Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
Profesor: Dr. Pablo Alvarado Moya
EL 5805 Procesamiento Digital de Señales
II Semestre 2023

Entrega: **5 de octubre, 2023**

Versión: 25 de septiembre de 2023

Carlos Andrés Mata Calderón -2019033834

Tarea 3: Filtrado en el tiempo

En esta tarea realizaremos procesamiento digital de señales en el tiempo. Debe utilizar la siguiente invitación al Github Classroom para iniciar su repositorio. Note que allí está una base de código similar a la proyecto 1, pero con la diferencia de que permite ejecutar archivos `.wav`.

El código construye un ejecutable llamado `tarea3`, que puede utilizar con

```
> tarea3 -f audio1.wav audio2.wav audio3.wav
```

Una vez que se han ejecutado esos archivos, se reactiva el modo de captura de micrófono. Con la tecla `r` (de *replay*) puede volver a ejecutar los archivos indicados en la línea de comando.

Para el diseño de filtros, debe plantear primero el diseño en GNU/Octave. Primero, a partir de la expresión de la función de transferencia en el dominio de la transformada z, debe graficar la respuesta en frecuencia como diagrama de Bode (escalas de frecuencia y de ganancia logarítmicas). Además, debe derivar la correspondiente ecuación de diferencias. La implementación de los filtros deben hacerse en C++ dentro del marco de trabajo contenido en el repositorio del Github Classroom. Ninguno de los filtros debe amplificar ninguna frecuencia; debe cumplirse entonces $\max(|H(\omega)|) = 1$.

Obsérvese que la implementación puede ser compartida entre los filtros, pues solo cambian los coeficientes en cada caso. Estos coeficientes pueden manejarse atributos de clase o como parámetros de plantilla, entre otras posibilidades.

1. Con el proyecto 1, determine un rango de frecuencias para su voz natural.

2. Diseñe un filtro paso-bajas de segundo orden, que suprima completamente la máxima frecuencia representable $F_s/2$, y que tenga como frecuencia de corte (esto es, frecuencia de potencia mitad) 1,25 veces la máxima frecuencia del formante de su voz. Use la tecla '`l`', de *low-pass filter*.

3. Diseñe un filtro muesca, de segundo orden, que elimine la frecuecia media del intervalo determinado por usted en el punto 1. Use la tecla '`m`'. Seleccione un rango interesante de supresión de banda relacionado con su propia voz.

4. Diseñe un filtro paso-banda, de segundo orden que cubra el rango de voz encontrado en el punto 1. Use la tecla '`b`', de *band-pass filter*.

5. Diseñe un filtro paso-altas, que tenga como frecuencia de corte, la frecuencia mínima determinada en el punto 1. Use la tecla '`h`'.

Esta tarea es individual.

Entregables:

1. Código GNU/Octave con el diseño de los filtros.
2. Código C++ con el diseño de los filtros.
3. Archivo PDF con las gráficas de respuesta en frecuencia de los filtros diseñados.
4. El desarrollo debe quedar documentado paso a paso en Git.

1. Obtener rango de mi voz

Se grabó un audio y se obtuvo la muestras de ese audio ($y[n]$)
↳ L: cantidad de muestras $y[n]$

Luego se realizó la transformada de fourier para analizar las frecuencias que tienen mi voz.

