Instituto Tecnológico de Costa Rica Sede Central

Área Académica Ingeniería en Computadores

Análisis Numérico para Ingeniería

Actividad:

Tarea 2

Profesor:

Juan Pablo Soto Quirós

Estudiantes:

Carlos Andrés Mata Calderón 2019033834

Ignacio Grané Rojas 2019380056

José Antonio Espinoza Chaves 2019083698

Sebastián Moya Monge 2019077209

I Semestre, 2023

Método Newton-Raphson para solución de sistemas de ecuaciones

Este método es una variación del método Newton-Raphson, usado para aproximar el cero de una función $f(x)$. Dicha variación es usada para aproximar las soluciones a sistemas de ecuaciones no lineales de n variables. El objetivo es encontrar un vector solución que satisfaga las diferentes ecuaciones no lineales, esto lo lleva a cabo solucionando por cada iteración una ecuación de forma lineal, para así ir aproximando a una x_i que de solución a una ecuación en específico.

El método consiste en dado un vector $F = (f_1, f_2, \ldots, f_n)$ tal que $F \in R^n$ y por cada función de vector se tiene que $f_i \in R$, y dichas funciones deben ser continuas y definidas. También sus derivadas deben de existir para cada x_i brindado, de modo que se tiene un vector $c = (x_1, \ldots, x_n)^T \in R^n$ para todo $i, j = 1, \ldots, n$.

Para el desarrollo del algoritmo se debe contar con un vector de valores iniciales (posibles soluciones) así el algoritmo puede aproximar a la respuesta más acertada para cada función. Por otro lado, También se debe de calcular el jacobiano de $F(x_k)$, en donde el jacobiano debe ser invertible para todo $k = 0,1, \ldots$ Es importante recordar que el jacobiano es una matriz con las derivadas de las ecuaciones lineales planteadas.

Entonces se obtiene lo siguiente:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k - [JF(x_k)]^{-1} F(x_k) \\ x_0 \in R^n \end{cases}$$

De modo que se puede obtener $F(x_k) = [JF(x_k)]$.

Para el desarrollo de esta tarea, se decidió aproximar uno de los sistema de ecuaciones no lineales que se presenta a continuación:

$$\begin{cases} x + e^y - \cos(y) = 0 \\ 3x + y - \sin(y) = 0 \end{cases}$$

Como vector de valores iniciales para la solución se usó $\boldsymbol{x}_0 = (0,0)^T$.

El pseudocódigo del algoritmo Newton-Raphson es el siguiente:

Entrada: $F = \{x + e^{y} - \cos(y)\,, 3x + y - \sin\,(y)\}$,

Vars = {'x', 'y'},

Iter_max , tol

Salidas:

Error, iteraciones, vector solución x_k

Paso 1: Se calcula el jacobiano de las funciones

$$JF = \{2x + 2y + 2z, 4x + 2y - 8z, 6x - 4 + 2z\}$$

Paso 2: se inician las iteraciones

$f = F(x_k)$;

$jf = JF(x_k)$;

Y = pseudo_inversa(f, jf, tol);

For int i =0; i<iter_max; i++;{

$x_{k+1} = x_k - [JF(x_k)]^{-1}F(x_k)$

$err = Norm\_frob(f)$

If(err<tol):

Return x_k

}

Return “Máximo de iteraciones alcanzado”

Referencias

De Ciencias, F., & Primer, S. (2019). *Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones no Lineales*. Ubiobio.cl. http://ciencias.ubiobio.cl/pvenegas/220138/NOLINEALES_v2.pdf

Soto, J. P. (2020). *Solución de Sistemas de Ecuaciones No Lineales Método de Newton-Raphson*.