z.diff.lag20 0.040443
                           0.092337
                                      0.438 0.661765
## z.diff.lag21 0.093849
                           0.092391
                                      1.016 0.310697
## z.diff.lag22 -0.042150
                           0.092369 -0.456 0.648543
```

```
## z.diff.lag23 0.087091
                            0.091986
                                       0.947 0.344642
## z.diff.lag24 -0.436850
                            0.088718
                                     -4.924 1.52e-06 ***
## z.diff.lag25 -0.198863
                            0.083027 -2.395 0.017336 *
## z.diff.lag26 0.019896
                            0.083920
                                       0.237 0.812786
## z.diff.lag27
                 0.114157
                            0.084948
                                       1.344 0.180192
## z.diff.lag28
               0.073841
                            0.085235
                                       0.866 0.387129
## z.diff.lag29
                 0.004613
                            0.085340
                                       0.054 0.956936
## z.diff.lag30 -0.093986
                            0.085344
                                      -1.101 0.271820
## z.diff.lag31 -0.011492
                            0.085533
                                      -0.134 0.893230
## z.diff.lag32 0.040395
                            0.085354
                                       0.473 0.636424
## z.diff.lag33 0.029127
                            0.085345
                                       0.341 0.733173
## z.diff.lag34 -0.124188
                            0.085098
                                      -1.459 0.145699
## z.diff.lag35 0.119185
                            0.083940
                                       1.420 0.156863
## z.diff.lag36 -0.280692
                            0.078699
                                      -3.567 0.000432 ***
##
## Signif. codes:
                           0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02265 on 255 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.4791, Adjusted R-squared: 0.4035
## F-statistic: 6.338 on 37 and 255 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -1.552
##
## Critical values for test statistics:
##
         1pct 5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

Questo test ci conferma che la serie presenta radice unitaria, quindi la sua non stazionarietà è dovuta a un trend stocastico. Procediamo allora a una seconda differenziazione della serie, la quale, a differenza della precedente è di ordine 1, poichè riferita alla componente non stagionale.



L'andamento della serie sembra essere stazionario, ma ci serviamo sempre del test KPSS per convalidare questa affermazione.

```
## [1] 0
```

Il test conferma la stazionarietà della serie differenziata. Verifichiamo se il test ADF fornisce lo stesso risultato.

```
## [1] -0.0003687125
```

La media è molto prossima a 0, quindi utilizziamo l'ipotesi alternativa senza trend ne intercetta.

