Tarea 2

Saturday, July 18, 2020 7:16 PM

Problema 1

Sea $x_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$, $e_t \sim iid(0,1)$

a)

$E(x_t) = \beta_0 + \beta_1 t$

$Var(x_t) = 1$

b) $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$

$= \cancel{\beta_0} + \beta_1 t + e_t - \cancel{\beta_0} - \beta_1(t-1) - e_{t-1}$

$= \beta_1 + (e_t - e_{t-1})$

$= \beta_1 + \Delta e_t$

c) Δx_t es un proceso MA(1) cuya raiz es 1 por lo que NO será posible convertir MA(1) en AR(∞)

Problema 2

Sea $x_t = e_t$, $e_t \sim iid\ N(0,1)$

a) $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$

$= e_t - e_{t-1}$

$$\operatorname{Var}(\Delta X_t) = \operatorname{Var}(e_t - e_{t-1})$$

$$= \operatorname{Var}(e_t) + \operatorname{Var}(e_{t-1})$$

$$= 2$$

$$\Rightarrow \operatorname{Var}(\Delta X_t) = 2 > \operatorname{Var}(X_t) = 1$$

b)

Para ΔX_t

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{\operatorname{Cov}(\Delta X_t, \Delta X_{t-1})}{\operatorname{Var}(\Delta X_t)}$$

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{\operatorname{Cov}(e_t - e_{t-1},\ e_{t-1} - e_{t-2})}{\operatorname{Var}(\Delta X_t)}$$

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{\overbrace{\cancel{\operatorname{Cov}(e_t, e_{t-1})}}^{0} - \overbrace{\cancel{\operatorname{Cov}(e_{t-1}, e_{t-1})}}^{\operatorname{Var}(e_{t-1}) = V(e_t) = 1} - \overbrace{\cancel{\operatorname{Cov}(e_t, e_{t-2})}}^{0} + \overbrace{\cancel{\operatorname{Cov}(e_{t-1}, e_{t-2})}}^{0}}{\underbrace{\cancel{\operatorname{Var}(\Delta X_t)}}_{2}}$$

$$\tilde{\rho}_1 = 1/2$$

Para X_t

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\operatorname{Cov}(X_t, X_{t-1})}{\operatorname{Var}(X_t)}$$

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\overbrace{\cancel{\operatorname{Cov}(e_t, e_{t-1})}}^{0}}{\operatorname{Var}(X_t)}$$ pues $e_t \sim iid$

$$\hat{\rho}_1 = 0$$

El diferenciar una serie estacionaria introdujo

[illegible] cuando

El diferenciar una serie estacionaria introduce correlación entre las observaciones, cuando no la había dado que $x_t = e_t$.

Problema 3

i) $z_t = z_{t-1} + t + e_t$

1) Diferenciar para eliminar la tend. estocástica.

$\Delta z_t = t + e_t$

2) Regresar Δz_t vs t

los residuos de esa regresión es la parte de z_t que no tiene tend. determinística.

ii) $y_t = 1.1\, y_{t-1} + e_t$

1) Diferenciar la serie.

$\Delta y_t = 0.1\, y_{t-1} + e_t$

En este caso por ej si $y_t \equiv \ln(PIB)$

Δy_t sería la tasa de crecimiento.

Por lo que la ecuación $\Delta y_t = 0.1 y_{t-1} + e_t$

modela la tasa de crecimiento del PIB en el periodo t con base en el nivel del PIB en $t-1$