



VARIACIONES, PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

¿QUÉ SON Y CÓMO SE CALCULAN?

COMBINATORIA

Estudia AGRUPACIONES partiendo
de un conjunto

Teniendo en cuenta el ORDEN y

EL NÚMERO de esos elementos.

Factorial:

El factorial de un número natural n es el resultado del producto de este número por todos los números naturales que lo anteceden, excluyendo al cero y se representa por el símbolo $!$.

Variaciones

- Estos subgrupos ocurren cuando tenemos que agrupar cierto número de elementos en una cantidad específica dentro del grupo.

Para determinar las variaciones de un grupo de n elementos tomados de r en r , seguimos la siguiente fórmula:

$$V_{n,r} = \frac{n!}{(n - r)!}$$

EJEMPLO 1. ¿Cuántas variaciones existen entre los elementos A, B, C y D tomados de 2 en 2?

<u>Variación</u>	<u>Resultado</u>
A $\begin{smallmatrix} \swarrow B \\ \rightarrow C \\ \searrow D \end{smallmatrix}$	AB AC AD
B $\begin{smallmatrix} \swarrow A \\ \rightarrow C \\ \searrow D \end{smallmatrix}$	BA BC BD
C $\begin{smallmatrix} \swarrow A \\ \rightarrow B \\ \searrow D \end{smallmatrix}$	CA CB CD
D $\begin{smallmatrix} \swarrow A \\ \rightarrow B \\ \searrow C \end{smallmatrix}$	DA DB DC

$$V_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 4 \cdot 3 = 12$$

R. 12 variaciones.

Permutaciones

- Son variaciones de n elementos tomados en grupos de r , en el que $n = r$.

Cada agrupación difiere de las restantes sólo en el orden de colocación de los elementos, y en cada grupo intervienen todos los elementos del conjunto.

El número de permutaciones ordinarias formadas con n elementos viene dado por:

$$P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots (1) = n!$$

EJEMPLO 2. ¿Cuántas permutaciones ordinarias (sin repetición) se pueden formar con los elementos A, B, C?

Permutación	Resultado	
A $\begin{cases} \nearrow B \\ \searrow C \end{cases}$	C	ABC
	B	ACB
B $\begin{cases} \nearrow A \\ \searrow C \end{cases}$	C	BAC
	A	BCA
C $\begin{cases} \nearrow A \\ \searrow B \end{cases}$	B	CAB
	A	CBA

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

R. 6 permutaciones.

Combinaciones

Se obtienen al seleccionar de un conjunto de n elementos grupos de r , de tal forma que sin importar el orden de sus elementos, estos no se repiten.

El número de combinaciones ordinarias (sin repetición) que se pueden formar con n elementos tomados de r en r se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$C_{n,r} = \frac{n!}{r! (n-r)!} = \binom{n}{r} = C_{n,r} = \frac{V_{n,r}}{P_r}$$

EJEMPLO 3. ¿Cuál es el número de combinaciones que pueden formarse con los elementos A, B, C y D tomados de dos en dos?

Combinación	Resultado
A $\begin{array}{l} \diagup B \\ \hline \diagdown C \\ \diagdown D \end{array}$	AB AC AD
B $\begin{array}{l} \hline \diagdown C \\ \diagdown D \end{array}$	BC BD
C — D	CD

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{24}{4} = 6$$