Instituto Tecnológico de Costa Rica

Área Académica de Ingeniería en Computadores

Análisis Numérico para Ingeniería

Manual de Usuario de NumInt

Estudiantes:

José Antonio Espinoza Chaves

Carlos Andrés Mata Calderón

Sebastián Moya Monge

Ignacio Grané Rojas

I Semestre 2023

Tabla de Contenidos

¿En qué Consiste NumInt?

El paquete computacional NumInt es una colección de implementaciones en GNU Octave para los métodos de integración numérica. Estos métodos se utilizan para estimar el valor de una integral definida. El paquete incluye las implementaciones de la Regla del Trapecio Compuesta, la Regla de Simpson Compuesta, la Cuadratura Gaussiana Compuesta y sus versiones iterativas.

Cada método en este paquete tiene como entrada una función, un intervalo y, dependiendo del método, puede tener parámetros adicionales como el número de puntos en los que se divide el intervalo, la tolerancia deseada para la estimación y el número máximo de iteraciones permitidas para los métodos iterativos. Cada método devuelve una estimación numérica de la integral definida.

Los métodos en este paquete son útiles para resolver problemas de integración que son difíciles o imposibles de resolver analíticamente. Además, los métodos iterativos en el paquete permiten obtener estimaciones de la integral con una precisión especificada, lo cual es útil cuando se requiere una precisión alta.

También se incluye un archivo `ejecutable.m`, que prueba todas las funciones implementadas en el paquete con un caso de prueba específico. Este archivo puede ser utilizado como un punto de partida para usar el paquete NumInt en otros problemas de integración numérica.

En resumen, este paquete proporciona una solución completa para resolver problemas de integración numérica en Octave.