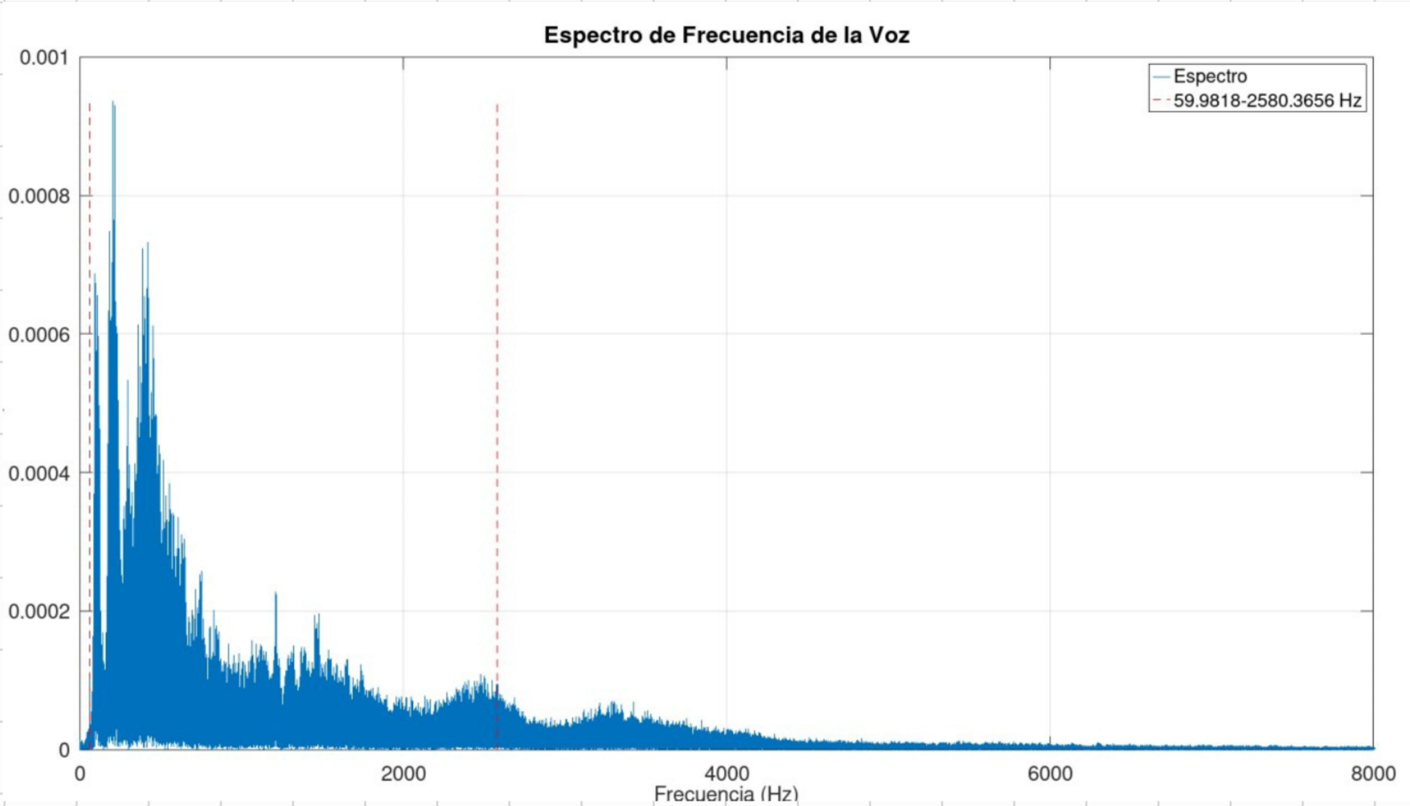
Primero se obtiene $Y(z)$ pero como mi voz es es puramente real $|Y(z)|$ tiene simetría par por lo que sólo analizo la mitad de $Y(z)$ ya que sino sería analizar 2 veces lo mismo.

Luego se genera las frecuencias f donde empieza 0 y finaliza en $L/2$. Pero se multiplica por F_s ya que vector de 0 a $L/2$ no representa frecuencias.

Se normaliza $Y(z)$ haciendo $P(z) = abs(Y(z)/L)$ esto con el fin de que si no se normaliza aunque tenga el mismo $Y(z)$ pero con más muestras la energía sería la misma pero si no normalizo esto no se cumple.

Pongo eliminar la frecuencias menore al máximo $P(z) * 0.1$ para eliminar frecuencias de puro ruido.

