

Informática II
Practica No. 6

Sesiones 1 y 2

Objetivos:

- Modelar e implementar objetos.
- Adquirir destreza en el modelamiento y simulación de sistemas físicos.
- Afianzar el desarrollo de aplicaciones usando interfaz gráfica.

Simulación de un sistema gravitacional

Es bastante común que un sistema físico no pueda ser resuelto analíticamente, usualmente debido al gran número de variables que lo afectan. Para el estudio de estos sistemas se recurre a herramientas de simulación, estas lo que hacen es calcular el estado del sistema después de un muy pequeño lapso de tiempo. Usan como base el estado actual y las ecuaciones que modelan el sistema.

Uno de estos sistemas es el de múltiples cuerpos que son afectados por el campo gravitacional de los demás, alterando su movimiento. Para simular el sistema se usan las ecuaciones básicas de movimiento y la ecuación de fuerza gravitacional.

Ecuaciones de movimiento:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{v}t + \vec{a}t^2/2 \quad y \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Estas ecuaciones son vectoriales y pueden ser expresadas como ecuaciones de componentes en el eje X y de componentes en el eje Y :

$$x = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad y = y_0 + v_y t + \frac{a_y t^2}{2},$$

$$v_x = v_{x0} + a_x t, \quad v_y = v_{y0} + a_y t.$$

Dónde:

x : posición en x del cuerpo, x_0 : posición inicial en x del cuerpo

y : posición en y del cuerpo, y_0 : posición inicial en y del cuerpo

v_x : velocidad en x del cuerpo, v_{x0} : velocidad inicial en x del cuerpo

v_y : velocidad en y del cuerpo, v_{y0} : velocidad inicial en y del cuerpo

a_x : aceleración en x del cuerpo, a_y : aceleración en y del cuerpo

t : tiempo transcurrido.

Para simular, los valores obtenidos en un estado se vuelven los valores iniciales del siguiente.
Fuerza gravitacional:

$$\vec{F}_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\vec{u}.$$

Con base en la expresión para la fuerza sobre un cuerpo de masa invariante:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Se puede llegar a la expresión para la aceleración gravitacional que sufre el cuerpo 1, la cual es causada por el cuerpo 2:

$$\vec{a}_1 = \frac{Gm_2}{r^2}\vec{u}.$$

Esta ecuación también se puede representar como ecuaciones en componentes del eje X y componentes del eje Y:

$$a_{x1} = \frac{Gm_2}{r^2}\cos(\theta_1) \quad y \quad a_{y1} = \frac{Gm_2}{r^2}\sin(\theta_1).$$

Dónde:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad : \text{ distancia entre los dos cuerpos.}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) \quad : \text{ ángulo del vector de dirección.}$$

$$G = 6.67384 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{Kg^2} \quad : \text{ constante de gravitación universal.}$$

m_2 : masa del cuerpo 2, a_{x1} y a_{y1} : aceleración en X y aceleración en Y del cuerpo 1.

La aceleración de un cuerpo cambia para cada estado del sistema y es la suma de las aceleraciones causadas por todos los demás cuerpos.

Ejemplos

1. El profesor realizará un sistema más sencillo, específicamente movimiento parabólico.
 - a. Modelado de cuerpos.
 - b. Implementación de ecuaciones basadas en diferencias de tiempo.
 - c. Actualización de las posiciones.

Ejercicio

Con base en la información de esta guía, escriba un programa orientado a objetos para hacer la simulación de un sistema con varios cuerpos. El programa debe escribir un archivo con columnas separadas por tabulación, en el que la primera columna contiene la posición en X del cuerpo 1, la siguiente la posición en Y del cuerpo 1, la siguiente la posición en X del cuerpo 2 y así sucesivamente.

Pruebe el programa con los siguientes sistemas gravitacionales:

Sistema 1						
Cuerpo	Posición X inicial	Posición Y inicial	Masa	Radio	Velocidad X inicial	Velocidad Y inicial
1	0	-7000	70	120	2	0
2	0	0	70000	300	0	0
3	4000	5000	25	100	-1.6	1.2

En la siguiente ilustración se puede observar el comportamiento esperado del sistema 1, una vez que se grafican todos los puntos de la trayectoria que siguen los cuerpos.

