Semana 9. Panel lineal

Equipo Econometría Avanzada

Universidad de los Andes

14 de octubre de 2022

Contenido

Contexto

Cohen y Einav (2003) utilizan datos anuales de estados (+ WA DC) de EE.UU. de 1983 a 1997.

- Los accidentes de tránsito son la mayor causa de muertes y lesiones graves en el país.
- EE.UU. tiene un estado federal.
- Cada estado definió la obligatoriedad del uso del cinturón de seguridad en diferentes momentos.

Pregunta de investigación

¿Cuál es el efecto de la obligatoriedad del uso del cinturón de seguridad (D_{it}) sobre el número de accidentes de tránsito fatales (y_{it})?

$$y_{it} = D_{it}\gamma + x_{it}\beta + \mu_i + \eta_{it}$$

Con $i = \{1, 2, \cdots, N\}$, $t = \{1, 2, \cdots, T\}$ tal que $N \gg T$

- ¿Qué hay en μ_i?
- ¿Qué parámetro captura el efecto de interés?

Nota: Suponemos que x_{it} es estrictamente exógena. ($\mathbb{E}[\epsilon_{i,t}|X] = 0$)

Modelos de Efectos Fijos

Versión 1: Incluir dummies

Modelo:

$$y_{it} = D_{it}\gamma + x_{it}\beta + \mu_i + \eta_{it}$$

Supuestos para consistencia:

- $E\left[D_{it}\eta_{is}\right] = 0; \qquad \forall t, s$

Eficiencia:

- $E\left[\eta_{it}\eta_{is}\right] = 0 \quad \forall t, s : t \neq s$
- $E\left[\eta_{it}^2\right] = \sigma_\eta^2$

Modelos de Efectos Fijos

Versión 2: EF Within

Transformación:

$$y_{it} - \bar{y}_i = \left(D_{it} - \bar{D}_i\right)\gamma + \left(x_{it} - \bar{x}_i\right)\beta + \left(\eta_{it} - \bar{\eta}_i\right)$$

con $\bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$

Supuestos para consistencia:

- $E\left[D_{it}\eta_{is}\right] = 0; \qquad \forall t, s$

Eficiencia:

- $E\left[\eta_{it}\eta_{is}\right] = 0; \quad \forall t, s : t \neq s$
- $E\left[\eta_{it}^2\right] = \sigma_\eta^2$

Importante: Si η_{it} es *iid*, es más eficiente que PD.

Modelos de Efectos Fijos

Primeras Diferencias

Transformación:

$$\Delta y_{it} = \Delta D_{it}\gamma + \Delta x_{it}\beta + \Delta\eta_{it}$$

con $\Delta y_{it} = y_{it} - y_{it-1}$

Supuestos para consistencia:

- $E\left[D_{it}\eta_{is}\right] = 0; \quad \forall t, s : |t - s| \leq 1$

Eficiencia:

- $\eta_{it} = \eta_{it-1} + u_{it}$

Importante:

- Si η_{it} es una caminata aleatoria, es más eficiente que EF Within.
- Se pierden N observaciones.

Modelos de Efectos Fijos

Primeras Diferencias - IV

Transformación/Modelo:

$$\Delta y_{it} = \Delta D_{it}\gamma + \Delta x_{it}\beta + \Delta\eta_{it}$$

con $\Delta y_{it} = y_{it} - y_{it-1}$, e instrumentando ΔD_{it} con ΔD_{it-1}

Supuestos para consistencia:

- Relevancia $E\left[\Delta D_{it}\Delta D_{it-1}\right] \neq 0$
- Exogeneidad $E\left[\Delta D_{it-1}\Delta\eta_{it}\right] = 0$

Eficiencia:

- Es menos eficiente que PD.

Importante:

- ΔD_{it} también puede instrumentarse con D_{it-1}, z_{it}, y demás.

