2020年春季学期哈工大《微积分》期中自测题

（试卷说明：此试卷满分30分，用于对二重积分之前知识点的检验，附答案。）

一、填空题（每小题1分，共4小题，满分4分）

1. 已知$\dfrac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$为某函数的全微分，则$a=$____________;

2. $\sigma:0\le x\le\pi,\quad 0\le y\le\pi$，则$\iint\limits_{\sigma}|\cos(x+y)|\,d\sigma=$________________;

3. $\lim\limits_{t\to0^+}\dfrac{1}{t^6}\int_0^t dx\int_x^t \sin(xy)^2dy=$ ________________；

4. 若函数$f(x)$满足方程$f''(x)-f'(x)-2f(x)=0$及$f''(x)+f(x)=2e^{-x}$，则$f(x)=$ _________ 。

二、选择题（每小题2分，共4小题，满分8分）

（每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1．曲线$x=t^{\frac{1}{3}},\ y=t^{\frac{2}{3}},\ z=t$在$P(0,0,0)$处（　　）

（A）存在法平面$x=0$；　　（C）存在法平面$z=0$；

（B）存在法平面$y=0$；　　（D）不存在法平面.

2. 设$f(x,y)=|x-y|g(x,y)$，其中$g(x,y)$在点$(0,0)$处连续，且$g(0,0)=0$，

则（　　）.

（A）$f(x,y)$在点$(0,0)$处偏导数存在，但不连续；

（B）$f(x,y)$在点$(0,0)$处连续，但偏导数不存在；

（C）$f(x,y)$在点$(0,0)$处偏导数存在，但不可微；

（D）$f(x,y)$在点$(0,0)$处可微.

3. 设 $f(x,y)$ 在区域 D 内连续，$I=\iint\limits_D f(x,y)d\sigma$，$D_1$ 为 D 在第一象限部分且 $D_1=\frac{1}{4}D$，则使 $I=4\iint\limits_{D_1} f(x,y)d\sigma$ 成立的条件是（　　）.

（A） $f(x,y)$ 及 D 均关于原点对称；

（B） D 关于 x,y 轴对称， $f(x,y)$ 关于原点对称；

（C） D 关于原点对称， $f(x,y)$ 关于 x,y 轴对称；

（D） D 和 $f(x,y)$ 均关于 x,y 轴对称.

4. 平面区域 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2\le 1\}$，并设 $M=\iint\limits_D (x+y)^3 dxdy$，

$N=\iint\limits_D \cos^2 x\cos^2 ydxdy$， $P=\iint\limits_D [e^{-(x^2+y^2)}-1]dxdy$，则有（　　）.

（A） $M>N>P$；　　（B） $N>M>P$；

（C） $M>P>N$；　　（D） $N>P>M$.

三. 已知 $z=f(u)$, 且 $u=\psi(u)+\int_y^x p(t)dt$, 其中 $z(u)$ 可微 $\psi'(u)$ 连续且 $\psi'(u)\ne 1$， $p(t)$ 连续，计算 $p(y)\frac{\partial z}{\partial x}+p(x)\frac{\partial z}{\partial y}$ **（5 分）**

四. 计算：$\iint\limits_D \max(y,x^2)d\sigma$，其中 $D=\left\{(x,y)\big|-1\le x\le 1,0\le y\le 1\right\}$ **（5 分）**

五. 设 $\varphi(x)=e^x-\int_0^x (x-u)\varphi(u)du$，其中 $\varphi(x)$ 为连续函数，求 $\varphi(x)$.**（4 分）**

六、设函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上有连续的二阶函数 $f(1)=0,\ f'(1)=1$，且二元函数 $z=(x^2+y^2)f(x^2+y^2)$ 满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$. 求 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上最大值. **（4 分）**