Taller Unidad II

Universidad Católica del Maule
Facultad de Ciencias de la Ingeniería,
Ingeniería Ejecución en Computación e Informática
Matemática para Computación e Informática III- ECI-313

Jueves 22 de mayo de 2025

Instrucciones:
Estimados estudiantes, como grupo tendrán que realizar un trabajo en el cual cada integrante de este debe aportará con las respuestas de cada compañero. Para lo anterior, cada integrante del grupo debe entregar un desarrollo con su nombre y rut. Tal desarrollo será elaborado por cada uno de los integrantes del grupo. La forma de trabajar será la siguiente;

- Cada integrante del grupo debe responder la misma pregunta, al mismo tiempo que sus compañeros.
- Al comenzar el desarrollo de cada pregunta, deberán colocar al inicio de cada desarrollo el nombre del estudiante responsable del ejercicio.
- Terminadas las preguntas a desarrollas cada estudiante tiene el deber de verificar que se ha respondido completamente cada pregunta.
- Al momento de entregar todos los desarrollos realizados por el grupo, un integrante del grupo eligirá al azar un número que corresponderá a uno de todos los desarrollos entregados por el grupo, siendo este el que será revisado y cuya la nota tendrán todos los integrantes del grupo.
- El taller se compone de 30 puntos, los cuales serán calificados con 60 % de exigencia
- Cuentan con 90 minutos para resolver el taller.
- El trabajo que no cuente con el numero de desarrollos igual al número de estudiantes del grupo, tendrá la nota mínima.
- En el taller se permitirá solamente el uso de cuadernos y apuntes escritos. El uso de computadores o celulares será penalizado con la nota mínima para todos los integrantes del grupo.

Éxito

Puntaje				
Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Total	Nota

Firma

Pregunta 1: Derivadas

Encontrar la derivada $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes expresiones

a) [3 pts] $y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$
Solución:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(2x^{-1} - x^{-2}\right) = -2x^{-2} + 2x^{-3} = -\frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$$

b) [3 pts] $y = (x^2 + 17)(x^3 - 3x + 1)$
Solución:

$$y' = (x^2+17)'(x^3-3x+1) + (x^2+17)(x^3-3x+1)' = (2x)(x^3-3x+1) + (x^2+17)(3x^2-3)$$
$$y' = 2x(x^3-3x+1) + (x^2+17)(3x^2-3)$$

c) [4 pts] $y = \sin^2(x) + \cos^2(x)$
Solución:
Sabemos que $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, entonces:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[1] = 0$$

Pregunta 2: Máximos y mínimos

Considerando la grafica 1 Identifique el o los puntos críticos, y encuentre el o los valores máximos y mínimos en el intervalo dado

$$f(x) = x^2 + 4x + 4, \qquad I = [-4, 0]$$

Solución:

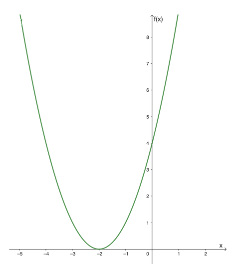

Figura 1: Problema 2

Derivada de la función, tenemos

$$f'(x) = 2x + 4$$

Buscando los puntos críticos, resolvemos $f'(x) = 0$, encontrando

$$2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$$

Finalmente, evaluar la función en el puntos crítico del intervalo, así

$$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 4 = 4 - 8 + 4 = 0$$

Pregunta 3: Problema en contexto

Una empresa de tecnología está evaluando el comportamiento de su servidor web para distintos niveles de carga de usuarios simultáneos. El tiempo promedio de respuesta del servidor (en milisegundos), en función de la cantidad de usuarios activos conectados x, está modelado por la función:

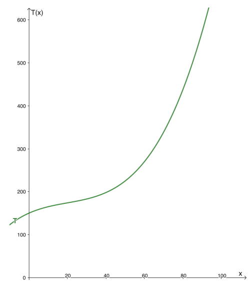

Figura 2: Problema 3

$$T(x) = 0{,}001x^3 - 0{,}06x^2 + 2x + 150$$

donde x representa el número de usuarios activos ($x \in [0, 100]$), como se muestra en la grafica 2.

a) [3pts] Calcule la primera derivada $T'(x)$ e interprete su significado en este contexto.
Solución

$$T'(x) = \frac{d}{dx}\left(0{,}001x^3 - 0{,}06x^2 + 2x + 150\right) = 0{,}003x^2 - 0{,}12x + 2$$

Interpretación: Esta derivada representa la tasa de cambio instantánea del tiempo de respuesta respecto del número de usuarios. Si $T'(x) > 0$, el tiempo de respuesta aumenta con más usuarios; si $T'(x) < 0$, disminuye.

b) [3pts] Calcule la segunda derivada $T''(x)$ e interprete qué indica sobre la aceleración o desaceleración del tiempo de respuesta
Solución

$$T''(x) = \frac{d}{dx}\left(0{,}003x^2 - 0{,}12x + 2\right) = 0{,}006x - 0{,}12$$

Interpretación: La segunda derivada indica si el tiempo de respuesta está acelerándose o desacelerándose. Si $T''(x) > 0$, la función es cóncava hacia arriba (acelera); si $T''(x) < 0$, es cóncava hacia abajo (desacelera).

c) [4pts] Determine los intervalos donde la función $T(x)$ es cóncava hacia arriba y hacia abajo. ¿Qué implicancias tiene esto en la administración de la carga del servidor?
Solución
ncontramos el punto de inflexión resolviendo $T''(x) = 0$:

$$0{,}006x - 0{,}12 = 0 \Rightarrow x = 20$$

Concavidad:

- $T''(x) < 0$ cuando $x < 20$: la función es cóncava hacia abajo, el aumento del tiempo de respuesta se desacelera.
- $T''(x) > 0$ cuando $x > 20$: la función es cóncava hacia arriba, el aumento del tiempo de respuesta se acelera.

Implicancia: El resultado anterior, indica que cuando hay menos de 20 usuarios, el servidor maneja la carga con menor incremento en tiempo de respuesta; pero al superar los 20 usuarios, el tiempo de espera comienza a crecer de manera más rápida, lo que sugiere necesidad de monitoreo o escalamiento del sistema.