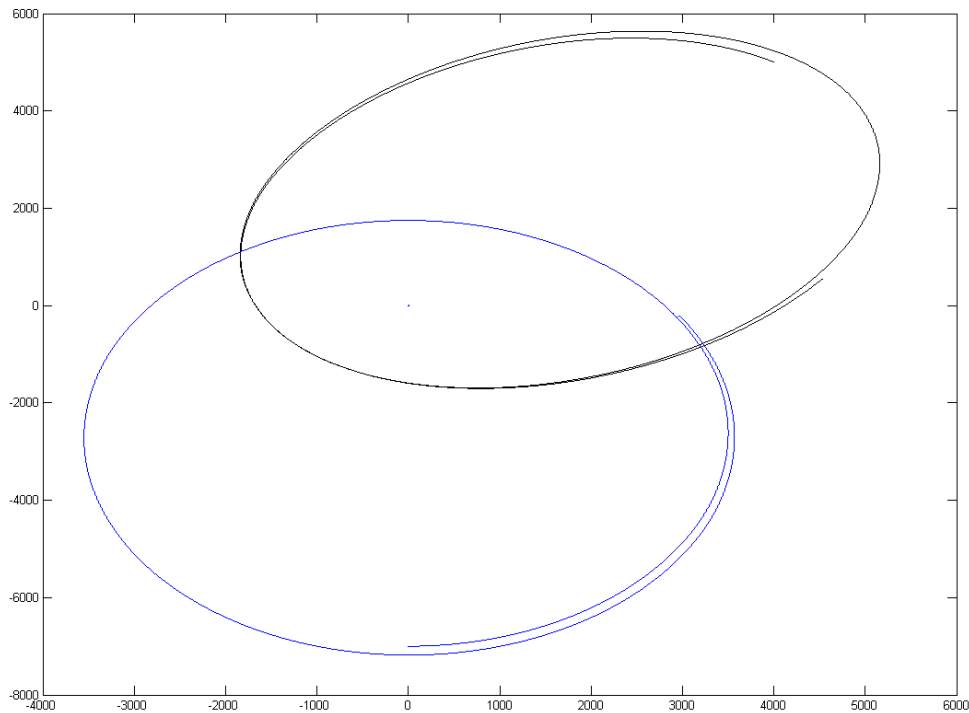


Ilustración 1. Trayectoria seguida por dos cuerpos.

Sistema 2						
Cuerpo	Posición X inicial	Posición Y inicial	Masa	Radio	Velocidad X inicial	Velocidad Y inicial
1	0	0	50000	200	0	0
2	-5000	0	70	70	0	-2
3	5000	0	70	70	0	2
4	0	-5000	70	70	2	0
5	0	5000	70	70	-2	0

En la siguiente ilustración se puede observar el comportamiento esperado del sistema 1, una vez que se grafican todos los puntos de la trayectoria que siguen los cuerpos.

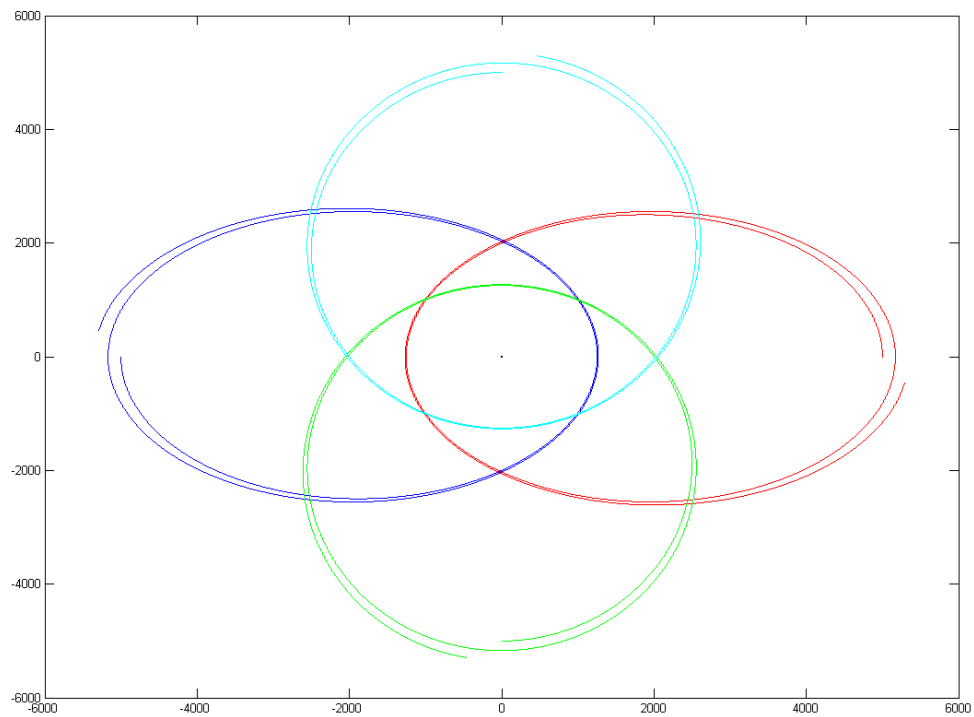


Ilustración 2. Trayectoria seguida por cuatro cuerpos tomando como referencia el punto central.