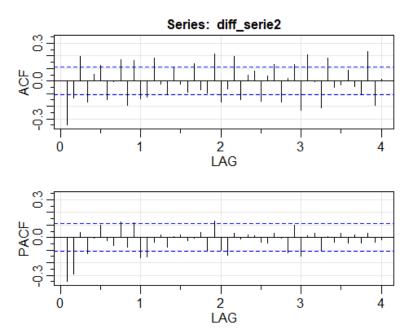
```
## Test regression none
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##
                    10
                          Median
                                        3Q
        Min
                                                 Max
## -0.173547 -0.011163 -0.000115 0.010190 0.062208
##
## Coefficients:
##
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1
                            0.86122
                                    -3.776 0.000198 ***
                -3.25203
## z.diff.lag1
                1.90895
                            0.85249
                                      2.239 0.026005 *
## z.diff.lag2
                            0.84058
                                      1.980 0.048748 *
                1.66461
## z.diff.lag3
                            0.82034
                                      2.099 0.036795 *
                1.72197
## z.diff.lag4
                1.75957
                            0.80195
                                      2.194 0.029134 *
                                     2.320 0.021113 *
## z.diff.lag5
                            0.78288
                1.81658
## z.diff.lag6
                1.84160
                            0.76362
                                    2.412 0.016589 *
## z.diff.lag7
                1.87148
                            0.74528
                                      2.511 0.012656 *
                                      2.501 0.013029 *
## z.diff.lag8
                            0.72798
                1.82040
                            0.71023
## z.diff.lag9
                1.91177
                                      2.692 0.007580 **
## z.diff.lag10 1.91983
                            0.69304
                                      2.770 0.006017 **
## z.diff.lag11 1.91905
                            0.67321
                                      2.851 0.004722 **
## z.diff.lag12 1.26067
                            0.65271
                                      1.931 0.054541 .
## z.diff.lag13 0.97676
                            0.63329
                                      1.542 0.124230
## z.diff.lag14 0.93175
                            0.61941
                                     1.504 0.133758
## z.diff.lag15 1.03297
                            0.60103
                                     1.719 0.086894 .
## z.diff.lag16 1.12677
                            0.58197
                                     1.936 0.053960 .
## z.diff.lag17 1.11687
                            0.56071
                                      1.992 0.047451 *
## z.diff.lag18 1.04890
                            0.53793
                                      1.950 0.052293
## z.diff.lag19 1.09227
                            0.51476
                                      2.122 0.034815 *
                                      2.265 0.024373 *
## z.diff.lag20 1.11381
                            0.49181
## z.diff.lag21 1.18607
                            0.46760
                                      2.537 0.011796 *
## z.diff.lag22 1.13996
                            0.44353
                                      2.570 0.010735 *
## z.diff.lag23 1.18346
                            0.41486
                                     2.853 0.004693 **
## z.diff.lag24 0.68138
                            0.38644
                                     1.763 0.079064 .
## z.diff.lag25 0.39469
                            0.36330
                                     1.086 0.278331
## z.diff.lag26 0.41938
                            0.35209
                                      1.191 0.234713
## z.diff.lag27 0.52042
                            0.33842
                                      1.538 0.125350
## z.diff.lag28 0.60394
                                      1.861 0.063865
                            0.32448
## z.diff.lag29 0.60541
                            0.30720
                                      1.971 0.049838 *
## z.diff.lag30 0.50317
                            0.28863
                                      1.743 0.082495
## z.diff.lag31 0.47683
                            0.26735
                                      1.784 0.075691
## z.diff.lag32 0.51891
                            0.24441
                                      2.123 0.034708 *
## z.diff.lag33 0.53692
                                    2.481 0.013768 *
                            0.21646
## z.diff.lag34 0.40148
                            0.18302
                                      2.194 0.029168 *
## z.diff.lag35 0.47027
                                      3.460 0.000634 ***
                            0.13592
## z.diff.lag36 0.13039
                            0.08065
                                      1.617 0.107167
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 0.02257 on 254 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.8021, Adjusted R-squared: 0.7733
## F-statistic: 27.82 on 37 and 254 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -3.7761
```

```
##
## Critical values for test statistics:
## 1pct 5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

La statistica test tau (-3.7761) è inferiore alle tavole di riferimento (-1.95), abbiamo sufficienti evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla, quindi la serie è stazionaria.

Modelli

Esaminiamo la presenza di lag significativi per le componenti AR e MA.



Gli spike nei valori unitari sono relativi alla componente stagionale, questa presenta 2 lag rilevanti nel grafico ACF e 1 nel grafico PACF. Proponiamo dunque come componenti AR(1) e MA(2). Gli spike tra unità riguardano invece la componente non stagionale. Notiamo 2 lag significativi nel grafico PACF e 3 nel grafico ACF quindi suggeriamo per questa componente un modello ARMA(2,3). Il modello proposto è il seguente: (1,0,2)(2,0,3). Come modello alternativo utilizziamo quello suggerito dalla funzione autoarima.

```
## Series: diff serie2
  ARIMA(2,0,1)(0,0,2)[12] with zero mean
##
##
##
   Coefficients:
##
             ar1
                       ar2
                                ma1
                                         sma1
                                                  sma2
##
         -0.7795
                   -0.4457
                            0.3300
                                     -0.5792
                                               -0.1643
## s.e.
          0.1313
                    0.0639
                            0.1359
                                      0.0703
                                                0.0664
##
## sigma^2 estimated as 0.0005207:
                                      log likelihood=772.52
   AIC=-1533.04
                   AICc=-1532.78
                                    BIC=-1510.28
```

La funzione auto.arima offre un modello ARIMA(2,0,1)(0,0,2)[12] with zero mean. Notiamo che i coefficienti riguardanti la stazionarietà sono in accordo con il modello competitivo proposto, mentre i coefficienti ARMA risultano essere più contenuti.

Ripetiamo l'operazione sulla serie di partenza.