Entro el mínimo y el maximo de f y así obtuve el rango



Voz: 59.9818 Hz - 2580.3656 Hz

Filtro pasa bajo orden 2

2. De la especificacion se obtiene

$$|H(\omega_{Fs/2})| = 0 \Rightarrow z_1 = e^{j2\cdot\pi\cdot\frac{Fs}{2}\cdot\frac{1}{Fs}} = e^{j\pi Fs} = -1$$

num entero

$$|H(0)| = 1$$

$$|H(\omega_c)| = 1/\sqrt{2} \quad ; \quad \omega_c = 2\pi \cdot f_{max} \cdot 1.25 \cdot 1/Fs$$

factor de normalización

$$H(z) = \frac{b_0 \, (z - z_1)^2}{(z-p)^2}$$ Filtro pasa bajas de orden 2

$$|H(\omega)| = \frac{|b_0| \, |(e^{j\omega} - -1)|^2}{|(e^{j\omega} - p)|^2}$$

Como Filtro es real y la cantidad de polos diferentes es impar $p \in \mathbb{R} \Leftrightarrow r = |p|$

$$|H(\omega)| = \frac{|b_0| \, |(e^{j\omega} + 1)|^2}{|(e^{j\omega} - p)|^2}$$

$$|H(0)| = 1$$

$$1 = \frac{|b_0| \, (\cancel{e^{0}} + 1)^2}{|(\cancel{e^{0}} - p)|^2}$$

$$1 = \frac{|b_0| \, 2^2}{|(1-p)|^2}$$

$$|b_0| = \frac{|(1-p)|^2}{4} \quad (1)$$

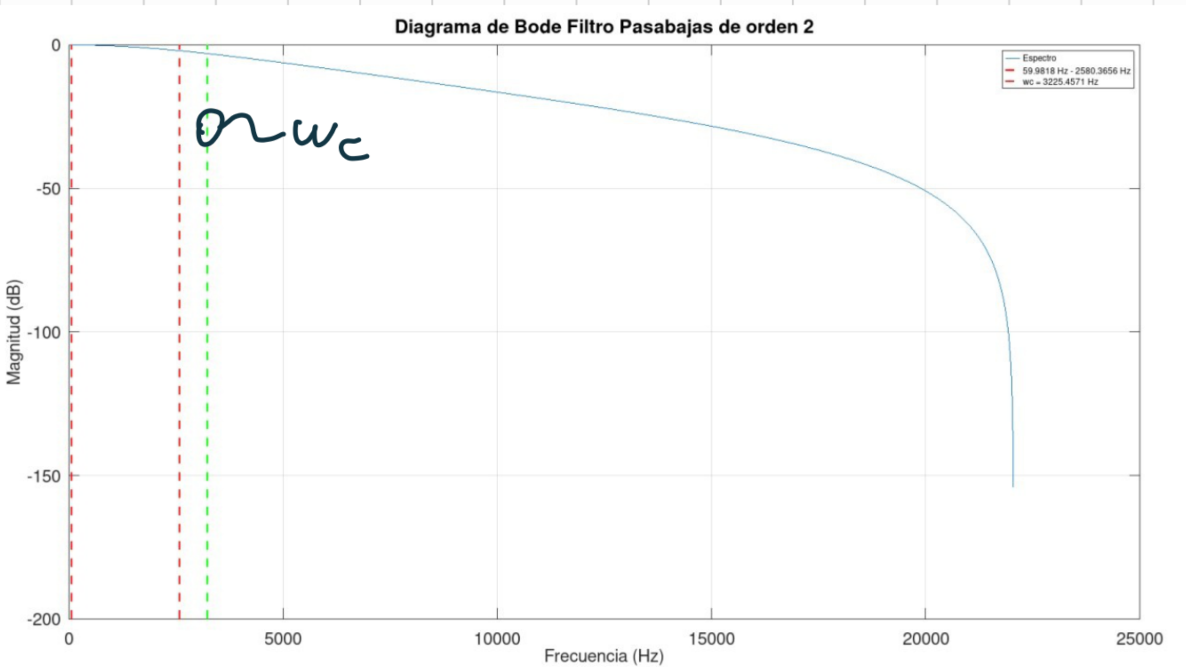
$$|H(w_c)| = 1/\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{b_0 \, |(e^{jw_c}+1)|^2}{|(e^{jw_c}-p)|^2} \quad (2)$$

Solucion en Octave

```
--------------------------------------------------------
Filtro Pasabajas de orden 2
Symbolic pkg v3.1.1: Python communication link active, SymPy v1.12.
Soluciones

p:
0.4669
b0:
0.071054
Coeficientes b:
   0.071054   0.142108   0.071054
Coeficientes a:
   1.0000  -0.9338   0.2180
```