Una implementación completa usando interfaz gráfica se presenta a continuación:

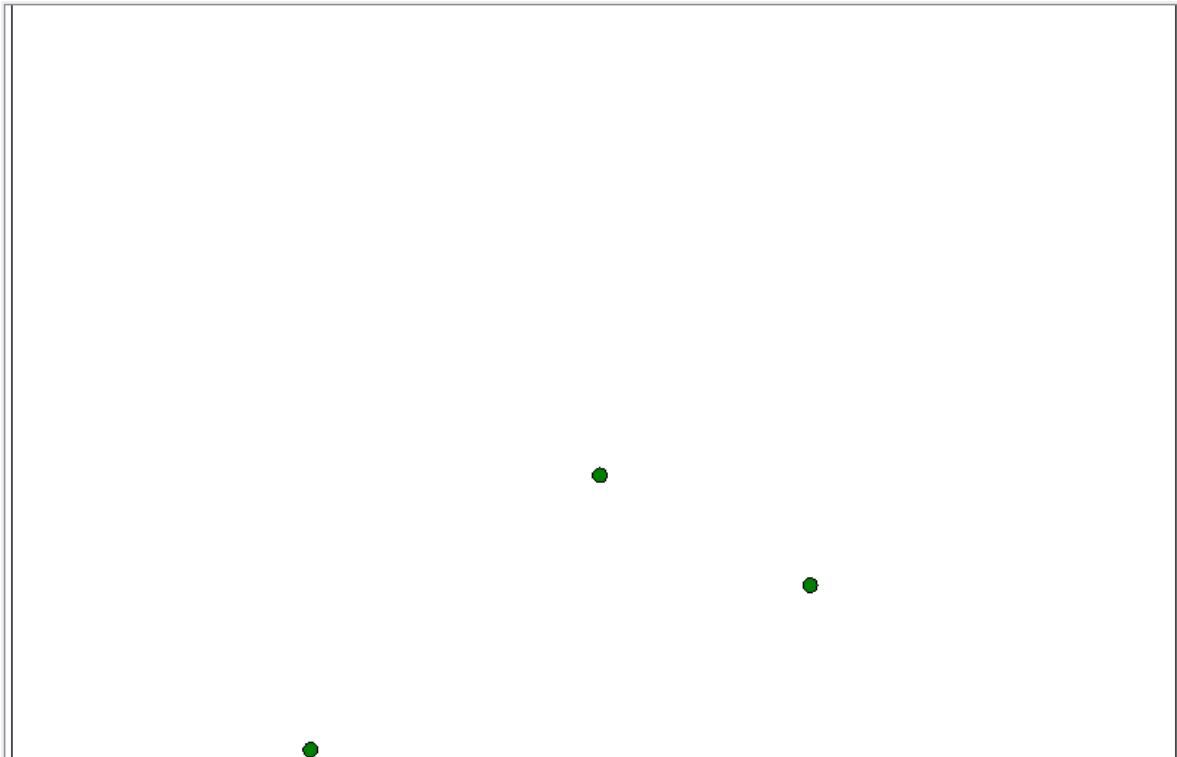


Ilustración 3. Sistema gravitacional con tres cuerpos.

Se puede tomar como referencia para el desarrollo de la aplicación, el nivel 1 del juego Orbit (disponible en Google Play) como se presenta en el siguiente video.

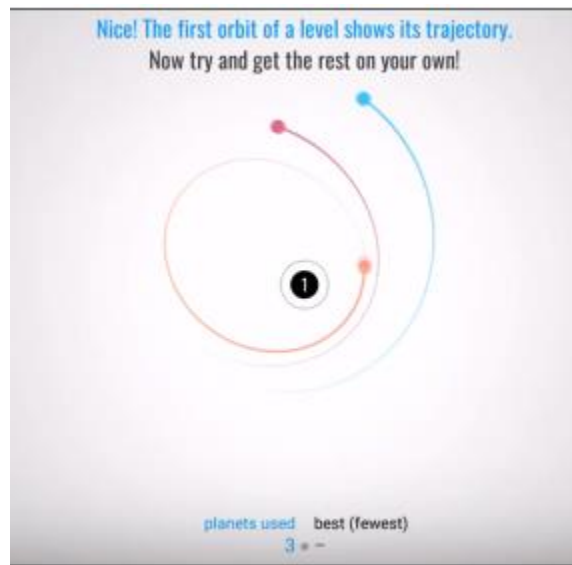


Ilustración 4. Imagen tomada del video: <https://www.youtube.com/watch?v=E0DwD1pyeok>

Nota: Para facilitar los cálculos se tomaron $G=1$ y $\Delta t=1$. Puede usar los archivos ej1.txt y ej2.txt para comparar resultados. Estos contienen los primeros 10000 puntos de la simulación de cada sistema.

Nota: Se sugiere el uso de las librerías `QGraphicsScene` y `QGraphicsItem` para realizar la simulación, y de un `QGraphicsView` para observarla.

Esta guía fue desarrollada por Miguel Montoya Rendón bajo la supervisión de Augusto Salazar.