
Departamento de Matemática para a Ciência e Tecnologia
CÁLCULO A

Ficha 5

Outubro de 2008

Primitivação

Nos exercícios 1, 2, 3 e 4 aconselha-se a que resolva todas as alíneas de cada questão pela ordem indicada, para poder comparar os métodos de primitivação adequados e os resultados obtidos.

1. Calcule as primitivas dadas nas alíneas seguintes:

(a) $P \frac{1}{1+x}$

(b) $P \frac{1}{1-x}$

(c) $P \frac{1}{1+x^2}$

(d) $P \frac{x}{1+x^2}$

(e) $P \frac{x}{1+x^4}$

(f) $P \frac{x}{9+x^4}$

(g) $P \frac{x^3}{1+x^4}$

(h) $P \frac{x^3}{(1+x^4)^2}$

(i) $P \frac{x^3}{(1+x^4)^{1/4}}$

(j) $P \frac{x^3}{\sqrt{(1+x^4)}}$

2. Calcule as seguintes primitivas:

(a) $P \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

(b) $P \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$(c) P \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(d) P \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$(e) P \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$(f) P \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$

3. Calcule as seguintes primitivas:

$$(a) P \frac{5x}{4+4x^2}$$

$$(b) P \frac{5}{4+4x^2}$$

$$(c) P \frac{5x}{(4+4x^2)^2}$$

$$(d) P \frac{5x}{\sqrt{4+4x^2}}$$

$$(e) P \frac{5}{4+9x^2}$$

$$(f) P \frac{5x}{\sqrt{4+4x^2}}$$

$$(g) P \frac{5}{\sqrt{4-4x^2}}$$

$$(h) P \frac{5}{\sqrt{4-9x^2}}$$

$$(i) P 5x \sqrt{4+4x^2}$$

4. Calcule as seguintes primitivas:

$$(a) P \frac{e^x}{1+e^{2x}}$$

$$(b) P \frac{e^x}{1+e^x}$$

$$(c) P \frac{e^x}{\sqrt[4]{(1+e^x)^3}}$$

$$(d) P \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

$$(e) P \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 - e^{2x}}}.$$

5. Calcule as seguintes primitivas:

$$(a) P x \cos x^2$$

$$(b) P x \tan x^2$$

$$(c) P x \sin x^2$$

$$(d) P x^2 e^x$$

$$(e) P x e^{x^2}$$

$$(f) P \cos x \sin^2 x$$

$$(g) P \cos x \sin x$$

$$(h) P x \cos x^2 \sin x^2$$

$$(i) P e^x \sinh x$$

$$(j) P e^x \sinh 2x$$

$$(j) P \sin(\ln \cos x)$$

$$(k) P (e^x - 2)^3 e^x$$

$$(l) P \frac{x + 5}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$(m) P \frac{\arctan x}{1 + x^2} \text{ (Utilize 2 métodos diferentes)}$$

$$(n) P \frac{\sin x(1 + \cos x)}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}.$$

$$(o) P \frac{x^2}{1 + x^2} \arctan x^1$$

$$(p) P \arctan \frac{1}{x}$$

$$(q) P \frac{e^{\arcsin \sqrt{x}}}{\sqrt{x - x^2}}$$

$$(r) P \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}$$

$$(s) P \frac{\ln x}{x}$$

¹Sugestão: comece por efectuar a divisão de polinómios.

$$(t) P \frac{\ln x}{x^2}$$

$$(u) P \frac{5 + x + \arctan x + e^{\arctan x}}{1 + x^2}$$

6. Primitive as seguintes funções:

$$(a) f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$$

$$(b) f(x) = \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x}$$

$$(c) f(x) = \frac{-x^3 - 5x + 9}{(x - 1)^3(x + 2)}$$

$$(d) f(x) = \frac{x^2}{(x - 1)^3}$$

$$(e) f(x) = \frac{x^5 - 3x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2(x - 1)^2}$$

$$(f) f(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 + x}.$$

7. Em cada alínea, determine a função f tal que

$$(a) f'(x) = \frac{1}{x - 2} \text{ e } f(3) = 5,$$

$$(b) f'(x) = \frac{1}{(x + 2)(x - 8)} \text{ e } f(0) = 1.$$

8. Sejam duas funções f, g tais que $f(x) - g(x) = 3$, para todo o x pertencente à intersecção dos seus domínios. Qual a relação entre as derivadas das funções indicadas?

9. Sejam duas funções f, g tais que $f'(x) - g'(x) = 3$, para todo o x pertencente à intersecção dos seus domínios. Qual a relação entre as funções indicadas?

10. Sejam duas funções f, g tais que $f'(x) - g'(x) = 0$, para todo o x pertencente à intersecção dos seus domínios. Qual a relação entre o gráfico das funções indicadas?

Para saber se os seus resultados estão correctos, derive cada função que obteve e compare-a com a função que pretende primitivar.