$w_c = 3225.4571 \, Hz$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

$$Y(z) = -a_1 Y(z) z^{-1} - a_2 Y(z) z^{-2} + b_0 X(z) + b_1 X(z) z^{-1} + b_2 X(z) z^{-2}$$

$$y[n] = -a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] + b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2]$$

2. Filtro muesca o rechaza banda

$$H(z) = b_0 \frac{\left[(1-z^{-1}e^{j\omega_c})(1-z^{-1}e^{-j\omega_c})\right]}{\left[(1-z^{-1}re^{j\omega_c})(1-z^{-1}re^{-j\omega_c})\right]}$$

$$\to 1 - z^{-1}re^{j\omega_c} - z^{-1}re^{-j\omega_c} + r^2 z^{-2}$$

$$1 - rz^{-1}(e^{j\omega_c} + e^{-j\omega_c}) + r^2 z^{-2}$$

$$1 - rz^{-1}\cos\omega_0 + r^2 z^{-2}$$

Para la frecuencia de central se obtiene un

$$\omega_0 = 2\pi \cdot \frac{(f_{min} + f_{max})}{2} \cdot \frac{1}{F_S}$$

→ factor de normalización

$$\omega_{F_S/2} = \frac{F_S}{2} \cdot \underbrace{\frac{1}{F_S}}_{\text{factor de normalización}} \cdot 2\pi = \pi$$

$|H(0)| = |H(\pi)| = 1$ } no amplificación

$\omega = 0$

$$1 = |b_0| \frac{|(1 - 2\cos\omega_0 \cancel{e^{-j0}} + \cancel{e^{-j0\cdot 2}})|}{|(1 - 2r\cdot\cos\omega_0 \cancel{e^{-j0}} + r^2 \cancel{e^{-j0\cdot 2}})|}$$

$$H(z) = b_0 \frac{1 - 2\cos\omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos\omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

$$\frac{1}{b_0} = \frac{(1 - 2\cos\omega_0 + 1)}{(1 - 2r\cos\omega_0 + r^2)} \quad (1)$$