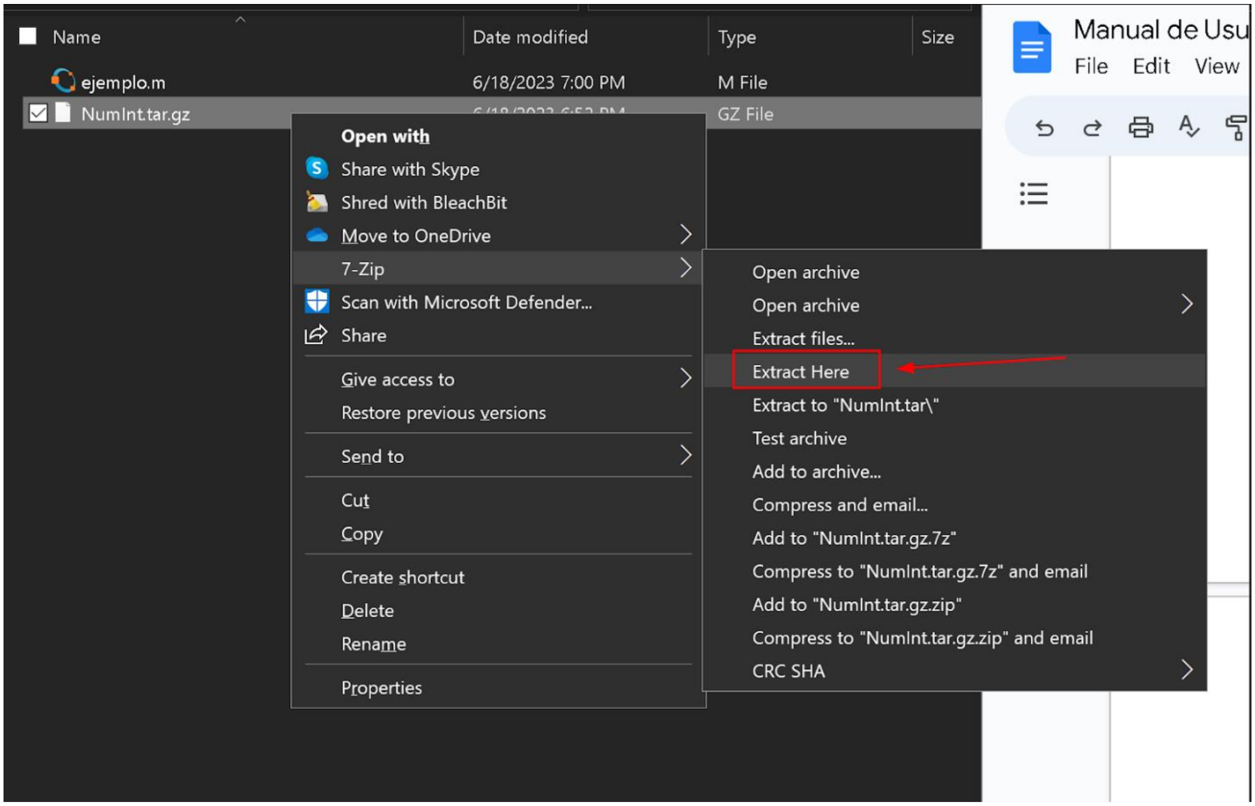
Instalación

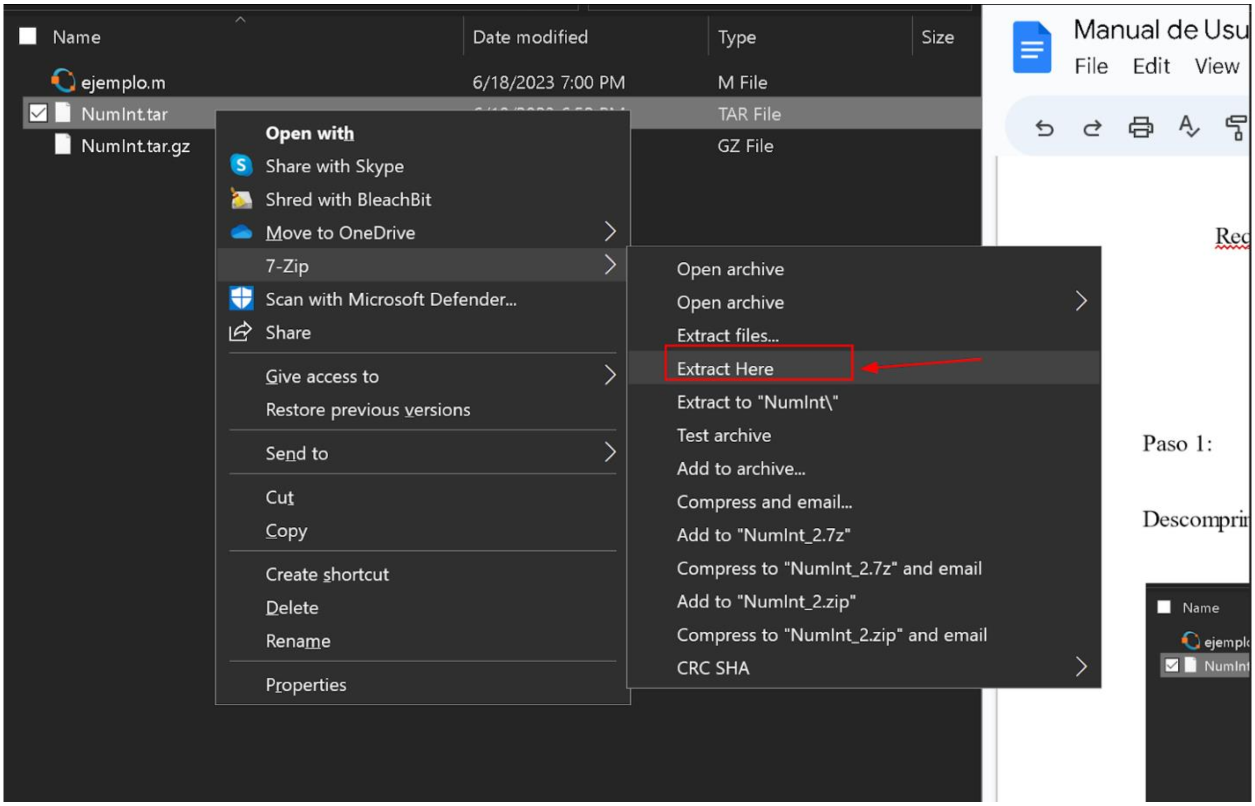
Requisitos:

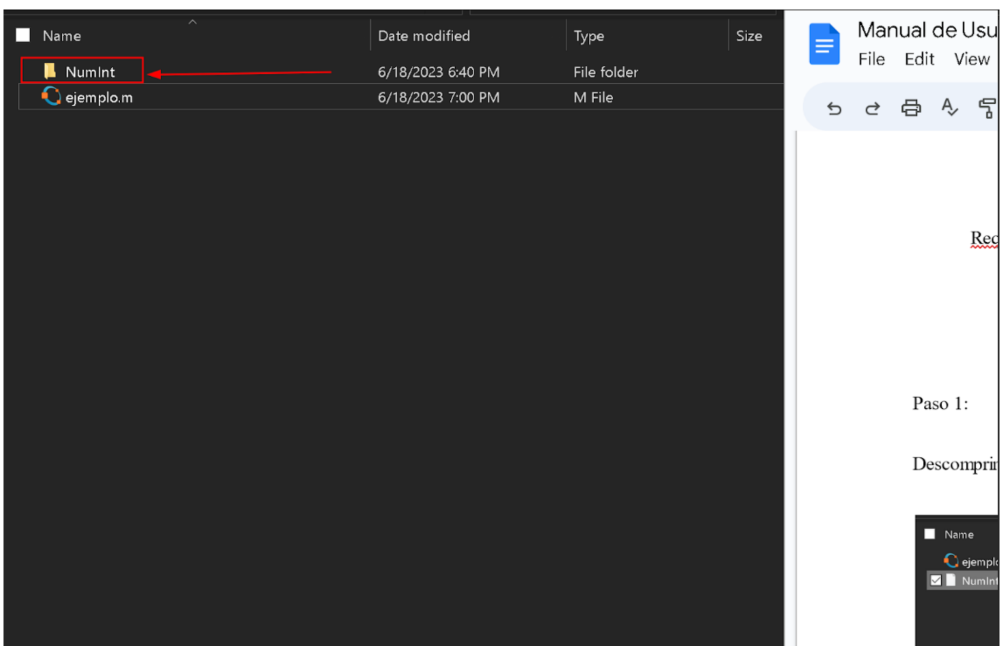
- Tener GNU Octave, versión 8.1.0
- Un Descompresor de Archivos (en este ejemplo se usa 7zip)

Paso 1:

Descomprimir el archivo NumInt.tar.gz en el proyecto donde se quiere usar.


Name
Date modified
Type
Size
ejemplo.m
6/18/2023 7:00 PM
M File
NumInt.tar.gz
GZ File
Open with
Share with Skype
Shred with BleachBit
Move to OneDrive
7-Zip
Scan with Microsoft Defender...
Share
Give access to
Restore previous versions
Send to
Cut
Copy
Create shortcut
Delete
Rename
Properties
Open archive
Open archive
Extract files...
Extract Here
Extract to "NumInt.tar\"
Test archive
Add to archive...
Compress and email...
Add to "NumInt.tar.gz.7z"
Compress to "NumInt.tar.gz.7z" and email
Add to "NumInt.tar.gz.zip"
Compress to "NumInt.tar.gz.zip" and email
CRC SHA
Manual de Usu
File
Edit
View





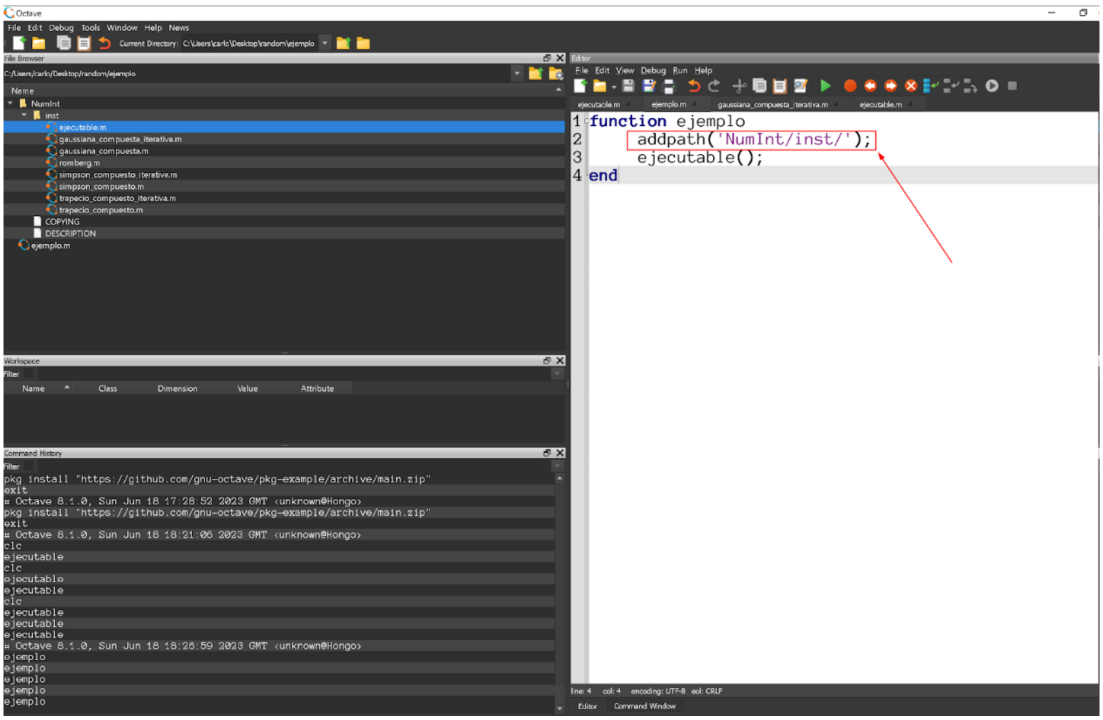
Paso 2:

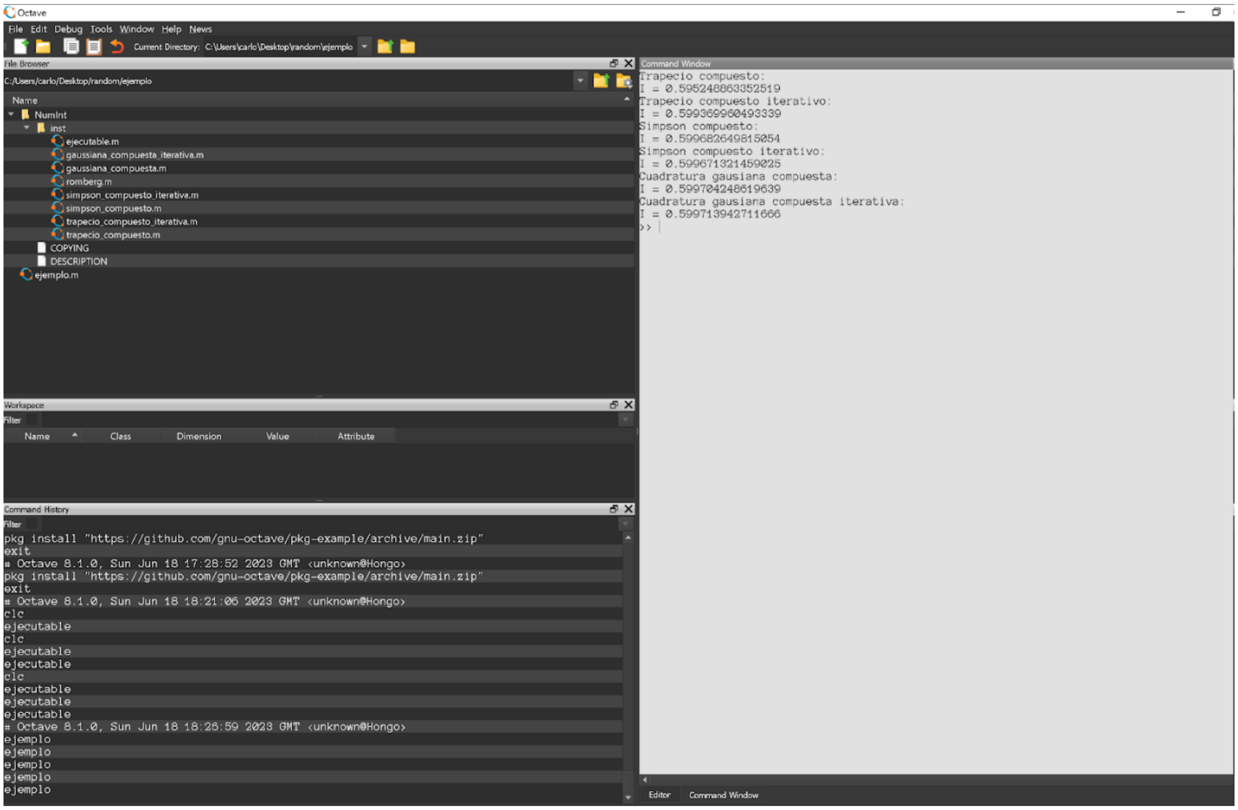
Abrir Octave en el archivo que se quiere usar (en este caso `ejemplo.m`)

Y agregar el siguiente comando

```
addpath('NumInt/inst/');
```

Y ahora con eso ya puedes usar funciones dentro de ejemplo.m de **NumInt**!





