Tarea 2

Saturday, July 18, 2020 7:16 PM

Problema 1

Sea $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$, $e_t \sim iid(0,1)$

a)

$$E(X_t) = \beta_0 + \beta_1 t$$

$$Var(X_t) = 1$$

b)

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$$

$$= \cancel{\beta_0} + \beta_1 t + e_t - \cancel{\beta_0} - \beta_1(t-1) - e_{t-1}$$

$$= \beta_1 + (e_t - e_{t-1})$$

$$= \beta_1 + \Delta e_t$$

c) ΔX_t es un proceso MA(1) cuya raíz es 1 por lo que NO será posible convertir MA(1) en AR(∞)

Problema 2

Sea $x_t = e_t$, $e_t \sim iid\ N(0,1)$

a)

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$$

$$= e_t - e_{t-1}$$

$$Var(\Delta X_t) = Var(e_t - e_{t-1})$$

$$= Var(e_t) + Var(e_{t-1})$$

$$= 2$$

$$\Rightarrow Var(\Delta X_t) = 2 > Var(X_t) = 1$$

b)

Para ΔX_t

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{Cov(\Delta X_t, \Delta X_{t-1})}{Var(\Delta X_t)}$$

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{Cov(e_t - e_{t-1}, e_{t-1} - e_{t-2})}{Var(\Delta X_t)}$$

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{\overset{0}{\cancel{Cov(e_t, e_{t-1})}} - \overset{Var(e_{t-1}) = V(e_t) = 1}{\cancel{Cov(e_{t-1}, e_{t-1})}} - \overset{0}{\cancel{Cov(e_t, e_{t-2})}} + \overset{0}{\cancel{Cov(e_{t-1}, e_{t-2})}}}{\underset{2}{\cancel{Var(\Delta X_t)}}}$$

$$\tilde{\rho}_1 = 1/2$$

Para X_t

$$\hat{\rho}_1 = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)}$$

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\overset{0}{\cancel{Cov(e_t, e_{t-1})}}}{Var(X_t)} \quad \text{pues } e_t \sim iid$$

$$\hat{\rho}_1 = 0$$

El diferenciar una serie estacionaria introdujo [illegible] cuando

El diferenciar una serie estacionaria en mayor correlación entre las observaciones, cuando no la había dado que $x_t = e_t$.

Problema 3

i) $Z_t = Z_{t-1} + t + e_t$

1) Diferenciar para eliminar la tend. estocástica

$$\Delta Z_t = t + e_t$$

2) Regresar ΔZ_t vs t

los residuos de esa regresión es la parte de Z_t que no tiene tend. determinística.

ii) $Y_t = 1.1\, Y_{t-1} + e_t$

1) Diferenciar la serie.

$$\Delta Y_t = 0.1\, Y_{t-1} + e_t$$

En este caso por ej si $Y_t \equiv \ln(PIB)$

ΔY_t sería la tasa de crecimiento.

Por lo que la ecuación $\Delta Y_t = 0.1 Y_{t-1} + e_t$ modela la tasa de crecimiento del PIB en el periodo t con base en el nivel del PIB en $t-1$