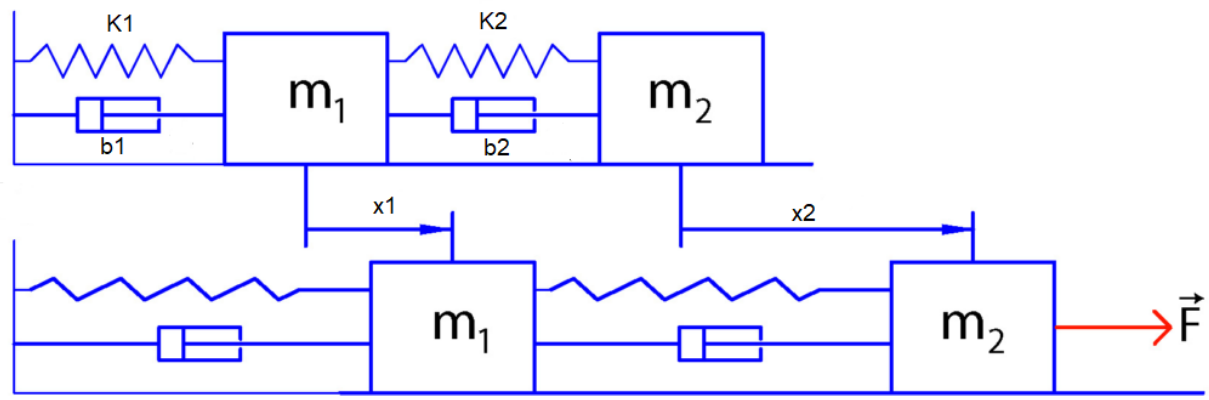
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Escola de Ciências e Tecnologia
Projeto - Unidade III
Computação Numérica

(valor - 3,0) 1. Seja o seguinte sistema dinâmico,



Considerando $m_1 = 20,\ m_2 = 20,\ k_1 = 1000,\ k_2 = 2000,\ b_1 = 1$ e $b_2 = 5$. Obtenha as equações diferenciais que modelam o sistema, escreva o sistema de equações diferenciais e simule as respostas obtidas (gráficos em função do tempo e diagrama de fases). Escolha novos parâmetros para o sistema dinâmico e simule os diferentes cenários. Apresente conclusões.

(valor - 3,0) 2. As equações tradicionais de Lotka-Voterra modelam as interações num ecosistema composto por predadores e presas. No entanto, tais equações são irrealistas levando-se em conta que não incluem o efeito dos recursos no ambiente, bem como a oferta de alimentos para a presa. Além disso, no ambiente moderno, as presas são frequentemente abatidas ou colhidas. Um sistema mais realista pode ser observado por meio das seguintes equações:

$$\begin{cases} x' = x(a - cx - dy) \\ y' = -y(b - ex) - h \end{cases}$$

onde os termos x, y, a, b, c, d, e, h são positivos, e ${}^{a}/_{c} > {}^{b}/_{e}$. Neste modelo temos que,

- x representa a quantidade de presas
- y representa o número de predadores
- a é a taxa de crescimento das presas
- b a taxa de mortandade dos predadores idependente das presas
- c é a taxa de consumo das presas pelos predadores
- ${}^{a}/_{c}$ é a capacidade de regeneração das presas idependente dos predadores
- e representa a taxa de crescimento dos predadores por presa consumida e,
- h representa a captura de presas.

Considerando $a = 1$, $b = 0,25$, $c = 0,01$, $d = e = 0,02$ e $h = 0$. Quais os pontos críticos para o ecosistema? Digamos que a caça seja permitida, matando metade dos predadores na região. Quais populações iniciais provavelmente significarão que a presa foi extinta? Justifique a resposta por meio de gráficos e conclusões obtidas.

(valor - 4,0) 3. O pêndulo amortecido pode ser modelado por meio das seguintes EDO's

$$\dot{x_1} = -\frac{1}{L}[g\, sen\, \theta + 2\, x_1\, x_2]$$

$$\dot{x_2} = \frac{1}{m}[m\, L\, x_1^2 - k(L - L_0) + m\, g\, cos\, \theta]$$

Considere $L = 2$, $L_0 = 1$, $k = 40$, $m = 1$, $g \approx 9,81$, $\theta = {}^{3\pi}/_{4}$.

Apresente os gráficos da posição e velocidade em função do tempo e o diagrama de fase. Ajuste o sistema para que o mesmo apresente características de sub amortecimento e oscilatório. Apresente uma breve explanação teórica sobre o pêndulo amortecido e suas respectivas respostas obtidas nas simulações.