Extra:

Si se encuentra en una distribución de **GNU/Linux** puede solicitarle a octave que directamente que instale los archivos NumInt con el siguiente commando.

```
pkg install "./NumInt.tar.gz"
```

Funciones dentro NumInt

Cada una de las funciones implementadas en el paquete NumInt tiene como objetivo estimar el valor de una integral definida. Aquí proporciono una descripción de cada función, su formulación matemática y un ejemplo de uso:

Regla del Trapecio Compuesta

La regla del trapecio es un método numérico para aproximar una integral definida. Se basa en aproximar la integral de una función por la de una serie de trapecios bajo la curva.

- Formulación matemática:

La regla del trapecio compuesta se puede expresar como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih) + f(b)\right]$$

Donde:

- $\int_a^b f(x)dx$: Esta es la integral definida de la función `f(x)` desde `a` hasta `b`. Es el valor exacto que estamos tratando de aproximar.
- `h`: Este es el tamaño del paso o la distancia entre cada punto `x` en el intervalo `[a, b]`. Se calcula como `(b - a) / N`.
- `N`: Este es el número de intervalos en los que se divide el rango `[a, b]`.
- `f(a + ih)`: Esta es la función `f` evaluada en cada punto `x` en el intervalo `[a, b]`.
- $\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih)$ Esta es la suma de las evaluaciones de la función en cada uno de los puntos intermedios del intervalo.
- `f(a)` y `f(b)`: Estos son los valores de la función en los extremos del intervalo.

- Ejemplo de uso:

```
f = ”x^2”;   % Definir la función
a = 0;   % Límite inferior
b = 1;   % Límite superior
N = 100;   % Número de puntos
I = trapecio_compuesto(f, a, b, N);   % Aproximar la integral
```

Regla del Trapecio Compuesta Iterativa

- Formulación matemática

La regla del Trapecio Compuesto Iterativo no difiere mucho en su formulación matemática respecto a la versión no iterativa. En esta versión, lo que cambia es la metodología: en lugar de determinar de antemano el número de intervalos (`N`), el método va incrementando este número en cada iteración hasta alcanzar un cierto nivel de precisión deseado. La fórmula es la misma que en el Trapecio Compuesto. Por ello, se añade un criterio de parada basado en la tolerancia (`tol`) y el número máximo de iteraciones (`iterMax`). Se sigue incrementando `N` y calculando la integral hasta que la diferencia entre dos cálculos sucesivos sea menor que tol o se alcance el número máximo de iteraciones.

- Ejemplo de uso

```
f = "x^2";  % Definir la función
a = 0;  % Límite inferior
b = 1;  % Límite superior
tol = 1e-6;  % Tolerancia
iterMax = 1000;  % Número máximo de iteraciones
I = trapecio_compuesto_iterativa(f, a, b, tol, iterMax);  % Aproximar la integral
```

Regla de Simpson Compuesta

La regla de Simpson es otro método numérico para aproximar una integral definida. Aproxima la integral de una función utilizando polinomios de segundo grado.

- Formulación matemática:

La regla de Simpson compuesta se puede expresar como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{N/2-1} f(a+2ih) + 4\sum_{i=1}^{N/2} f(a+(2i-1)h) + f(b)\right]$$

Donde:

- $\int_a^b f(x)dx$:Es la integral definida de la función `f(x)` desde `a` hasta `b`. Es el valor que queremos aproximar.
- `h`: Representa el tamaño del paso o la distancia entre cada punto `x` en el intervalo `[a, b]`. Se calcula como `(b - a) / N`.
- `N`: Es el número de intervalos en los que se divide el rango `[a, b]`. Para el método de Simpson, `N` debe ser un número par.
- `f(a + 2ih)` y `f(a + (2i-1)h)`: Son la función `f` evaluada en cada punto `x` en el intervalo `[a, b]`.
- $\sum_{i=1}^{N/2-1} f(a+2ih)$ y $\sum_{i=1}^{N/2} f(a+(2i-1)h)$: Son las sumas de las evaluaciones de la función en todos los puntos intermedios del intervalo.
- `f(a)` y `f(b)`: Son los valores de la función en los extremos del intervalo.
- $\frac{h}{3}$: Es un factor de escala que se aplica al resultado de la suma.