Los igualo

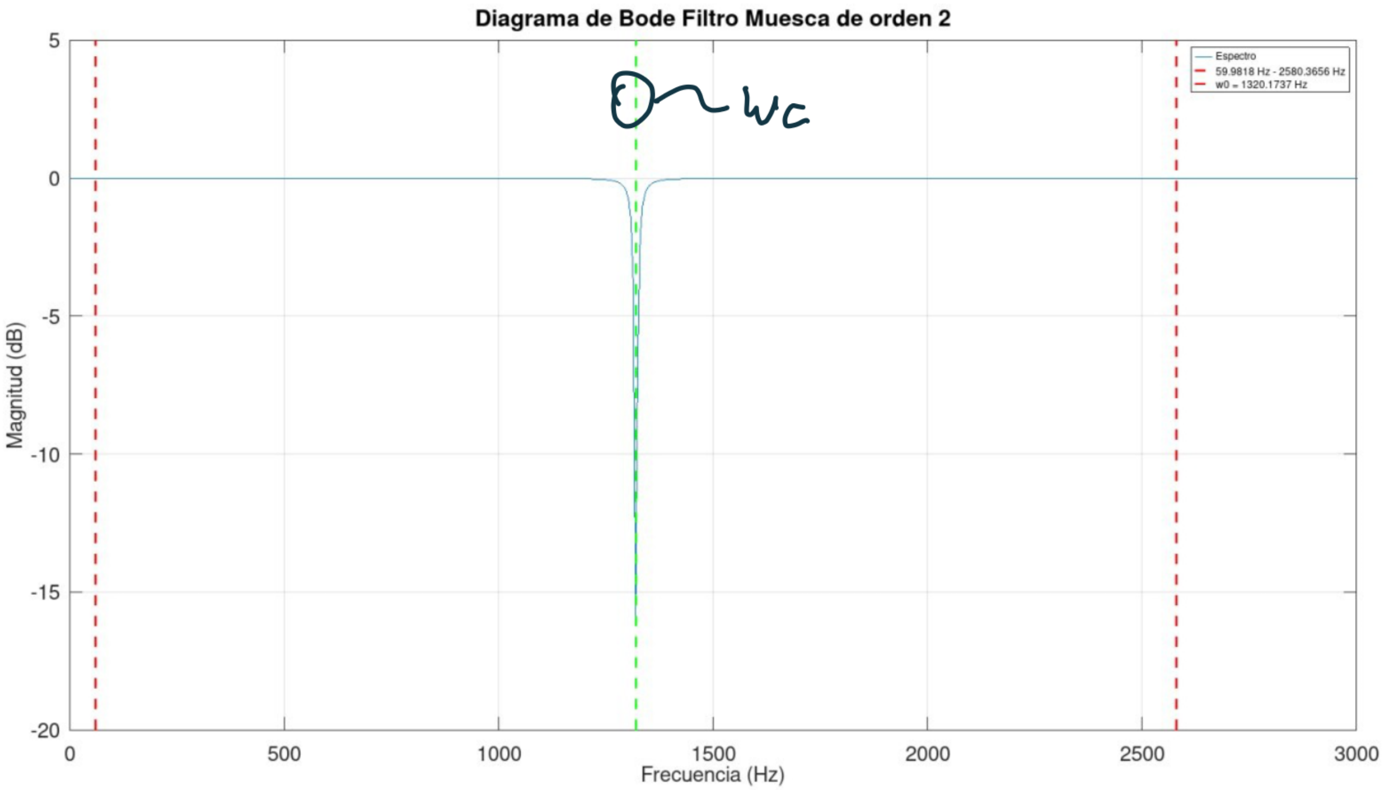
$\omega = \pi$

$$\frac{1}{b_0} = \frac{(1 + 2\cos\omega_0 + 1)}{(1 + 2r\cos\omega_0 + r^2)} \quad (2)$$

Octave

```
--------------------------------------------------------
Filtro Pasa Bandas de orden 2
Soluciones

r:
0.8946
Coeficientes b:
   0.1040         0  -0.1040
Coeficientes a:
   1.0000  -1.7577   0.8003
```



$w_0 = 1320.1737\,Hz$

3. Filtro Pasa Banda

$$H(z) = \frac{b_0 (z-z_1)(z-z_2)}{(z-p)(z-p^*)} = \frac{b_0 (1-z^{-1})(1+z^{-1})}{(1-2r\cos w_0 z^{-1} + r^2 z^{-2})}$$

$$|H(0)| = |H(\pi)| = 0 \quad z_1 = e^{j0} = 1, \quad z_2 = e^{j\pi} = -1$$

$$w_0 = \frac{(f_{min} + f_{max})}{2} \cdot \frac{2\pi}{Fs}$$

$$w_c = f_{max} \cdot 1.25 \ \frac{2\pi}{Fs}$$

$$b_0 = \frac{1}{\underbrace{\max |H(w_0)|}_{\text{Para normalizar la ganancia}}} = 1$$

$$|H(w_0)| = 1$$
$$|H(w_c)| = 1/\sqrt{2}$$

$w = 0$

$$1 = \frac{b_0 |(1-e^{-jw_0})| |(1+e^{-jw_0})|}{|(1 - 2r\cos w_0 e^{-jw_0} + r^2 e^{-j2w_0})|}$$

$$b_0 = \left| \frac{1-2r\cos w_0 e^{-jw_0} + r^2 e^{-j2w_0}}{1 + \cancel{e^{-jw_0}} - \cancel{e^{-jw_0}} - e^{-j2w_0}} \right|$$

$$b_0 = \left| \frac{1-2r\cos w_0 e^{-jw_0} + r^2 e^{-j2w_0}}{\underbrace{1 - e^{-j2w_0}}_{\text{templ}}} \right|$$