Contexto

Acemoglu, Johnson, Querubín, & Robinson (2008) utilizan un panel de países para estudiar el efecto de las reformas políticas sobre la política monetaria.

- La teoría sugiere que es fundamental tener un banco central independiente del gobierno central para tener una política monetaria óptima.
- Aunque las reformas busquen mayor independencia, esto no necesariamente se cumple en la práctica.

Pregunta de investigación

¿Cuál es el efecto de contar con un banco central *independiente* (D_{it}) sobre la inflación (Y_{it})?

Especificación dinámica:

$$y_{it} = D_{it}\gamma + x_{it}\beta + y_{it-1}\alpha + \eta_i + \epsilon_{it}$$

Esta especificación tiene dos problemas inherentes porque y_{it-1} está correlacionada con η_i

Panel Dinámico

Anderson-Hsiao

Considere el modelo en diferencias:

$$\Delta y_{it} = \Delta D_{it}\gamma + \Delta x_{it}\beta + \Delta y_{it-1}\alpha + \Delta\epsilon_{it}$$

En este caso se instrumenta Δy_{it-1}. Los posibles instrumentos en este caso son:

$$z_{it} = \begin{cases} y_{it-2} & \text{si } T > 3 \\ \Delta y_{it-2} = y_{it-2} - y_{it-3} & \text{si } T > 4 \end{cases}$$

En el caso de que el instrumento sea y_{it-2}, para que el estimador sea consistente se necesita que:

$$E[y_{it-2}(\epsilon_{it} - \epsilon_{it-1})] = 0$$

Panel Dinámico

Arellano-Bond

Considere el modelo en diferencias:

$$\Delta y_{it} = \Delta D_{it}\gamma + \Delta x_{it}\beta + \Delta y_{it-1}\alpha + \Delta\epsilon_{it}$$

En este caso se va a instrumenta Δy_{it-1} con más de un rezago (o sus diferencias) para aprovechar toda la variación de los datos.

Esto es viable bajo exogeneidad secuencial:

1. $E(y_{i1}\epsilon_{it}) = 0; \quad \forall t \geq 2$
2. $E(\epsilon_{it}\epsilon_{js}) = 0; \quad \forall s \neq t \text{ y } \forall j \neq i$
3. $E(\eta_i\epsilon_{it}) = 0$
4. $E(D_{is}\epsilon_{it}) = 0; \quad \forall s, t$
5. $E(x_{is}\epsilon_{it}) = 0; \quad \forall s, t$

Esas son condiciones de momento que se usan para estimar los parámetros usando GMM.

GMM

Repaso del método de momentos (MM):

Por la Ley Débil de los Grandes Números (LDGN), dada una muestra aleatoria $(X_1, \cdots, X_n)$:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(X_i) \xrightarrow{P} \mathbb{E}[f(X)]$$

El método de momentos es un método de estimación que aprovecha la LDGN para obtener estadísticos consistentes. Supongamos que los parámetros de interés están definidos por ecuaciones que involucran los valores esperados de la población. Entonces el estimador de momentos resulta de reemplazar dichos valores esperados por los promedios correspondientes, y resolviendo luego el sistema de ecuaciones resultante. **Esto es posible siempre que haya el mismo número de parámetros que ecuaciones**.

GMM

Repaso del método de momentos (MM):

Ejemplo: Suponga $\mathbb{E}[X] = \mu$ y $\text{Var}(X) = \sigma^2$. Queremos encontrar estimadores consistentes de (μ, σ). Note que:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2 = \mathbb{E}[X^2] - \mu^2 \rightarrow \mathbb{E}[X^2] = \sigma^2 + \mu^2$$

Entonces los parámetros satisfacen el sistema:

$$\mathbb{E}[X^2] = \sigma^2 + \mu^2; \qquad \mathbb{E}[X] = \mu$$

y, por lo tanto, los estimadores de momentos satisfacen el sistema:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \hat{\sigma}^2 + \hat{\mu}^2; \qquad \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \hat{\mu}$$

