1. En cierta región del país se sabe por experiencia que la probabilidad de seleccionar un adulto mayor de 40 años con cáncer es 0.05. Si la probabilidad de que un doctor diagnostique de forma correcta que una persona con cáncer tiene la enfermedad es 0.78, y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer tiene la enfermedad es 0.06, ¿cuál es la probabilidad de que a una persona se le diagnostique cáncer?

Formula $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Datos:

B → un adulto seleccionado tiene cáncer

A → adulto es diagnosticado con cáncer

P(A)=0.05

P(B|A) =0.78

P(A') =0.95

P(B|A') =0.06

P(B)=?

① 

$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$

$P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(A') \times P(A'|B)$

$P(B) = (0{,}05)(0{,}78) + (0{,}95)(0{,}06)$

$P(B) = 0{,}096$

La probabilidad que le diagnostiquen cáncer a una persona es de 0,096

3. Refiérase al ejercicio 1(anterior). ¿Cuál es la probabilidad de que una persona a la que se le diagnostica cáncer realmente tenga la enfermedad?

Formula $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$

Datos:

B → un adulto seleccionado tiene cáncer

A → adulto es diagnosticado con cáncer

P(A)=0.05

P(B|A) =0.78

P(B)=0.096

P(A|B)=?

(3)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)\,P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{(0.05)(0{,}78)}{0{,}096}$$

$$P(A|B) = 0{,}40625$$

5. Suponga que los cuatro inspectores de una fábrica de película colocan la fecha de caducidad en cada paquete de película al final de la línea de montaje. John, quien coloca la fecha de caducidad en 20% de los paquetes, no la pone una vez en cada 200 paquetes; Tom, quien la coloca en 60% de los paquetes, no la coloca una vez en cada 100 paquetes; Jeff, quien la coloca en 15% de los paquetes, no lo hace una vez en cada 90 paquetes; y Pat, que fecha 5% de los paquetes, falla una vez en cada 200 paquetes. Si un consumidor se queja de que su paquete de película no muestra la fecha de caducidad, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido inspeccionado por John?

Formula $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Datos:

A → no tiene fecha de expiración

B1 → John es el inspector P(B1) =0.2 y P(A|B1) =0.005

B2 → Tom es el inspector P(B2) =0.6 y P(A|B2) =0.01

B3 → Jeff es el inspector P(B3) =0.15 y P(A|B3) =0.0111

B4 → Pat es el inspector P(B4) =0.05 y P(A|B4) =0.005

(3)

$$P(B1 | A) = \frac{P(B1) \times (P(A|B1)}{P(A)}$$

$$P(B1/A) = \frac{P(B1) \times P(A|B1)}{P(B1) \times P(A|B1) + P(B2) \times P(A|B2) + P(B3) \times P(A|B3) + P(B4) \times P(A|B4)}$$

$$P(B1|A) = \frac{(0,2)(0,005)}{(0,2)(0,005) + (0.6)(0.01) + (0,13)(0.011) + (0,05)(0,005)}$$

$$P(B1|A) = 0,1124$$

la probabilidad de que un paquete inspeccionado por John no muestre la fecha de caducidad es de 0,1124

7. La contaminación de los ríos en Estados Unidos es un problema desde hace varios años. Considere los siguientes eventos:

Formula $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

A → El río está contaminado

B → Una prueba en una muestra de agua detecta contaminación

C → Se permite la pesca Suponga:

P(A) = 0.3, P(B|A) = 0.75, P(B|A') = 0.20, P(C|A∩B) = 0.20, P(C|A'∩B) = 0.15, P(C|A∩B') =0.80 y P(C|A'∩B') = 0.90.

a) Encuentre P(A∩B∩C).

$$P(A \cap B \cap C) = P(A \cap B)\, P(C | A \cap B)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)\, P(B|A)\, P(C|A \cap B)$$

$$P(A \cap B \cap C) = (0,3)(0.75)(0,2)$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0,045$$

b) Encuentre P(B'∩C).

$$P(B' \cap C) = P(A \cap B' \cap C) + P(A' \cap B' \cap C)$$

$$P(B' \cap C) = P(A \cap B')\, P(C \mid A \cap B') + P(A' \cap B')\, P(C \mid A' \cap B')$$

$$P(B' \cap C) = P(A)\, P(B' \mid A)\, P(C \mid A \cap B') + P(A')\, P(B' \mid A')\, P(C \mid A' \cap B')$$

$$P(B' \cap C) = (0{,}3)(1-0{,}75)(0{,}8) + (1-0{,}3)(1-0{,}2)(0{,}9)$$

$$P(B' \cap C) = 0{,}564$$

c) Encuentre P(C).

$$P(C) = P(A \cap B \cap C) + P(A \cap B' \cap C) + P(A' \cap B \cap C) + P(A' \cap B' \cap C)$$

$$P(C) = 0{,}046 + 0{,}06 + 0{,}021 + 0{,}504$$

$$P(C) = 0{,}63$$

d) Encuentre la probabilidad de que el río esté contaminado, dado que se permite la pesca y que la prueba de la muestra no detecta contaminación.

$$P(A \mid B' \cap C) = \frac{P(A \cap B' \cap C)}{P(B' \cap C)}$$

$$P(A \mid B' \cap C) = \frac{0{,}06}{0{,}564}$$

$$P(A \mid B' \cap C) = 0{,}1064$$