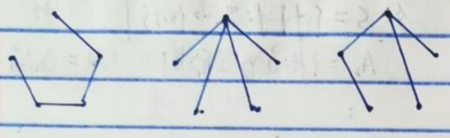
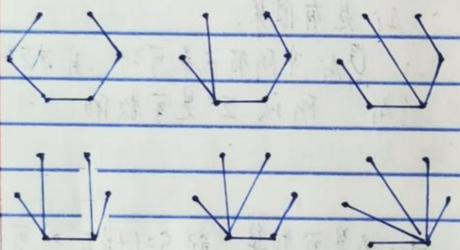
第七章作业

1. 四个顶点

五个顶点



六个顶点



2. T是一个非平凡树

∵T中无圈

即T中每个圈路都是空的，即圈长为偶数

∴T是偶图

3. 设G是(p,q)图，假设有t个叶子，

则剩余$p-t$个顶点度数都大于等于2，

且至少有一个顶点度数大于等于k，

∴ $2q = \sum_{v\in V} deg(v)$

$\geq t + (p-t-1)\times 2 + k$

$= 2p - t - 2 + k$.

∵G是树 $\Rightarrow 2q = 2p-2$.

∴ $2p-2 \geq 2p-2-t+k$

∴ $t \geq k$

∴至少有k个度数为1的顶点

4. 设每个支$T_1, T_2, \cdots T_k$

为$T_i=(p_i, q_i)$ 满足 $p_i = q_i+1$，$i=1,2,\cdots k$.

∴ $p = \sum_{1}^{k} p_i = p_1 + \cdots + p_k$

$= q_1 + \cdots q_k + k$

$= q + k$

∴G边数$q = p-k$.

6. 度数之和为 $2n+3n\times 2+3\times n = 11n \Rightarrow \frac{11}{2}n$条边

T为树 $\Rightarrow 6n$顶点 $\Rightarrow 6n-1$条边.

∴ $6n-1 = \frac{11}{2}n \Rightarrow n=2$.

∴有11条边，且12个顶点

7. 假设有t个度数为1顶点

度数之和为 $\sum_{i=2}^{k} n_i\times i + t \Rightarrow \frac{1}{2}(t+\sum_{i=2}^{k} n_i\times i)$条边.

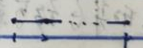
T为树 $\Rightarrow t+\sum_{i=2}^{k} n_i$个顶点 $\Rightarrow t-1+\sum_{i=2}^{k} n_i$条边

∴ $t-1+\sum_{i=2}^{k} n_i = \frac{1}{2}(t+\sum_{i=2}^{k} n_i\times i)$

∴ $2t-2+2\sum_{i=2}^{k} n_i = t+\sum_{i=2}^{k} n_i\times i$

∴ $t = 2+\sum_{i=2}^{k} n_i\times(i-2)$

即有 $2+\sum_{i=2}^{k} n_i\times(i-2)$个叶子

8 1.  最多$p-2$个割点

3. $G=(V,E)$是有一座桥的三次图.

G去掉该桥后得到两个支G_1、G_2.

其中G_1为(p_1,q_1)图.

∵G_1中除了一点，其余点度数为3.

∴$p_1 \geq 5$ （若p_1为4，则4个点度数都为3，不符）

同理，$p_2 \geq 5$ ∴至少有$p_1+p_2 \geq 10$个顶点

7. 有割点的连通图，不一定不是欧拉图

一定不是哈密顿图.

有桥的连通图，一定不是欧拉图和哈氏图