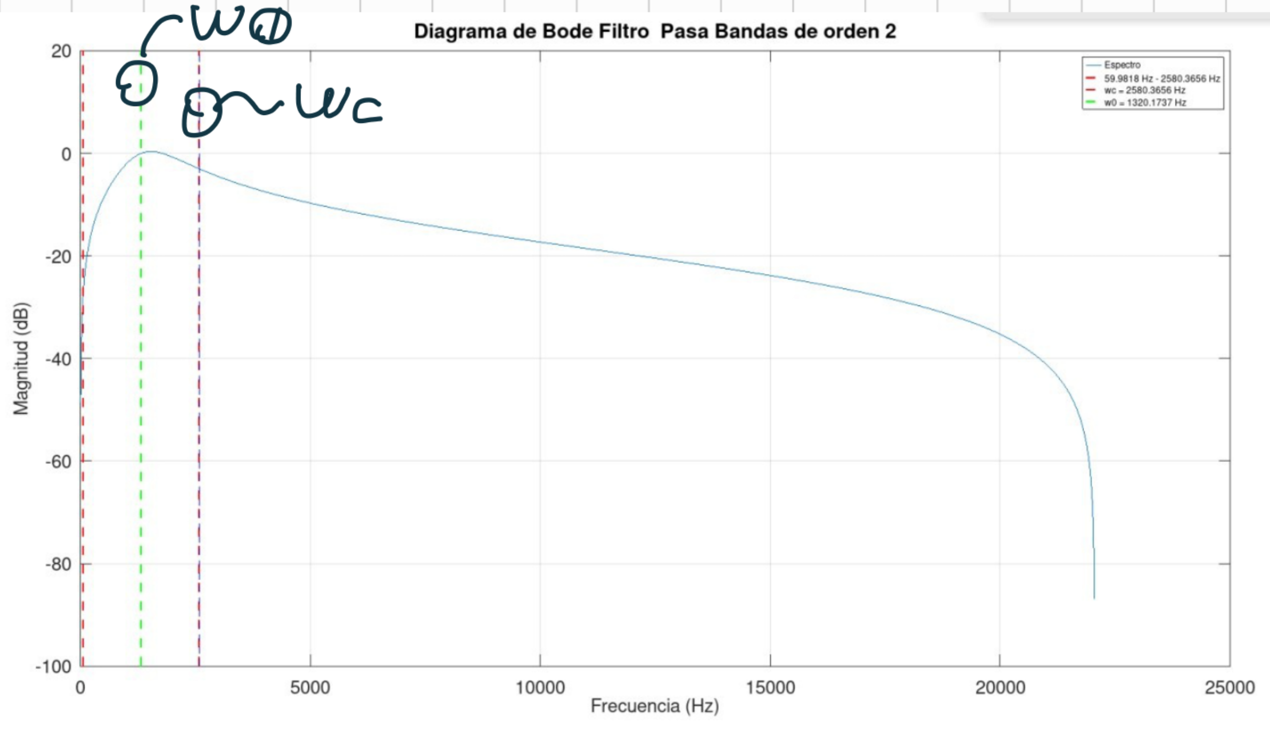
w_c

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{b_0 \left|\left(1 - \overbrace{e^{-j2w_c}}^{temp2}\right)\right|}{\left|\left(1 - 2r\cos(w_0)e^{-jw_c} + r^2 e^{-j2w_c}\right)\right|}$$

Octave

```
------------------------------------------------------------
Filtro Pasa Altas de orden 2
Soluciones

p:
0.9889
b0:
0.9889
Coeficientes b:
   0.9889  -1.9778   0.9889
Coeficientes a:
   1.0000  -1.9777   0.9778
```