```
## Series: log serie
##
  ARIMA(2,1,1)(0,1,2)[12]
##
  Coefficients:
##
##
             ar1
                       ar2
                               ma1
                                        sma1
                                                 sma2
##
         -0.7794
                   -0.4457
                            0.3300
                                     -0.5792
                                              -0.1643
##
          0.1313
                    0.0639
                            0.1359
                                      0.0703
                                               0.0664
##
## sigma^2 estimated as 0.0005265:
                                      log likelihood=772.52
## AIC=-1533.04
                   AICc=-1532.78
                                    BIC=-1510.28
```

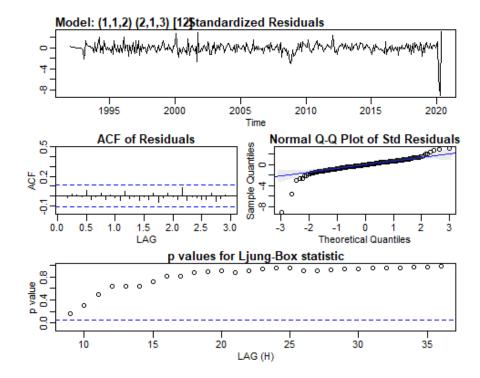
In questa occasione viene proposto il modello ARIMA(2,1,1)(0,1,2)[12] sulla serie iniziale. Rispetto al precedente, questo modello presenta i medesimi coefficienti ARMA, l'unica variazione concerne i coefficienti di stazionarietà.

Scelta del modello

A questo punto confrontiamo i due modelli competitivi, verificando parallelamente che le assunzioni sui residui vengano rispettate.

modello1:

```
## Series: log_serie
##
  ARIMA(1,1,2)(2,1,3)[12]
##
##
  Coefficients:
##
             ar1
                      ma1
                                ma2
                                       sar1
                                                 sar2
                                                           sma1
                                                                   sma2
                                                                             sma3
         -0.4008
                   0.0631
                            -0.3162
                                     0.9248
                                              -0.9907
                                                        -1.6444
                                                                 1.6003
                                                                          -0.6459
##
          0.2330
                   0.2193
                            0.0838
                                     0.0248
                                               0.0242
                                                        0.0946
                                                                 0.2129
                                                                           0.1279
##
   s.e.
##
## sigma^2 estimated as 0.0004318:
                                      log likelihood=791.73
## AIC=-1565.45
                   AICc=-1564.89
                                    BIC=-1531.31
```

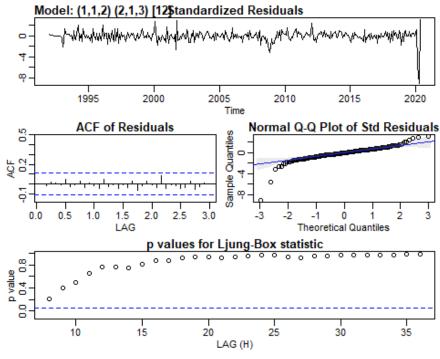


```
## Coefficients:
##
             ar1
                     ma1
                               ma2
                                      sar1
                                                sar2
                                                         sma1
                                                                  sma2
                                                                           sma3
##
                                    0.9248
                                             -0.9907
                                                      -1.6444
                                                               1.6003
         -0.4008
                  0.0631
                           -0.3162
                                                                        -0.6459
## s.e.
          0.2330
                  0.2193
                            0.0838
                                    0.0248
                                              0.0242
                                                       0.0946
                                                               0.2129
                                                                         0.1279
##
## sigma^2 estimated as 0.0004155:
                                     log likelihood = 791.73,
                                                                aic = -1565.45
##
## $degrees_of_freedom
## [1] 320
##
## $ttable
##
                         t.value p.value
        Estimate
                     SE
## ar1
         -0.4008 0.2330
                          -1.7200
                                  0.0864
## ma1
                           0.2877
          0.0631 0.2193
                                   0.7738
## ma2
         -0.3162 0.0838
                          -3.7755
                                   0.0002
## sar1
          0.9248 0.0248
                          37.3378
                                   0.0000
        -0.9907 0.0242 -40.9407
                                   0.0000
## sar2
        -1.6444 0.0946 -17.3734
                                   0.0000
## sma1
                          7.5166
## sma2
          1.6003 0.2129
                                   0.0000
## sma3 -0.6459 0.1279
                         -5.0502
                                   0.0000
##
## $AIC
## [1] -4.61785
##
## $AICc
## [1] -4.616563
##
## $BIC
## [1] -4.517151
   Box-Ljung test
##
##
## data: mod1$residuals
## X-squared = 14.514, df = 36, p-value = 0.9995
```

Dal test Ljung-Box notiamo che tutti i p-value associati ai residui sono maggiori della soglia 0.05 e il p-value del test statistico è prossimo a 1. Tra i coefficienti *ma1* non risulta essere significativo, in quanto presenta un p-value pari a 0.7738, dunque lo rimuoviamo.

modello1b:

```
## Series: log serie
##
  ARIMA(1,1,2)(2,1,3)[12]
##
## Coefficients:
##
             ar1 ma1
                                    sar1
                                             sar2
                                                      sma1
                                                               sma2
                                                                        sma3
                            ma2
##
         -0.3363
                    0
                        -0.2973
                                 0.9243
                                          -0.9916
                                                   -1.6474
                                                             1.6070
                                                                     -0.6513
          0.0564
                         0.0586
                                 0.0244
                                           0.0250
## s.e.
                    0
                                                    0.1008
                                                             0.2363
                                                                      0.1414
##
## sigma^2 estimated as 0.0004289: log likelihood=791.69
## AIC=-1567.38 AICc=-1566.93
                                   BIC=-1537.04
```

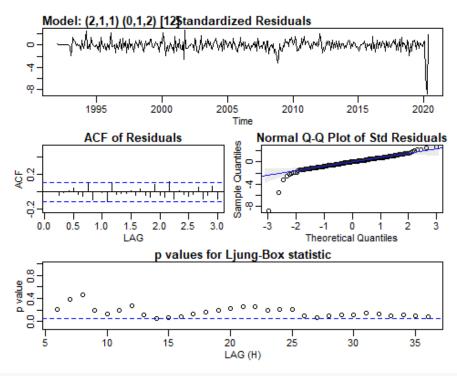


```
## Coefficients:
##
             ar1
                  ma1
                           ma2
                                   sar1
                                            sar2
                                                     sma1
                                                              sma2
##
         -0.3363
                    0
                       -0.2976
                               0.9236
                                         -0.9895
                                                  -1.6421
                                                           1.5905
                                                                   -0.6412
                        0.0586
## s.e.
          0.0563
                    0
                                0.0237
                                          0.0164
                                                   0.0773
                                                           0.1421
                                                                     0.0880
##
## sigma^2 estimated as 0.0004171: log likelihood = 791.69, aic = -1567.38
##
## $degrees_of_freedom
## [1] 321
##
## $ttable
##
        Estimate
                     SE t.value p.value
## ar1
         -0.3363 0.0563
                         -5.9681
                                        0
         -0.2976 0.0586
                         -5.0806
                                        0
## ma2
                                        0
          0.9236 0.0237
                         39.0499
## sar1
## sar2
         -0.9895 0.0164 -60.3125
                                        0
## sma1
        -1.6421 0.0773 -21.2483
                                        0
                                        0
## sma2
          1.5905 0.1421 11.1894
## sma3
        -0.6412 0.0880 -7.2884
                                        0
##
## $AIC
## [1] -4.623535
##
## $AICc
## [1] -4.622537
##
## $BIC
## [1] -4.534025
##
    Box-Ljung test
##
## data: mod1b$residuals
## X-squared = 14.532, df = 36, p-value = 0.9994
```

Dal grafico ACF non sono presenti shock oltre la soglia e i p-value associati ai parametri del modello indicano che sono tutti significativi.

modello2:

```
## Series: log_serie
  ARIMA(2,1,1)(0,1,2)[12]
##
## Coefficients:
##
             ar1
                      ar2
                              ma1
                                       sma1
                                                sma2
         -0.7794
                                    -0.5792
##
                  -0.4457
                           0.3300
                                             -0.1643
          0.1313
                   0.0639
                           0.1359
                                     0.0703
                                              0.0664
## s.e.
##
## sigma^2 estimated as 0.0005265: log likelihood=772.52
## AIC=-1533.04
                AICc=-1532.78
                                  BIC=-1510.28
```