GMM

Método General de Momentos (GMM):

El Método General de Momentos se aplica en el caso de que queremos K parámetros que deben satisfacer M ecuaciones, con $M > K$. En este escenario es casi siempre imposible encontrar solución al sistema. ¿Cómo hallar los parámetros? Supongamos entonces que cada una de las $i = 1, \cdots, M$ restricciones que satisface el vector de parámetros β se escribe como:

$$g_i(\beta) = 0; \forall i = 1, \cdots, M$$

Entonces "cambiando" valores esperados por promedios, el estimador de GMM satisface:

$$\hat{g}_i(\hat{\beta}) = 0; \forall i = 1, \cdots, M$$

por lo que elegimos:

$$\hat{\beta}^{(GMM)} = \arg\min_{\hat{\beta}} J(\hat{\beta}) = \vec{g}' W \vec{g}; \quad \vec{g} = (\hat{g}_1(\hat{\beta}) \cdots \hat{g}_M(\hat{\beta}))^T$$

y W matriz de pesos.

Intuición: Si bien no podemos hacer que todas las ecuaciones sean 0, podemos hacer que sean lo más cercanas a cero como sea posible.

GMM

Aplicación en IV

Considere el modelo

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Donde Y es $n \times 1$, X es $n \times k$ y ε es $n \times 1$. Suponga además que $\mathbb{E}[X'\varepsilon] \neq 0$. Sin embargo, usted cuenta con una matriz de instrumentos Z de tamaño $n \times k$, la cual satisface sus supuestos usuales (exogeneidad y relevancia). En particular, se tiene que

$$\mathbb{E}[Z'\varepsilon] = \mathbb{E}[Z'(y - X\beta)] = 0 \rightarrow \mathbb{E}[Z'X]\beta = \mathbb{E}[Z'y]$$

Utilicemos MM para estimar β: En terminos muestrales, requerimos que

$$\left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N} z_i' x_i\right)\hat{\beta}^{MM} = \left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N} z_i' y_i\right)$$

Luego, si $\sum_{i=1}^{N} z_i' x_i$ es no singular (caso exactamente identificado), podemos despejar y obtener

$$\hat{\beta}^{MM} = \left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N} z_i' x_i\right)^{-1}\left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N} z_i' y_i\right) = (Z'X)^{-1}(Z'Y) = \hat{\beta}^{IV}$$

Lo que corresponde al estimador usual de IV. Esto es, el estimador de IV es el estimador de momentos generado por la condición de exclusión.

GMM

Aplicación en IV

Si en cambio tenemos más instrumentos que variables endógenas, ya no podemos invertir la matriz para "despejar". GMM nos sugiere en este caso resolver este problema para alguna matriz de pesos W:

$$\min_{\beta} \left(\sum_{i=1}^{N} z_i'(y_i - x_i\beta) \right)' W \left(\sum_{i=1}^{N} z_i'(y_i - x_i\beta) \right)$$

del que resulta la suiguiente expresión:

$$\hat{\beta}^{GMM} = \left[(X'Z)W(Z'X)\right]^{-1} \left[(X'Z)W(Z'Y)\right]$$

- Cuando $W = (Z'Z)^{-1}$, entonces

  $$\hat{\beta}^{GMM} = \left[(X'Z)(Z'Z)^{-1}(Z'X)\right]^{-1} \left[(X'Z)(Z'Z)^{-1}(Z'Y)\right] = \hat{\beta}^{MC2E}$$

  ¡El estimador de MC2E es un estimdor de GMM!

- Pero podemos escoger otras W. En particular, Hansen (1982) muestra que si escogemos $W = \mathbb{E}[Z'\varepsilon\varepsilon' Z]$ (o, en su defecto, un estimador consistente), el estimador resultante es diferente al de MC2E. Sorprendentemente, dicho estimador es más eficiente que el de MC2E, e incluso, es asintóticamente el estimador más eficiente que podemos construir.

¡Gracias!