- Ejemplo de uso:

```
f = "x^2";  % Definir la función
a = 0;  % Límite inferior
b = 1;  % Límite superior
N = 100;  % Número de puntos
I = simpson_compuesto(f, a, b, N);  % Aproximar la integral
```

Regla de Simpson Compuesta Iterativa

- Formulación matemática

La fórmula para la regla de Simpson compuesta iterativa no es distinta a la de la regla de Simpson compuesta. Lo que cambia es la estrategia de cómo se elige el valor de (`N`), el número de subintervalos. En el caso iterativo, se inicia con un valor de (`N`) pequeño y se va incrementando en cada iteración hasta que el resultado de la integral converge a un valor dentro de un error de tolerancia especificado. La fórmula es la misma que en el Simpson Compuesto. Por ello, se añade un criterio de parada basado en la tolerancia (`tol`) y el número máximo de iteraciones (`iterMax`). Se sigue incrementando `N` y calculando la integral hasta que la diferencia entre dos cálculos sucesivos sea menor que tol o se alcance el número máximo de iteraciones.

- Ejemplo de uso

```
f = ”x^2” ;  % Definir la función
a = 0;  % Límite inferior
b = 1;  % Límite superior
tol = 1e-6;  % Tolerancia
iterMax = 1000;  % Número máximo de iteraciones
I = simpson_compuesto_iterativa(f, a, b, tol, iterMax);  % Aproximar la integral
```

Cuadratura Gaussiana Compuesta

La cuadratura gaussiana es un método numérico para aproximar una integral definida. Este método se basa en seleccionar cuidadosamente los puntos en los que se evalúa la función para obtener una estimación más precisa de la integral.

- Formulación matemática

La cuadratura gaussiana compuesta se puede expresar como:

$$\int_a^b f(x)\ dx \approx \sum_{i=1}^{N} \frac{b-a}{N} \sum_{j=1}^{M} w_j f\left(\frac{1}{2}\left((b-a)\frac{x_j+1}{N} + 2a + (b-a)\frac{2i-1}{N}\right)\right)$$

Donde:

- `a` y `b` son los límites de integración.

- `f(x)` es la función a integrar.
- `N` es el número de subintervalos en los que se divide el intervalo [a, b].
- `M` es el número de puntos en la cuadratura gaussiana (orden de la cuadratura).
- `w_j` son los pesos asociados con cada punto de la cuadratura.
- `x_j` son los puntos de cuadratura.

- Ejemplo de uso

```
f = ”x^2”;  % Definir la función
a = 0;  % Límite inferior
b = 1;  % Límite superior
M = 5;  % Orden de la cuadratura
N = 100;  % Número de puntos
I = gaussiana_compuesta(f, a, b, M, N);  % Aproximar la integral
```

Cuadratura Gaussiana Compuesta Iterativa

- Formulación matemática

La fórmula general para la Cuadratura Gaussiana Iterativa es la misma que la de la Cuadratura Gaussiana Compuesta. Sin embargo, en la Cuadratura Gaussiana Iterativa, el valor de `N` se elige de manera iterativa para mejorar la precisión de la aproximación. El proceso iterativo implica aumentar gradualmente el número de subintervalos y recalcular la aproximación de la integral hasta que se cumpla un criterio de convergencia. El criterio de convergencia suele estar definido por una tolerancia (`tol`), que especifica el nivel de precisión deseado, y un número máximo de iteraciones (`iterMax`), que limita el número de iteraciones permitidas. Si la diferencia es menor que la tolerancia o se alcanza el número máximo de iteraciones, se detiene el proceso y se devuelve la aproximación final de la integral.

- Ejemplo de uso

```
f = ”x^2”;  % Definir la función
a = 0;  % Límite inferior
b = 1;  % Límite superior
M = 5;  % Orden de la cuadratura
tol = 1e-6;  % Tolerancia
iterMax = 1000;  % Número máximo de iteraciones
I = gaussiana_compuesta_iterativa(f, a, b, M, tol, iterMax);  % 
Aproximar la integral
```

Ejecutable

Al llamar a `ejecutable()`, se ejecutan los métodos de aproximación numérica de la integral implementados (trapecio compuesto, trapecio compuesto iterativo, simpson compuesto, simpson compuesto iterativo, cuadratura gaussiana compuesta y cuadratura gaussiana compuesta iterativa) para la función específica `log(asin(x))/log(x)` con los parámetros iniciales establecidos `a = 0.1; b = 0.9; n = 20; tol = 10e-6; iterMax = 2500; m = 3;` . Los resultados de cada método se muestran en la ventana de comandos.

- Ejemplo de uso

```
ejecutable(); %Llama a la función ejecutable
```