```
## Coefficients:
##
                               ma1
                                       sma1
                                                sma2
##
         -0.7794
                  -0.4457
                           0.3300
                                   -0.5792
                                             -0.1643
## s.e.
          0.1313
                   0.0639
                           0.1359
                                    0.0703
                                              0.0664
##
## sigma^2 estimated as 0.0005128: log likelihood = 772.52, aic = -1533.04
##
## $degrees_of_freedom
##
  [1] 323
##
  $ttable
##
##
        Estimate
                     SE t.value p.value
         -0.7794 0.1313 -5.9353 0.0000
## ar1
        -0.4457 0.0639 -6.9796
##
  ar2
                                 0.0000
          0.3300 0.1359 2.4277
## ma1
                                 0.0157
## sma1 -0.5792 0.0703 -8.2426
## sma2 -0.1643 0.0664 -2.4720
                                 0.0140
##
## $AIC
## [1] -4.522246
```

```
##
## $AICc
## [1] -4.521714
##
## $BIC
## [1] -4.455113

## Box-Ljung test
##
## data: mod2$residuals
## X-squared = 42.721, df = 36, p-value = 0.2047
```

I p-value associati alle stime del modello sono anche in questo caso tutti significativi. Inoltre, il test Ljung-Box di un lag è leggermente sotto la soglia, sintomo di lieve autocorrelazione. Il p-value del test Ljiung-Box risulta superiore alla soglia 0.05 (0.2047), quindi possiamo concludere che le autocorrelazioni degli errori non sono significative. Anche il grafico ACF presenta uno shock leggermente oltre la soglia considerata.

Confrontiamo i due modelli competitivi (modello1b e modello2) tramite le statistiche AIC e BIC:

-modello1b

AIC -4.623535

BIC -4.534025

-modello2

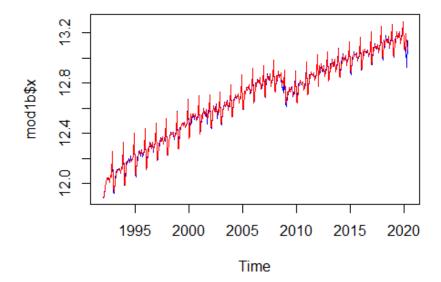
AIC -4.522246

BIC -4.455113

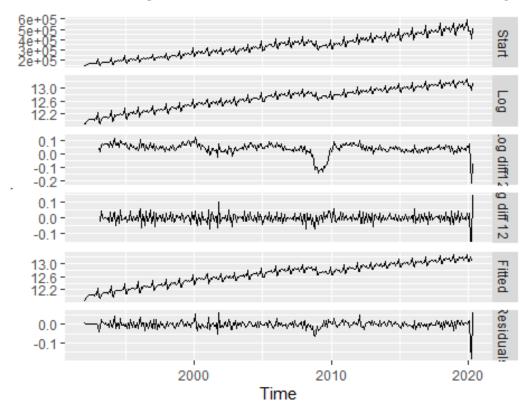
Il modello prescelto è il primo ((1,1,2) (2,1,3)[12]), poichè presenta valori inferiori per le statistiche considerate.

Valutazioni grafiche

Valutiamo graficamente l'andamento del modello proposto rispetto alla serie di partenza.

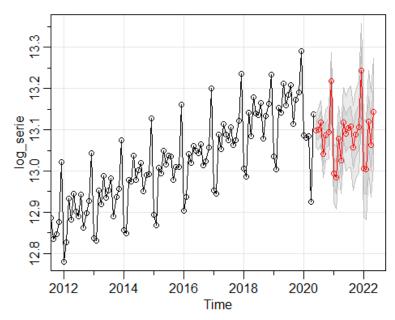


Il modello si sovrappone alla serie storica osservata, quindi ci riteniamo soddisfatti. Vogliamo riassumere l'evoluzione del nostro percorso di modellazione della serie storica con il seguente grafico.



Forecast

Per concludere valutiamo le previsioni del modello per i 24 mesi successivi a Maggio 2020.



Il forecast della serie risente della caduta di vendite nella prima parte del 2020 e per questo notiamo un andamento crescente ma di intensità inferiore rispetto agli anni precedenti.