$w_0 = 1320.1737\ Hz$

$w_c = 1320.1727\ Hz$

4. Pasa Alto

$$|H(\pi)| = 1$$

$$w_c = \frac{2\pi}{F_s} * f_{min}$$

$$|H(0)| = 0 \rightarrow z_1 = e^{j0} = 1$$

$$H(z) = \frac{b_0(z - \overset{z_1}{\widetilde{1}})^2}{(z-p)^2}$$

$$1 = \frac{b_0|(e^{j\pi} - 1)|^2}{|e^{j\pi} - p|^2}$$

$$1 = \frac{b_0 \, |-1-1|^2}{|1+p|^2}$$

$$\frac{1}{b_0} = \frac{4}{|1+p|^2}$$

$$b_0 = \frac{4}{|1+p|^2}$$

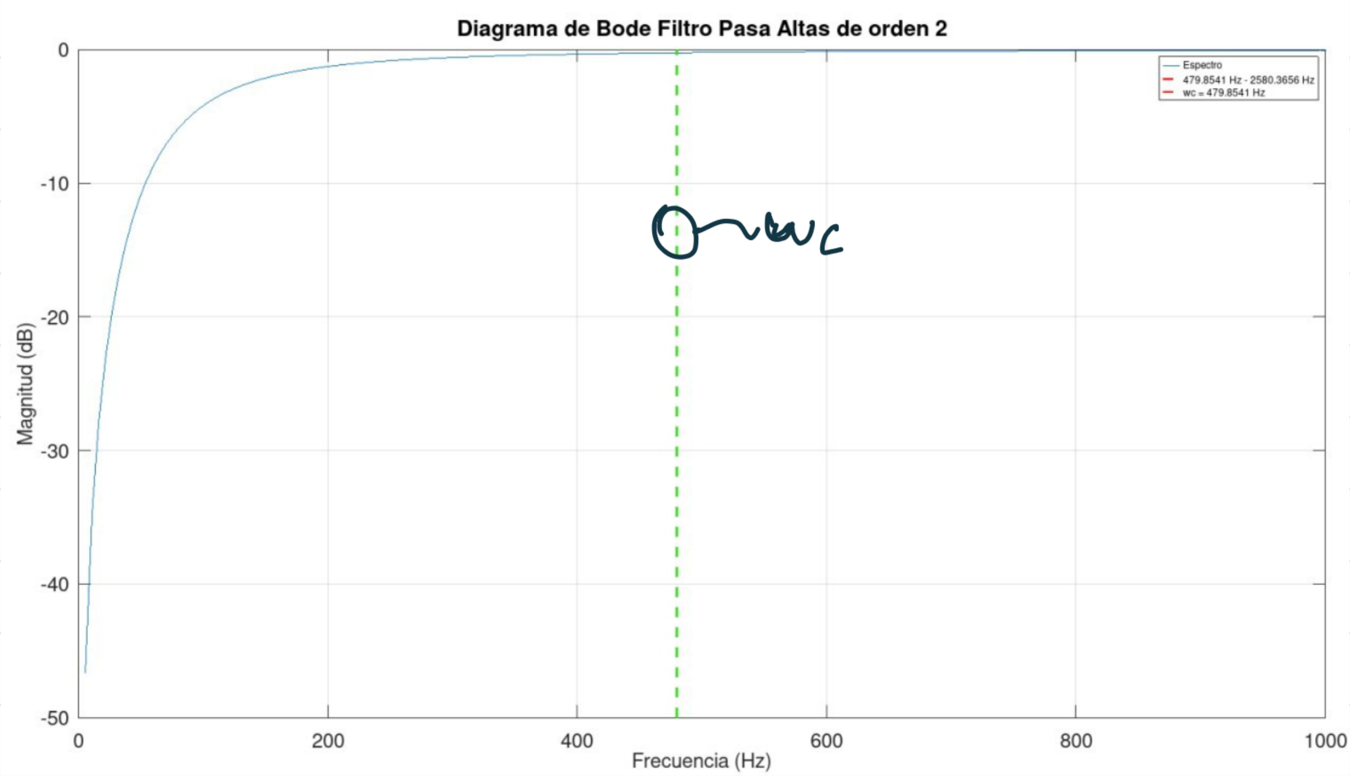
$$|H(w_c)| = 1/\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{b_0 (e^{jw_c} - 1)^2}{(e^{jw_c} - p)^2}$$

Octave

```
---------------------------------------------------------------
Filtro Pasa Altas de orden 2
Soluciones

p:
0.9889
b0:
0.9889
Coeficientes b:
   0.9889  -1.9778   0.9889
Coeficientes a:
   1.0000  -1.9777   0.9778
```



$$w_c = 479.8541 \text{ Hz}$$

Nota: el script de octave donde

se calcula dichos valores es en

filter_desing.m //

Gt