**例3**证明：恰有两个顶点度数为1的树必为一条通路。

**证：**设C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D0F.tmp.png是一棵具有两个顶点度数为1的C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D2F.tmp.png树，则C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D30.tmp.png且C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D31.tmp.png

C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D32.tmp.png。

又C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D33.tmp.png除两个顶点度数为1外，其他顶点度均大于等于2，故

C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D44.tmp.png，即

C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D45.tmp.png。

因此C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D46.tmp.png个分支点的度数都恰为2，即C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps1D47.tmp.png为一条通路。

23．设C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps2B0D.tmp.png是C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps2B1E.tmp.png个正整数，C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps2B1F.tmp.png，且C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps2B20.tmp.png。证明存在一棵顶点度数为C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wps2B21.tmp.png的树。

．**证：**对顶点C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF572.tmp.png进行归纳证明。

当C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF593.tmp.png时，C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF594.tmp.png，则C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF595.tmp.png，故以C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5A5.tmp.png为度数的树存在，即为一条边。

假设对任意C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5A6.tmp.png个正整数C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5A7.tmp.png，只要C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5A8.tmp.png，则存在一棵顶点度数为C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5A9.tmp.png的树。

对C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5BA.tmp.png个正整数C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5BB.tmp.png，有C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5BC.tmp.png，则C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5BD.tmp.png中必有一个数为1，必有一个数大于等于2；不妨设C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5BE.tmp.png，因此对C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5CE.tmp.png个正整数C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5CF.tmp.png，有C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5D0.tmp.png，故存在一棵顶点度数为C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E1.tmp.png的树C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E2.tmp.png。设C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E3.tmp.png中C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E4.tmp.png的度数为C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E5.tmp.png，在C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E6.tmp.png中增加一个顶点C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5E7.tmp.png及边C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5F8.tmp.png，得到一个图C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5F9.tmp.png，则C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5FA.tmp.png为树。又C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5FB.tmp.png的顶点度数为C:\Users\ADMINI~1\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsF5FC.tmp.png，故由归纳法知原命题成立。

3.某镇有1000人，每天他们中的每个人把昨天听到的消息告诉

他认识的人。已知任何消息，只要镇上有人知道，都会经这种方式逐渐地为全镇上所有人知道。试证：可选出90个居民代表使得只要同时向他们传达某一消息，经10天就会为全镇居民知道。

